

APLICAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE ATRITO DINÂMICO EM RODAS DE REAÇÃO

Adolfo Graciano da Silva

INPE, adolfor9@hotmail.com

Hélio Koiti Kuga

INPE, hkk@dem.inpe.br

Valdemir Carrara

INPE, val@dem.inpe.br

Abstract: *Rodas de reação são equipamentos utilizados para controlar a atitude (orientação) de satélites no espaço. Consegue-se, por meio da reação a um torque aplicado ao motor DC sem escovas, estabilizar e controlar a atitude com grande precisão de apontamento. Satélites empregam usualmente 3 rodas para gerar torques em direções ortogonais, e, eventualmente, uma quarta roda para redundância em caso de falha. Apesar de serem largamente utilizadas, as rodas apresentam problemas para gerar torques uniformes quando a velocidade do motor é pequena ou quando o sentido de rotação é invertido, em virtude das não-linearidades do atrito nos mancais serem mais pronunciados em baixos regimes de rotação. Perde-se, com isso, desempenho do controle de atitude, já que o controlador interno da roda não consegue prever ou compensar o torque de atrito nestas situações. Consegue-se uma melhora do controle quando o atrito é modelado matematicamente e compensado no controlador, mas resta o fato de que o comportamento da roda difere quando ela é acelerada a partir da velocidade nula daquele quando é desacelerada até a parada total. Isto sugere que o atrito tem, na verdade, comportamento dinâmico, e, portanto, o modelo matemático deve levar isso em conta. Neste trabalho apresenta-se a modelagem de uma roda de reação para aplicação em controle de atitude de satélites na qual o atrito é modelado por meio de uma equação diferencial. Os parâmetros do modelo são ajustados por meio de filtragem de Kalman, a partir de medidas efetuadas da velocidade angular e da corrente média no motor em uma série de excitações efetuadas experimentalmente. Pretende-se aplicar o modelo dinâmico obtido neste trabalho a um controle de atitude no qual o torque de atrito é compensado no controlador, capaz de tornar o comportamento da roda praticamente linear.*

Keywords: *EKF, roda de reação, estimação de parâmetros, Modelo de Atrito LuGre*

1 Introdução

Rodas de reação são amplamente utilizadas como atuadores para o sistema de controle de atitude de satélites. Novas missões espaciais estão exigindo requisitos de apontamento cada vez mais precisos, acarretando a necessidade de modelos mais sofisticados das forças atuantes para melhor desempenho do sistema de controle de atitude. Dentre essas forças encontra-se a força de atrito presente na roda reação.

Trabalhos anteriores (Coulhour e Nair, 1994) mostraram que o efeito da força de atrito é dominante em sistemas de controle de posicionamento de alta precisão ou em sistema de rastreamento que trabalha a baixas velocidades, tornando-os difíceis de controlar. Esse efeito ocorre particularmente em satélites artificiais que utilizam de rodas de reação para o controle de atitude. A força de atrito exerce um papel importante na reversão de velocidade e em baixas velocidades. Nesse intervalo o comportamento do atrito é altamente não linear.

Usualmente as rodas de reação são controladas por torque ou velocidade. O efeito do atrito da roda na precisão de apontamento do satélite é mais acentuado na malha de controle quando essa é controlada por torque como pode ser visto no trabalho de (Shenming e Cheng, 2006), e (Carrara *et al*,2011). Devido a isso existe a necessidade de compensar o torque de atrito na roda, por meio de um modelo fiel que capture esse efeito a baixas velocidades. De posse do modelo de atrito é possível construir um compensador dinâmico que minimize este efeito.

Um dos modelos que podem ser utilizados é o modelo de atrito de LuGre. O modelo LuGre tem como característica evidenciar o efeito Stribeck, Stick-Slip, Frictional Lag, Breaking-Vary Force e Pre-Sliding Displacement. Além disso, possui apenas alguns parâmetros o que torna fácil ajustá-lo a dados experimentais e ademais possui características passivas (Barabanov,2000) o que ajuda a construir compensadores dinâmicos que são assintoticamente estáveis (Olsson,1996) . Os parâmetros do modelo LuGre são estimados realizando

experimentos pré-determinados que excitam esses parâmetros. Tais experimentos podem ser encontrados em (Canudas,1997).

