



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.28.17.28-TDI

MANOBRAS ORBITAIS DE SATÉLITES ARTIFICIAIS LUNARES COM APLICAÇÃO DE PROPULSÃO CONTÍNUA

Liana Dias Gonçalves

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Evandro Marconi Rocco, e Rodolpho Vilhena de Moraes, aprovada em 28 de fevereiro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3DL2KKS>>

INPE
São José dos Campos
2013

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Luciana Manacero - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.28.17.28-TDI

MANOBRAS ORBITAIS DE SATÉLITES ARTIFICIAIS LUNARES COM APLICAÇÃO DE PROPULSÃO CONTÍNUA

Liana Dias Gonçalves

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Evandro Marconi Rocco, e Rodolpho Vilhena de Moraes, aprovada em 28 de fevereiro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3DL2KKS>>

INPE
São José dos Campos
2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Gonçalves, Liana Dias.

G586m Manobras orbitais de satélites artificiais lunares com aplicação de propulsão contínua / Liana Dias Gonçalves. – São José dos Campos : INPE, 2013.

xxiv+277 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.28.17.28-TDI)

Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2013.

Orientadores : Drs. Evandro Marconi Rocco, e Rodolpho Vilhena de Moraes .

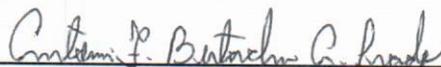
1. perturbações. 2. elementos orbitais. 3. propulsão contínua.
4. manobras orbitais. I.Título.

CDU 629.7.017.3

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em

**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



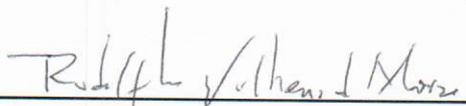
Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Evandro Marconi Rocco



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



Orientador(a) / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Dra. Ana Paula Marins Chiaradia



Convidado(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

(x) unanimidade

Aluno (a): *Liana Dias Gonçalves*

São José dos Campos, 28 de Fevereiro de 2013

“A condição natural dos corpos não é o repouso, mas o movimento”

Galileu Galilei

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original”

Albert Einstein

De modo especial, à minha querida avó Therezinha e à minha mãe Conceição, por todo amor, dedicação e participação em todos os momentos da vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por mais uma etapa cumprida, por me dar saúde, alegria e conforto nas horas mais difíceis.

A toda minha família, em especial à minha mãe Conceição, minhas irmãs Bia e Luísa e minha avó Therezinha, que sempre com muito amor comemoraram minhas conquistas e compartilharam momentos de aflição.

De forma muito especial, agradeço aos meus queridos orientadores. Ao Prof. Dr. Evandro Marconi Rocco por toda sua atenção, dedicação e interesse por meus estudos. Agradeço sua imensa paciência em me ensinar as coisas super legais de controle e sua insistência em sempre me proibir de desistir. Ao Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes, que sempre contribuiu com muita paciência, carinho e principalmente bom humor. Sua experiência foi essencial para a realização deste trabalho. Obrigada, professores!

Um sincero agradecimento aos meus professores de pós-graduação, e a todos que tive o prazer de conhecer pela vida, por todo conteúdo ensinado, sendo excelentes profissionais e muitas vezes amigos.

Às minhas grandes amigas Fabia por mesmo longe se manter imensamente presente, Gegê por ter sempre uma palavra de conforto e Myrian por sempre acreditar que tudo vai dar certo.

Aos grandes amigos Luiz e Solange, palavras não descrevem minha gratidão.

Aos demais e não menos importantes amigos que ganhei do INPE nos últimos anos, muito obrigada por todos os momentos de companheirismo, estudos, bagunças e alegrias.

Ao Gustavo (Big), que sempre me mostrou que não é necessário chorar tanto, pois as dificuldades existem para nos fortalecer. Obrigada pelo sua amizade e pelos seus cuidados.

Resumo

São realizados estudos avaliando a influência do potencial gravitacional e do albedo lunar sobre a órbita de um satélite artificial. O potencial gravitacional é modelado por meio de harmônicos esféricos, de acordo com o modelo apresentado em Konopliv (2001), e o albedo lunar é calculado a partir de adaptações no modelo apresentado em Rocco (2008a, 2009a). O modelo do albedo fornece o incremento de velocidade aplicado ao satélite devido à força causada pelo albedo lunar e o modelo do potencial gravitacional fornece as componentes x , y e z para a aceleração da gravidade em cada instante de tempo ao longo da órbita de um satélite artificial, sendo possível considerar os harmônicos esféricos até grau e ordem 100. A partir da comparação da aceleração gravitacional de um campo central e da aceleração gerada pelo campo fornecido pelo modelo de Konopliv pode ser obtida a variação da velocidade perturbadora aplicada ao veículo, possibilitando, por meio da solução do problema inverso, a obtenção dos elementos keplerianos que caracterizam a órbita do satélite artificial, afim de que seja feita uma análise do movimento orbital. Manobras de transferência e correção orbitais de satélites lunares são simuladas considerando as perturbações citadas, utilizando empuxo contínuo e controle de trajetória em malha fechada. As simulações são realizadas utilizando o simulador de trajetória *Spacecraft Trajectory Simulator-STRS*, Rocco (2008b), em que são avaliados o comportamento dos elementos orbitais, o consumo de combustível e o empuxo aplicado ao satélite ao longo do tempo.

ORBITAL MANUEVERS OF ARTIFICIAL LUNAR SATELLITE WITH CONTINUOUS THRUST APPLICATION

ABSTRACT

The studies evaluating the influence of the gravitational potential and the lunar albedo on the orbit of an artificial satellite are presented. The gravitational potential is modeled by spherical harmonics, in accordance with the model shown in Konopliv (2001) and the lunar albedo is calculated using a model presented in Rocco (2008a, 2009a) adapted to the Moon. The albedo model provides the velocity increment applied to the satellite due to the force caused by the lunar albedo and the model of gravitational potential provides the components x , y and z for the acceleration of gravity at each instant of time along the orbit of an artificial satellite. It allows to consider the spherical harmonics up to degree and order 100. From the comparison of the gravitational acceleration of a central field and the acceleration generated by the field provided by the Konopliv model the disturbing velocity variation applied to the vehicle can be obtained. Through the solution of the inverse problem, that provides the Keplerian elements of the orbit, an analysis of the orbital motion is made. Transfer maneuvers and orbital correction of lunar satellites are simulated considering the mentioned disturbances using continuous thrust and trajectory control in closed loop. The simulations are performed using the simulator " *Spacecraft Trajectory Simulator-STRS*", Rocco (2008b), which assess the behavior of the orbital elements, the fuel consumption and the thrust applied to the satellite over the time.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 3.1 – 1ª Lei de Kepler.....	26
Fonte: Gomes (2013).....	26
Figura 3.2 – 2ª Lei de Kepler.....	27
Fonte: Gomes (2013).....	27
Figura 3.3 – Sistema de coordenada do problema de dois corpos.....	28
Fonte: Kuga (2008).....	28
Figura 3.4 - Elementos Orbitais.....	31
Fonte: Kuga (2008).....	31
Figura 3.5 – Elipse do movimento orbital.....	32
Fonte: Kuga 2008.....	32
Figura 3.6 Empuxo atuando no satélite artificial.....	40
Fonte: Brown (1992).....	40
Figura 3.7 – Sistema de referência.....	43
Fonte: Kuga (2011).....	43
Figura 3.8 (a) – Harmônicos Zonais.....	45
Figura 3.8 (b) – Harmônicos Tesserais.....	45
Figura 3.8 (c) – Harmônicos Setoriais.....	45
Fonte: Kuga (2011).....	45
Figura 3.9 Reflexão em superfícies.....	50
Figura 3.10 Radiação solar refletida pela superfície lunar.....	51
Fonte: Rocco (2008a).....	51
Figura 3.11 – Sistema de referência.....	52
Fonte: Rocco (2008a).....	52
Figura 4.1 – Aceleração da gravidade sobre um satélite artificial lunar em uma órbita entre 2 km e 100 km de altitude.....	60
Figura 4.2 - Aceleração da gravidade sobre um satélite artificial lunar em uma órbita entre 202 km e 302 km de altitude.....	60
Figura 4.3 - Aceleração da gravidade sobre um satélite artificial lunar em órbita no limite da esfera de influência da Lua, entre 66202 km e 66302 km.....	61
Figura 4.4 – Órbita com 2 km de altitude.....	62
Figura 4.5 – Órbita com 102 km de altitude.....	63
Figura 4.6 – Órbita com 202 km de altitude.....	63
Figura 4.7 – Órbita com 302 km de altitude.....	64
Figura 4.8 – Órbita com 66202 km de altitude.....	64
Figura 4.9 – Órbita com 66302 km de altitude.....	65
Figura 4.10 – Arquitetura do modelo do albedo terrestre.....	68
Fonte: Rocco (2008).....	68
Figura 5.1. Controle em malha fechada da trajetória.....	70
Figura 6.1 - Trajetória do satélite na simulação 1.....	76
Figura 6.2 - Trajetória do satélite na simulação 2.....	77
Figura 6.3 – Sinal de controle e sinal da perturbação sobre o satélite (eixo x).....	79
Figura 6.4 – Sinal de controle e sinal da perturbação sobre o satélite (eixo y).....	79
Figura 6.5 – Sinal de controle e sinal da perturbação sobre o satélite (eixo z).....	80
Figura 6.6 – Semi-eixo maior do satélite na simulação 1.....	81
Figura 6.7 – Semi-eixo maior do satélite na simulação 2.....	81
Figura 6.8 – Excentricidade do satélite na simulação 1.....	82
Figura 6.9 – Excentricidade do satélite na simulação 2.....	83
Figura 6.10 – Anomalia média do satélite na simulação 1.....	84
Figura 6.11 – Anomalia média do satélite na simulação 2.....	84

Figura 6.12 – Argumento do periapse do satélite na simulação 1	85
Figura 6.13 – Argumento do periapse do satélite na simulação 2	85
Figura 6.14 – Massa de propelente consumida durante simulação 1.....	86
Figura 6.15 – Massa de propelente consumida durante simulação 2.....	86
Figura 6.16 – Empuxo aplicado ao satélite durante simulação 1.....	87
Figura 6.17 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação 2.....	88
Figura 6.18 – Altitude do satélite durante simulação 1	89
Figura 6.19 – Altitude do satélite durante simulação 2	89
Figura 6.20 – Perturbação na órbita de um satélite lunar devido a não esfericidade do campo gravitacional durante simulação 1	90
Figura 6.21 – Perturbação na órbita de um satélite lunar devido a não esfericidade do campo gravitacional durante simulação 2.....	90
Figura 6.22 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando dois arcos propulsivos.....	93
Figura 6.23 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando três arcos propulsivos	93
Figura 6.24 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando cinco arcos propulsivos.....	94
Figura 6.25 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando nove arcos propulsivos	94
Figura 6.26 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando dois arcos propulsivos	95
Figura 6.27 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando três arcos propulsivos	95
Figura 6.28 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando cinco arcos propulsivos	96
Figura 6.29 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando nove arcos propulsivos	96
Figura 6.30 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando dois arcos propulsivos	97
Figura 6.31 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando três arcos propulsivos	98
Figura 6.32 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando cinco arcos propulsivos	98
Figura 6.33 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando nove arcos propulsivos	99
Figura 6.34 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando dois arcos propulsivos	100
Figura 6.35 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando três arcos propulsivos	100
Figura 6.36 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando cinco arcos propulsivos	101
Figura 6.37 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando nove arcos propulsivos	101
Figura 6.38 – Aceleração da gravidade devido aos harmônicos zonais e setoriais.....	103
Figura 6.39 – Semi-eixo maior devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100.....	105
Figura 6.40 - Excentricidade devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100	106
Figura 6.41 - Inclinação devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100	106
Figura 6.42 – Argumento do periapse devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100 ..	107
Figura 6.43 – Ascensão reta do nodo ascendente devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100.....	107
Figura 6.44 – Anomalia média devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100.....	108
Figura 6.45 – Longitude verdadeira	109
Figura 6.46 – Semi-eixo maior na simulação 3	112
Figura 6.47 – Semi-eixo maior na simulação 4	113
Figura 6.48 – Ampliação do comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 4.....	114
Figura 6.49 – Desvio no semi-eixo maior durante a simulação 4.....	114
Figura 6.50 – Excentricidade durante a simulação 3	115
Figura 6.51 – Excentricidade durante a simulação 4	115
Figura 6.52 – Inclinação durante a simulação 3	116
Figura 6.53 – Inclinação durante a simulação 4	116
Figura 6.54 – Ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 3	117
Figura 6.55 – Ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 4	117
Figura 6.56 – Anomalia média durante a simulação 3	118
Figura 6.57 – Anomalia média durante a simulação 4	118
Figura 6.58 – Argumento do periapse durante a simulação 3.....	119
Figura 6.59 – Argumento do periapside durante a simulação 4	119
Figura 6.60 – Altitude durante a simulação 3.....	120
Figura 6.61 – Excentricidade durante a simulação 4.....	120
Figura 6.62 – Perturbação atuando sobre o satélite durante a simulação 3.....	121
Figura 6.63 – Perturbação atuando sobre o satélite durante a simulação 4.....	121

Figura 6.64 – Massa de propelente consumida durante a simulação 4.....	122
Figura 6.65 – Empuxo atuando sobre o satélite durante a simulação 4.....	123
Figura 6.66 – Ampliação no regime transitório do sistema de controle.....	123
Figura 6.67 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4, no eixo x.....	124
Figura 6.68 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4, no eixo y.....	124
Figura 6.69 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4, no eixo z.....	125
Figura 6.70 – Sinal de controle e sinal durante a simulação 4 no eixo x.....	126
Figura 6.71 – Sinal de perturbação durante a simulação 4 no eixo x.....	126
Figura 6.72 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4 no eixo x.....	127
Figura 6.73 (a) Refletividade lunar (imagem em 2 dimensões).....	128
Figura 6.73 (b) Refletividade lunar (imagem em 3 dimensões).....	128
Figura 6.73 – Refletividade da superfície lunar.....	128
Figura 6.74(a) - Albedo lunar a 15 km de altitude (imagem em 2 dimensões).....	128
Figura 6.74 (b) Albedo lunar a 15 km de altitude (imagem em 3 dimensões).....	128
Figura 6.74 – Albedo lunar a 15 km de altitude.....	128
Figura 6.75 (a) Albedo lunar a 115 km de altitude (imagem em 2 dimensões).....	129
Figura 6.75 (b) Albedo lunar a 115 km de altitude (imagem em 3 dimensões).....	129
Figura 6.75 – Albedo lunar a 115 km de altitude.....	129
Figura 6.76 – Albedo considerando 1 célula a 15 km.....	130
Figura 6.77 – Albedo considerando 1 célula a 115 km.....	131
Figura 6.78 – Albedo considerando 12 células a 15 km de altitude.....	131
Figura 6.79 – Albedo considerando 12 células a 115 km de altitude.....	132
Figura 6.80 – Albedo considerando 160 células a 15 km.....	132
Figura 6.81 – Albedo considerando 160 células a 115 km.....	133
Figura 6.82 – Albedo considerando 240 células a 15 km.....	133
Figura 6.83 – Albedo considerando 240 células a 115 km.....	134
Figura 6.84 – Albedo considerando 360 células a 15 km.....	134
Figura 6.85 – Albedo considerando 360 células a 115 km.....	135
Figura 6.86 – Albedo considerando 416 células a 15 km.....	135
Figura 6.87 – Albedo considerando 416 células a 115 km.....	136
Figura 6.88 – Albedo considerando 504 células a 15 km.....	136
Figura 6.89 – Albedo considerando 504 células a 115 km.....	137
Figura 6.90 – Albedo considerando 640 células a 15 km.....	137
Figura 6.91 – Albedo considerando 640 células a 115 km.....	138
Figura 6.92 – Albedo considerando 792 células a 15 km.....	138
Figura 6.93 – Albedo considerando 792 células a 115 km.....	139
Figura 6.94 – Albedo considerando 1025 células a 15 km.....	139
Figura 6.95 – Albedo considerando 1025 células a 115 km.....	140
Figura 6.96 – Albedo considerando 1440 células a 15 km.....	140
Figura 6.97 – Albedo considerando 1440 células a 115 km.....	141
Figura 6.98 – Albedo considerando 2052 células a 15 km.....	141
Figura 6.99 – Albedo considerando 2052 células a 115 km.....	142
Figura 6.100 – Albedo considerando 3240 células a 15 km.....	142
Figura 6.101 – Albedo considerando 3240 células a 115 km.....	143
Figura 6.102 – Albedo considerando 5760 células a 15 km.....	143
Figura 6.103 – Albedo considerando 5760 células a 115 km.....	144
Figura 6.104 – Albedo considerando 12960 células a 15 km.....	144
Figura 6.105 – Albedo considerando 12960 células a 115 km.....	145
Figura 6.106 – Albedo considerando 51840 células a 15 km.....	145
Figura 6.107 – Albedo considerando 51840 células a 115 km.....	146
Figura 6.108 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 5.....	148
Figura 6.109 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 6.....	148
Figura 6.110 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 5.....	149
Figura 6.111 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 6.....	149
Figura 6.112 – Comportamento da inclinação durante a simulação 5.....	150

Figura 6.113 – Comportamento da inclinação durante a simulação 6.....	150
Figura 6.114 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 5.....	151
Figura 6.115 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 6.....	151
Figura 6.116 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 5.....	152
Figura 6.117 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 6.....	152
Figura 6.118 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 5.....	153
Figura 6.119 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 6.....	153
Figura 6.120 – Potência luminosa incidente sobre o satélite durante a simulação 5.....	154
Figura 6.121 – Potência luminosa incidente sobre o satélite durante a simulação 6.....	154
Figura 6.122 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 5.....	155
Figura 6.123 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 6.....	155
Figura 6.124 – Incremento de velocidade devido ao albedo atuando sobre o satélite durante a simulação 5.....	156
Figura 6.125 – Incremento de velocidade devido ao albedo atuando sobre o satélite durante a simulação 6.....	156
Figura 6.126 – Massa de propelente consumida durante a simulação 5.....	157
Figura 6.127 – Massa de propelente consumida durante a simulação 6.....	157
Figura 6.128 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 7.....	159
Figura 6.129 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 8.....	159
Figura 6.130 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 7.....	160
Figura 6.131 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 8.....	160
Figura 6.132 – Comportamento da inclinação durante a simulação 7.....	161
Figura 6.133 – Comportamento da inclinação durante a simulação 8.....	161
Figura 6.134 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 7.....	162
Figura 6.135 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 8.....	162
Figura 6.136 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 7.....	163
Figura 6.137 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 8.....	163
Figura 6.138 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 7.....	164
Figura 6.139 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 8.....	164
Figura 6.140 – Desvio no semi-eixo maior durante a simulação 7.....	165
Figura 6.141 – Desvio no semi-eixo maior durante a simulação 8.....	166
Figura 6.142 – Desvio na excentricidade durante a simulação 7.....	166
Figura 6.144 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 7.....	167
Figura 6.145 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 8.....	168
Figura 6.146 – Massa de propelente consumida durante a simulação 7.....	169
Figura 6.147 – Massa de propelente consumida durante a simulação 8.....	169
Figura 6.148 – Sinal de perturbação durante a simulação 7.....	170
Figura 6.149 – Sinal de perturbação durante a simulação 8.....	171
Figura 6.150 – Sinal de controle durante a simulação 7.....	171
Figura 6.151 – Sinal de controle durante a simulação 8.....	172
Figura 6.152 – Sinal de controle e de perturbação durante a simulação 7.....	172
Figura 6.153 – Sinal de controle e de perturbação durante a simulação 8.....	173
Figura 6.154 – Desvio no semi-eixo maior do satélite sem correção orbital (altitude de 15 km).....	174
Figura 6.154 – Posição do satélite sem correção orbital (altitude de 15 km).....	175
Figura 6.155 – Desvio na posição do satélite sem correção orbital (altitude de 15 km).....	175
Figura 6.155 – Semi-eixo maior do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km).....	176
Figura 6.156 – Desvio no semi-eixo maior do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km).....	177
Figura 6.157 – Posição do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km).....	178
Figura 6.158 – Desvio na posição do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km).....	178
Figura B.1 – Modelo do potencial gravitacional lunar.....	215
Figura D.1 – Aceleração da gravidade a 2 km de altitude.....	253
Figura D.2 – Aceleração da gravidade a 7 km de altitude.....	253
Figura D.3 – Aceleração da gravidade a 12 km de altitude.....	254
Figura D.4 – Aceleração da gravidade a 17 km de altitude.....	254
Figura D.5 – Aceleração da gravidade a 22 km de altitude.....	254

Figura D.61 – Aceleração da gravidade a 66292 km de altitude	273
Figura D.62 – Aceleração da gravidade a 66297 km de altitude	273
Figura D.63 – Aceleração da gravidade a 66302 km de altitude	274

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 3.1. Ordens de magnitude para J2 e C22	45
Tabela 6.1 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 1	76
Tabela 6.2 – Valores iniciais e finais dos elementos orbitais na simulação 1	77
Tabela 6.3 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 2	78
Tabela 6.4 – Valores iniciais e finais dos elementos orbitais na simulação 2	78
Tabela 6.5 – Valores finais dos elementos orbitais das simulações utilizando múltiplos arcos propulsivos	92
Tabela 6.6 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação utilizando múltiplos arcos propulsivos	92
Tabela 6.7 – Diferença entre os elementos orbitais	104
Tabela 6.7 – Conclusão	105
Tabela 6.8 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 3	110
Tabela 6.9 - Valores iniciais e finais dos elementos orbitais da simulação 3	111
Tabela 6.10 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 4	111
Tabela 6.11 – Valores iniciais e finais dos elementos orbitais durante a simulação 4.....	112
Tabela C.1 – Aceleração da gravidade para altitude entre 2 km e 102 km.....	217
Tabela C.2 – Aceleração da gravidade para altitude entre 202 km e 302 km.....	229
Tabela C.3 – Aceleração da gravidade para altitude entre 66202 km e 66302 km.....	241
Tabela E.1 – Principais características das simulações realizadas.....	275

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Introdução	1
1.2. Objetivos	12
1.3. Contribuições	14
1.4. Organização do trabalho.....	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1. Spacecraft Trajectory Simulator – STRS	17
2.2. Albedo Lunar.....	19
2.3. Potencial Lunar	21
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
3.1. Dinâmica Orbital	25
3.1.1. Força Central.....	25
3.1.2. Leis de Kepler	26
3.1.3. Problema de Dois Corpos	27
3.1.4. Elementos Orbitais.....	30
3.1.5. Coordenadas cartesianas de posição e velocidade	32
3.1.6. Posicionamento de satélites – Problema direto	33
3.1.7. Posicionamento de satélites – Problema inverso.....	34
3.2. Manobras Orbitais	35
3.3. Propulsão Usada em Satélites Artificiais.....	37
3.4. Perturbações Orbitais	42
3.4.1. Perturbações Devido à Distribuição Não Uniforme de Massa Lunar	43
3.4.2. Perturbações Devido ao Albedo Lunar	47
4 MODELOS UTILIZADOS	53
4.1. O modelo LP100K	53
4.1.1. A Missão Lunar Prospector.....	53
4.1.2. O Modelo Gravitacional LP.....	55
4.1.3. Modelagem da Gravidade	56
4.1.4. Utilização do Modelo LP100K	56
4.1.5. Vetor Aceleração da Gravidade	57
4.2. The Earth Albedo Model.....	66
4.2.1. Descrição dos Subsistemas	66
5 ABORDAGEM UTILIZADA PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	69
5.1. Perturbação devido ao potencial gravitacional lunar.....	71
5.2. Perturbação devido ao albedo lunar	71
6 SIMULAÇÕES E RESULTADOS	75
6.1. Simulações orbitais considerando o potencial gravitacional lunar.....	75

6	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	75
6.1.	Simulações orbitais considerando o potencial gravitacional lunar	75
6.1.1.	Simulações orbitais considerando achatamento lunar	75
6.1.2.	Simulações orbitais considerando achatamento e elipticidade equatorial lunares	102
6.2.	Simulações orbitais considerando o albedo lunar.....	127
6.2.1.	Estudo do efeito da incidência do albedo lunar sobre um satélite artificial lunar	127
6.2.2.	Simulações orbitais considerando a perturbação devido ao albedo lunar	147
6.3.	Simulações considerando simultaneamente as perturbações devido ao albedo e ao potencial gravitacional	158
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	179
7.1.	Conclusões	179
7.2.	Sugestões para extensão do trabalho	181
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	183
	APÊNDICE A – BREVE LEVANTAMENTO DAS MISSÕES LUNARES	189
	APÊNDICE B – ARQUITETURA DO MODELO DO POTENCIAL GRAVITACIONAL INSERIDA NO SIMULADOR	215
	APÊNDICE C – GRAVIDADE EM TORNO DA SUPERFÍCIE LUNAR (TABELAS)	217
	APÊNDICE D – GRAVIDADE EM TORNO DA SUPERFÍCIE LUNAR (FIGURAS).....	253
	APÊNDICE E – ORGANIZAÇÃO DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS	275

1 INTRODUÇÃO

1.1. Introdução

Desde a antiguidade, o homem alimenta o fascínio pelo céu, aprendendo a descrever e prever com precisão o movimento dos astros na abóbada celeste. Tal fascínio despertou a curiosidade de voar como os pássaros e o desejo de ultrapassar os limites da Terra e viajar pelo espaço.

