



Estudo para definição de parâmetros de trajetórias de baixo custo para escape do sistema Terra-Lua

RIBEIRO, R.¹, DE MELO, C.²

¹ Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil
Aluna de Mestrado do curso de Mecânica Espacial e Controle - CMC.

rebeca.ribeiro@inpe.br

² Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil

cristiano.fiorilo@demec.ufmg.br

Resumo. Neste trabalho, propõe-se a investigação de um conjunto de trajetórias espaciais geradas a partir de um swing-by com a Lua e, pelo menos, mais um swing-by com a própria Terra ou, novamente, com a Lua. Estes swing-bys têm como objetivo aumentar a energia da espaçonave em relação à Terra e ao Sol, reduzindo o incremento de velocidade (ΔV) necessário para gerar trajetórias que escapem do sistema Terra-Lua e, conseqüentemente, trajetórias interplanetárias, capazes de alcançar, por exemplo, asteroides com órbitas próximas à da Terra. Dessa forma, a principal meta é a investigação numérica destas trajetórias alternativas de escape no ambiente de programação FORTRAN e dos parâmetros que as definem.

Palavras-chave: Astrodinâmica; Manobras Orbitais; Swing-by.

1. Introdução

[Broucke 1968] conduziu uma investigação numérica de órbitas periódicas simétricas para o problema restrito de três corpos plano, para sistemas com razões de massa equivalentes ao sistema Terra-Lua. Dentre essas, destacam-se as órbitas da Família G, órbitas periódicas, retrógradas e instáveis, em torno do ponto L_1 , que formam um elo entre a Lua e a Terra, possibilitando a transferência natural de uma nave entre esses dois corpos. As órbitas da Família G podem ser definidas por meio do conjunto de condições iniciais (no sistema sinódico) apresentadas na Equação 1, em que $-0.012169617 < x_0 < 0,813471672$ e $-9,389476096 < y_0 < 601,045380978$, segundo [Broucke 1968].

$$(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) = (x_0, 0, 0, 0, \dot{y}_0, 0) \quad (1)$$

[de Melo et al. 2009] explorou esse caminho natural entre a Terra e a Lua para provocar *swing-bys* com o satélite natural, por meio da aplicação de pequenos ΔV s em um veículo espacial que estivesse em uma órbita da Família G, uma vez que, em vista da instabilidade dessas órbitas, pequenas perturbações na trajetória da nave provocariam desvios que, potencialmente, provocariam o encontro com a Lua. Desta forma, [de Melo et al. 2009] fez o estudo de trajetórias que, após o encontro com a Lua, escapassem e se distanciassem do sistema Terra-Lua, utilizando-as para o planejamento de uma missão de baixo custo para asteroides próximos à Terra. Neste



processo, definiu o incremento de velocidade (Equação 2) que deveria ser imposto à nave para provocar o *swing-by* e escape.

$$\Delta V = \frac{V_{CE}}{2}(-2,3340 \times 10^{-6}h_0 + 0,8085 \pm 0,0001) + \delta + \vartheta \quad (2)$$

Em que V_{CE} é a velocidade da órbita circular em que o veículo espacial inicialmente se encontra; h_0 é a altitude da órbita inicial; δ e ϑ são incrementos de velocidade, tal que para $-1,50 \times 10^{-4}km/s \leq \vartheta \leq 1,50 \times 10^{-4}km/s$ a nave colide com a Lua e para $\vartheta > 1,50 \times 10^{-4}km/s$ o ganho de energia com o *swing-by* provoca o escape do sistema Terra-Lua.

[Santana et al. 2016] utilizou a mesma proposta para o estudo de manobras para o acompanhamento orbital ou desvio de um asteroide, analisando a dinâmica do mecanismo de derivação de trajetórias de escape partindo de órbitas da Família G, definindo um conjunto de condições iniciais (constituído pelos elementos keplerianos tomados no instante de partida da órbita circular inicial) para seis casos de alinhamento dos corpos e três altitudes da órbita inicial. Nesse estudo, também foram analisados os ganhos de energia provocados pelo encontro da sonda com a Lua, reafirmando a viabilidade do uso da influência gravitacional dessa para produzir trajetórias de escape do sistema Terra-Lua.