O trabalho proposto nesse artigo utiliza-se de um método diferente daquele empregado por (Canudas de Wit e outros,1995) para estimar o parâmetro referente à "rigidez das cerdas" do modelo de LuGre. A estimação desse parâmetro será feita utilizando o Filtro de Kalman Estendido.

Esse trabalho é dividido em três partes: revisão bibliográfica, simulação dos dados para geração dos dados que serão utilizados no FK, e por último, a estimação do parâmetro e da força de atrito.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Modelo de Atrito LuGre

As forças de atrito presente em um motor DC podem ser representadas pelas equações a seguir, descritas em Canudas de Wit *et al* (1995).

$$J \dot{\omega} = u - F_a \tag{1}$$

$$u = k_m i \tag{2}$$

$$\dot{z} = \omega - \frac{\sigma_0}{g(\omega)} z |\omega| \tag{3}$$

$$g(\omega) = \alpha_0 + \alpha_1 \exp[-(\omega/\omega_s)^2] \tag{4}$$

$$F_a = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \alpha_2 \omega \tag{5}$$

onde ω é a velocidade entre as duas superfícies em contato, z um estado interno da força de atrito que representa a deflexão médias das cerdas e F_a é a força de atrito. O sinal de controle é dado pelo torque $u(t)$, proporcional à corrente aplicada ao motor, i . k_m é a constante de proporcionalidade do motor. O modelo LuGre possui uma função dependente da velocidade, $g(\omega)$, que captura o atrito de Coulomb α_0 , o atrito estático ($\alpha_0 + \alpha_1$) e o efeito Stribeck. Além disso, o modelo de LuGre reproduz o efeito "spring-like" para pequenos deslocamentos, onde σ_0 representa a rigidez e σ_1 o amortecimento. Para grandes deslocamentos o efeito de amortecimento é introduzido através do atrito viscoso dado por α_2 . O parâmetro ω_s é a velocidade Stribeck. Outras características que diferenciam o modelo LuGre de modelos mais simples são Stick-Slip, Frictional Lag, Breaking-Vary Force e Pre-Sliding Displacement como pode ser visto em (Canudas,1995).

A Fig. 1 caracteriza o modelo de atrito LuGre para o regime estacionário. Nesta figura, (a) representa a função $g(\omega)$, na qual fica claro o atrito de Coulomb e o efeito Stribeck. Ao lado, (b) representa a força de atrito incluindo os anteriores além do atrito viscoso.

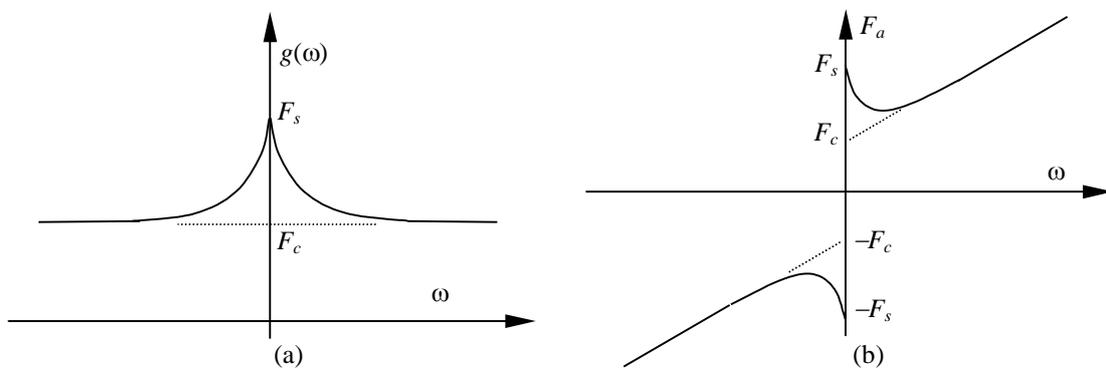


Figura 1 - Força de atrito em Regime Estacionário

Os parâmetros estáticos α_0 , α_1 , α_2 e ω_s podem ser estimados fazendo um mapeamento entre força de atrito em função da velocidade como descrito em Canudas de Wit e outros (1995). A estimação dos parâmetros σ_0 e σ_1 são