Pode-se relatar inúmeros exemplos da necessidade de tais observações, onde a vontade de voar supera a real noção da impossibilidade, e o homem passa a fazer uso das suas habilidades físicas e intelectuais para conseguir ultrapassar os limites até então conquistados.

Os povos antigos, fascinados pelo desconhecido, construía locais para a observação do céu, bem como o seu culto e o de seus astros. O céu era usado como mapa, calendário e relógio, já que era necessário, por exemplo, saber a melhor época para plantio e colheita, pois acreditavam que os deuses do céu detinham total poder sobre a chuva e a vida.

O primeiro registro sobre o uso de foguetes foi feito pelos chineses em 1232, na tentativa de combater um ataque mongol com “flechas de fogo voador”.

Após, acredita-se que surgiu o primeiro astronauta do mundo, o chinês Wan-Ho. Segundo a lenda, o chinês tentou voar com o intuito de explorar a Lua. Em uma cadeira de bambu prendeu setenta e sete foguetes, que foram acesos, sem fornecer empuxo suficiente para o aventureiro.

Até o ano de 1500 acreditava-se que a Terra era o centro do universo. Os conceitos aristotélicos eram tidos como verdades absolutas e incontestáveis. Todas as coisas existentes poderiam apenas ser compostas a partir dos quatro elementos: terra, fogo, água e ar, e um quinto elemento que compunha os corpos celestes, pois não era possível que tais corpos fossem compostos pela

mesma substância que a Terra, visto que eles orbitavam em volta da mesma e que permanecia fixa no centro do universo.

Na Europa renascentista, os cientistas da época colocaram por terra os mitos religiosos, provando que a Terra não era o centro do universo como se acreditava. Ela é o terceiro planeta do Sistema Solar, girando em torno do Sol.

Nicolau Copérnico, médico e astrônomo polonês, propôs uma teoria Heliocentrista, onde o Sol era o centro do universo e a Terra completa uma volta em torno do seu eixo no período de 24 horas, e uma órbita ao redor do Sol no período de um ano. Copérnico também propôs métodos para calcular o tamanho do Sistema Solar e os movimentos dos planetas. Porém, suas teorias só foram aceitas pela ciência mais de um século depois.

Foi Johannes Kepler, um astrônomo alemão, quem comprovou que os planetas se movem ao redor do Sol em órbitas elípticas, onde o Sol ocupa um dos focos dessa elipse, colocando fim ao Geocentrismo. As “Leis de Kepler” tiveram e têm até hoje importância fundamental para o Sistema Solar.

Kepler publicou várias obras importantes, como "Mysterium cosmographicum", "Astronomia nova", "Dioptrice", "Epitome astronomiae copernicanae", "Harmonice mundi", "Tabulae rudolphinae" e "Solemnium".

O matemático, astrônomo e físico italiano Galileu Galilei foi o primeiro cientista a usar o telescópio para estudar o céu, conseguindo assim contestar o Geocentrismo. Por meio de suas observações reforçou o conceito de que a Terra não seria o centro do universo.

Isaac Newton, físico e matemático inglês, estudou sobre a gravidade e demonstrou que tal força também rege o universo, mantendo, por exemplo, a Lua em órbita ao redor da Terra e a Terra e os demais planetas também em órbita ao redor do Sol.

Com os estudos sobre a gravidade e o movimento da luz, Newton teve papel fundamental na astronomia e na física, além de inventar o telescópio refletor.

Assim, as teorias sobre o céu e seus corpos celestes estavam sendo desvendadas, o que estigou mais a curiosidade de alcançar o espaço. Os cientistas se voltavam cada vez mais à observação e pesquisa, enquanto alguns escritores como Voltaire, Dumas, Julio Verne, Edgard Allan Poe, H. G. Wells e vários outros se deliciavam em romances criando maneiras de conquistar o almejado objetivo.

Foi o professor russo Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky, nascido na cidade de Kalunga, quem formulou os primeiros princípios matemáticos do voo espacial, pondo fim à fase ilusória e fantasiosa, dando uma contribuição concreta para a ciência. Na laje do seu túmulo lê-se: "A humanidade não permanecerá para sempre na Terra", palavras suas e que valeram o título de cidadão do universo. Deduziu as leis matemáticas fundamentais para o uso de foguetes para ir além da atmosfera terrestre.

Dentre as muitas contribuições importantes para a realização de viagens espaciais, Tsiolkovsky sugeriu o uso de foguetes a reação no voo cósmico e naves espaciais voltando à Terra através de "corredores de regresso", o aproveitamento da energia solar para as viagens espaciais, bem como combustíveis líquidos. Mostrou as vantagens dos foguetes de múltiplos estágios e propôs também o uso de foguetes laterais para o controle de voo, além de inúmeras sugestões que são utilizadas atualmente em dispositivos de separação de estágios e na câmara de combustão dos foguetes.

O primeiro foguete foi lançado por Robert Hutchings Goddard, em março de 1918. À propulsão líquida, o foguete voou aproximadamente sessenta metros. Em julho, Goddard lançou um foguete com quase quatro metros, portando instrumentos. Continha uma pequena câmera fotográfica, um termômetro e um barômetro.

Em outubro de 1935, Goddard lançou um foguete de três metros de altura que voou 2100 m de altura, percorrendo 4130 m a 990 km/h.

Continuando suas pesquisas, chegou a construir no início da década de 40, foguetes altamente sofisticados, inovando com a utilização de combustível líquido e a orientação inercial para corrigir a trajetória dos foguetes.

Outro importante cientista foi o romeno Hermann Oberth, que ganhou o título de cofundador da astronáutica por conseguir, em 1922, completar a fórmula de Tsiolkovsky. Estabeleceu que a diferença entre as velocidades inicial e final do foguete (quando todo meio gerador de impulso já foi gasto) é igual à velocidade de exaustão dos gases multiplicada pelo logaritmo da razão entre a massa inicial e a massa final.

Em 1923, baseado nas conclusões de Tsiolkovski e Goddard, Oberth fez esboços teóricos de desenhos de foguetes destinados a grandes altitudes, de naves tripuladas e de uma estação espacial.

Durante a década de 30, Oberth e Goddard desenvolviam trabalhos, que em meio ao clima de guerra, eram bastante visados pelos alemães, que tinham como objetivo desenvolver armas capazes de atingir a Inglaterra. Seguindo o objetivo, foi criada em 1939, em Peenemünde, na ilha de Usedom, o primeiro centro de pesquisas e testes, dirigido pelo cientista Wemher Von Braun, discípulo de outro renomado cientista Walter R. Domberger.

Tais estudos e pesquisas resultaram, em 1942, no teste do foguete V-2, com quinze metros de comprimento e carregando uma tonelada de explosivo capaz de alcançar 1100 km de altura, percorrer uma distância de trezentos e setenta quilômetros e com velocidade de 500 km/h. Foi assim, o primeiro grande foguete construído pelo homem.

Durante a guerra, os americanos capturaram Nordhausen e levaram para os Estados Unidos um grande número de equipamentos, algumas bombas V-2,

Von Braun e 115 especialistas, deixando para os russos as fábricas de Nordhausen e mais de 100 técnicos ligados à produção de foguetes, liderados por Helmut Grottrup. Ou seja, enquanto os americanos levavam as ideias, os russos ficaram com toda a infraestrutura de montagem, onde juntamente com os discípulos de Tsiolkovsky, Sergei Korolyev juntou todas as condições necessárias para liderar a tecnologia mundial no ramo de foguetes.

No dia 4 de outubro de 1957, na base espacial de Baikonur, foi lançado em torno da Terra o Sputnik I, um foguete de três estágios, em uma órbita de 300 km de perigeu e 900 km de apogeu. A nave era uma esfera de alumínio polido, com 58 cm de diâmetro e 83 kg de massa. Logo dia 19 de novembro, os russos lançaram o Sputnik II, tendo a bordo a cadela Laika que passou a ser o primeiro ser vivo a alcançar o espaço. No dia 31 de janeiro de 1958 os americanos lançaram para o espaço Explorer I, seu primeiro satélite.

Assim, o mundo havia entrado na Era Espacial.

Pouco mais de três anos depois do lançamento do primeiro satélite, no dia 12 de abril de 1961, às seis horas e sete minutos (GMT), o primeiro homem foi lançado ao espaço. O foguete RD-107 levava Yuri Alekseyevich Gagarin, que morreu em março de 1968, pilotando um Mig-15.

No dia 5 de maio, o astronauta Allan B. Sheppard realizou um voo sub-orbital de quinze minutos, a uma altitude de 185 km e, no dia 21 de julho, o astronauta Virgil I. Grissom fez outro voo balístico sub-orbital, permanecendo 16 minutos no espaço.

Em 6 de agosto de 1961, os russos colocaram em órbita na nave Vostok 2. O astronauta Gherman Tivov permaneceu 25 horas e 18 minutos no espaço.

O americano John Glenn, no dia 20 de fevereiro de 1962 e M. Scott Carpenter, no dia 24 de maio de 1962, efetuaram três revoluções em torno da Terra.

Dando sequência, foram lançadas as naves soviéticas Vostok 3, tendo a bordo Adrian Nikolayev, que realizou 60 voltas em torno da Terra no dia 11 de agosto de 1962 e Vostok 4, com Pavel Popovich a bordo, que deu 45 voltas em 70 horas e 57 minutos. O voo simultâneo permitiu a técnica de intercomunicação entre duas naves controladas simultaneamente pela Terra.

Em seguida, Walter M. Schirra (3 de outubro de 1962; seis órbitas) com a nave Sigma 7, e de L. Gordon Cooper Jr. (15/16 de maio de 1963; 22 órbitas) na nave Faith 7, também foram lançados para o espaço.

As naves Vostok 5 e 6 foram lançadas nos dias 6 de junho e 8 de junho de 1963, tripuladas por Valery Bykovsky e Valentina Tereshkova, respectivamente. Bykovsky permaneceu 119 horas no espaço e Valentina, que se tornou a primeira mulher cosmonauta, ficaram em órbita durante 70 horas e 50 minutos.

Os russos passaram a trabalhar em uma nova série de naves, dando início a Missão Voskhod (aurora). A Voskhod 1 foi lançada no dia 12 de outubro de 1964 e permaneceu 24 horas em órbita, transportando três tripulantes, sendo dois cientistas, o médico Konstantin Feoktistov e o físico Boris Yegorov, e o astronauta Vladimir Komarov. Voskhod subiu ao espaço em 18 de março de 1965, com Alexei Leonov e Pavel Belyayev a bordo. Leonov saiu da cápsula e realizou um passeio espacial por dez minutos.

Em 1964 os americanos iniciaram a série Gemini com os objetivos de testar o desempenho e a capacidade humana em voos de até duas semanas, desenvolver técnicas de encontro e acoplamento de naves, realizar testes com relação à presença humana a bordo de uma nave no espaço, testar a entrada na atmosfera e as aterrissagens controladas. A Gemini 3, lançada em 23 de março de 1965 e tripulada por Grissom e Young, conseguiu mudar a órbita da nave. A série segue até a Gemini 12, onde o projeto foi encerrado com sucesso pelos astronautas Lovell e Aldrin.

No dia 23 de Abril de 1967 foi iniciando a série Soyuz (união). Os soviéticos lançaram o Soyuz 1, a mais complexa nave espacial até então conhecida. Após 17 voltas ao redor da Terra, seu tripulante, o cosmonauta Vladimir M. Komarov morre na aterrissagem devido a uma falha nos paraquedas.

Mais acidentes aconteceram. A primeira tentativa americana de voo tripulado do projeto Apollo, que estava previsto para fevereiro de 1967, foi adiado devido a uma faísca dentro da cabine da nave, que provocou um incêndio matando os astronautas Virgil I., Grissom, Eduard H. White Jr. e Roger B. Chaffee.

No ano seguinte dois voos com a nave Apollo foram realizados.

Apollo 7, que foi lançada no dia 11 de outubro, orbitou com três astronautas no dia 21 de dezembro. Apollo 8, também com três astronautas, entrou em órbita lunar e foi injetada em trajetória translunar. As imagens de seus tripulantes Frank Borman, James Lovell Jr. e William Anders foram transmitidas pela televisão.

A missão Soyuz lançou para o espaço em outubro de 1968 a nave tripulada Soyuz 3, que fez acoplamentos com a nave Soyuz 2, não tripulada. Soyuz 4 e 5, lançadas respectivamente em 14 e 15 de janeiro de 1969, realizaram trocas de tripulação.

A nave Apollo 9, no dia 3 de março de 1969, testou o Módulo Lunar em órbita ao redor da Terra. Apollo 10, em 18 de maio, testou o módulo lunar ao redor da Lua.

Finalmente, a Apollo 11, tripulada por Neil A. Armstrong, Ewin E. Aldrin Jr. e Michael Collins, foi lançada em 16 de julho de 1969, repetindo o voo da Apollo 10 em órbita lunar, realizando o objetivo de descer na Lua.

Enquanto Collins permanecia na nave, os outros dois astronautas desciam no solo lunar. No dia 20 de Julho de 1969, às vinte e duas horas e cinquenta e seis minutos (hora de Washington), duzentos milhões de espectadores de TV

viram Armstrong pisar em solo lunar. O módulo lunar havia pousado às quatro horas e dezoito minutos.

Em outubro do mesmo ano, as naves Soyuz 7, 8 e 9 subiam com pequeno intervalo de tempo.

Até janeiro de 1971, mais de três naves Apollo foram enviadas à Lua. Porém, a segunda, Apollo 13, não conseguiu completar sua missão, devido a uma explosão no tanque de oxigênio. A nave conseguiu retornar à Terra.

Os soviéticos, dando continuidade à missão Soyuz, lançaram em abril de 1971 a nave Soyuz 10 e em junho de 1971 a nave Soyuz 11, cujos três tripulantes, G. Dobrovolsky, V. Volkov e V. Patsaiev morreram durante a reentrada na atmosfera.

Para encerrar a missão Apollo, a Apollo 17 foi lançada em dezembro de 1972, tendo a bordo os astronautas Eugene A. Cernan, E. Evans e Harrison H. Schmidt, que descobriram material na Lua de possível origem vulcânica.

A NASA, para dar continuidade à exploração espacial, desenvolveu um laboratório espacial chamado Skylab 1, de cerca de 100 toneladas, 36 m de comprimento e 358 m³ de espaço livre. Em órbita quase circular (altura do perigeu 360 km e altura do apogeu 371 km), inclinada a 50° do plano do equador, permaneceu em órbita de 14 de maio de 1973 a 11 de janeiro de 1975, quando caiu no mar em julho de 1979, após realizar importantes experimentos científicos.

As tripulações americanas e russas das naves Apollo 18 e Soyuz 19, em 1975, visitaram as naves umas das outras e retornaram com sucesso.

Salyut 6 foi um enorme laboratório russo, também colocado em órbita (órbita circular, a 355 km de altura, inclinada de 51,6°), lançado em 19 de setembro de 1977.

A NASA construiu uma versátil e ambiciosa espaçonave, a Hail Columbia, nome oficial do Space Transportation System ou Space Shuttle (ônibus espacial), que pode tanto voar quanto orbitar. Um veículo provido de asas, um enorme tanque externo e dois poderosos foguetes, que retornaria à Terra ao fim de cada missão.

Desde então, vários outros projetos de satélites científicos estavam ou estão em fase de estudo ou desenvolvimento, com o objetivo de explorar o espaço. Foco de estudos e sonhos de muitas pessoas ao longo dos anos, a Lua prossegue como importante satélite a ser estudado durante o trabalho.

Um breve levantamento das missões lunares que já foram e serão realizadas encontra-se no Apêndice A.

A realização de estudos visando entender e conhecer a Lua, a fim de satisfazer os mais variados objetivos é feita a partir de observações a olho nu, utilizando telescópios ou por meio de satélites artificiais.

Os satélites artificiais podem ser utilizados em diversas aplicações, tais como, comunicação, aplicações militares, observação de corpos celestes, etc. Essas aplicações necessitam de acompanhamento e monitoramento da posição do veículo a cada instante, com grande precisão para garantir sucesso na recepção dos dados (além de evitar perdas na comunicação), experimentos científicos, etc.

Se ignorarmos a existência de forças perturbadoras, as órbitas dos satélites são cônicas fixas em um plano fixo, com semi-eixo maior e excentricidade constantes.

Tais forças perturbadoras podem ter origem gravitacional, por exemplo, a não homogeneidade da distribuição de massa do corpo central, atração gravitacional por outros corpos, ou de origem não gravitacional, por exemplo, o arrasto, a pressão de radiação solar e perturbações eletromagnéticas.

Devido a interesses científicos, econômicos ou simplesmente curiosidade, tem sido um sonho constante do homem de conhecer a Lua e suas características com detalhe. Até hoje os estudos sobre a Lua não cessaram e mais de setenta missões, tripuladas ou não tripuladas, foram lançadas utilizando naves e trajetórias específicas para essas finalidades.

A primeira tentativa de pouso lunar foi realizada pela extinta URSS com Luna 1, lançada em 2 de janeiro de 1959. O satélite passou a quinhentos quilômetros da Lua e entrou em órbita solar. Após algumas tentativas dos americanos com as missões Pioneer e Ranger e dos soviéticos com a missão Zond, Luna 9 conseguiu, enfim, pela primeira vez na história, pousar suavemente na superfície da Lua transmitindo fotos e imagens de TV durante três dias, além de revelar que a superfície lunar poderia suportar o peso de uma sonda.

A busca por informações sobre o nosso satélite natural não parou. Foram enviadas fotos e imagens de TV de alta resolução da superfície lunar, realizado o mapeamento da Lua e elaborado um Atlas da face oculta e estudos sobre raios cósmicos, campo magnético, radiação e partículas de poeira, composição do solo, interação gravitacional entre as massas da Terra e da Lua e enviados seres vivos, como tartarugas, pulgas, vermes, plantas e bactérias, que retornaram para a Terra em segurança.

Algumas tentativas de missões tripuladas foram realizadas a fim de ensaiar a descida do homem à Lua, até que, em 16 de julho de 1969, foi lançado Apollo 11. A nave, tripulada pelos astronautas Neil Armstrong (comandante e primeiro homem a pisar na Lua), Michael M. Collins (comandante do módulo de comando) e Edwin Aldrin Jr. (piloto do módulo lunar e segundo homem a pisar na Lua), foi lançada pelo foguete Saturn V. Segundo a NASA, a viagem ocorreu tranquilamente, e quando entrou na órbita da Lua, foi realizado o desacoplamento entre os módulos de comando e o módulo lunar. O módulo lunar pousou no Maré Tranquillitatus no dia 20 de julho, às 15h17min e a notícia foi transmitida imediatamente. Aproximadamente seis horas após o

pouso, Armstrong desceu da nave tornou-se o primeiro homem a pisar na Lua e disse: "Este é um pequeno passo para um homem, mas um grande passo para a humanidade". Em seguida Aldrin pisou no solo da Lua. A exploração aconteceu durante cerca de duas horas e quarenta minutos, onde recolheram 21 quilos de amostras do solo e rochas lunares, realizaram algumas pesquisas científicas e deixaram sobre a superfície da Lua a estação científica ALSEP 11. Após vinte e uma horas e trinta e seis minutos do pouso o estágio superior do módulo lunar decolou, retornou à órbita lunar, acoplou novamente e voltou ao módulo de comando. Em seguida o módulo lunar foi descartado e a tripulação voltou à Terra, onde pousou no Oceano Pacífico, após oito dias e três horas de viagem. A tripulação apelidou o módulo de comando de Columbia, e o módulo lunar de Eagle.

Com um objetivo de grande contribuição para o presente trabalho, a missão Lunar Prospector tinha como objetivo mapear a superfície da Lua sob uma órbita polar baixa. A missão realizou este objetivo com sucesso, pois, com seus dados foi possível a elaboração de um mapa detalhado do campo gravitacional lunar com elevada precisão. A missão também detectou possíveis depósitos de gelo polar.

Também vale ressaltar a missão GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory), lançada com o objetivo de estudar a Lua de sua crosta até seu núcleo. As duas espaçonaves gêmeas da NASA, Ebb e Flow, decolaram da base da Força Aérea Americana em Cabo Canaveral, na Flórida, na manhã de sábado, em 10 de setembro de 2011. A missão tinha como um dos objetivos mapear o campo gravitacional da Lua por rastreamento de rádio proveniente das sondas espaciais gêmeas.

A missão teve seu fim no dia 17 de dezembro de 2012, pois, o nível de combustível restante não era suficiente para a realização de correções de atitude e órbita, de forma a permitir a continuação da missão. Sendo assim, após alguns cálculos feitos pelos navegadores para que a missão não colidisse

com locais históricos da superfície lunar, como por exemplo, locais de pouso das naves Apollo ou das sondas russas Luna, o sistema de controle foi acionado e as sondas gêmeas atingiram a superfície lunar a cerca de 6050 km/h na vizinhança da cratera Goldschmidt.

1.2. Objetivos

O trabalho tem como objetivo estudar manobras orbitais de satélites artificiais lunares, considerando a aplicação de empuxo contínuo, utilizando um sistema de controle de trajetória em malha fechada, fazendo uso de uma teoria analítica para a modelagem das perturbações orbitais e simulações numéricas para análise dos efeitos gerados pelas perturbações no controle da trajetória.

Para a realização de um estudo sobre o movimento de satélites artificiais ao redor da Lua foram considerados efeitos perturbadores provenientes do albedo lunar e da não esfericidade do campo gravitacional lunar, cujos modelos foram inseridos em um simulador de trajetória denominado *Spacecraft Trajectory Simulator* (STRS) (Rocco, 2008c).

O STRS é um ambiente de simulação de trajetória, desenvolvido utilizando o *software* matlab/simulink®, capaz de considerar o movimento orbital sob a influência de distúrbios internos e externos.

Abordagens relacionadas à Lua são inéditas para o ambiente de simulação STRS, bem como para o modelo de albedo já existente.

Sendo assim, as perturbações escolhidas independem da sua magnitude e capacidade de alterar a órbita de um satélite artificial lunar. Foram escolhidas visando interesse no estudo das mesmas e inserção de novos modelos de perturbação no STRS.

O modelo LP100K, que fornece o valor da aceleração da gravidade nos eixos x, y e z devido ao potencial gravitacional lunar e o modelo do albedo terrestre (Rocco, 2009, 2010,) adaptado para fornecer o albedo lunar, são inseridos no

ambiente de simulação STRS, cujo modelo esquemático encontra-se no Apêndice B, a fim de realizarmos manobras ao redor da Lua e analisarmos, por exemplo, o consumo de combustível, empuxo aplicado e variação dos elementos orbitais.

Foram estudados os casos em que o satélite sofre a perturbação apenas devido ao potencial gravitacional quando adotado o valor 2 apenas para o grau, 2 para grau e ordem e 100 para grau e ordem.

O caso em que foi adotado o harmônico zonal J_2 apresenta como objetivo principal o estudo do uso de propulsão contínua e de múltiplos arcos propulsivos. Já os casos em que foram adotados os termos devido ao achatamento lunar e à elipticidade equatorial têm como principais objetivos a análise dos efeitos da perturbação na trajetória do satélite nas situações em que não é realizado nenhum tipo de correção ou manobra e em que se pretende aumentar o semi-eixo maior da órbita e minimizar ao máximo os efeitos perturbativos, simultaneamente.