Desta forma, também utilizando a mesma estratégia, no contexto do problema de quatro corpos, plano e restrito, o foco deste trabalho esteve concentrado na simulação numérica de trajetórias que realizassem um primeiro *swing-by* com a Lua e, ainda, um segundo com a Terra, ou novamente com a Lua, com os seguintes objetivos: determinar os parâmetros iniciais de velocidade que caracterizam as trajetórias de escape, definindo seus limites superiores e inferiores; determinar o alcance máximo atingido pelo veículo espacial após seu escape, definindo as condições iniciais (de posição e velocidade) que propiciaram o seu maior afastamento do sistema Terra-Lua; definir um conjunto de equações para caracterização das trajetórias de escape e; comparar a diminuição de custo (medida pela variação da velocidade necessária) proporcionada por este tipo de manobra.

2. Metodologia

FORTRAN (FORmula TRANslation System) é uma das linguagens de programação mais utilizadas no campo de Mecânica Orbital para simulações numéricas de manobras orbitais. Neste trabalho, pacotes de algoritmos nessa linguagem foram utilizados para realização das simulações numéricas das trajetórias estudadas.

Desta forma, a metodologia seguida neste trabalho consistiu na simulação numérica de trajetórias, tal que, para uma dada condição inicial de posição e velocidade dos corpos envolvidos (Figura 1), fez-se a propagação de diferentes órbitas, oriundas de sucessivas velocidades de lançamento (Figura 2). Ou seja, partindo de uma órbita baixa da Terra, aplicou-se um impulso na sonda, de forma que ela fosse lançada com uma determinada velocidade inicial e aumentou-se gradativamente essa velocidade (passo de $10^{-6}km/s$).

Procurou-se reconhecer as velocidades de lançamentos que geram impactos da sonda com a Lua e, com esse aumento gradativo de velocidade, aquelas que causavam os *swing-bys* e as trajetórias de escape. Nestas últimas, fez-se a propagação das órbitas e a análise de suas características, estabelecendo-se o conjunto de parâmetros iniciais de velocidade que propiciaram as condições para o escape direto da sonda após único *swing-by* com a Lua (Figura 2), recaptura pela Terra (Figura 3) e escape direto após segundo *swing-by* com a Terra (Figura 4) ou, novamente, com a Lua (Figura 5).

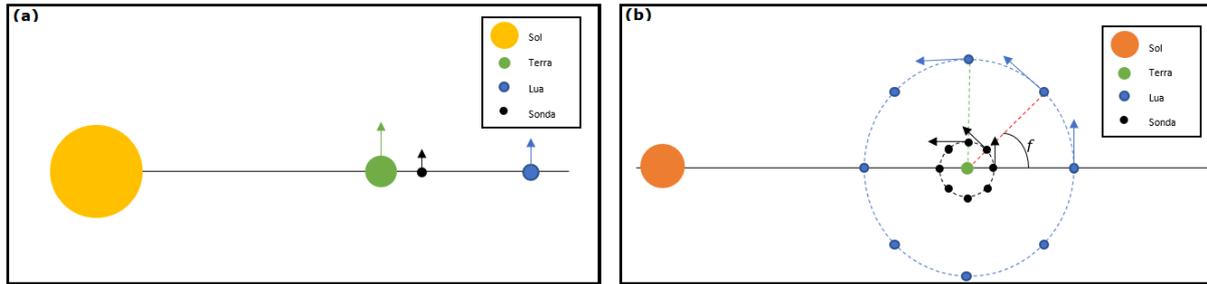


Figura 1. Posicionamento dos corpos no início da simulação. (a) Condição de conjunção inferior. (b) Variação do posicionamento inicial da sonda, para investigação da influência deste.