de suma importância para a boa caracterização do modelo de LuGre em baixas velocidades. Mas impacto do σ_1 no modelo da previsão da força varia de acordo com a aplicação. O conhecimento do parâmetro σ_1 é importante em aplicações que lidam com pequenos deslocamentos em micro e nano escalas (antenas de satélites, motores de ultra-som, etc.). Entretanto, nas aplicações em que a resolução está na escala de milímetros como robôs industriais, motores DC e servo-motores, o efeito de σ_1 é pequeno (Canudas de Wit e outros, 2008).

2.2 Filtro de Kalman Estendido

O filtro de Kalman Estendido é uma versão não linear do Filtro de Kalman, no qual o sistema é linearizado em torno da média estimada dos estados. Diferentemente do Filtro de Kalman linear, a matriz de transição da dinâmica e da observação não precisam ser lineares, somente diferenciáveis. As seguintes relações representam respectivamente a dinâmica do modelo e a observação:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) + \mathbf{w} \quad (6)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (7)$$

onde \mathbf{f} e \mathbf{h}_k são funções não lineares que associam a dinâmica e observação aos vetores de estado \mathbf{x} . O índice k refere-se ao instante de observação das medidas de estado, realizadas a intervalos fixos de tempo ($k = 0, 1, \dots$). O ruído da dinâmica do modelo e da observação do estado são representados respectivamente por $\mathbf{w} = N(0, \mathbf{Q})$ e $\mathbf{v} = N(0, \mathbf{R})$, que constituem uma distribuição normal com média nula e covariância \mathbf{Q} e \mathbf{R} . O Filtro de Kalman pode ser dividido em nas fases de propagação e atualização. A propagação é governada pela equação da dinâmica (Eq. (6)) e pela propagação da matriz de covariância, \mathbf{P} :

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{F}^T + \mathbf{Q} \quad (8)$$

enquanto que a atualização é efetuada pelas relações

$$\mathbf{K}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T [\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_{k+1}^T) \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \quad (10)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}) \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{r}_{k+1} \quad (12)$$

onde \mathbf{F} e \mathbf{H} são as jacobianas do sistema. Nesse caso, a interpretação é que \mathbf{F} e \mathbf{H} são as linearizações de \mathbf{f} e \mathbf{h} em torno de $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$. A matriz \mathbf{K} representa o ganho de Kalman e \mathbf{r} o resíduo.

3 Simulação com o Modelo LuGre

A simulação efetuada consistiu em gerar os dados para alimentar o Filtro de Kalman. Os parâmetros utilizados na simulação advêm de um trabalho publicado na área de controle de atitude de satélites por (Shenming e Cheng, 2006), e descritos na Tab. (1).

Tabela 1- Parâmetros utilizados na geração dos dados

Parâmetros	α_0 (Nm)	α_1 (Nm)	α_2 (Nms/rad)	σ_0 (Nm/rad)	σ_1 (Nms/rad)	ω_s (rad/s)	k_m (Nm/A)	$I. J$ (kgm ²)
Valor	2.5×10^{-4}	0.8×10^{-4}	6.4×10^{-6}	2.0	3×10^{-3}	0.4	5×10^{-3}	2.3×10^{-3}

Antes de realizar um experimento ou uma simulação com o intuito de estimar um parâmetro ou modelo, deve-se atentar ao tipo de sinal de excitação que deve ser utilizado para estimular o parâmetro ou modelo desejado. Para evidenciar o parâmetro σ_0 , por exemplo, será utilizado o procedimento descrito por (Canudas de Wit, 1995), o qual consiste em aplicar um sinal de controle $u = \varepsilon t$, onde $\varepsilon > 0$ é bem pequeno.

A excitação para a estimação do parâmetro σ_1 é mais complicada e pode-se fazer uma análise de sensibilidade de parâmetros para descobrir qual sinal de entrada intensifica a observação desse parâmetro. Um método possível a ser utilizado é descrito por Frank (1978). Foge ao escopo desse trabalho a estimação do parâmetro σ_1 , logo será assumido que o valor dele é conhecido.