O estudo da perturbação devido ao albedo objetiva analisar a magnitude do efeito que a força perturbativa causa nos elementos orbitais, bem como o consumo de combustível utilizado no procedimento de correção orbital de maneira a mitigar os desvios da trajetória devido à perturbação.

Para ambos os casos foi realizado um estudo sobre a influência da altitude do satélite na atuação das forças perturbadoras e analisadas as vantagens e desvantagens do uso de máxima precisão nos modelos, como por exemplo, adotar o valor máximo 100 para grau e ordem e usar a matriz de refletividade lunar com o número máximo de células, 51840, já que isso exige um esforço computacional grande, principalmente para o cálculo do albedo lunar.

1.3. Contribuições

As simulações de manobras de satélite artificiais lunares foram feitas por meio de um simulador de trajetória que considera o controle de trajetória em malha fechada e o uso de propulsão contínua. Foi feito pela primeira vez, utilizando este simulador, um estudo com abordagem para a Lua.

O simulador de trajetória apresenta uma característica de generalidade, ou seja, pode ser usado para qualquer data futura ou passada, de qualquer missão lunar, além de apresentar praticidade, pois possibilita a simulação do movimento orbital de forma precisa podendo considerar as vantagens do ambiente de simulação, que leva em consideração as não linearidades dos atuadores e propulsores, tornando a simulação o mais próxima possível da realidade.

O modelo do potencial gravitacional inserido do ambiente de simulação permite que o estudo seja feito com elevada precisão (até no máximo grau e ordem 100), se aproximando, o máximo possível, da distribuição não uniforme de massa real da Lua, o que reflete no campo gravitacional mais próximo do real.

Para o caso do albedo, foi feito um modelo geral, possibilitando que o estudo se estenda para outros corpos. Para isso é necessário possuir uma imagem do corpo a ser estudado e conhecer o movimento do corpo e do Sol.

1.4. Organização do trabalho

A presente seção expõe uma breve discussão do conteúdo apresentado nos capítulos do trabalho.

O Capítulo 1 apresenta uma introdução sobre o trabalho, iniciando por uma breve história da conquista espacial, bem como as principais características de algumas relevantes missões lunares. São discutidos os objetivos do trabalho, bem como as contribuições mais relevantes.

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica dos principais assuntos abordados no presente trabalho.

No Capítulo 3 é apresentada a fundamentação teórica em que foi baseado o estudo, iniciando pelos conceitos da dinâmica orbital, e seguido por manobras orbitais, propulsão usada em satélites artificiais e, por fim, as perturbações xxx a serem estudadas.

O Capítulo 4 contém uma exploração dos modelos utilizados e inseridos no simulador de trajetória para a realização do estudo

O Capítulo 5 mostra a abordagem utilizada para a solução do problema proposto para ser estudo.

E, finalmente, no Capítulo 6 são inclui os resultados das simulações das manobras realizadas, bem como comentários das diversos casos considerados.

Por fim, no Capítulo 7 são feitas conclusões gerais e sugestões para a extensão do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Desde o surgimento da tecnologia espacial diversos trabalhos foram realizados com diferentes assuntos e focos. Podemos observar crescente desenvolvimento desta área, bem como o estudo referente à dinâmica de satélites artificiais.

As pesquisas deste trabalho referem-se principalmente à consideração de perturbações devido à não uniformidade da distribuição de massa da Lua e à radiação do Sol refletida pela Lua, devem ser aplicadas à órbita de satélite artificiais lunares por meio do simulador STRS.

Sendo assim, será feito nesse capítulo um levantamento bibliográfico referente aos trabalhos já desenvolvidos relacionados ao tema proposto.

2.1. Spacecraft Trajectory Simulator – STRS

O simulador de trajetória orbital STRS (Rocco, 2008c) foi assim chamado por ser capaz de considerar o movimento orbital perturbado por distúrbios externos somados a não idealidades dos atuadores e sensores. Foi desenvolvido como uma das ferramentas de simulação produzidas durante o projeto Fast Initial In-Orbit Identification of Scientific Satellites, 2005-2009, (First Look) mantido na Alemanha pelo ZARM (Center of Applied Space Technology and Microgravity), em parceria com as universidades de Stanford e Cambridge (List et al. 2008, Theil e Silas-Guilherme 2005).

O STRS tem como principal objetivo simular, com alta precisão, a trajetória de sondas científicas do tipo “Drag Free”. Foi utilizado para analisar missões como a Gravity Probe B (NASA), STEP (ESA) e MICROSCOPE (CNES).

Atualmente, no Brasil, o simulador é utilizado como ferramenta para o desenvolvimento de diversos trabalhos, como Rocco (2008a, 2008b, 2009, 2010, 2012), Marcelino (2009), Costa Filho (2010), Santos (2011), Oliveira (2012), Venditti et al (2012) e Gonçalves et al(2012).

Marcelino (2009) estudou a influência das não idealidades dos propulsores em manobras de transferência orbital. Tais não idealidades podem existir devido a erros na magnitude ou direção (ou ambos) do empuxo aplicado, pelo fato dos propulsores não aplicarem o empuxo de forma ideal com relação à posição de aplicação ou por detalhes construtivos da saída de gases. Sabe-se que é necessário uma boa precisão com relação às variáveis de estado do satélite, pois, em determinados tipos de manobras, os propulsores permanecem ligados por um longo período de tempo.

Costa Filho (2010) propôs o estudo de estratégias de controle com o objetivo de estudar o acoplamento, ou interação, entre o controle de atitude e de trajetória durante manobras orbitais de satélites artificiais que utilizam empuxo contínuo, ou seja, considerar o efeito de erros em atitude e órbita simultaneamente. Até então tal estudo era feito separadamente, pois, para um caso ideal, a dinâmica orbital e de atitude são independentes. Porém, na prática, o acoplamento existe quando o controle orbital depende da direção de apontamento de um propulsor fixo no satélite, dependendo, portanto, da atitude.

Em seguida, Santos (2011) desenvolveu um modelo para simular manobras aeroassistidas de um veículo espacial composta por placas aerodinâmicas, em que o ângulo de ataque pode ser alterado utilizando um sistema de controle em malha aberta ou fechada. Foi utilizado um sistema de controle em malha aberta para os casos em que o ângulo de ataque não sofre alterações durante toda simulação. O controle em malha fechada foi utilizado para o caso em que se pretende controlar o ângulo de ataque das placas aerodinâmicas durante a passagem pela atmosfera, para manter constante determinada força aerodinâmica.

Oliveira (2012) desenvolveu um software capaz de calcular manobras ótimas para diversos tipos de missões, utilizando dados de propulsores existentes e

considerando vínculos reais, como limitações de direção e aplicação do empuxo e regiões orbitais onde não é possível o uso de propulsão.

Venditti et al (2012) modelou, utilizando o simulador, o campo gravitacional de um corpo de massa não-uniforme, realizando manobras ao redor do mesmo, considerando propulsão contínua de baixo empuxo e controle de trajetória em malha fechada.

Gonçalves et al. (2012) utilizou o simulador para estudar o comportamento dos elementos orbitais e o consumo de propelente, com o objetivo de aumentar o semi-eixo maior da órbita de um satélite artificial utilizando arcos propulsivos.

2.2. Albedo Lunar

Diversos trabalhos estudaram com abordagens diferentes o tópico de albedo lunar.

Um dos primeiros trabalhos encontrado na literatura é de Gold, Bilson e Baron (1975), que realizaram experimentos com amostras de solo lunar determinando, para tais amostras, a composição química e a medição do albedo.

Em seguida, Evsiukov (1975) estudou e mapeou as características ópticas da Lua. Utilizando fotografias terrestres tiradas em 1949 e 1970, elaborou mapas fotométricos, de albedo e a cor do hemisfério visível lunar. Shevchegnko (1975), utilizando observações terrestre e imagens obtidas pelas missões Zond 6, Zond 13 e Apollo, elaborou um mapa do albedo de 80% da superfície lunar. Foi estudada a dependência do albedo sobre a composição química do material lunar e comprovaram que o albedo reflete características importantes da estrutura do globo da Lua.

Depois disso, Gold et al. (1977) estudaram a composição química e mediram o albedo de numerosas amostras do solo lunar.

Bondarenko et al. (1985) obtiveram um diagrama de cores para o albedo a partir de dados fotométricos e colorimétricos para 256 pequenas regiões da superfície lunar.

Em outro trabalho, Novikov e Ivanov (1988) realizaram uma interpretação química do diagrama de cores do albedo lunar e descobriram regiões onde as características ópticas não podem ser explicadas por meio da composição química das rochas lunares. Em seguida, Shkuratov (1988) utilizou um modelo do espectro do albedo para estimar o índice de refração da superfície lunar e interpretar o diagrama de cor do albedo lunar e a relação entre o teor de titânio e a cor do solo lunar.

Alguns anos depois, Floberghagen et al. (1999), com base em imagens da missão Clementine e medições de albedo, desenvolveram um modelo da força causada pelo efeito do albedo lunar em sondas lunares. Mostraram que as perturbações devido ao albedo tem magnitude suficiente para não ser negligenciada. Em seguida, Shkuratov et al (1999) desenvolveram um modelo que foi aplicado para interpretar as propriedades ópticas da Lua, permitindo o estudo do albedo lunar.

Depois disso, Vasada et al. (2010) apresentaram mapas da temperatura da superfície e albedo de comprimentos de onda solares compilados a partir do primeiro ano de mapeamento de dados, utilizando dados do *Diviner Lunar Radiometer Experiment* (DLRE) a bordo da *Lunar Reconnaissance Orbiter* da NASA, que foi a primeira missão a investigar a superfície lunar para mapear o estado global térmico da Lua.

Com base nos resultados da missão *Lunar Orbiter Laser Altimeter* (LOLA), Miles et al. (2011) produziram mapas globais do albedo da superfície lunar. Em seguida, Riner et al. (2011) estudaram a refletância da superfície da Lua a partir dos dados obtidos pela LOLA, que possui instrumentos em órbita lunar que medem a energia dos pulsos que retornam da Lua de forma bastante precisa, permitindo uma comparação do coeficiente de reflexão dos diferentes

terrenos lunares. O *Lyman Alpha Mapping Project* (LAMP), a bordo do *Lunar Reconnaissance Orbiter* (LRO), tem um foco principal de investigar os polos lunares em busca de água congelada nas regiões permanentemente sombreadas, bem como estudar a atmosfera lunar. Hendrix, et al. (2011) utilizaram os dados fornecidos por LAMP do lado exposto ao Sol para estudar a superfície lunar e entender suas variações espectrais.

2.3. Potencial Lunar

Muitos trabalhos sobre órbitas de satélites lunares considerando a não esfericidade do campo gravitacional lunar podem ser encontrados na literatura.

Oesterwinter (1966), usando o método de Von Zeipel, desenvolveu uma teoria semi-analítica do movimento de um satélite lunar, fazendo uma análise até segunda ordem dos termos seculares e periódicos de longo período. Considerou, nesta análise, perturbações devido a não esfericidade do campo gravitacional lunar (J_2) e a atração da Terra e do Sol.

Alguns anos depois, Giacaglia et al. (1969) apresentaram uma solução semi-analítica para o problema do movimento de um satélite artificial lunar. A teoria é desenvolvida até terceira ordem. São considerados efeitos perturbativos devido à atração da Lua, da Terra e do Sol, a não esfericidade do campo gravitacional lunar (J_2), ao achatamento terrestre, à pressão de radiação solar e à librações físicas da Lua.

D'Avanzo et al. (1996) realizaram uma abordagem sobre órbitas congeladas, considerando as perturbações devido ao achatamento da Lua e as perturbações da Terra e do Sol sobre o movimento de satélites artificiais lunares.

Em seguida, Akim e Golikov (1997) consideraram alguns aspectos para o desenvolvimento do modelo do campo gravitacional lunar. Simulações computacionais mostraram a elevada eficiência para a solução de problemas.

As informações usadas para a trajetória foram extraídas dos dados de rastreamento russo da missão Luna.

Em 2002 Radwan formulou as equações canônicas do movimento de um satélite artificial lunar incluindo a não esfericidade lunar, compreendendo os harmônicos J_2 , J_{22} , J_3 , J_{31} , J_4 e J_5 , o achatamento terrestre considerando apenas o segundo harmônico zonal, bem como a função perturbadora devido à atração da Terra e do Sol.

No trabalho de De Saedeleer e Henrard (2006) foi usado o método de Lie-Deprit como método de perturbação, em que a solução é desenvolvida em pequenos fatores ligados aos termos J_2 e C_{22} , obtidos de forma fechada, sem desenvolvimento em séries da excentricidade ou inclinação. O desenvolvimento em série é feito com um manipulador algébrico. Desenvolveram uma fórmula em primeira ordem para calcular a inclinação crítica para o caso lunar.

Carvalho, Moraes e Prado consideraram o problema do potencial lunar perturbado pela distribuição não uniforme de massa da Lua considerando o achatamento (J_2) e a elipticidade equatorial (termo setorial C_{22}). Para eliminar os termos de curto período da hamiltoniana foi usado o método de Lie-Hori até segunda ordem. Em 2008 analisaram o efeito dos termos seculares considerando os polinômios de Legendre até quarta ordem para o potencial devido ao terceiro corpo. No ano seguinte (2009a) foi feito um estudo sobre a inclinação crítica em primeira e segunda ordem do potencial perturbador, analisando os termos de acoplamento da distribuição não uniforme de massa da Lua. Neste trabalho apresentaram integrações numéricas com potencial perturbador em primeira e segunda ordem. Em outro trabalho (2009b) foi feito um estudo sobre a inclinação crítica até primeira e segunda ordem do potencial perturbador. São apresentadas simulações com o potencial perturbador até primeira e segunda ordem. É apresentada uma abordagem para o comportamento da longitude do nodo ascendente de uma órbita lunar polar.

Em 2010 foi dada ênfase para o caso de órbitas congeladas e inclinação crítica. Foram realizadas simulações numéricas para satélites artificiais lunares considerando perturbações combinadas e casos isolados. Em 2011, ainda Carvalho, et al. consideraram as perturbações devido aos harmônicos lunares J_2 – J_5 , J_7 , e C_{22} para a obtenção de órbitas congeladas. Utilizando o método da média simples encontraram uma família de órbitas periódicas de longo período para satélites lunares, em órbitas congeladas. Uma comparação utilizando o modelo com harmônicos zonais e tesserais foi apresentada.

O. C. Winter et al, em 2009, estudou o comportamento da excentricidade de um satélite artificial lunar perturbado. Propôs uma abordagem para manter a excentricidade do satélite com valores baixos, estudando sua evolução.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No capítulo a seguir serão apresentados, brevemente, os conceitos teóricos que fundamentam a pesquisa proposta.

3.1. Dinâmica Orbital

Segundo Laplace, a mecânica celeste é um conjunto de teorias que contém os resultados das leis de gravitação universal sobre o equilíbrio e o movimento dos corpos sólidos e fluidos que compõem o universo.

Complementando a mecânica celeste, temos a dinâmica orbital, que estuda especificamente o movimento dos satélites artificiais sob a ação de outras forças, que podem ser gravitacionais, de arrasto, propulsivas, etc.

O presente item tem como objetivo apresentar uma introdução ao estudo da teoria de mecânica orbital, englobando as leis de Kepler, o problema de dois corpos, a definição dos elementos orbitais e suas relações com as coordenadas cartesianas de posição e velocidade.

3.1.1. Força Central

Quando dois corpos orbitam um em torno do outro deve haver entre eles uma força de interação, denominada força gravitacional, que possui a direção do vetor que une os dois corpos. Adotando um dos corpos como centro da trajetória, temos que a direção do vetor associado à força gravitacional apontará sempre para o centro.

Força central é a força cuja direção passa sempre pelo centro de determinada trajetória. Portanto, a força gravitacional lunar pode ser considerada como sendo uma força central quando desconsideradas as perturbações provenientes da não homogeneidade da distribuição de massa da Lua.

3.1.2. Leis de Kepler

O astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), grande observador do céu, montou um catálogo bastante preciso de observações dos planetas. Tal precisão foi suficiente para analisar as hipóteses sobre as teorias da época. Porém, Tycho Brahe não conseguiu formular um modelo onde suas observações concordassem com o movimento dos planetas ao redor do Sol, já que órbitas circulares não ajustavam ao movimento de Marte (que tem órbita elíptica de excentricidade 0,1).

Johannes Kepler, através das observações de Tycho Brahe e após anos de tentativas, conseguiu conceituar o movimento de Marte e formulou as famosas leis de Kepler.

1ª Lei: “Lei das órbitas elípticas”

As órbitas dos planetas são elipses, onde o Sol ocupa um dos focos, como mostra a Figura 3.1.

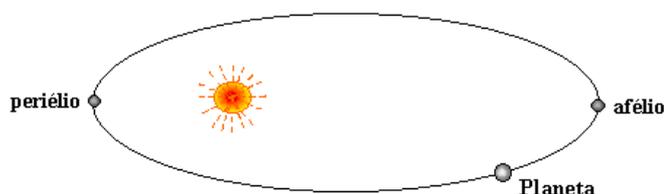


Figura 3.1 – 1ª Lei de Kepler.

Fonte: Gomes (2013)

Generalizando, a órbita de um corpo num campo de força central é uma cônica (elipse, hipérbole, parábola) com o foco no centro de atração.

2ª Lei: “Lei das áreas”

O raio vetor que une cada planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais, devido à propriedade de seções cônicas onde $\dot{A} = \text{constante}$, em que A é a área, como pode ser visto na Figura 3.2.

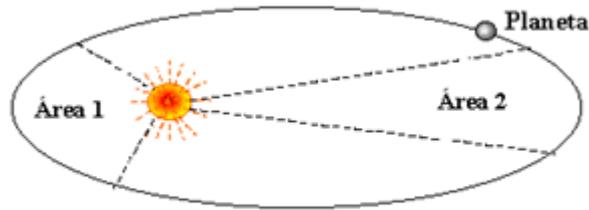


Figura 3.2 – 2ª Lei de Kepler

Fonte: Gomes (2013)

3ª Lei: “Lei harmônica”

A relação dos quadrados dos períodos entre dois planetas é igual à relação do cubo do semi-eixo maior de suas órbitas.

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{constante} \quad (3.1)$$

em que a é o semi-eixo maior e T o período do planeta.

3.1.3. Problema de Dois Corpos

O problema de dois corpos, apresentado e resolvido por Newton, consiste na situação em que existem duas partículas de massas conhecidas m_1 e m_2 , cujas posições e velocidades também são conhecidas em um dado instante t , movendo-se sob ação da força de suas forças gravitacionais, é possível calcular suas posições e velocidades em qualquer instante de tempo. Podemos exemplificar tal situação com o movimento de um satélite artificial ao redor da superfície da Lua, problema estudado no presente trabalho.

Considerando os corpos de massa m_1 e m_2 posicionados em um sistema cartesiano e inercial $Oxyz$ de tal maneira que \vec{r}_1 e \vec{r}_2 sejam seus respectivos vetores posição em relação à origem deste sistema. Os valores genéricos para \vec{r}_1 e \vec{r}_2 são:

$$\vec{r}_1 = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k} \quad (3.2)$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k} \quad (3.3)$$

A Figura 3.3 exemplifica essa situação:

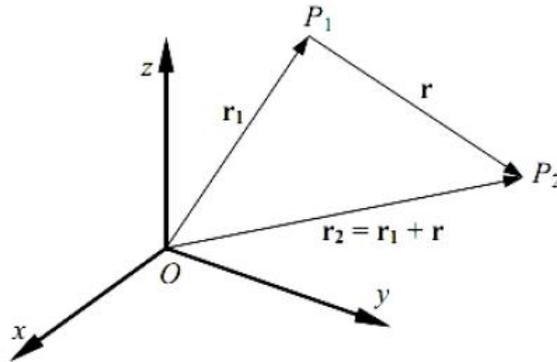


Figura 3.3 – Sistema de coordenada do problema de dois corpos

Fonte: Kuga (2008)

As forças gravitacionais atrativas existentes entre os dois corpos são mostradas nas Equações (3.4) e (3.5), considerando que os corpos ocupam as posições mostradas na Figura 3.3.

$$\vec{F}_1 = - \frac{G m_1 m_2}{r^2} \frac{P_1 - P_2}{r} \quad (3.4)$$

$$\vec{F}_2 = - \frac{G m_1 m_2}{r^2} \frac{P_2 - P_1}{r} \quad (3.5)$$

em que r é o módulo da distância entre os pontos, tal que:

$$\vec{r} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} \quad (3.6)$$

Sabendo que essa força atrativa é mútua devido à terceira lei de Newton, sabe-se que a relação das duas forças pode ser expressa como:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = \frac{G m_1 m_2}{r^3} [(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}] \quad (3.7)$$

Da segunda lei de Newton, temos que $\vec{F} = m \vec{\ddot{r}}$, logo:

$$\vec{F}_1 = m_1 (\ddot{x}_1\vec{i} + \ddot{y}_1\vec{j} + \ddot{z}_1\vec{k}) \quad (3.8)$$

$$\vec{F}_2 = m_2 (\ddot{x}_2\vec{i} + \ddot{y}_2\vec{j} + \ddot{z}_2\vec{k}) \quad (3.9)$$

Igualando as Equações (3.8) e (3.9), temos para o corpo m_1 :

$$m_1 \ddot{x}_1 = -\frac{G m_1 m_2}{r^3} (x_2 - x_1)\vec{i} \quad (3.10)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -\frac{G m_1 m_2}{r^3} (y_2 - y_1)\vec{j} \quad (3.11)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 = -\frac{G m_1 m_2}{r^3} (z_2 - z_1)\vec{k} \quad (3.12)$$

Analogamente, podemos aplicar essas equações para m_2 . Assim, chegamos a seis equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, que podem ser transformadas em doze equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Portanto, para resolver esse sistema são necessárias doze constantes de integração.

Sendo $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, temos:

$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 + m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \vec{0} \quad (3.13)$$

Mas sabe-se que:

$$\frac{d}{dt} (m_1 \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \dot{\vec{r}}_2) = m_1 \ddot{\vec{r}}_1 + m_2 \ddot{\vec{r}}_2 \quad (3.14)$$

Assim, integrando a equação (3.14) temos que:

$$m_1 \dot{r}_1 + m_2 \dot{r}_2 = \vec{a} \quad (3.15)$$

em que \vec{a} é um vetor constante.

Integrando a Equação (3.15) chegamos a:

$$m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 = \vec{a}t + \vec{b} \quad (3.16)$$

em que \vec{b} também é um vetor constante.

Para encontrar uma solução que traga mais soluções, deve-se utilizar o conceito de centro de massa:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (3.17)$$

Portanto, quanto à posição do centro de massa do sistema, averigua-se que:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\vec{a}t + \vec{b}}{m_1 + m_2} \quad (3.18)$$

O que demonstra que o centro de massa no problema de dois corpos realiza o movimento retilíneo uniforme.

3.1.4. Elementos Orbitais

Para um estudo mais aprofundado, devemos conhecer algumas definições que envolvem certos ângulos e dimensões conhecidos como elementos orbitais. A Figura 3.4 mostra alguns desses elementos.

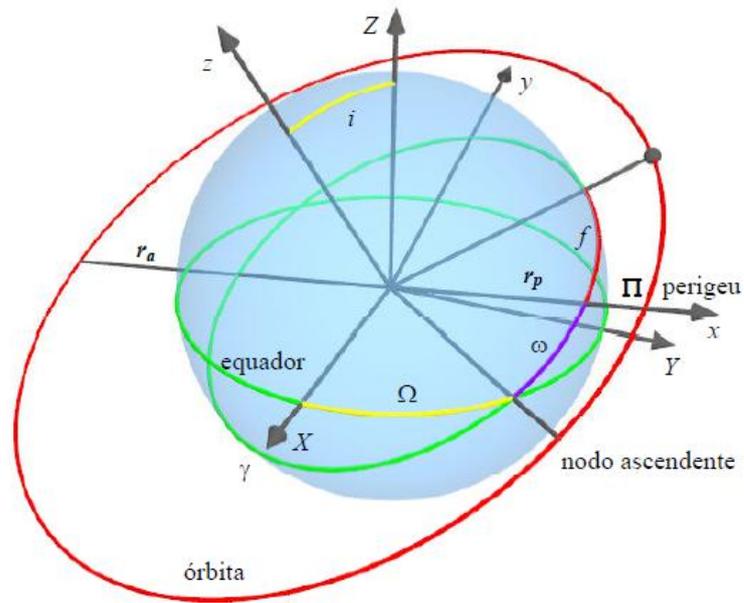


Figura 3.4 - Elementos Orbitais
 Fonte: Kuga (2008)

Os elementos orbitais mostrados na Figura 3.4 são:

Inclinação (i): ângulo entre o plano da órbita e plano do Equador, podendo variar de $0^\circ \leq i \leq 180^\circ$;

Ascensão reta do nodo ascendente (Ω): ângulo, no plano do Equador, entre o ponto vernal (γ) e a direção do nodo ascendente;

Argumento de periapside (ω): ângulo, no plano da órbita, entre o nodo ascendente e a direção do periapside.