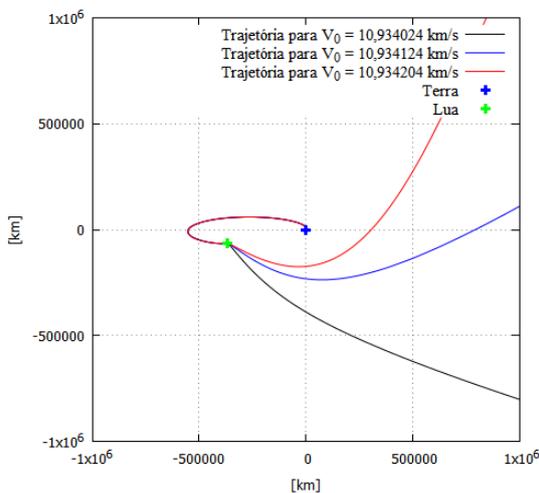


Figura 2. Trajetória da sonda para diferentes V_0 s.

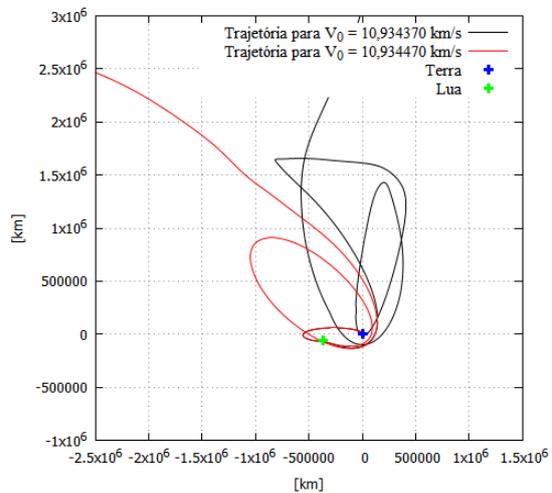


Figura 3. Trajetória da sonda com recaptura.

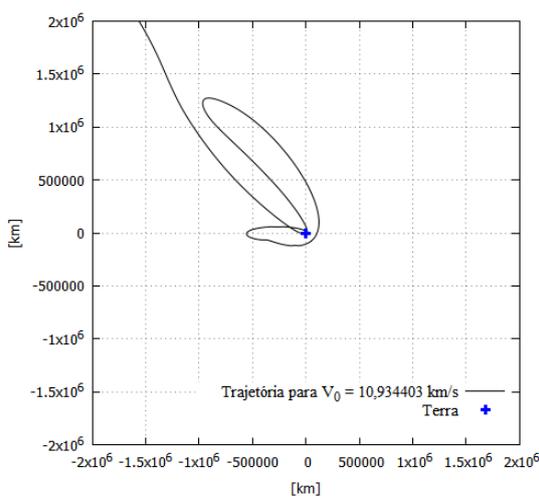


Figura 4. Trajetória de escape após encontro com a Terra.

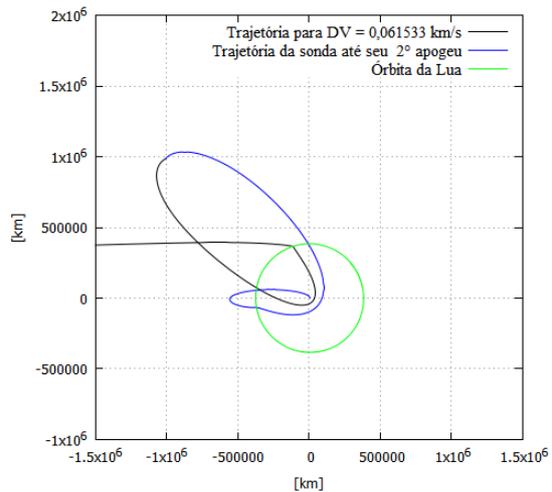


Figura 5. Trajetória de escape após segundo encontro com a Lua.

Uma vez determinadas as velocidades de lançamento limites para essas condições, a fim de identificar o alcance das trajetórias, procurou-se:

1. Estabelecer o alcance da sonda após único swing-by com a Lua;
2. Selecionar trajetórias de "recaptura" que favorecessem manobras em seu apogeu, onde



- a velocidade é pequena e, portanto, tais manobras são mais efetivas (Figura 3);
3. Aplicação de impulsos no apogeu da trajetória de "recaptação" para provocar novo swing-by, desta vez com a Terra ou, novamente, com a Lua;
 4. Estabelecer o alcance da sonda após o novo swing-by com a Lua ou com a Terra.