Outro fator que se deve atentar antes de se realizar a simulação é referido como a estabilidade da solução numérica. Esse problema aparece principalmente em equações diferenciais ditas “duras”. Elas têm como características uma rápida mudança de um ou mais parâmetros da solução, pelo menos durante um curto intervalo de tempo (Scholarpedia, 2012). O modelo de atrito de LuGre se enquadra nesse tipo de problema. Logo, o método de solução e o passo de integração devem ser escolhidos atentamente.

De posse das informações descritas anteriormente foram gerados os dados que serão utilizados para atualizar o filtro de Kalman, aos quais foi acrescentado um ruído aleatório à equação do modelo de estados e às medidas.

4 Estimação com filtro de Kalman

O vetor de estado \mathbf{x} a ser estimado nesse trabalho é formado pela velocidade angular do motor e a rigidez das cerdas, ou seja $\mathbf{x} = [\omega \ \sigma_0]^T$, tendo como condição inicial $\omega = 0$ e $\sigma_0 = 1.5$. A Matriz de covariância inicial, ruído dinâmico e ruído da medida foram adotadas respectivamente como $\mathbf{P} = \text{diag}[0 \ 5^2]$, $\mathbf{Q} = \text{diag}[0.00001^2 \ 0.3^2]$ e $\mathbf{R} = 5.2 \cdot 10^{-5}$. O valor de \mathbf{R} representa um sensor de velocidade com uma precisão elevadíssima, o que talvez não possa ser encontrado na prática, mas a utilização desse valor foi necessário para a sintonia e convergência do EKF.

4.1 Resultados obtidos

O valor final obtido para o parâmetro σ_0 após o processo de estimação foi de 1.94 ± 0.08 Nm/rad, como se pode ver na Fig. (4). Para chegar nesses resultados foi realizado um trabalho exaustivo para o tuning do filtro, ou seja, encontrar valores apropriados para as Matrizes \mathbf{P} , \mathbf{Q} e \mathbf{R} . Um dos motivos se deve ao fato do sistema ser não linear e ter uma variável de estado que varia muito rápida em relação as outras. Logo é preciso obter uma condição inicial muito boa para que o filtro convirja.

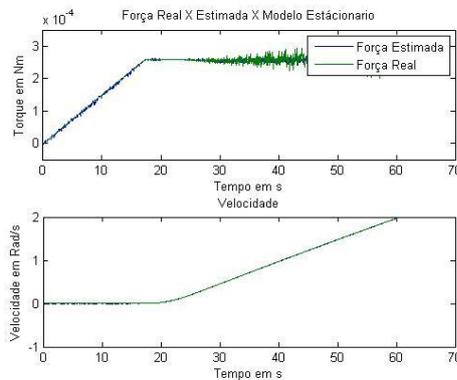


Figura 2-Força real e força estimada

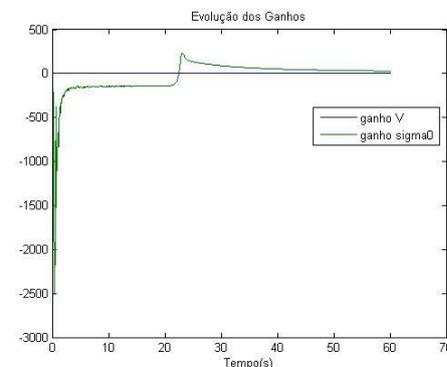


Figura 3-Evolução do ganhos de Kalman

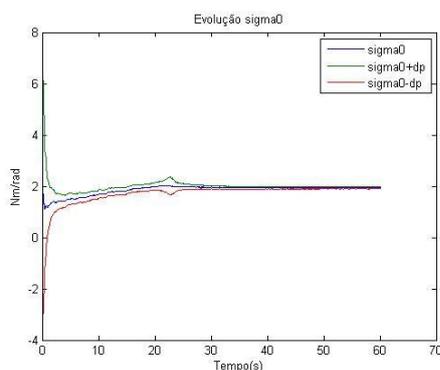


Figura 4-Evolução do estado estimado σ_0 .