Além destes, são importantes também:

Semi-eixo maior (a): define a dimensão da órbita;

Excentricidade (e): define o tipo de órbita;

Tempo de passagem pelo periapside (T): o instante em que o objeto está no periapside.

3.1.5. Coordenadas cartesianas de posição e velocidade

A Figura 3.5 apresenta as relações geométricas do movimento elíptico, sendo: f a anomalia verdadeira; u a anomalia excêntrica; r_p o raio do periapse; r_a o raio do apoapse; a o semi-eixo maior; b o semi-eixo menor; e p o “*semi-latus rectum*”.

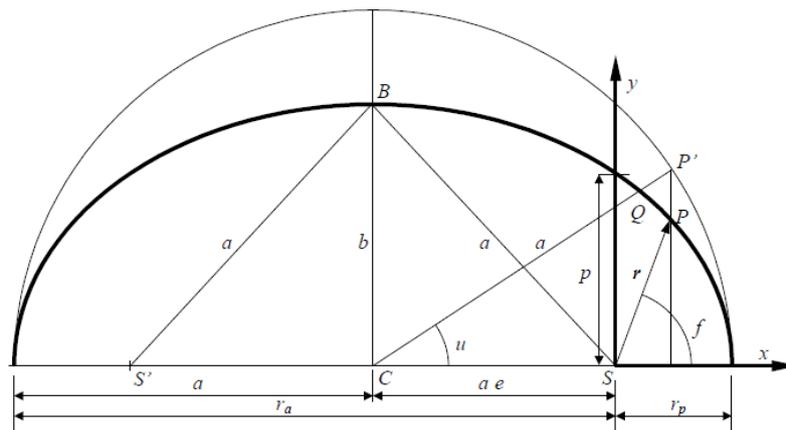


Figura 3.5 – Elipse do movimento orbital

Fonte: Kuga 2008

Segundo Kuga (2008), as coordenadas de posição são dadas por:

$$x = r \cos f = a (\cos u - e)$$

$$y = r \sin f = a \sin u (1 - e^2)^{1/2} \quad (3.19)$$

$$r = a (1 - e \cos u)$$

Sendo as coordenadas da velocidade as derivadas das Equações (3.19) com respeito ao tempo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{n a^2}{r} \text{sen } u \\ \dot{y} &= \frac{n a^2}{r} \text{cos } u (1 - e^2)^{1/2} \\ \dot{u} &= \frac{n a}{r} \end{aligned} \tag{3.20}$$

3.1.6. Posicionamento de satélites – Problema direto

O problema direto é definido por, a partir dos elementos keplerianos a, e, i, Ω, ω e M , serem obtidas as coordenadas cartesianas de posição e velocidade $X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$.

Em Kuga (2008) é encontrada essa transformação de forma detalhadas, bem como um resumo, descrito a seguir:

1. Resolver a equação de Kepler $M = u - e \text{sen } u$ para se obter u ;
2. Calcular o movimento médio por meio de $n^2 a^3 = \mu$;
3. Calcular as coordenadas x, y, \dot{x}, \dot{y} do plano orbital via Equações (3.19) e (3.20);
4. Calcular a matriz de rotação $R(i, \Omega, \omega)$, dada por:

$$R(i, \Omega, \omega) = \begin{bmatrix} c \Omega c \omega - s \Omega c i s \omega & -c \Omega s \omega - s \Omega c i c \omega & s \Omega s i \\ s \Omega c \omega - c \Omega c i s \omega & -s \Omega s \omega + c \Omega c i c \omega & -c \Omega s i \\ s i s \omega & s i c \omega & c i \end{bmatrix}$$

em que: $c = \text{cos}$, $s = \text{sen}$.

5. Calcular os vetores de estado X e \dot{X} por:

$$\begin{aligned} X^T &= R(i, \Omega, \omega) x^T \\ \dot{X}^T &= R(i, \Omega, \omega) \dot{x}^T \end{aligned} \quad (3.21)$$

em que $\dot{X}^T = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ e $\dot{x}^T = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$

3.1.7. Posicionamento de satélites – Problema inverso

Neste tópico será descrito o problema inverso do posicionamento de satélites, que consta em calcular os elementos keplerianos da órbita a, e, i, Ω, ω e M , dadas as coordenadas cartesianas $X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$.

Um resumo da transformação é exposto a seguir, podendo ser encontradas as demonstrações e detalhes em Kuga (2008).

1. Semi-eixo maior (a)

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu} \quad (3.22)$$

2. Excentricidade (e)

$$e = \left[\left(\frac{r \dot{r}}{n a^2} \right)^2 + \left(1 - \frac{r}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.23)$$

3. Anomalia média (M)

$$M = u - e \operatorname{sen} u \quad (3.24)$$

em que a anomalia excêntrica (u) é dada por:

$$\operatorname{tg} u = \frac{(r\dot{r})/(n a^2)}{1 - r/a} \quad (3.25)$$

4. Inclinação (i)

$$\cos i = \frac{h_z}{h} \quad (3.26)$$

em que h representa o módulo do momento angular específico, dado por $h = r \times v$ e h_z é a componente do momento angular específico na direção z .

5. Ascensão reta do nodo ascendente (Ω)

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{h_x}{-h_y} \quad (3.27)$$

em que h_x e h_y são as componentes nas direções x e y do momento angular específico.

6. Argumento do perigeu (ω)

$$\omega = v - f \quad (3.28)$$

em que a anomalia verdadeira (f) é dada pela Equação (3.29) e a longitude verdadeira v pela Equação (3.29).

$$\operatorname{tg} f = \frac{\operatorname{sen} u (1 - e^2)^{1/2}}{\cos u - e} \quad (3.29)$$

$$\operatorname{tg} v = \frac{-\cos i \operatorname{sen} \Omega X + \cos i \cos \Omega Y + \operatorname{sen} i Z}{\cos \Omega X + \operatorname{sen} \Omega Y} \quad (3.30)$$

3.2. Manobras Orbitais

A realização de transferências orbitais consiste em um problema de grande importância, abrangendo diferentes tipos de missões espaciais, tanto para longas viagens interplanetárias ou simplesmente para órbitas de um satélite artificial ao redor da Terra.

De forma bastante abrangente, transferir um veículo espacial entre duas órbitas pode ser definido como mudar o estado inicial do veículo (posição, velocidade e massa) de r_0 , v_0 e m_0 num dado instante t_0 , para r_f , v_f e m_f no instante t_f , sendo $t_f \geq t_0$, com o menor consumo de combustível possível.

Ou seja, transferência orbital significa transferir o satélite de um ponto em uma órbita, para outro ponto em outra órbita diferente, podendo ser útil para, por exemplo, deslocar uma estação espacial, colocar um satélite em órbita geoestacionária, enviar sondas interplanetárias, etc.

As manobras orbitais podem ser divididas em duas categorias principais: a transferência orbital e a correção orbital (Prado (2010)).

A transferência orbital é realizada em manobras de grandes amplitudes, pois altera significativamente a órbita do satélite. Já a correção orbital, por manter o satélite em sua órbita e apenas corrigir efeitos perturbadores, é realizada em manobras de pequena amplitude.

Tal estudo é de fundamental importância para a proposição de soluções ótimas para o caso de transferência orbital, seja para o caso de consumo de combustível, ou para tempo gasto, energia, etc.

O combustível consumido na manobra, que depende do incremento de velocidade necessário para a mudança de órbita, é dado por (Ball, 1967):

$$M_p = M_0 - M_f \quad (3.31)$$

sendo M_0 a massa inicial da espaçonave e M_f a massa final da espaçonave, dada por:

$$M_f = M_0 e^{-\frac{\Delta V}{c}} \quad (3.32)$$

sendo ΔV o incremento total de velocidade e c a velocidade de ejeção dos gases propelentes do motor.

Grande número de trabalhos foi feito desde os trabalhos pioneiros de Tsiolkovsky (1903), Goddard (1919) Hohmann (1925) e Oberth (1929). É possível encontrarmos uma extensa bibliografia a respeito em Carvalho, 2004.

Com o avanço da era espacial, desde a década de 60, importantes estudos foram realizados sobre o assunto. Podemos referenciar Gobetz e Doll (1969), que fizeram um levantamento das possíveis trajetórias impulsivas, considerando as ótimas e não ótimas, classificando e descrevendo os resultados.

Também nesta década, Bell (1968) estudou o problema de transferir um veículo espacial entre dois pontos em um dado campo gravitacional de tal forma que o combustível gasto seja mínimo, além de outros critérios de desempenho escolhido, como tempo mínimo de trânsito e máxima altitude no periapse.

No entanto, no presente trabalho consideraremos o caso de manobras com propulsão contínua. A manobra impulsiva é considerada uma primeira aproximação, pois na realidade a execução de manobras orbitais obrigatoriamente consiste na aplicação de propulsão contínua em arcos propulsivos numa dada região da órbita. Mesmo para arcos pequenos, na prática, a manobra não será impulsiva já que para isto o intervalo de aplicação do empuxo deveria tender a zero e assim a capacidade do propulsor deveria ser infinita.

3.3. Propulsão Usada em Satélites Artificiais

Para que uma determinada missão espacial utilizando satélites artificiais seja realizada com êxito, os satélites artificiais devem ser capazes de seguir uma determinada órbita definida, bem como realizar manobras e correções orbitais. Para isso é necessário que o satélite seja provido de um sistema de navegação que determine a posição e orientação no espaço atual e futuro, para garantir a capacidade de orientar a si mesmo e ao seu equipamento de emissão e

recepção de dados, como câmaras e antenas. Com tais informações, juntamente com as leis da mecânica celeste, é possível determinar quais torques e forças devem ser aplicadas sobre um satélite para mantê-lo na atitude e trajetória desejadas. No entanto, neste trabalho só estamos interessados no controle da trajetória.

Segundo o Teorema do Impulso, a variação na quantidade de movimento de um corpo, que é dada pelo produto da massa pela velocidade, gera um impulso. Portanto, o sistema de propulsão baseia-se na ejeção de parte da massa do satélite (o propelente) em alta velocidade. Assim, baseado no princípio da ação e reação, o satélite recebe um impulso, ou seja, uma força, de mesma intensidade, mesma direção, mas sentido contrário.

Os propulsores de satélites artificiais podem ser classificados basicamente em duas categorias, baseadas na forma em que a energia de ejeção de massa é armazenada: os propulsores químicos e os propulsores elétricos.

Nos propulsores químicos a energia utilizada para a ejeção de massa provém do próprio propelente que a armazena na forma de energia química, que, ao ser liberada por meio de uma reação de combustão ou decomposição, gera uma mistura gasosa, que ao ser expandida sob alta temperatura através de um bocal convergente-divergente adquire elevada velocidade, transmitindo empuxo ao satélite.

Tais propulsores têm sido mais utilizados devido a sua confiabilidade e por serem capazes de aplicar um valor de empuxo elevado. Entretanto, não podem funcionar por um longo período de tempo, visto que consomem grande massa de combustível.

Os propulsores elétricos apresentam como vantagem seu alto desempenho. Consomem pequena quantidade de massa de propelente, porém são capazes apenas de gerar baixo empuxo e ainda necessitam do suprimento de grande quantidade de energia. Sendo assim, tais propulsores são úteis para missões

que necessitam da aplicação de propulsão contínua por longo período de tempo. Em tais propulsores a energia provém do sistema de fornecimento de energia elétrica do satélite. Íons são gerados e acelerados ao passarem por um campo elétrico atingindo velocidades extremamente elevadas. Para evitar carregamento estático do satélite, os íons são neutralizados antes de serem ejetados.

Sendo assim, nota-se que a forma que a energia de ejeção de massa é armazenada caracteriza o desempenho do propulsor, que podem ser classificados, segundo Marec (1979), em três categorias básicas: sistema de alto empuxo, sistema de empuxo infinito e sistema de baixo empuxo.

O Sistema de Alto Empuxo (HT – High Thrust) é caracterizado por apresentar elevada aceleração, em que a razão entre o módulo da aceleração máxima e o módulo da aceleração da gravidade local é da ordem entre 10 e 100, e possui baixo impulso específico, entre 300 e 1000 s.

O Sistema de Empuxo Infinito (IFT – Infinite Thrust) possui aceleração tendendo a infinito, ou seja, a velocidade aplicada sobre o satélite artificial é instantânea. Esta categoria é uma idealização do sistema de alto empuxo.

O Sistema de Baixo Empuxo (LT – Low Thrust) apresenta, na maioria dos casos, arcos propulsivos de longa duração devido a baixa aceleração, cuja razão entre o módulo da aceleração máxima e o módulo da aceleração da gravidade local varia entre 10^{-2} e 10^{-5} .

A Figura 3.6 ilustra um satélite artificial onde assumimos que a força resultante sobre ele é o empuxo.

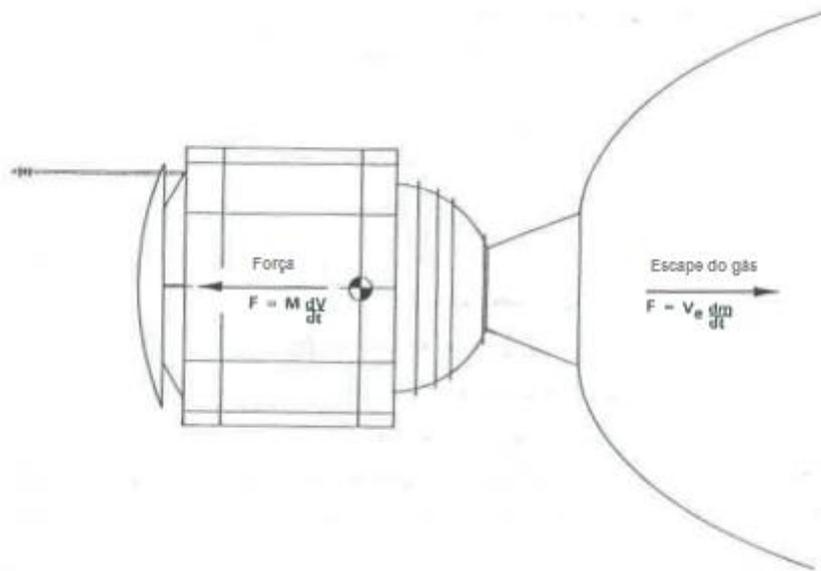


Figura 3.6 Empuxo atuando no satélite artificial

Fonte: Brown (1992)

O ato de manobrar um satélite deve-se diretamente à massa de propelente necessária para realizar o objetivo. Logo, a massa do satélite diminui a uma taxa dm/dt , que é o fluxo de massa do propulsor.

A força resultante devido à aplicação do empuxo sobre o satélite é igual a variação do momento do gás ejetado. Logo:

$$F = V_e \left(\frac{dm}{dt} \right) \quad (3.33)$$

A força sobre o satélite também pode ser expressa por

$$F = M \left(\frac{dV}{dt} \right) \quad (3.34)$$

em que:

M é a massa do satélite em qualquer instante;

dV/dt é a aceleração do satélite.

Comparando as Equações (3.33) e (3.34), substituindo dm por dM e integrando, temos

$$\Delta V = V_e \ln(M_i/M_f) \quad (3.35)$$

em que M_i e M_f são as massas inicial e final do satélite, antes e após o propulsor ser acionado. Esta Equação é conhecida como Equação de Tsiolkovsky (Ball e Osborn, 1967).

A Equação (3.35) pode ser escrita sob outra forma se introduzirmos o conceito de impulso específico, I_{esp} , que é o impulso produzido por uma taxa de variação do propelente no propulsor.

A unidade de impulso específico é s (segundos).

Por definição, o impulso é:

$$F = I_{esp} \left(\frac{dw}{dt} \right) \quad (3.36)$$

em que dw/dt é a taxa de variação do peso do propulsor (em kg/s).

Sabendo que:

$$V_e = I_{esp} g_c \quad (3.37)$$

em que g_c é a constante gravitacional

A Equação (3.37) pode ser simplificada a um resultado muito útil:

$$\Delta V = g_c I_{esp} \ln(M_i/M_f) \quad (3.38)$$

A importância da Equação (3.38) é que a diferença entre M_i e M_f resulta na massa do propelente M_p necessária para produzir uma variação na velocidade ΔV .

Neste trabalho é estudado o uso de propulsão contínua. Em algumas simulações específicas deste trabalho, o propulsor foi ligado com alto empuxo, apenas em determinadas regiões, que chamados de arcos propulsivos.

3.4. Perturbações Orbitais

Se não considerarmos perturbações, a órbita de um satélite artificial apresenta-se fixa em um plano fixo, sob a forma cônica (elipse, parábola ou hipérbole), definida pelo valor e sinal da energia, isto é, das condições iniciais no instante em que o satélite é injetado na órbita. Porém, seu tamanho e forma não permanecem constantes devido a atuação de forças perturbadoras sobre o movimento orbital dos satélites.

Em tais situações, o modelo matemático que determina a velocidade e posição de um corpo em um dado instante de tempo, a partir de um estado inicial conhecido, passa a não ter uma solução analítica fechada, a não ser em casos especiais. Os métodos de perturbação aparecem para estudar essas situações, pois são capazes de descrever modelos mais complexos.

As perturbações são normalmente classificadas de acordo com seu efeito perturbador sobre a órbita. Temos assim as perturbações seculares, que são descritas por equações nas quais o tempo aparece explicitamente, as perturbações periódicas e as perturbações de curto período, onde o período de variação é de ordem igual ou menor do que o período orbital, e as perturbações de longo período, que tem período maior do que o período orbital.

A não homogeneidade da distribuição de massa da Terra, o arrasto atmosférico, a pressão de radiação solar e as perturbações gravitacionais de outros corpos, como o Sol e a Lua, e para o caso deste trabalho a Terra, são exemplos de alguns efeitos geradores de tais forças perturbadoras, que podem ser de origem gravitacional ou não gravitacional.

Neste t3pico apresentamos um breve estudo sobre a perturba33o devido 33 distribui33o n3o uniforme de massa da Lua e a perturba33o causada pelo albedo lunar.

3.4.1. Perturba33es Devido 33 Distribui33o N3o Uniforme de Massa Lunar

O potencial gravitacional da Lua 33 expresso pela expans33o dos coeficientes harm33nicos esf33ricos normalizados, dado pela Equa33o (3.39) (Konopliv, 2001; Kuga, 2011):

$$U(r, \lambda, \phi) = \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \quad (3.39)$$

em que: \bar{C}_{nm} e \bar{S}_{nm} s3o os coeficientes dos harm33nicos esf33ricos normalizados (n 33 o grau e m 33 a ordem) e \bar{P}_{nm} s3o os polin33mios associados de Legendre normalizados. μ 33 a constante gravitacional, a_e 33 o raio equatorial lunar, r 33 o raio vetor (dist33ncia), ϕ 33 a latitude e λ 33 a longitude, como ilustrado na Figura 3.7.

Lembrando que $n = 0$ representa o potencial do corpo central, μ/r , que gera o movimento kepleriano puro pode, portanto, ser tirado do somat33rio. Sabendo que $C_{11} = S_{11} = 0$, podemos eliminar o termo $n = 1$.

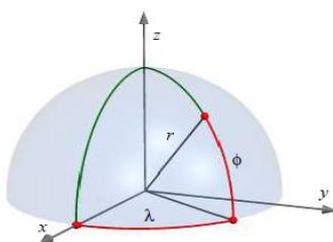


Figura 3.7 – Sistema de refer33ncia

Fonte: Kuga (2011)

33 comum utilizarmos os coeficientes C e S e os polin33mios de Legendre associados P na forma completamente normalizada, pois, a medida que a

ordem e o grau dos polinômios e funções associadas aumentam, ocorre uma redução nos valores de C e S , o que provoca erros de arredondamento quando os calculamos utilizando computadores, por haver um número limitado de algarismos significativos. A normalização é usada para minimizar esse efeito.

Temos as relações de normalização, dadas pelas Equações (3.40), (3.41) e (3.42):

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{bmatrix} = \left[\frac{(n+m)!}{\varepsilon_m (2n+1) (n-m)!} \right]^{1/2} \begin{bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

com

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{se } m = 0 \\ 2 & \text{se } m \geq 1 \end{cases}$$

$$\bar{P}_n = (2n+1)^{1/2} P_n \quad (3.41)$$

$$\bar{P}_{nm} = \left[(4n+2) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^{1/2} P_{nm} \quad (3.42)$$

Os harmônicos esféricos de grau zero são chamados de coeficientes zonais J_n .

$$m = 0 \begin{cases} S_{n,0} = \bar{S}_{n,0} = 0 \\ C_{n,0} = -\bar{J}_n \end{cases}$$

O sinal negativo em J_n deve-se ao formato dos corpos, que gera um coeficiente J_2 negativo na expressão do potencial. Sendo assim, optou-se por trocar o sinal de todos os coeficientes zonais J , para que o valor numérico de J_2 se tornasse positivo.

Sendo assim, para $m = 0$ temos os harmônicos zonais, Figura 3.8 (a). Os polinômios de grau n possuem n zeros reais situados no intervalo $0 \leq \theta \leq \pi$. Estes harmônicos mudam de sinal n vezes nesse intervalo e independem de λ , dividindo a esfera em zonas. Se $0 < m < n$ temos os harmônicos tesserais, Figura 3.8 (b). As funções associadas mudam seu sinal $n.m$ vezes no intervalo

$0 \leq \theta \leq \pi$ e as funções $\cos m\lambda$ possuem $2m$ zeros no intervalo $0 \leq \lambda \leq 2\pi$, dividindo a esfera em pedaços que se alternam entre positivo e negativo. Para $n = m$ temos os harmônicos setoriais, que se transformam em funções que dividem a esfera em setores positivos e negativos, Figura 3.8 (c).

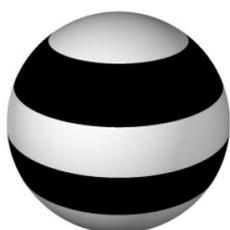


Figura 3.8 (a) –
Harmônicos Zonais



Figura 3.8 (b) –
Harmônicos Tesserais

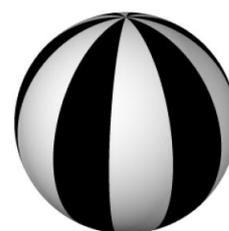


Figura 3.8 (c) –
Harmônicos Setoriais

Fonte: Kuga (2011)

A Tabela 3.1 apresenta a relação entre as ordens de magnitude dos harmônicos J_2 e C_{22} , comparando tais valores para a Terra e para a Lua.

O termo J_2 descreve a protuberância equatorial e o termo C_{22} mede a elipticidade do equador.

Observa-se que, para a Terra a diferença entre os coeficientes é de uma ordem de grandeza. Já para a Lua, J_2 tem ordem de grandeza próxima a do C_{22} , sendo, portanto, necessário considerar os dois termos.

Vemos, a partir da Tabela 3.1, que mesmo o achatamento lunar sendo bastante inferior ao terrestre são causadas perturbações no movimento orbital dos satélites artificiais lunares.

Tabela 3.1. Ordens de magnitude para J_2 e C_{22}

	Terra	Lua
$C_{20} = -J_2$	-10^{-3}	-2×10^{-4}
C_{22}	2×10^{-6}	2×10^{-5}

3.4.1.1. Variação dos Elementos Orbitais

Os harmônicos gravitacionais lunares existem devido ao potencial gravitacional lunar. Tais harmônicos são os termos da expansão matemática por meio da qual podemos representar as imperfeições do formato dos corpos quando comparados a uma esfera.