3. Resultados e Discussão

Partindo da condição de conjunção inferior (Figura 1a), em uma órbita baixa terrestre, por meio da simulação de trajetórias com sucessivas velocidades de lançamento, observou-se os resultados da Tabela 1, que apresenta as velocidades de lançamento que ocasionam impactos com a Lua, para diferentes altitudes da órbita inicial.

Tabela 1. Velocidades para impacto com a Lua

Altitude inicial (h_0)	Velocidade para primeiro impacto com a Lua	Velocidade para último impacto com a Lua
200 km	10,933720 km/s	10,934023 km/s
400 km	10,769032 km/s	10,769339 km/s
700 km	10,535179 km/s	10,535493 km/s
1000 km	10,315690 km/s	10,316018 km/s

Com estes valores, fez-se uma interpolação polinomial, utilizando o método dos polinômios de Lagrange, para derivar a Equação 3, em que V_0 é a velocidade de lançamento; h_0 é a altitude da órbita inicial; δV é um incremento de velocidade, tal que, para $\delta V = 0$, tem-se o último impacto com a Lua; para $-0,000303km/s < \delta V < 0$, tem-se outras trajetórias de colisão com a Lua e para $\delta V < -0,000303km/s$, órbitas da Família G. Logo, para $\delta V > 0$, serão geradas trajetórias que possibilitarão o swing-by da sonda com a Lua e seu escape do sistema Terra-Lua. De fato, para $0 < \delta V < 0,000342km/s$, são geradas trajetórias de escape direto como as representadas na Figura 2.

$$V_0 = -1,003472 \times 10^{-11} h_0^3 + 1,009118 \times 10^{-7} h_0^2 - 8,811573 \times 10^{-4} h_0 + 11,106298 + \delta V \quad (3)$$

Para a altitude inicial de 200 km, diferentes configurações referentes ao posicionamento angular entre a Terra, a Lua e a espaçonave foram consideradas para investigar a influência dessa variável no alcance da sonda (conforme esquematizado na Figura 1b). Os ângulos considerados no trabalho foram $0^\circ \leq f \leq 360^\circ$, com um passo de 15° . Repetindo os procedimentos para definir as velocidades que resultavam em colisões e escapes, obteve-se como resultado a curva apresentada na Figura 6. Destes resultados, extraiu-se a Equação 4 (pelo método dos Mínimos Quadrados, para adequar os dados a uma curva senoidal), que modela as V_0 s para trajetórias de escape direto em função da anomalia verdadeira, partindo de uma LEO de 200 km de altitude.

$$V_0 = 2,218169 \times 10^{-3} \text{sen}(2,003010f - 1,204239 \times 10^2) + 10,935894 + \delta V_f \quad (4)$$

Em que f deve ser dado em graus e δV_f é o incremento de velocidade, tal que para $\delta V_f = 0$, tem-se a última colisão com a Lua e para δV_f menor que o valor dado pela Equação 5, tem-se as trajetórias de escape direto, para uma determinada configuração inicial.

$$\delta V_f = 1,87489310^{-4} \text{sen}(2,118372f - 1,187922 \times 10^2) + 4,603303 \times 10^{-4} \quad (5)$$

Estipulada a faixa de velocidade para escape direto, fez-se a análise do alcance da sonda, em cada uma das configurações: Após realizar o swing-by com a Lua e ganhar energia para escapar