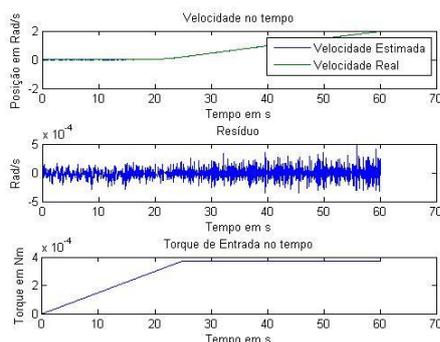


Figura 5-Velocidade, resíduo e torque de entrada

Percebe-se um aumento no desvio padrão do estado estimado σ_0 em torno de 20 segundos de simulação. Uma possível causa para essa inversão de tendência talvez seja explicada pelo início da aceleração do motor, em escala macrométrica, ou seja, quando o torque fornecido torna-se maior que o estático e o efeito do Stribeck passa a ser dominante. Um estudo mais detalhado deste fenômeno deve ser realizado.

Nota-se na Fig. (2), que apresenta a curva da força estimada em função da força simulada, que o erro da estimação desta força, conforme a Eq. (5), é da ordem 10^{-5} Nm. A estimativa do torque de atrito possui magnitude mais do que suficiente para a malha de controle de atitude atingir os requisitos necessários.

5 Conclusão

Este trabalho apresentou um método de estimação dos parâmetros de atrito em motores DC para aplicações espaciais, baseado em filtro estendido de Kalman (EKF). O método proposto estimou com acurácia o parâmetro σ_0 , desde que os outros parâmetros possam ser considerados conhecidos, ou estimados previamente. Essa última suposição nem sempre é verdadeira, e portanto recomenda-se seguir critérios adequados para a estimação dos demais parâmetros, por meios convencionais, como ajuste de curvas em Carrara (2011), mínimos quadrados ou filtragem de Kalman. Outro fato que se deve atentar é de que o sensor utilizado para medição de velocidade deve possuir altíssima resolução e taxa de amostragem, para permitir a identificação do coeficiente σ_0 , o que nem sempre é possível.

Salienta-se ainda que o modelo da força de atrito é uma abstração matemática (modelo de cerdas) que não corresponde exatamente à realidade. Experimentos para validar tal modelo vem sendo feito por (Canudas,2008). Sendo assim, aconselha-se cautela quanto a escolha desse modelo, pois deve-se realizar um trade-off entre ganho de desempenho da malha de controle de atitude e poder computacional, hardware exigidos para utilização dos mesmos. Tais comparações estão sendo realizadas para fornecer um grau de comparação entre o modelo de Luge e modelos mais simples da força de atrito.

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado pela FINEP, através do Projeto SIA (Sistemas Inerciais Avançados para Aplicação Aeroespacial) e pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, instituições as quais agradecemos.

Referências

- Barabanov, R.; Ortega, N., 2000, "Necessary and sufficient conditions for passivity of the LuGre friction model" IEEE Transaction Automatic Control, Vol. 45, N. 4, pp. 830–832.
- Canudas de Wit, C.; Olsson, H.; Åström, K. J.; Lischinsky, P., 1995, "A new model for control of systems with friction," IEEE Transactions Automatic Control, Vol. 40, N. 3, pp. 419–425.
- Canudas de Wit, C.; Lischinsky, P., 1997, "Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 11, N. 1, pp. 65–80.
- Canudas C., 2008, "Revisiting the LuGre Friction Model", IEEE Control Systems Magazine, pp.101-114.
- Carrara, V., 2010, "Comparação experimental entre formas de controle de atitude com rodas de reação". VI *SBEIN - Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial*. Rio de Janeiro.
- Frank, P. M., 1978, "Introduction to System Sensitivity Theory" Ed. Academic Press, London, England, 315p.
- Olsson, H., 1996, "Control systems with friction", Ph.D. dissertation, Dept. Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
- Scholarpedia, 2011, "Runge-Kutta Methods". Available in http://www.scholarpedia.org/article/Runge-Kutta_methods. Access 2012, October, 21, 2011.
- Shenming, G.; Cheng, H., 2006, "A Comparative Design of Satellite Attitude Control System with Reaction Wheel", Proceedings of the First NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems (AHS'06)