Os termos dos harmônicos zonal e tesseral que exercem considerável influência sobre os elementos que caracterizam a órbita são o J_2 e o C_{22} , respectivamente.

O coeficiente do segundo harmônico zonal J_2 é devido ao achatamento equatorial lunar, sendo a diferença entre o raio equatorial e o raio polar da Lua estimada em 2 km.

O termo J_2 é responsável pela variação secular da ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapse e pequenas correções no movimento médio da órbita.

As taxas de variação dos elementos orbitais são dadas pelo conjunto de Equações (3.43) (Taff, 1985):

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= 0 \\ \frac{de}{dt} &= 0 \\ \frac{di}{dt} &= 0 \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{3 R^2 J_2 \bar{n} \cos i}{p^2}\end{aligned}\tag{3.43}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3 R^2 J_2 \bar{n}(2 - 5/2 \text{sen}^2 i)}{2 p^2}$$

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}} \left[1 + \frac{3 J_2 R^2}{2 p^2} \left(1 - \frac{3 \text{sen}^2 i}{2} \right) (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

3.4.2. Perturbações Devido ao Albedo Lunar

O Sol é uma estrela amarela da classe G, caracterizada por ser constituída por estrelas amarelas cujas superfícies apresentam temperatura entre 5000 K e 6000 K. É o maior corpo do Sistema Solar, com raio de aproximadamente $6,96 \times 10^8$ m, constituído por aproximadamente 74% de hidrogênio, 24% de hélio e 2% de outros elementos. Possui aproximadamente 4,5 bilhões de anos e encontra-se atualmente na metade do seu tempo de vida. Nos seus próximos 4,5 bilhões de anos, espera-se que o Sol se transforme numa anã branca. A taxa de radiação do sol é de aproximadamente $3,84 \times 10^{25}$ W com a superfície a uma temperatura de cerca de 5778 K (Pisacane, 2008).

O Sol possui um campo magnético que, juntamente com a sua rotação, faz com que possamos considerar a sua forma radialmente simétrica, mesmo com o seu raio polar diferindo do raio equatorial por cerca de 10 km.

A emissão de luz sobre a superfície de um satélite artificial gera o impacto de fótons sobre a mesma, que podem ser refletidos ou absorvidos. Este fato acarreta uma mudança na quantidade de movimento do satélite.

A radiação solar incidente diretamente sobre o satélite, ou a radiação solar refletida difusamente pela superfície da Lua, o albedo lunar, são as principais fontes de radiação capazes de alterar os elementos orbitais do satélite lunar.

Embora as duas forças de radiação solares citadas tenham a mesma origem, existe considerável diferença em sua formulação matemática, sendo necessário então, tratá-las separadamente. Assim, no presente trabalho trataremos apenas da perturbação devido ao albedo lunar.

É possível observarmos, até mesmo a olho nu, alguns nuances no relevo da Lua e até mesmo, com a utilização de instrumentos simples, a ocorrência de crateras.

As crateras da Lua podem ter se originado por atividade vulcânica ou por impacto, sendo a última mais frequente. Pelo fato de quase não possuir atmosfera, a Lua foi frequentemente atingida por corpos menores nas épocas primordiais do Sistema Solar. As crateras com protuberância no centro indicam que foram formadas por impacto, sendo que as protuberâncias surgiram devido ao derretimento das rochas provocadas pelo choque. As crateras com bordas claras também foram formadas por impacto e são relativamente jovens. Já as crateras geradas por atividades vulcânicas são mais raras e menores.

As regiões escuras na superfície lunar, constituindo cerca de 16% de toda a superfície, são chamadas de Maria (do latim *mares*) e as zonas claras são as terras altas e recebem o nome de terrae (do latim *terra*). Por alguma razão desconhecida os mares localizam-se na parte visível da Lua. Tal denominação foi dada por Johannes Kepler, mas, diz a lenda que as civilizações antigas acreditavam que tais regiões escuras, chamadas de mares, tratavam-se de oceanos que serviriam aos supostos habitantes da Lua.

A maioria das crateras lunares receberam nomes de famosos cientistas da história, tais como Tycho, Copérnico e Ptolomeu. Já a geografia do lado oposto recebeu referências modernas como Apollo, Gagarin e Korolev. Tal tendência russa se deve ao fato de que as primeiras imagens da Lua foram obtidas pela missão Luna 3.

A cinzenta superfície lunar apresenta uma considerável quantidade de rochas, fragmentos minerais derivados de outras rochas e finos sedimentos resultantes dos inúmeros impactos ocorridos. Esta camada do solo é chamada de regolito lunar, cuja espessura varia entre 2 metros nos mares mais jovens e 20 metros nas superfícies mais antigas. Sua composição química varia de acordo com a

localização: nas terras altas é rico em alumínio, nos mares é rico em ferro e magnésio.

De forma geral a superfície da Lua é composta por 42% de oxigênio, 21% de silício, 13% de ferro, 8% de cálcio, 7% de alumínio, 6% de magnésio e 3% de outros componentes. Dependendo da composição química do solo lunar abaixo do satélite, maior ou menor intensidade luminosa será refletida sobre ele.

Serão tratados os casos do satélite lunar a uma altitude de 15 km, devido ao fato da Lua não possuir atmosfera e possibilitar tal aproximação dos satélites, e do satélite lunar a uma altitude de 115 km, pois, o efeito do afastamento é compensado pela maior área lunar visível.

Sendo assim, albedo lunar é a fração da energia solar refletida difusamente da superfície lunar para o espaço, medida a partir da refletividade da superfície da Lua. Logo:

$$\text{albedo} = \frac{\text{radiação refletida para o espaço}}{\text{radiação incidente}} \quad (3.44)$$

Os valores possíveis para o albedo lunar podem variar desde 0 (completamente opaco) a 1 (completamente brilhante) e dependem das condições da superfície.

O efeito do albedo no satélite artificial pode variar segundo alguns fatores: posição do satélite, atitude do satélite, ou seja, a direção que o satélite aponta, e as propriedades ópticas da superfície do satélite, que podem afetar diretamente na parcela de radiação incidente que é absorvida, na parcela de radiação que é refletida regularmente e na parcela de radiação que é refletida difusamente.

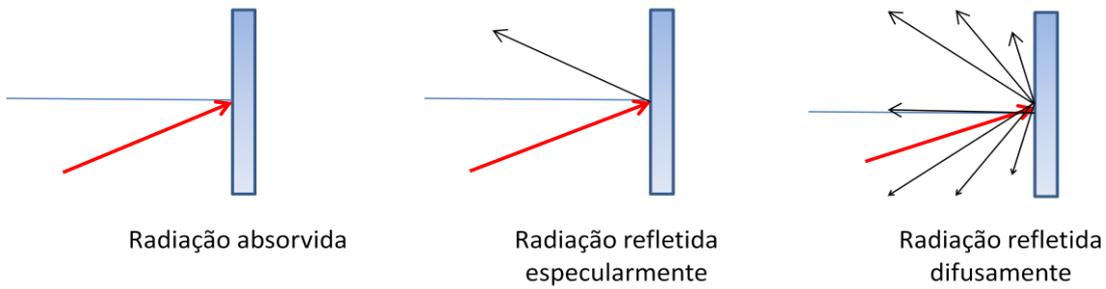


Figura 3.9 Reflexão em superfícies

Para classificar uma reflexão leva-se em conta a superfície. A reflexão regular, também chamada de reflexão especular, ocorre em superfícies lisas e polidas. Observa-se reflexão difusa em superfícies irregulares, havendo reflexão em várias direções. Podemos observar tal diferença na Figura 3.9.

A radiação solar inclui todas as ondas eletromagnéticas emitidas pelo Sol. Toda radiação que incide com um ângulo reto numa área de 1 m² a uma distância de 1 UA (149598200 ± 500 km) é 1371 ± 5 W/m², que é conhecida como constante solar (Stark, 1994). A radiação solar para uma distância d é dada por:

$$J_s = \frac{P}{4 \pi d^2} \quad (3.45)$$

em que P é a energia total emitida pelo Sol ($3,8 \times 10^{25}$ W) e d é a distância do satélite ao Sol.

A refletividade de cada ponto da superfície lunar é calculada medindo a quantidade de radiação recebida pelo satélite, dada por:

$$E_c = \frac{\rho f}{1 - S \rho} E_{AM0} \quad (3.46)$$

em que:

ρ é a refletividade da superfície refletora;

f é a fração da radiação refletida que atinge o satélite;

S é a fração da radiação refletida espalhada de volta para a superfície refletora;

E_{AM0} é a quantidade de radiação que atinge a superfície refletora.

Para o caso lunar temos que $f = 1$ e $S = 0$, pois a Lua não tem atmosfera.

Sendo assim, para o caso da Lua, a equação (3.46) se reduz a:

$$E_C = \rho E_{AM0} \quad (3.47)$$

A radiação solar incidente E_{AM0} atinge a superfície da Lua com um ângulo de incidência ϕ_{in} . Uma quantidade de fluxo radiante E_C refletido com um ângulo ϕ_{ref} , que depende das características da superfície lunar, atinge a superfície do satélite, como é visto na Figura 3.10.

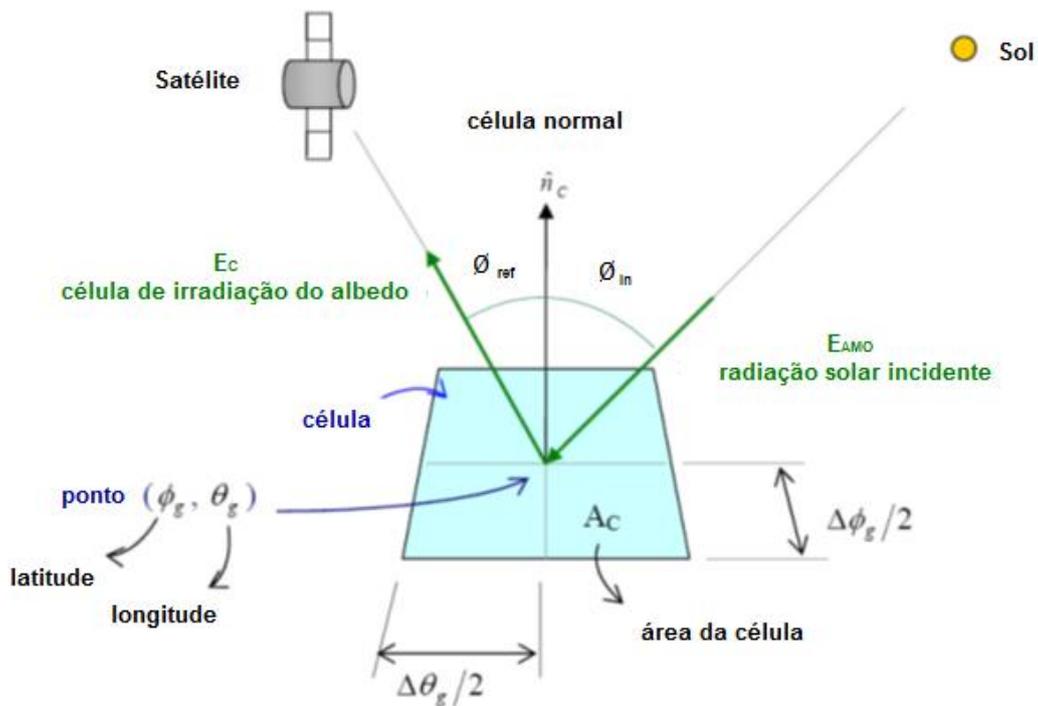


Figura 3.10 Radiação solar refletida pela superfície lunar

Fonte: Rocco (2008a)

A área de cada célula foi obtida por meio de superfícies de revolução, cujo desenvolvimento pode ser encontrado em Rocco (2008a).

O sistema de referência adotado no modelo encontra-se na Figura 3.11.

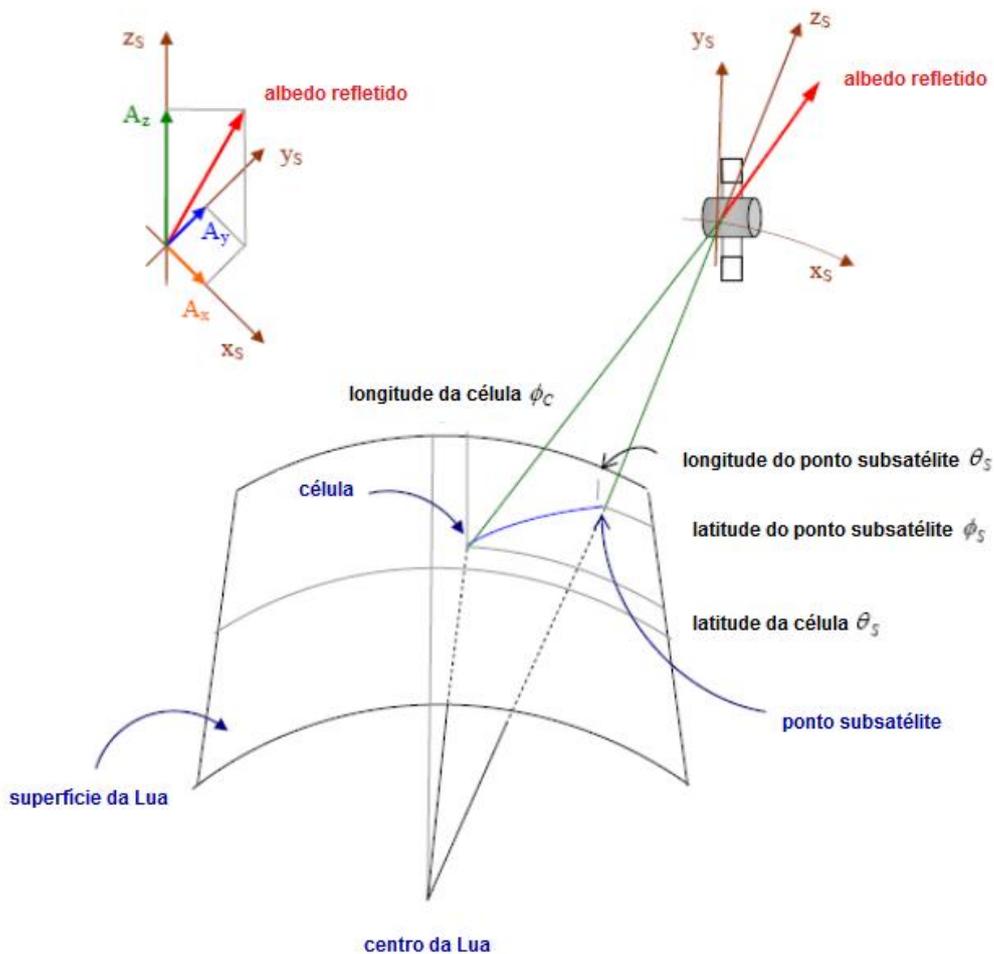


Figura 3.11 – Sistema de referência

Fonte: Rocco (2008a)

Como pode ser observado na Figura 3.11, o eixo x é paralelo ao plano do Equador terrestre, o eixo y está no plano que contém o meridiano do ponto subsatélite e o eixo z está na direção radial.

4 MODELOS UTILIZADOS

No presente capítulo serão apresentados os modelos utilizados para o desenvolvimento do trabalho, bem como as suas características mais relevantes.

4.1. O modelo LP100K

O campo gravitacional lunar foi até então determinado por meio de dados de missões lunares já realizadas. Uma das missões de maior contribuição foi a Lunar Prospector (1998-1999), que forneceu a primeira medição do campo gravitacional a partir de uma órbita circular baixa que cobriu com alta resolução todo o lado visível lunar inteiro. Porém, não existe medição direta do lado oculto da Lua, ficando então limitados os detalhes sobre a gravidade nesta região.

A partir dos dados da missão Lunar Prospector (LP) foram desenvolvidos, por pesquisadores da NASA, modelos gravitacionais lunares até grau e ordem 100 (LP100J e LP 100K) e grau e ordem 165 (LP165P).

O modelo LP100K foi estudado e utilizado para a realização de simulações de órbitas de satélites lunares, que será apresentado no presente capítulo.

4.1.1. A Missão Lunar Prospector

Lunar Prospector (LP) é a terceira missão do programa de exploração da NASA, denominado Discovery. O programa objetivava estabelecer metas para o desenvolvimento de missões de baixo custo para pesquisa espacial. A sonda LP é uma nave espacial estabilizada por spin. Possui forma cilíndrica com altura de 1,3 metros e diâmetro de 1,4 metros. O tambor exterior é coberto com painéis solares e três mastros igualmente espaçados por 2,5 metros. Tais barras são normais ao eixo de rotação e mantêm o espectrômetro e instrumentos magnéticos. A massa seca da espaçonave era de 158 kg.

Possuía 33 kg de propelente e após entrar em órbita lunar restaram 14 kg, que foram usados durante toda a missão (Konopliv, 2001).

LP foi lançada em 7 de janeiro de 1998, às 02h28min44s (UTC), no antigo Cabo Kennedy, hoje denominado de Cabo Canaveral, estado da Flórida - Estados Unidos (Konopliv, 2001).

Depois de uma série de manobras, a nave foi colocada numa órbita polar (inclinação $90,55^\circ$) quase circular (excentricidade 0,00046) com semi-eixo maior de 6478,2 km. Duas semanas depois, em 15 de janeiro, LP permaneceu numa órbita de altitude 100 km por cerca de um ano, para a realização da missão nominal. Isto proporcionou uma cobertura global para o experimento de gravidade, exceto quando a nave se ocultava, sempre que desaparecia atrás da Lua. Em 19 de dezembro de 1998, a altitude da LP foi reduzida para uma média de 40 km para calibrar o campo de gravidade, em preparação para uma longa missão. LP começou a sua missão em 29 de janeiro de 1999, quando a altitude da nave espacial foi reduzida para uma média de 30 km, a fim de se obter a gravidade sob maior resolução. No final da missão, em 31 de julho de 1999, a nave espacial LP foi arremessada contra uma das crateras próxima ao polo sul, a uma velocidade de 1770 km/h, em uma tentativa frustrada de detectar vapor de água na poeira que subiu do impacto. A razão de sacrificar uma sonda de US\$ 63 milhões é que os cientistas esperavam ver erguer uma nuvem de pó, detritos e, quem sabe, até 18 quilos de vapor d'água que poderiam ser detectados da Terra com a utilização de avançados telescópios. Porém, tal fato não ocorreu. A pesquisa prosseguiu com tal foco pois a missão Clementine, em 1994, coletou dados que indicavam a existência de depósitos de gelo no fundo de crateras do polo lunar. A existência dessa água é condição fundamental para a sobrevivência de astronautas e construção de bases permanentes.

Ao longo da missão, a LP detectou depósitos de gelo quase puros nos polos lunares, misturados à poeira. Supõe-se que esse gelo foi originado de impactos de cometas que caíram sobre a superfície da Lua.

Os pesquisadores tinham consciência da pequena chance de sucesso do fim da missão, estimada em menos de 10%, pois a nave seria lançada contra uma cratera de 50 km de diâmetro, podendo ou não acertar o gelo em cheio, e mesmo acertando, o impacto poderia não ser suficiente para erguer uma nuvem de vapor d'água.

4.1.2. O Modelo Gravitacional LP

Visto que, até o momento da modelagem utilizando os dados da missão LP, não houve observação direta do lado oculto lunar, as informações a respeito da gravidade vem do efeito a longo prazo observado na órbita dos satélites. Foi cogitada a possibilidade de um subsatélite para a missão LP com o objetivo de fornecer a medição direta da gravidade do lado oculto, mas foi cancelado a fim de reduzir custos.

Inicialmente, foram desenvolvidos, a partir dos dados da missão LP, modelos de grau 75 (LP75D e LP75G). Após o fim da missão, os modelos foram aprimorados, chegando aos modelos LP100J e LP100K, que incluíram uma destacada melhora no momento de inércia polar e vários novos mascons (abreviação, do inglês, “mass concentrations”), tanto do lado visível quanto do lado oculto, além de um aumento do grau para 100.

O modelo LP100J inclui os dados até 8 de fevereiro de 1999, ou seja, todos os dados da missão enquanto esta se encontrava numa órbita de 100 km, bem como quando se encontrava numa altitude média de 40 km durante 40 dias e também os primeiros 10 dias de órbita com altitude média de 30 km. Dando sequência, foi desenvolvido o modelo LP100K, em que foi adicionado o restante dos dados da missão LP.

Todos os modelos LP também incluem todos os dados disponíveis de missões anteriores, como Lunar Orbiter IV, Apollo 15 e 16 e Clementine.

Os modelos LP100J e LP100K fornecem a melhor precisão de determinação da órbita quando levado em consideração uma otimização no tempo computacional. As incertezas geradas nas órbitas foram de 0,5 metros na direção radial (altitude) e 5 metros nas duas outras direções (ao longo do vetor velocidade e perpendicular ao plano da órbita). No entanto, os modelos LP devem prever com precisão o comportamento de qualquer altitude em uma órbita circular para inclinações maiores do que 80°.

Uma tentativa foi feita para modelar o campo gravitacional em graus mais elevados do que 100, mas não chegam a 180. Utilizando um método semelhante para a determinação do modelo de grau 180 para Venus (Konopliv et al., 2001), um modelo de grau 165 (LP165P) foi estimado. Esta solução foi iniciada em 122 graus e, em seguida foi adicionado até grau 145 e só depois grau 165. Mas este processo não foi tão bem sucedido como no caso de Vênus. Existe uma baixa precisão dos dados entre os graus 122 e 145, muito provavelmente devido à falta de cobertura do lado oculto lunar.

4.1.3. Modelagem da Gravidade

O potencial gravitacional lunar é modelado por uma expansão dos harmônicos esféricos com coeficientes normalizados ($\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$), dado pela Equação (3.38) da seção 3.3.1.

4.1.4. Utilização do Modelo LP100K

O modelo GRAVITYSPHERICALHARMONIC, do *software* Matlab®, é uma representação dos harmônicos esféricos devido à gravidade planetária, baseada no potencial gravitacional do planeta (Konopliv, 2001).

A rotina exige como parâmetro de entrada: a escolha do modelo planetário, em que existe a possibilidade de se trabalhar com a Terra, a Lua, Marte, ou

personalizar a escolha do corpo estudado; a determinação de um valor para grau e ordem, usando os valores até 100 e 165 nas rotinas LP100K e LP165P, respectivamente; e um arquivo já existente, contendo os parâmetros gravitacionais planetários, o raios equatorial do planeta, o grau e ordem máximos e as matrizes dos coeficientes harmônicos esféricos normalizados.

A saída calculada inclui os valores da gravidade, em metros por segundo ao quadrado, nos eixos x, y e z. A partir dos valores da aceleração da gravidade é possível obter as variáveis de estado e, conseqüentemente, os elementos orbitais que caracterizam a órbita do satélite.

Utilizando o modelo GRAVITYSPHERICALHARMONIC foi criada a sub-rotina Gravity_Moon, utilizada para as simulações do movimento orbital de satélites artificiais ao redor da superfície da Lua.

4.1.5. Vetor Aceleração da Gravidade

Baseado nas leis de Kepler e combinando-as com as três leis do movimento, Issac Newton elaborou a lei da Gravitação Universal, dando finalmente sentido ao movimento de todos os corpos celestes, independentemente de qual seja o tipo de órbita percorrida por eles. Newton provou que, para o caso do Sol e de um planeta, se a força entre os dois corpos for inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles, a órbita descrita pelo planeta seria elíptica, como afirmava a primeira lei de Kepler. Depois, Newton generalizou a sua teoria para quaisquer dois corpos do universo. A lei da Gravitação de Newton afirma que dois corpos atraem-se mutuamente sempre com força de intensidade diretamente proporcional ao produto das massas dos corpos e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa seus centros de massa, e é dada por:

$$\vec{F} = -\frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (4.1)$$

em que G é a constante gravitacional cujo valor é $6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, \vec{r} é o vetor que vai da massa m_1 até a massa m_2 e \hat{r} é o vetor unitário nessa mesma direção.

A teoria de Newton foi publicada em 1686, mas a determinação experimental exata de G foi feita um século depois, por Cavendish.

Das lendas que cercam Sir Isaac Newton, talvez a mais famosa seja a queda da maçã sobre sua cabeça, ocorrida em 1666, quando ele estava debaixo de uma macieira, durante os chamados “anos milagrosos” de Newton. De acordo com o suposto relato de sua sobrinha, isso teria motivado o físico a buscar o motivo pelo qual os corpos eram atraídos para o centro da Terra e buscar uma relação disso com o movimento dos corpos celestes em órbita.