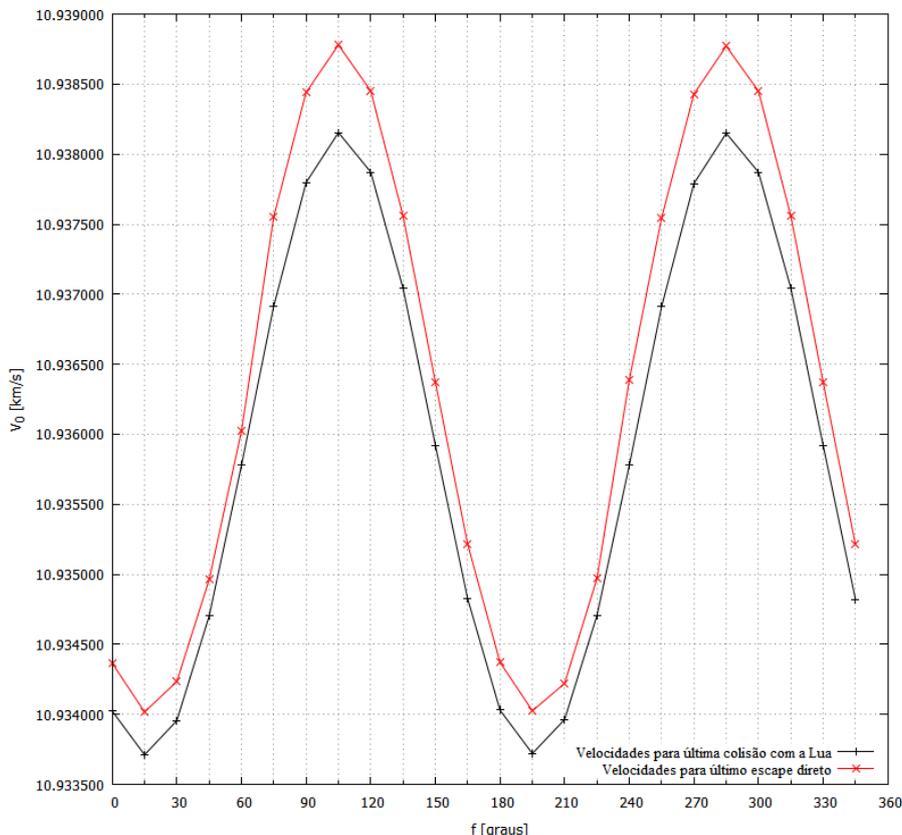


Figura 6. V_0 para diferentes configurações iniciais.

do sistema Terra-Lua, a espaçonave, após a estabilização de sua trajetória, passará a orbitar o Sol em uma órbita kepleriana. O gráfico exibido na Figura 7 apresenta os valores dos raios do periélio e do afélio das trajetórias de escape para $f = 0^\circ$.

Foram gerados gráficos semelhantes para cada uma das configurações em estudo, para determinar os maiores distanciamentos, em direção à Vênus e Marte, alcançados pela sonda, de forma que os resultados são ilustrados no gráfico da Figura 8. Assim, para $f = 120^\circ$ há o maior afastamento da sonda em direção à Marte, atingindo uma órbita com afélio de 1,21 UA. Em direção a Vênus, o maior afastamento ocorre em $f = 300^\circ$, estabilizando uma órbita de periélio de 0,83 UA.

Aumentando a velocidade de lançamento, tal que δV_f seja maior que o valor dado pela Equação 5, a sonda, após o primeiro *swing-by* com a Lua, atinge um segundo apogeu (o primeiro ocorre antes da primeira passagem pela Lua) a grandes distâncias da Terra (ordem de grandeza de 10^6 a 2×10^6 km). Após atingir o segundo apogeu, algumas trajetórias são naturalmente redirecionadas à Terra, realizando *swing-bys*. A Figura 9 apresenta os maiores alcances após o segundo *swing-by*, comparando-os aos resultados com apenas um *swing-by* com a Lua.

Outra estratégia adotada foi a aplicação de pequenos ΔV s nesse segundo apogeu para provocar *swing-bys*. A Figura 10 apresenta os alcances de todas as trajetórias geradas, em função dos ΔV s. Pela Figura 10, percebe-se que, apesar de muitas trajetórias ficarem contidas em órbitas próximas a da Terra (em torno de 1 UA), há um aumento significativo no alcance das trajetórias que escapam: os alcances aumentam para 0,81 UA e 1,28 UA, situação que ocorreu devido a um segundo *swing-by* com a Lua, como o ilustrado na Figura 5, com impulsos no segundo apogeu (ΔV_{ap}) de 0,041367 km/s e 0,061533 km/s, respectivamente.