Com o objetivo de validar a relação entre a força gravitacional e o inverso do quadrado da distância, Newton fez uma comparação entre a aceleração da Lua na sua órbita e aceleração de um corpo na superfície terrestre, como por exemplo, a maçã que caiu em sua cabeça.

Newton admitiu, como hipótese inicial, que a causa da aceleração para os dois casos era a atração gravitacional da Terra e, depois, admitiu que a Terra e a Lua pudessem ser tratadas como partículas puntiformes, com as massas concentradas em seus centros de massa.

Porém, na época em que os *Principia* foram escritos por Isaac Newton, havia distinção entre os conceitos de massa como medida da quantidade da inércia e de massa gravitacional.

A massa como medida de quantidade de inércia, segundo o Princípio Fundamental da Dinâmica, é a constante de proporcionalidade entre a força resultante e a aceleração

$$F = m a \quad (4.2)$$

Já a massa gravitacional é relacionada como uma reação dos corpos à ação gravitacional, sendo os termos m e M da expressão

$$F = \frac{G M m}{r^2} \quad (4.3)$$

Tal diferença foi superada por Albert Einstein com a Teoria da Relatividade Geral (1879-1955), que se baseava no conceito de massa para medir as duas variáveis distintas: a inércia e a gravitação.

Logo, a força gravitacional e o peso têm o mesmo valor desde que desprezemos os efeitos da rotação planetária.

Sendo assim

$$\frac{G M m}{r^2} = m g \quad (4.4)$$

Portanto

$$g = \frac{G M}{r^2} \quad (4.5)$$

A Expressão (4.5) fornece o valor da aceleração gravitacional g de um planeta a uma distância r do seu centro de massa. Seu valor depende também da massa do planeta, mas não da massa do corpo que sofre a aceleração.

Sendo assim, para o caso de um satélite artificial orbitando ao redor da superfície lunar, podemos concluir que o valor da aceleração da gravidade sobre o corpo vai variar em função da altitude. O mesmo acontece se considerarmos a perturbação devido à distribuição não uniforme de massa da Lua, como mostrado nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, que ilustram três casos: o satélite lunar em uma órbita entre 2 km e 100 km de altitude; o satélite artificial

lunar em uma órbita entre 202 km e 302 km de altitude; e o satélite artificial lunar na região limite da esfera de influência lunar, entre 66202 km e 66302 km.

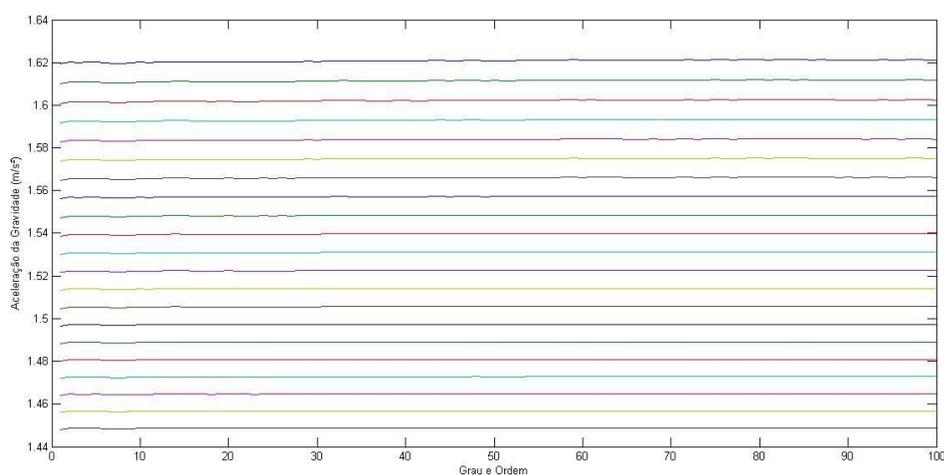


Figura 4.1 – Aceleração da gravidade sobre um satélite artificial lunar em uma órbita entre 2 km e 100 km de altitude

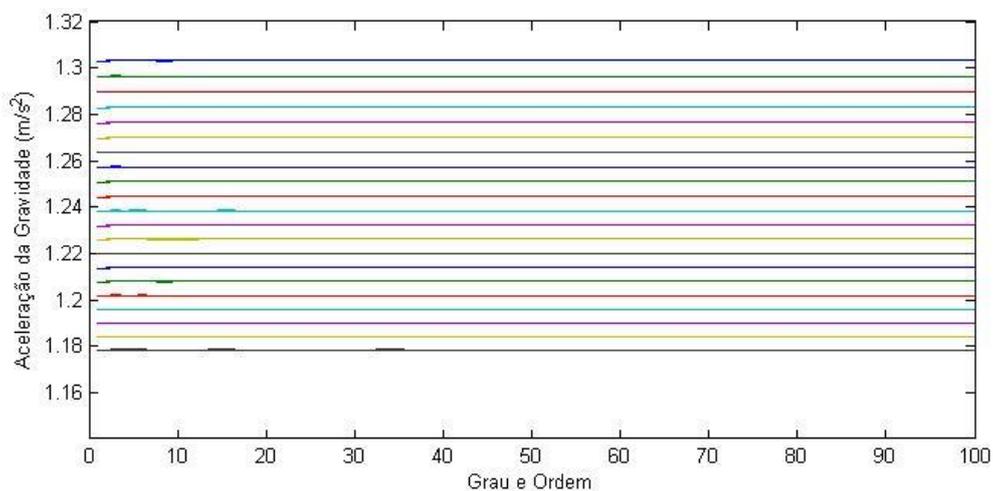


Figura 4.2 - Aceleração da gravidade sobre um satélite artificial lunar em uma órbita entre 202 km e 302 km de altitude

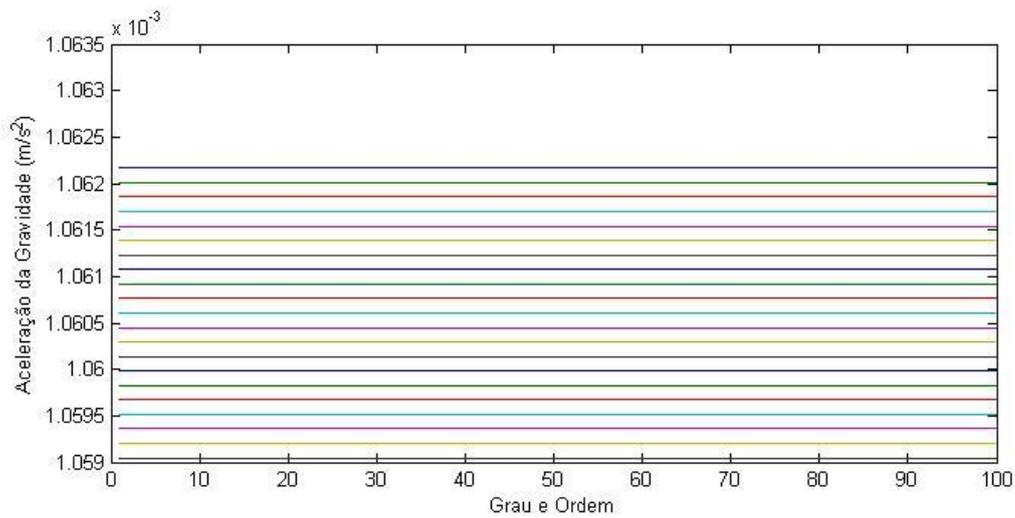


Figura 4.3 - Aceleração da gravidade sobre um satélite artificial lunar em órbita no limite da esfera de influência da Lua, entre 66202 km e 66302 km

As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 ilustram o resultado de três simulações com o objetivo de analisar o comportamento do vetor aceleração da gravidade nos casos de um satélite artificial lunar estar em uma órbita baixa entre 2 km e 100 km de altitude, em uma órbita alta, entre 202 km e 302 km de altitude e, na região limite da esfera de influência lunar, entre 66202 km e 66302 km de altitude, quando consideramos a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar.

Os valores numéricos obtidos para o vetor aceleração da gravidade obtidos nas simulações que resultaram as Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 encontram-se na Tabelas C.1, C.2 e C.3 do Apêndice C.

As oscilações observadas em alguns pontos das linhas formadas nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, principalmente nos primeiros valores de grau e ordem simulados, se devem ao fato de existirem diferenças entre os valores obtidos para o vetor aceleração da gravidade quando variados o grau e ordem para uma mesma altitude. Tal diferença pode ser vista claramente nas Tabelas C.1, C.2 e C.3 do Apêndice C.

Nos três casos, cada linha representa uma simulação em um determinado valor de altitude, que foi alterado a cada 5 km.

Sendo assim, notamos que o valor do vetor aceleração da gravidade resultante sobre o satélite diminui em função do aumento de altitude, como previsto.

As Figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9 mostram a variação do valor da aceleração da gravidade em função da variação dos valores de grau e ordem, para dois valores distintos de altitude em cada um dos três casos estudados.

Todas as figuras com o comportamento do vetor aceleração da gravidade em função da variação dos valores de grau e ordem, a cada 5 km de altitude, dentro do intervalo de altitude estudado, encontra-se no Apêndice D.

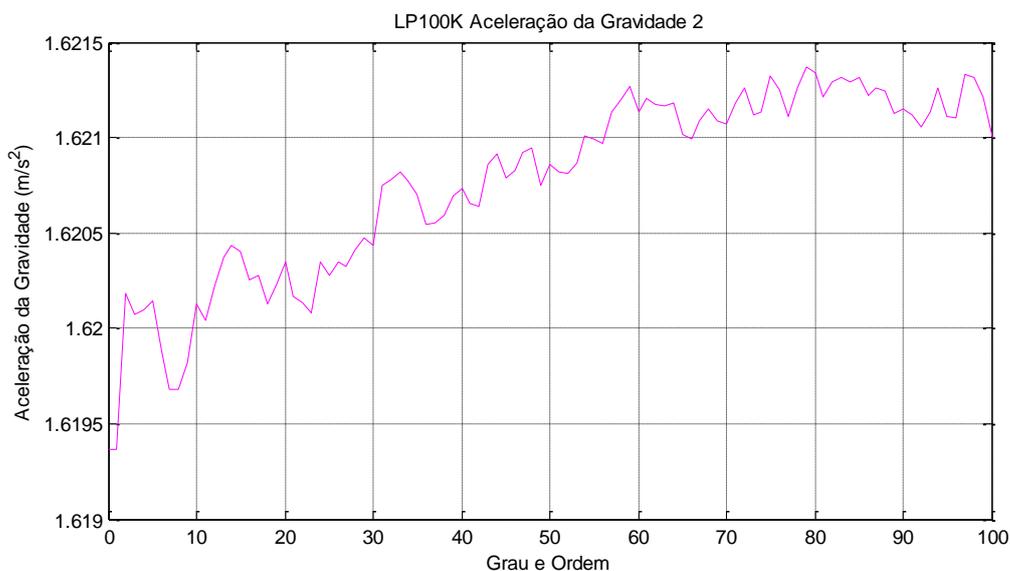


Figura 4.4 – Órbita com 2 km de altitude

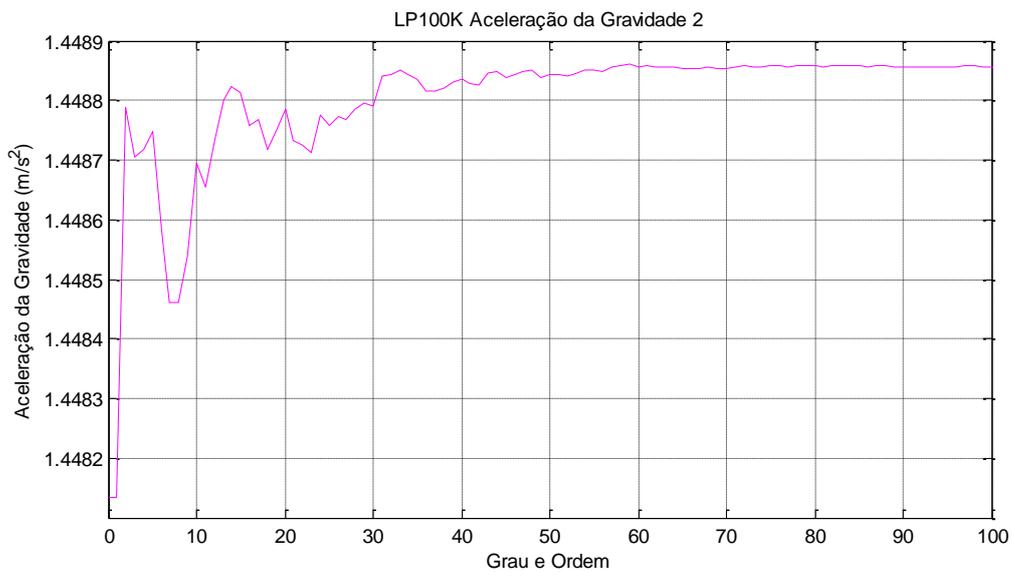


Figura 4.5 – Órbita com 102 km de altitude

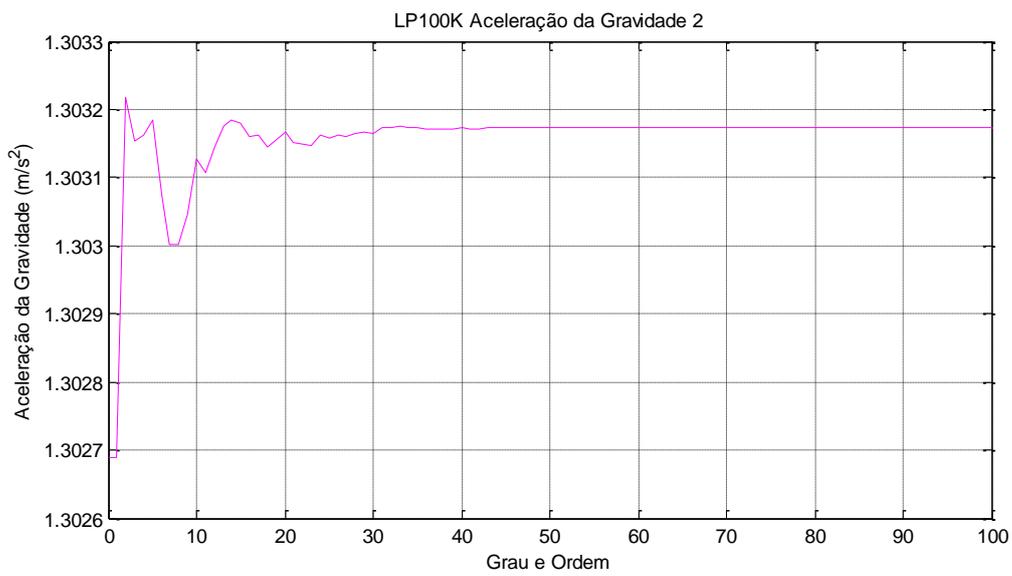


Figura 4.6 – Órbita com 202 km de altitude

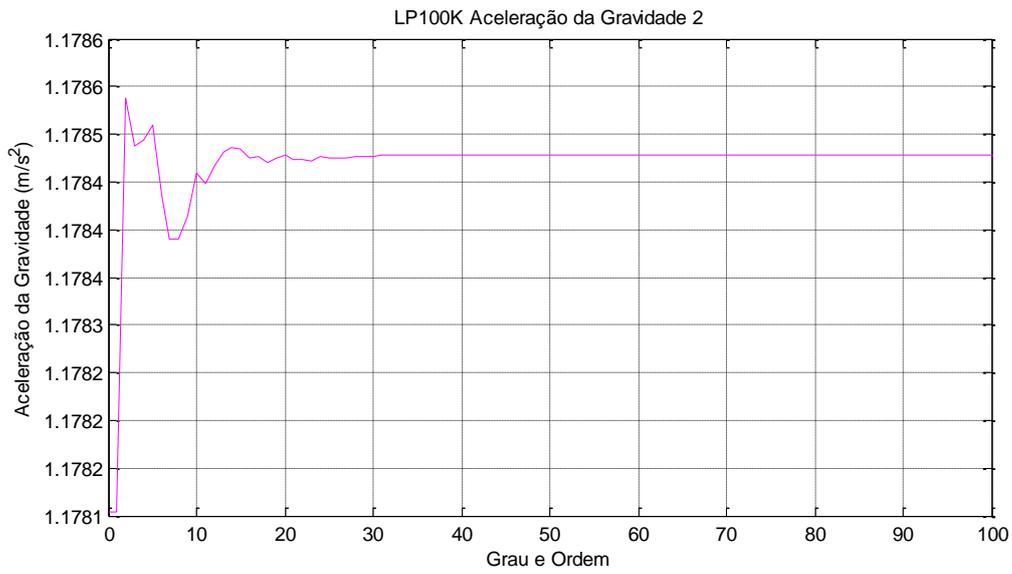


Figura 4.7 – Órbita com 302 km de altitude

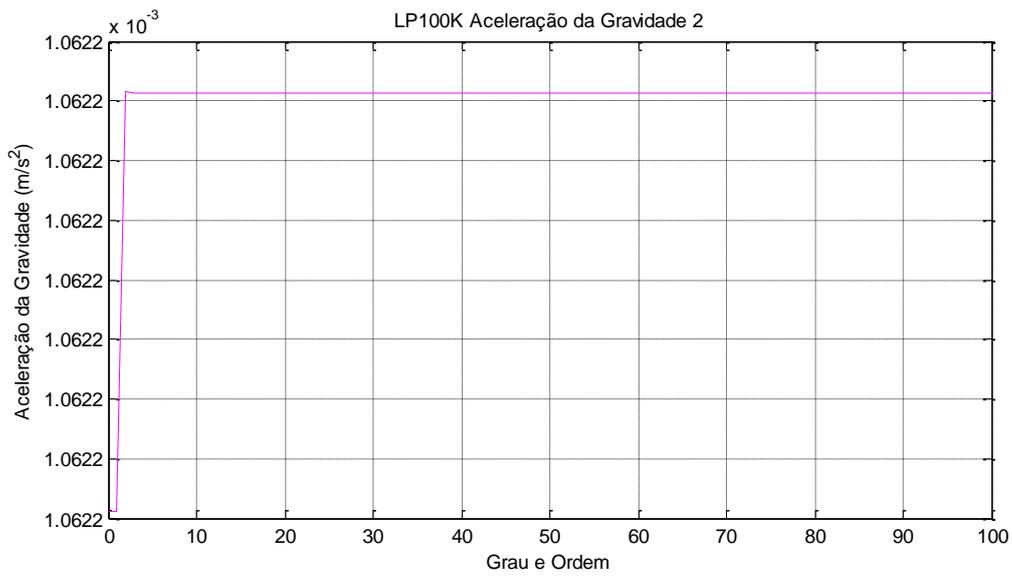


Figura 4.8 – Órbita com 66202 km de altitude

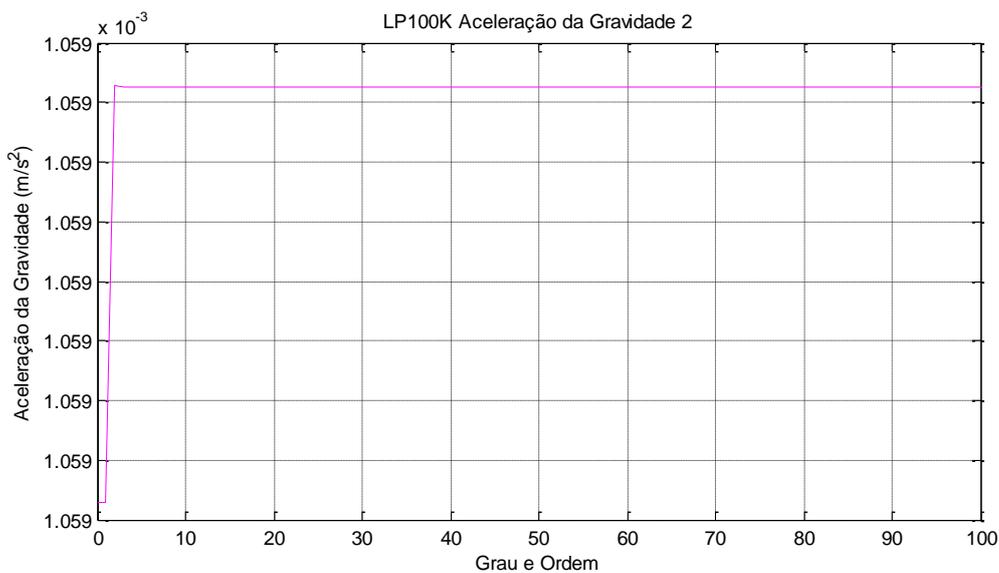


Figura 4.9 – Órbita com 66302 km de altitude

Pelas Figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9, podemos observar que o valor da aceleração da gravidade sobre o satélite artificial tende a estabilizar quando considerados valores altos para grau e ordem.

Em alguns casos, é importante que seja adotado o menor valor possível para grau e ordem, visto que isto pode trazer alguns benefícios como, por exemplo, diminuição do esforço computacional, útil em missões e simulações por diminuir o tempo necessário para a obtenção de resultados.

Sendo assim, é necessário adotar um menor valor possível para grau e ordem para cada missão, dependendo da altitude do satélite.

Porém, é possível observar que não existe um único valor mais adequado para grau e ordem, pois o vetor aceleração da gravidade resultante sobre um satélite varia conforme a altitude do mesmo.

Também é possível observar nas Figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9 que, quanto maior a altitude do satélite, menor é a influência do potencial

gravitacional lunar sobre ele e o valor da aceleração da gravidade tende a estabilizar a partir de valores mais baixos de grau e ordem.

4.2. The Earth Albedo Model

O modelo utilizado por Rocco (2008a,2009) foi implementado em Matlab/Simulink®. A seguir será apresentada a descrição dos subsistemas utilizados baseado na Figura 4.10, que é uma representação ilustrativa de uma das janelas do simulador que contém o modelo do albedo terrestre. Por ela podemos ver o fluxo dos sinais utilizado no modelo do albedo, onde é possível ver a sequência do que acontece no modelo. Uma breve discussão é feita no item a seguir.

4.2.1. Descrição dos Subsistemas

Para calcular o albedo da superfície lunar é necessário que sejam determinados o vetor de estado do satélite e o vetor solar. O vetor de estado é obtido a partir dos elementos keplerianos atribuídos ao satélite e o vetor solar é calculado no subsistema *Sun Vector* (3 Vetor solar).

A partir dos vetores de estado e solar a condição de iluminação do satélite é calculada no subsistema *Illumination* (2 – Iluminação).

Esses vetores são calculados considerando o sistema geocêntrico inercial com referência no equinócio vernal J2000 (ECI), também chamado de sistema cartesiano celeste. Porém, para o cálculo do albedo é necessário transformar esse sistema de coordenadas para o sistema de coordenadas geocêntrico terrestre (ECEF). Essa transformação é feita no subsistema *Geocentric Inertial Frame to Geocentric Terrestrial Frame* (4 – Mudança do sistema de coordenadas). Com esse novo sistema de coordenadas, o ângulo de incidência da luz em cada célula e o ângulo de incidência da luz sobre o satélite são calculados nos subsistemas *Albedo Irradiance* (5 – Albedo refletido), *Incident*

Angle at Grid Point (6 – Ângulo de incidência sobre a célula) e *Incident Angle at the Satellite* (7 – Ângulo de incidência sobre o satélite).

O subsistema *Albedo Irradiance* mostra a intensidade do albedo recebido pelo satélite a partir de cada célula da superfície terrestre visível pelo satélite. O albedo total incidente sobre o satélite é a soma vetorial de todos os vetores de albedo que incidem sobre a superfície do satélite.

O subestima *Subsatellite Point* (8 – Ponto subsatélite) fornece a longitude e a latitude do ponto em que o satélite se encontra sobre a superfície da Terra. Depois disso, é feita a determinação da longitude e da latitude de cada célula, e as informações são salvas nas matrizes *cell_albedo* e *cell_latitude*. A partir dessas matrizes e das coordenadas do satélite são calculadas no subsistema *Albedo of Each Cell* (10 – Albedo de cada célula) as matrizes *cell_albedo_x*, *cell_albedo_y*, *cell_albedo_z*. No subsistema *Albedo Sum* (11 – Soma do albedo total) é feita a soma vetorial do albedo resultante.

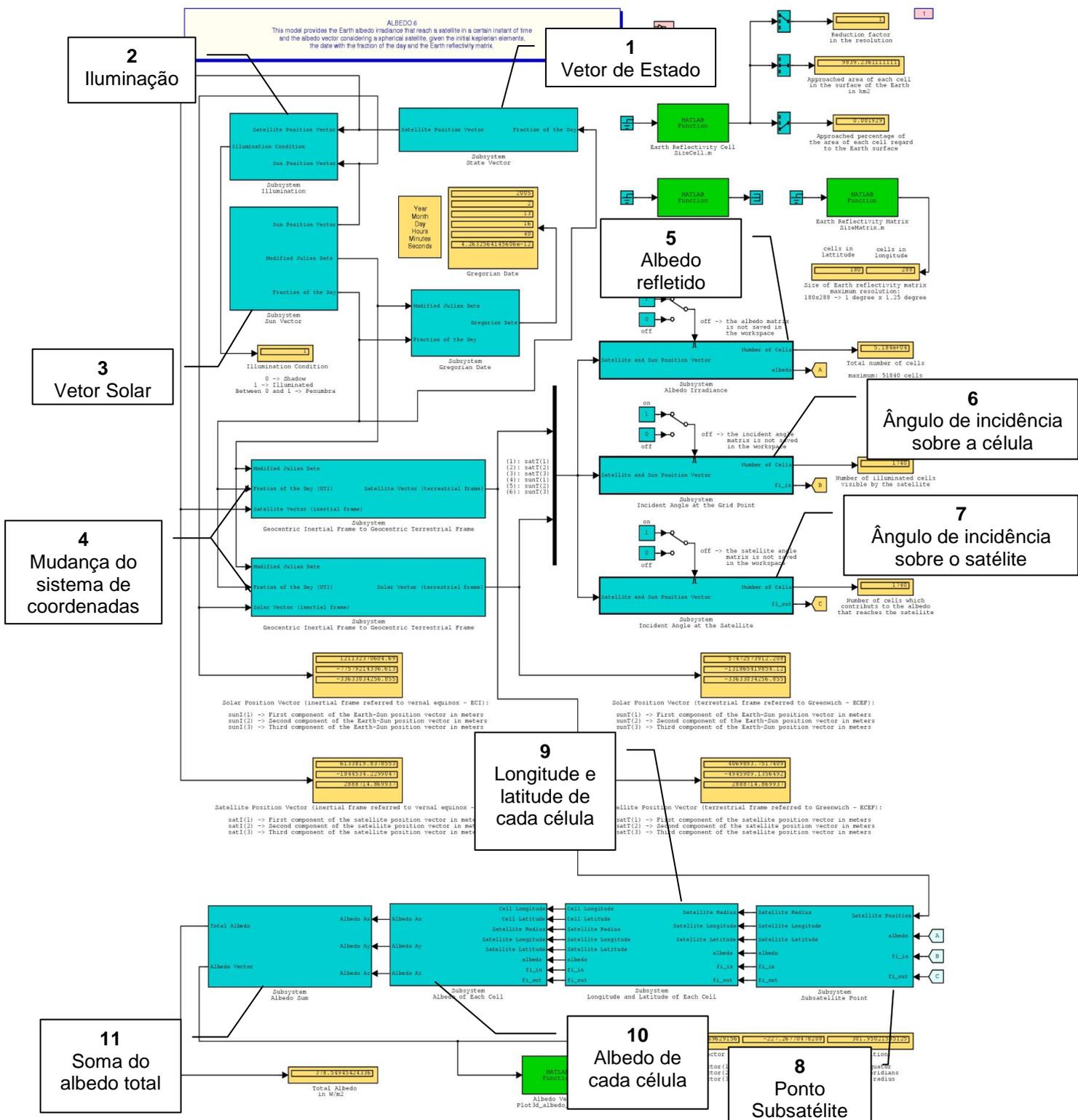


Figura 4.10 – Arquitetura do modelo do albedo terrestre

Fonte: Rocco (2008)

5 ABORDAGEM UTILIZADA PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Visto que o objetivo do trabalho é estudar e simular manobras orbitais de satélites artificiais ao redor da superfície lunar, a partir do estudo de uma teoria analítica, a modelagem simplificada das perturbações orbitais lunares foi inserida no ambiente de simulação Spacecraft Trajectory Simulator para serem analisados os efeitos causados no controle da trajetória orbital.

O STRS foi desenvolvido por Rocco (2008b) em ambiente de simulação Matlab/Simulink®.

O simulador opera com algumas características específicas: em malha fechada, de forma discreta, visando diminuir ao máximo os erros de regime ou desvios de estado, ou seja, calculando o estado do veículo espacial (posição e velocidade) a cada passo de simulação, definido como um dos parâmetros de entrada para o simulador; e utilizando propulsão contínua, em que é assumido que o motor seja capaz de aplicar um empuxo finito durante um tempo diferente de zero.

O diagrama de blocos da Figura 5.1 representa o sistema de controle da trajetória orbital em malha fechada utilizado pelo STRS.

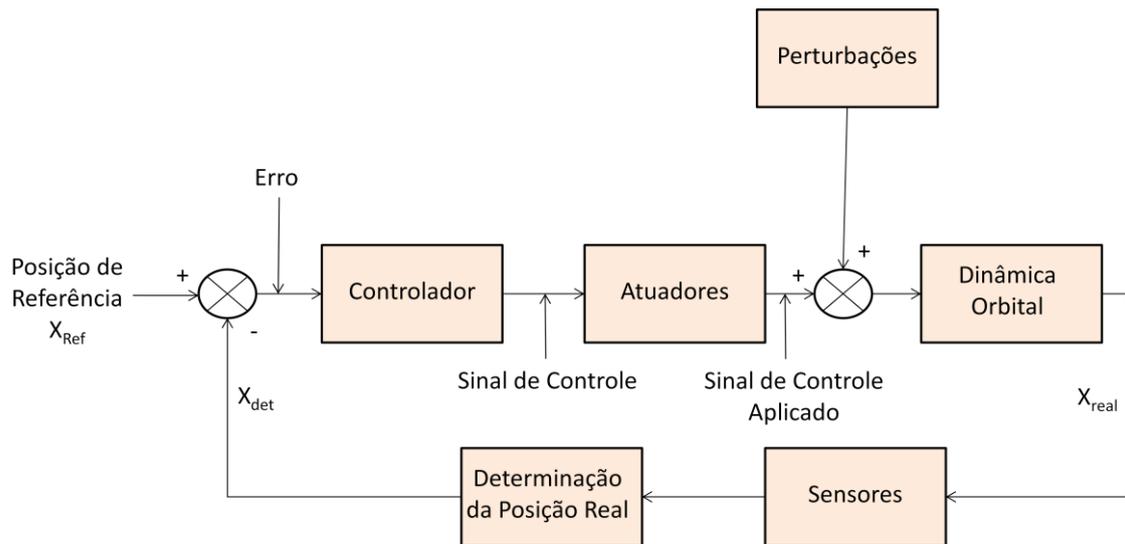


Figura 5.1. Controle em malha fechada da trajetória

Primeiramente determina-se um estado de referência (X_{ref}), uma estimativa ótima da trajetória a ser seguida pelo satélite, a partir dos objetivos da missão. Esta referência é comparada com o estado real do satélite (X_{det}), que é obtido por meio de sensores. Essa comparação gera um sinal de erro, que será a entrada do controlador. O controlador utiliza as técnicas PID (proporcional, integral e derivativo) para gerar o sinal de controle que será enviado para os atuadores, definindo a magnitude e a direção das correções a serem aplicadas. A saída do atuador, somada às perturbações ou distúrbios externos, serão inseridas à dinâmica do movimento orbital, determinando a posição e a velocidade atuais do satélite. Por meio de sensores são coletados parâmetros referentes à posição real do satélite (X_{det}), que é novamente comparada com a posição de referência (X_{ref}), que gera um erro e o ciclo do sistema de controle recomeça.

A dinâmica do movimento orbital pode ser determinada resolvendo a equação de Kepler a cada passo definido como parâmetro de entrada no simulador (STRS).

Dados um estado inicial e um intervalo de tempo, resolvendo o problema inverso de posicionamento de um satélite, é possível determinar os elementos

keplerianos da órbita. Utilizando a equação de Kepler obtêm-se os elementos propagados para o intervalo de tempo considerado como entrada para a simulação. A partir dos novos elementos keplerianos, é possível obter o estado propagado resolvendo o problema direto de posicionamento de um satélite.

5.1. Perturbação devido ao potencial gravitacional lunar

A abordagem para a perturbação gerada pelo potencial lunar foi feita a partir de um estudo avaliando a influência do potencial gravitacional lunar, modelada por meio de harmônicos esféricos, sobre a aceleração da gravidade. Tal abordagem foi realizada de acordo com o modelo apresentado em Konopliv (2001).

Tal modelo fornece as componentes x , y e z para a aceleração da gravidade, sendo possível considerar os harmônicos esféricos até grau e ordem 100. Considerando o movimento orbital simulado pelo STRS pode-se obter o vetor aceleração da gravidade em cada instante de tempo ao longo da órbita de um satélite artificial. A partir da comparação da aceleração gravitacional que seria gerada por um campo de força central e da aceleração gerada pelo campo fornecido pelo modelo de Konopliv pode-se obter a variação de velocidade perturbadora aplicada ao veículo.

5.2. Perturbação devido ao albedo lunar

O modelo da perturbação causada pelo albedo lunar foi baseado na refletividade da superfície da Lua.

Devido à variedade de composição do solo lunar, este será dividido em células, para assim estudarmos o comportamento da luz incidente em cada divisão. A luz incidente na superfície da Lua e refletida por cada célula será usada para calcular o fluxo total incidente na superfície do satélite artificial. Tal radiação emitida sobre o satélite será calculada usando um modelo baseado no modelo

desenvolvido por Rocco (2008a, 2009 e 2010), que estudou o comportamento do albedo terrestre.

As dimensões das células, bem como a quantidade, podem variar, podendo possuir, no mínimo 1 célula e no máximo 51840 células.

Para o caso em que a superfície da Lua é dividida em 51840 células, cada célula tem 1 grau de latitude e 1,25 grau de longitude. D é definida como uma célula de dimensões $\phi \times \theta$, em que ϕ representa a latitude e θ representa a longitude.

Logo

$$D = \begin{cases} \phi = (0, \Delta\phi_g, 2\Delta\phi_g, \dots, 179\Delta\phi_g) \\ \theta = (0, \Delta\theta_g, 2\Delta\theta_g, \dots, 287\Delta\theta_g) \end{cases} \quad (5.1)$$

Visto que é levada em consideração apenas a radiação solar que quando incide na superfície da Lua é refletida sobre o satélite, é necessário sabermos a posição do Sol, da Lua e do satélite, cujo movimento foi modelado e inserido no simulador.

Para cada célula é atribuído um valor para refletividade, em que 1 representa total reflexão da luz incidente e 0 total absorção, ou seja, células com cor próxima ao branco receberão valores próximos a 1 e células com cor próxima a preto receberão valores próximos a 0.

Sendo assim, para que seja feita a leitura da imagem, bem como a sua divisão e atribuição de valores para cada célula, primeiramente é necessário que a imagem da Lua seja modificada, a partir de comandos do software Matlab®, para conter apenas tons de cores entre branco e preto.

Em seguida, foi feita uma calibração da figura da Lua, fazendo com que a leitura da imagem como uma única célula seja exatamente igual ao albedo médio da Lua, que é 0,12.

A imagem já calibrada foi dividida em células e, fazendo uso de uma rotina capaz de gerar a média de pixels de cada célula e assim, atribuir um valor correspondente ao albedo naquela célula, foi montada a matriz de refletividade da superfície da Lua.

No presente trabalho foram tratados os casos em que a superfície lunar foi dividida em 1, 12, 160, 240, 360, 416, 504, 640, 792, 1025, 1440, 2052, 3240, 5760, 12960 e 51840 células.

6 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Este capítulo tem como finalidade apresentar os resultados obtidos com as simulações de manobras orbitais ao redor da superfície da Lua quando utilizado propulsão contínua e controle de trajetória em malha fechada, bem como considerados os efeitos perturbativos, devido ao potencial gravitacional e ao albedo lunar sobre a órbita do satélite artificial.

Os resultados apresentados estão divididos em três diferentes casos: simulações em que é considerada apenas a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar; simulações em que são considerados os efeitos perturbativos devido ao albedo lunar; e simulações em que são consideradas as duas forças perturbativas simultaneamente.

A descrição das simulações feitas encontra-se no Apêndice E.

6.1. Simulações orbitais considerando o potencial gravitacional lunar

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com as simulações considerando apenas o potencial gravitacional lunar.

Foram analisados os seguintes casos: perturbação orbital devido ao achatamento lunar considerando o termo J_2 ; perturbação orbital devido ao achatamento lunar e elipticidade equatorial devido aos termos J_{100} e C_{100} ;

6.1.1. Simulações orbitais considerando achatamento lunar

Na presente seção serão apresentados os resultados de duas diferentes simulações, ambas realizadas durante 86400 s, ou seja, 1 dia, considerando os termos devido ao achatamento lunar de grau 2. Para os dois casos os propulsores são acionados quando o tempo de simulação atingir 2000 s e desligados quando o semi-eixo maior atingir o valor de 4000 km.

Na primeira simulação o satélite parte de uma órbita lunar baixa para uma órbita alta com empuxo tangencial, utilizando propulsão contínua de baixo

empuxo (2N), caracterizando o uso de propulsão elétrica, como visto na Figura 6.1. Na segunda simulação considera-se aplicação de alto empuxo (20 N), caracterizando o uso de propulsão química, aplicado durante um arco de 5 graus em torno do periapse, como visto na Figura 6.2. Para as simulações 1 e 2 foram considerados os efeitos da perturbação e da ação dos propulsores simultaneamente.

Os valores numéricos que caracterizam as órbitas das duas simulações encontram-se nas Tabelas 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4.

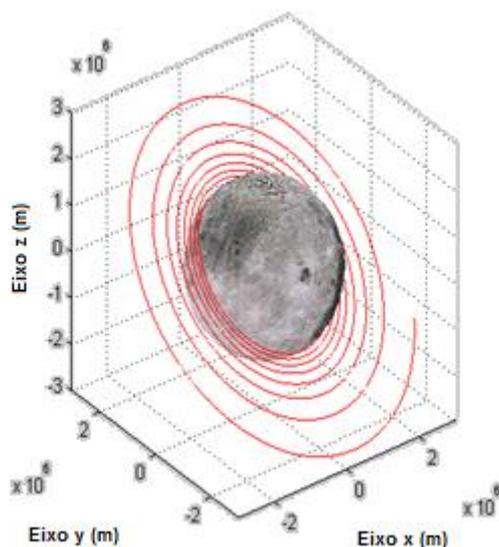


Figura 6.1 - Trajetória do satélite na simulação 1

Tabela 6.1 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 1

Altitude (km)	2341,8208214558
Massa total de propelente (kg)	6,5870039506282
Período (s)	22700,018404941
Número de órbitas	3,8061643148797

Tabela 6.2 – Valores iniciais e finais dos elementos orbitais na simulação 1

	Inicial	Final
Semi-eixo maior (m)	1800000	3999621,5952361
Excentricidade	0,001	0,040661027880591
Inclinação (graus)	45	44,999999875908
Ascensão reta do nodo ascendente (graus)	20	20,000000001886
Argumento do periapse (graus)	100	175,92103324172
Anomalia média (graus)	1	138,6585270898

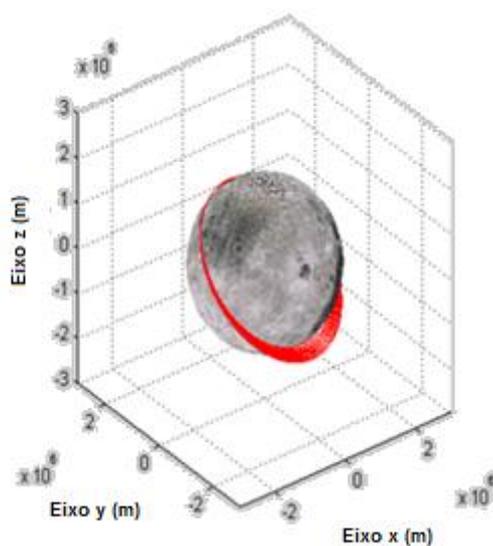


Figura 6.2 - Trajetória do satélite na simulação 2

Tabela 6.3 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 2

Altitude (km)	364,05496953538
Massa total de propelente (kg)	1,7869733374175
Período (s)	7998,9262203779
Órbitas	10,801449797085

Tabela 6.4 – Valores iniciais e finais dos elementos orbitais na simulação 2

	Inicial	Final
Semi-eixo maior (m)	1800000	1995488,706555
Excentricidade	0,001	0,098762565687
Inclinação (graus)	45	44,999996429342
Ascensão reta do nodo ascendente (graus)	20	20,000000271097
Argumento do periapse (graus)	100	108,6968135039
Anomalia média (graus)	1	223,12219552805

Para ilustrar a capacidade do sistema de controle de lidar com o efeito da perturbação orbital, as Figuras 6.3 a 6.5 consideram o caso em que apenas deseja-se a correção da trajetória, cujo objetivo era acionar o sistema de controle para que fossem minimizados ao máximo os efeitos da perturbação

sobre a órbita do satélite. Pela Figura 6.3 podemos notar que a força no propulsor atua no sentido de corrigir os efeitos causados pela força perturbadora. São expostos os resultados dos incrementos de velocidade devido ao controle e à força perturbadora atuando nos eixos x, y e z, mostrando que o sistema de controle é capaz de corrigir os efeitos da perturbação sobre o satélite lunar quando considerados os efeitos causado pelo achatamento lunar de grau 2.

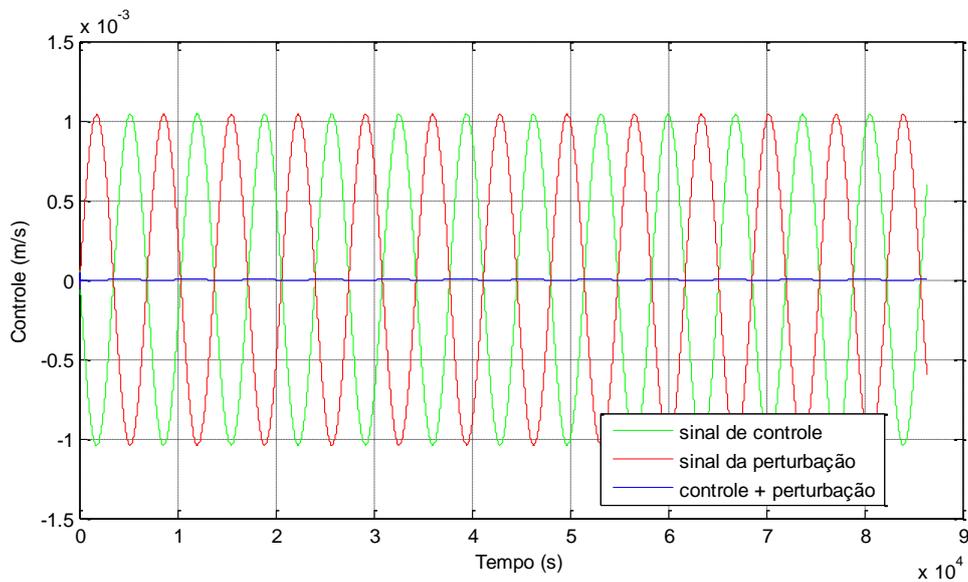


Figura 6.3 – Sinal de controle e sinal da perturbação sobre o satélite (eixo x)

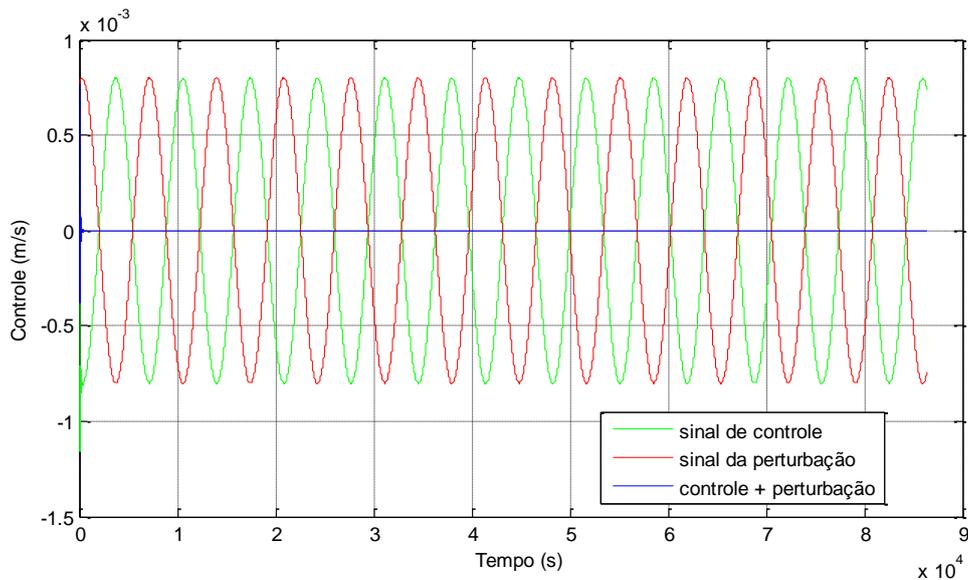


Figura 6.4 – Sinal de controle e sinal da perturbação sobre o satélite (eixo y)

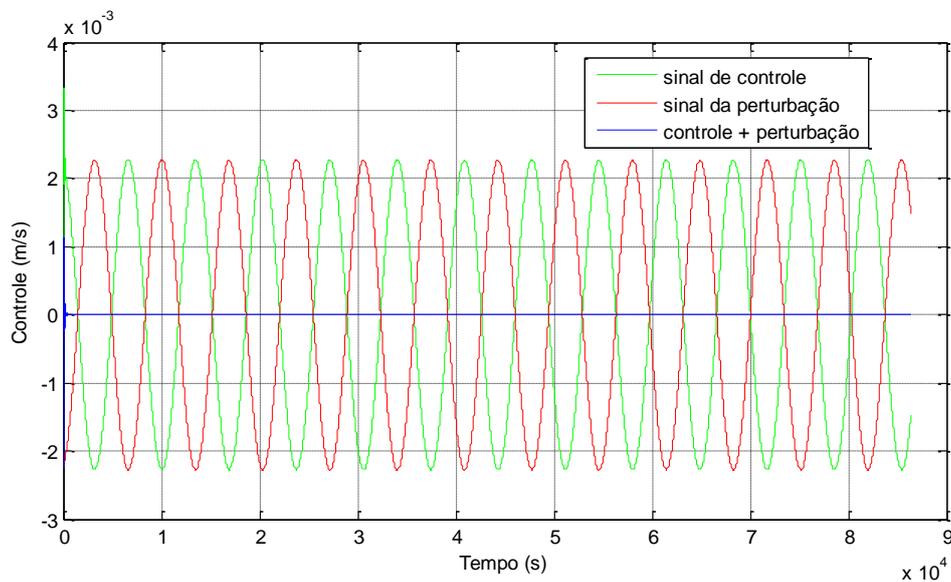


Figura 6.5 – Sinal de controle e sinal da perturbação sobre o satélite (eixo z)

A seguir serão expostos os resultados obtidos nas simulações 1 e 2 para o estudo do comportamento dos elementos orbitais, massa de propelente, empuxo aplicado sobre o satélite, altitude alcançada e a perturbação atuando sobre o satélite ao longo da trajetória.

As Figuras 6.6 e 6.7 mostram o comportamento do semi-eixo maior nos dois casos estudados.