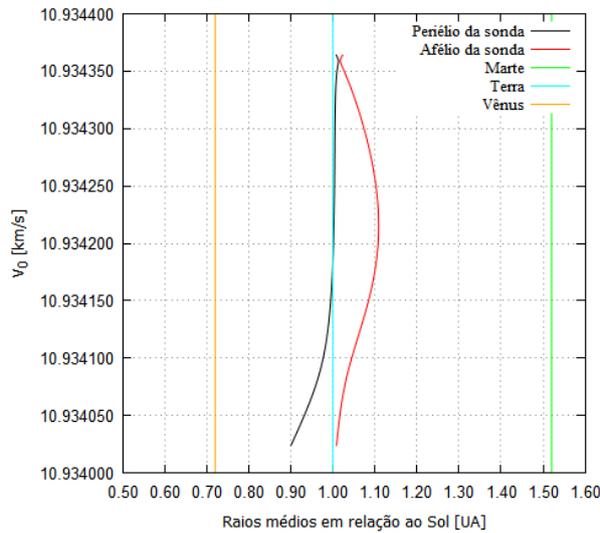


Figura 7. Alcance da sonda para $f_0 = 0$.

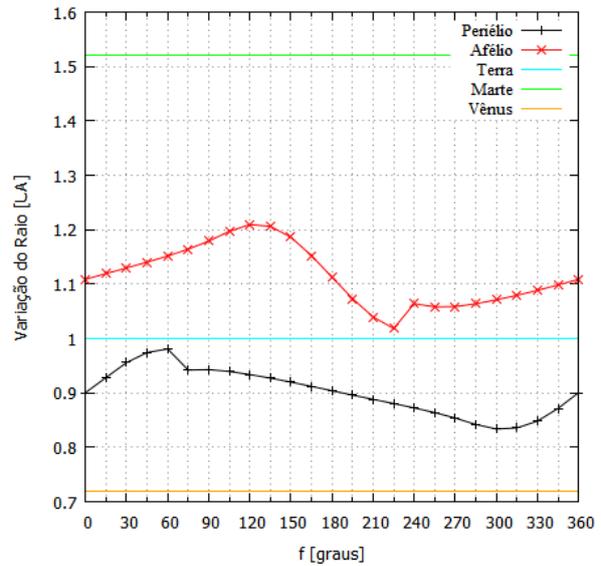


Figura 8. Maiores alcances da sonda para diferentes f_s .

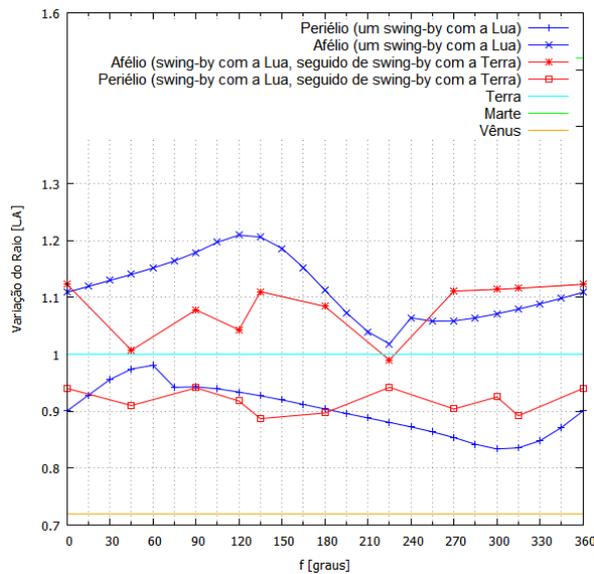


Figura 9. Maiores alcances da sonda após swing-by com a Lua seguido de swing-by com a Terra.

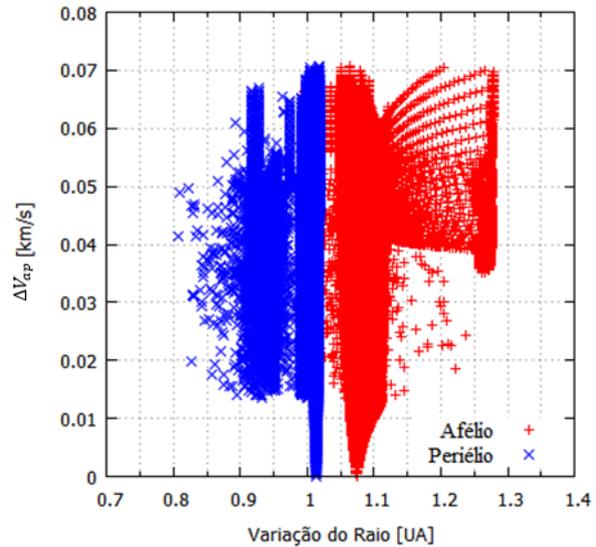


Figura 10. Alcance da sonda após manobra no segundo apogeu.

Assim, seja o módulo da velocidade de uma órbita circular dada pela Equação 6, para o problema proposto, onde as sondas são lançadas de uma LEO de 200 km de altitude, ou seja, com $V_c = 7,788250 km/s$, em relação à Terra, o incremento total de velocidade (ΔV_t) necessário para provocar trajetórias de escape, com apenas um *swing-by* com a Lua é dado pela Equação 7, enquanto com dois *swing-bys* é dado pela Equação 8.

$$V_c = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (6)$$

$$\Delta V_t = V_0 - V_c \quad (7)$$

$$\Delta V_t = V_0 + \Delta V_{ap} - V_c \quad (8)$$



Como meio de comparação do custo da manobra, idealizou-se uma manobra de Hohmann entre a LEO inicial ($r_0 = 200$ km) e órbitas circulares com raios iguais aos raios de periélio e afélio dos melhores resultados apresentados até o momento. Desta forma, a Tabela 2 apresenta os ΔV s para realizar cada uma dessas manobras, sendo o ΔV_t de Hohmann o correspondente apenas ao primeiro impulso da manobra.

Tabela 2. Resumo ΔV s

Condição	Alcance (UA)	ΔV_t (km/s)	Condição	Alcance (UA)	ΔV_t (km/s)	Redução Percentual
Manobra de Hohmann	0,83	3,2985	Swing-by único com a Lua ($f = 120^\circ$)	0,83	3,149623	4,5135
Manobra de Hohmann	1,21	3,2611	Swing-by único com a Lua ($f = 300^\circ$)	1,21	3,149622	3,4184
Manobra de Hohmann	0,81	3,3266	Dois swing-bys com a Lua	0,81	3,187558	4,1797
Manobra de Hohmann	1,28	3,3129	Dois swing-bys com a Lua	1,28	3,207724	3,1747

4. Conclusão

Neste trabalho, por meio de simulações numéricas, obteve-se sucesso na identificação dos parâmetros que definem trajetórias de baixo custo energético para escape do sistema Terra-Lua.

Foram estabelecidas equações para definição dessas trajetórias em função da altitude inicial de lançamento (Equação 3) e da posição relativa da Terra, Lua e Sonda (Equação 4), demarcando os limites de velocidade que caracterizam as trajetórias de impacto com a Lua, de swing-by com a Lua (escape direto) e de recaptura pela Terra.

Constatou-se que, realizando um único swing-by com a Lua, o posicionamento inicial dos corpos influencia no máximo alcance atingindo pelo espaçonave, tal que há a máxima aproximação de Vênus para $f = 120^\circ$ e máxima aproximação de Marte para $f = 300^\circ$.

Os swing-bys mostram-se como uma técnica eficaz para aumentar o alcance das sondas, diminuindo o custo da transferência, apresentando uma diminuição de aproximadamente 3% à 4,5% no ΔV necessário para realizar a manobra, conforme resultados apresentados na Tabela 2.

Agradecimentos: ao CNPq pela bolsa de estudos e auxílio financeiro.

Referências

- Broucke, R. (1968). Periodic orbits in the restricted three body problem with earth-moon masses.
- de Melo, C., Macau, E., and Winter, O. (2009). Alternative transfers to the neos 99942 apophis, 1994 wr12, and 2007 uw1 via derived trajectories from periodic orbits of family g. *Mathematical Problems in Engineering*, 2009.
- Santana, S., De Melo, C., Macau, E., and Winter, O. (2016). Exploring the moon gravity to escape from the earth-moon system. *Computational and Applied Mathematics*, 35(3):701–710.