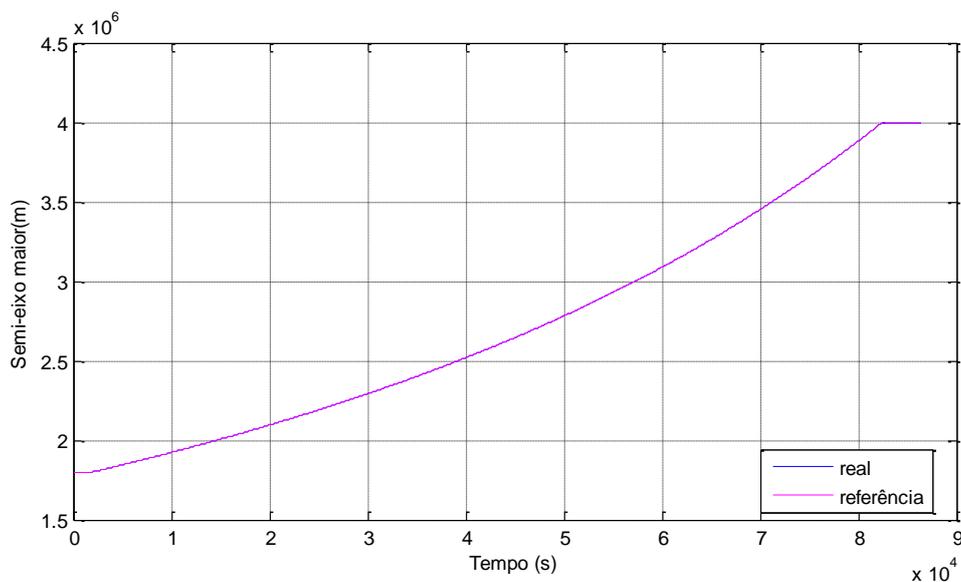


Figura 6.6 – Semi-eixo maior do satélite na simulação 1

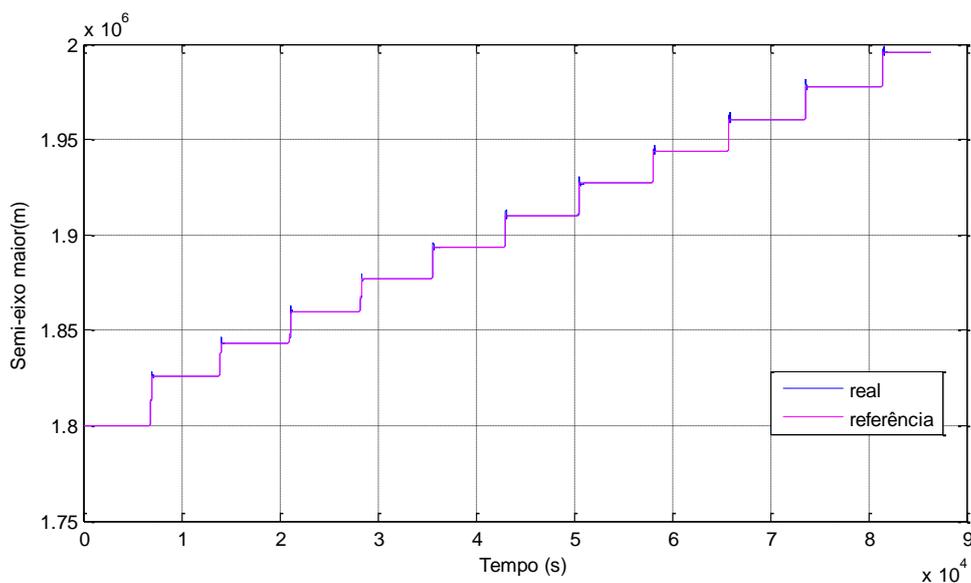


Figura 6.7 – Semi-eixo maior do satélite na simulação 2

A Figura 6.6 mostra que o fato de o propulsor permanecer ligado durante toda a simulação implica num aumento constante do semi-eixo maior, que tende a estabilizar quando atingido o valor de 4000 km, quando os propulsores são desligados. Pela Figura 6.7 podemos ver que cada arco propulsivo implica num

degrau, ou seja, cada aplicação do arco faz com que o semi-eixo maior aumente. Também é possível observar que a aplicação de cada arco faz com que exista um desvio na trajetória real do satélite, caracterizado pela diferença observada no começo de cada degrau da Figura 6.7, momento em que o propulsor é ligado. Porém, o sistema de controle atua e novamente as trajetórias real e de referência tornam-se coincidentes.

Nas Figuras 6.8 e 6.9, podemos perceber que, durante toda a manobra, a excentricidade apresenta pequenas variações devido à força propulsora e à perturbação do potencial gravitacional lunar.

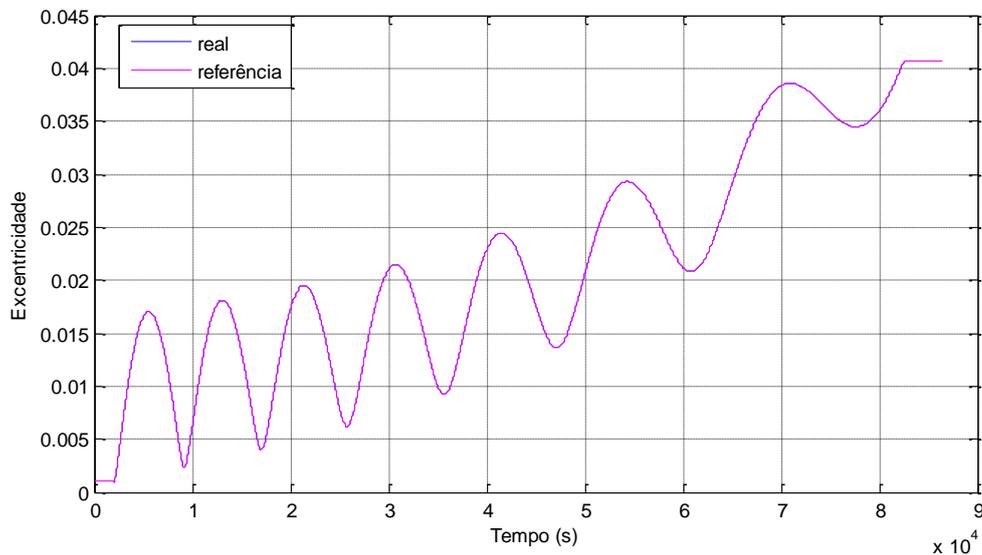


Figura 6.8 – Excentricidade do satélite na simulação 1

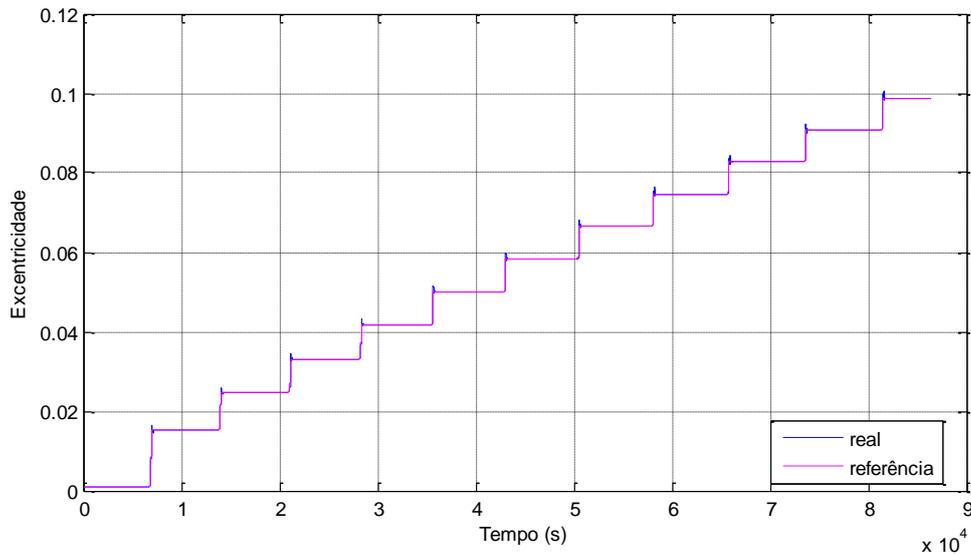


Figura 6.9 – Excentricidade do satélite na simulação 2

As Figuras 6.8 e 6.9 mostram que o valor da excentricidade tende sempre a aumentar. Porém, pela Figura 6.8 vemos que esse valor, oscila e ora aumenta, ora diminui. Já a Figura 6.9 mostra que a aplicação dos arcos propulsivos faz com que a excentricidade sempre aumente e permaneça constante até a aplicação do próximo arco.

Por se tratar de uma manobra coplanar, ou seja, sem variação do plano orbital, não ocorre variação nos valores de inclinação e ascensão reta do nodo ascendente, que se mantém, durante a manobra, em 45° e 20° , respectivamente, como é visto nas Tabelas 6.2 e 6.4.

Por meio das Figuras 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13 podemos observar o comportamento do argumento do periapse e da anomalia média.

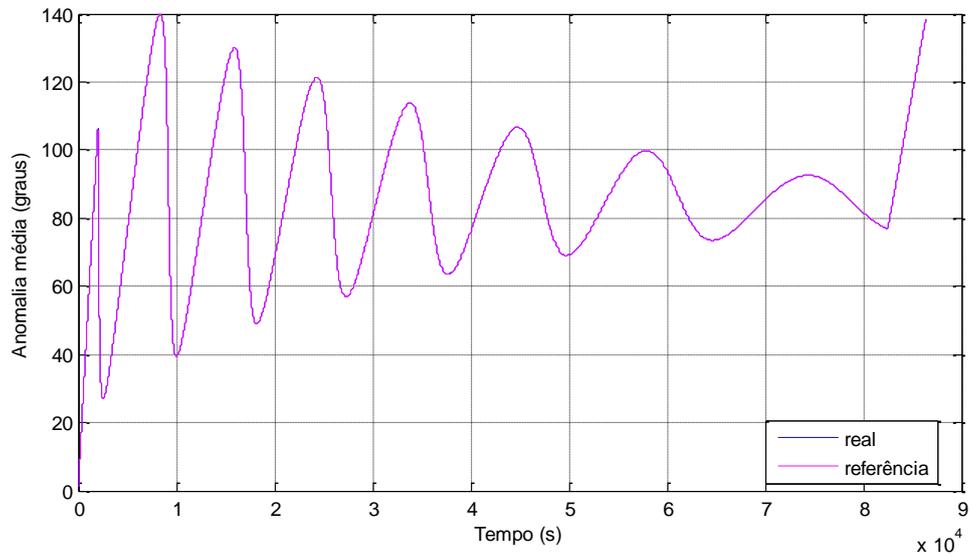


Figura 6.10 – Anomalia média do satélite na simulação 1

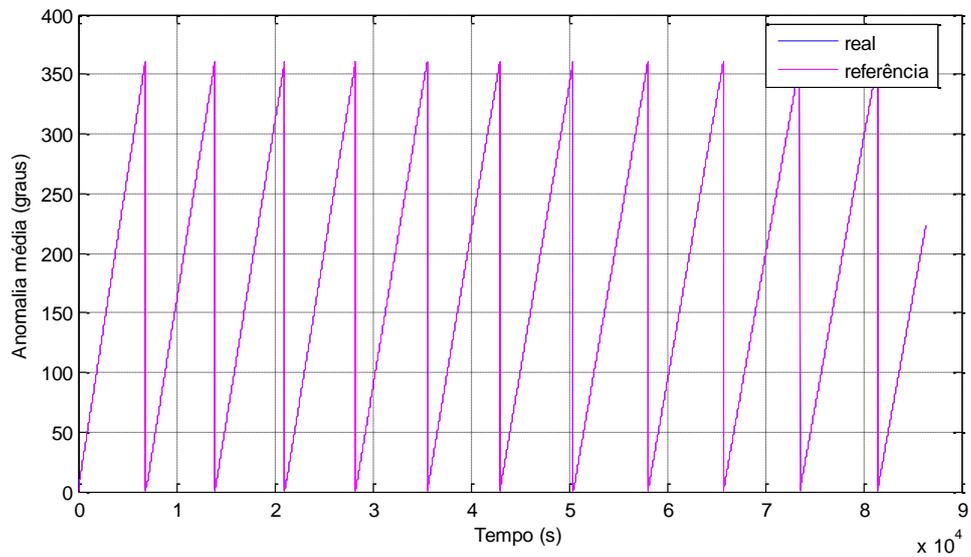


Figura 6.11 – Anomalia média do satélite na simulação 2

Visto que o semi-eixo maior do satélite aumenta com o passar do tempo, a cada volta o satélite demora mais tempo para passar sobre o mesmo ponto da superfície lunar, o que é justificado com o aumento do período orbital nas Figuras 6.12 e 6.13. Notamos tal variação, pois o propulsor está ligado durante

toda a manobra na primeira simulação e em um arco propulsivo durante a segunda simulação.

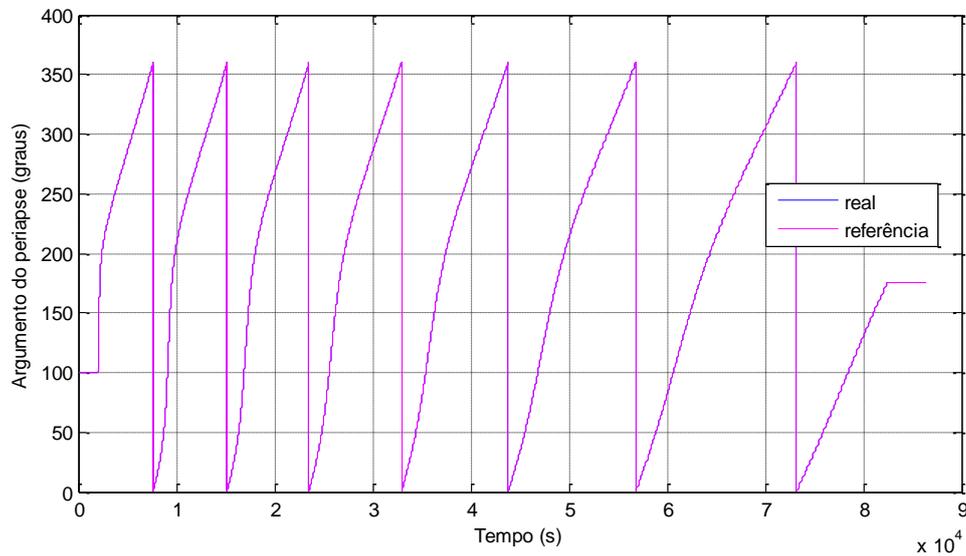


Figura 6.12 – Argumento do periapse do satélite na simulação 1

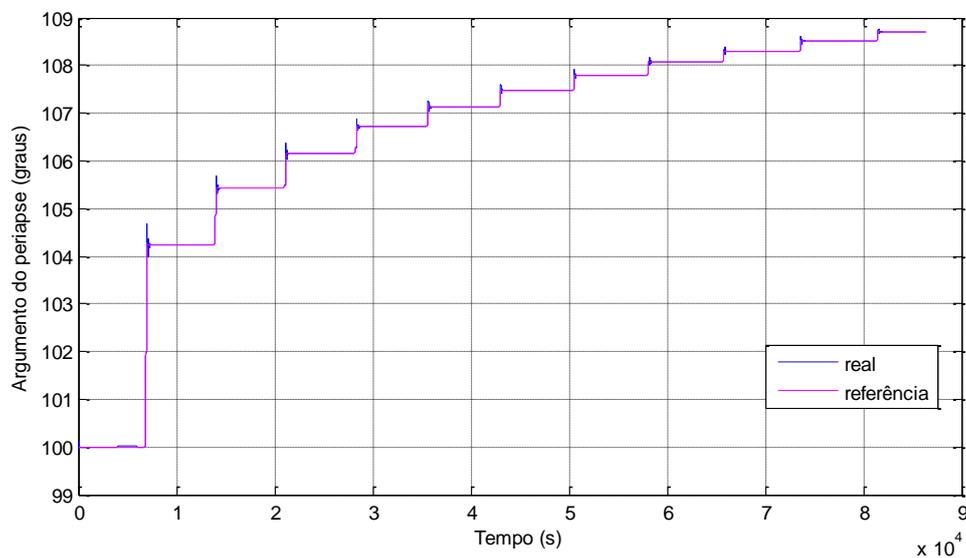


Figura 6.13 – Argumento do periapse do satélite na simulação 2

Para o caso da simulação 1, Figura 6.12, o argumento do periapse oscila atingindo sempre os mesmos valores máximo e mínimo, porém demora cada vez menos tempo para alcançar tais valores extremos, visto que o semi-eixo

maior do satélite tende sempre a aumentar. Para o caso da segunda simulação, Figura 6.13, a aplicação dos arcos propulsivos faz com que o argumento do periapse tenda sempre a aumentar.

As Figuras 6.14 e 6.15 mostram o consumo de propelente durante as duas diferentes simulações.

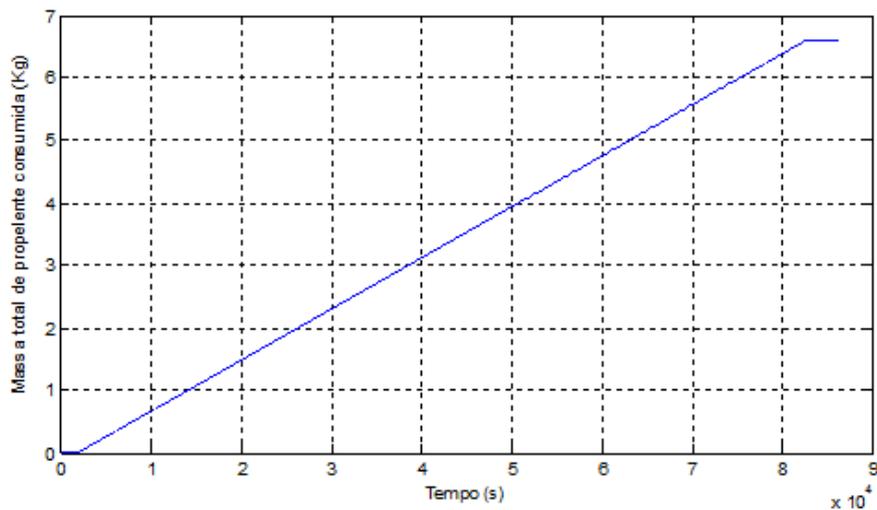


Figura 6.14 – Massa de propelente consumida durante simulação 1

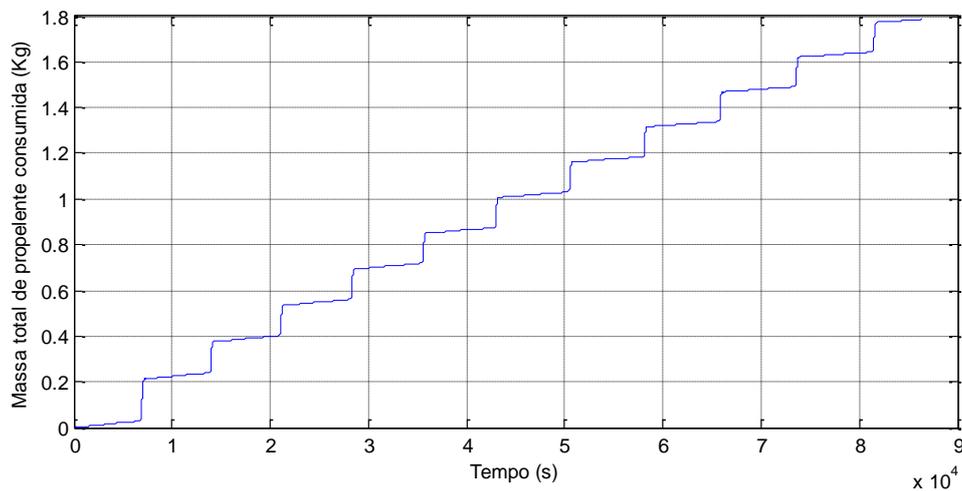


Figura 6.15 – Massa de propelente consumida durante simulação 2

Para que o satélite mude sua altitude não é possível deixá-lo seguir por inércia. Para tirá-lo da sua trajetória inercial é necessário que o propulsor seja ligado,

exigindo consumo de combustível, como notamos nas Figuras 6.14 e 6.15. Notamos, na Figura 6.14, que no instante 2000 s o propulsor é ligado, e no instante de aproximadamente 83000 s desligado, pois foi alcançado o objetivo estipulado para a manobra (semi-eixo maior atingir 4 000 km) e o consumo para de aumentar e tende a estabilizar. Na Figura 6.15 podemos perceber que a cada aplicação do arco propulsivo ocorre um expressivo consumo de combustível, que tende a se estabilizar até a aplicação do próximo arco, sem que o consumo deixe de crescer, pois, entre o acionamento dos propulsores durante os arcos ainda existe consumo, já que as correções dos efeitos perturbativos não deixam de ser feitas.

Nas Figuras 6.16 e 6.17 podemos observar a aplicação do empuxo aplicado durante as simulações realizadas.

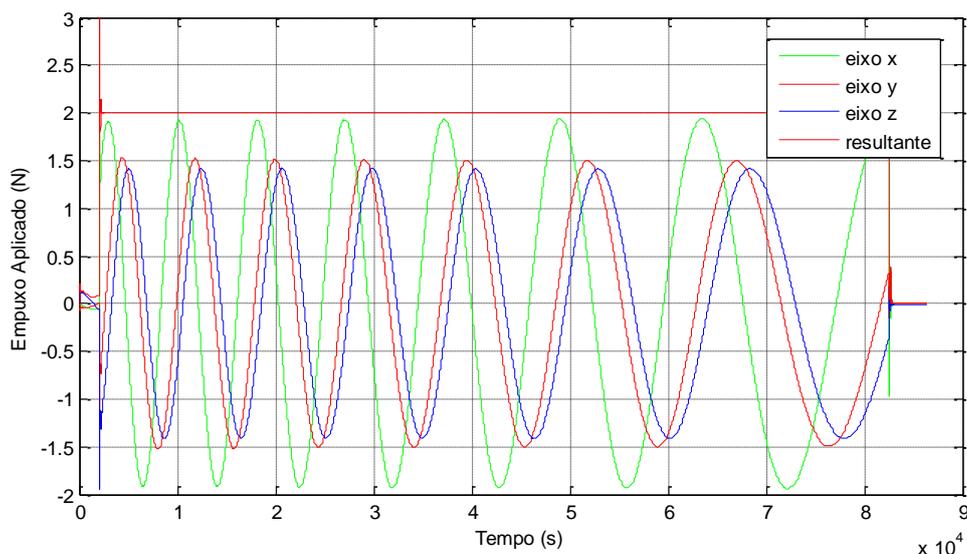


Figura 6.16 – Empuxo aplicado ao satélite durante simulação 1

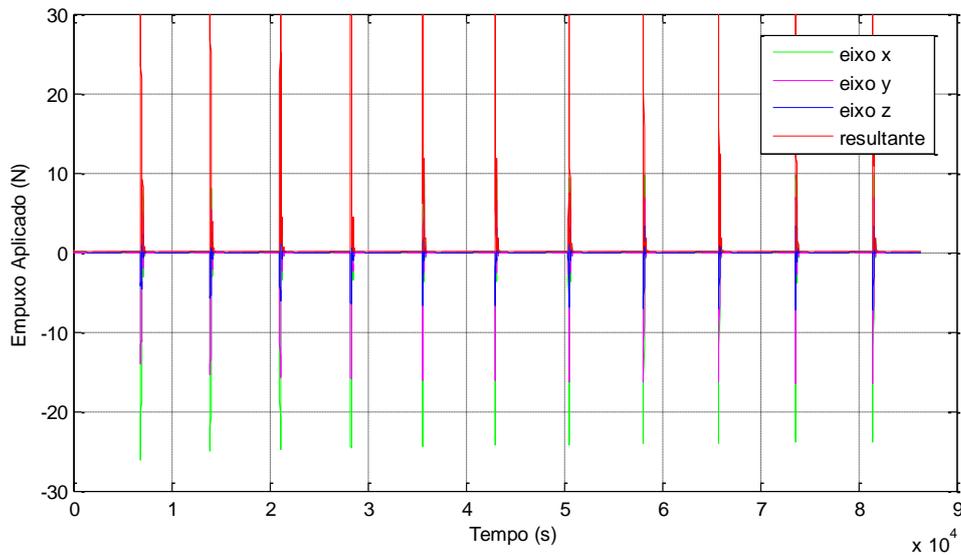


Figura 6.17 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação 2

Nas Figuras 6.16 e 6.17 vemos que o propulsor aplica força nos três eixos. Sendo assim, é possível que o controle atue separadamente em cada eixo. Nota-se na Figura 6.16, que a manobra é finalizada quando, de acordo com a Figura 6.6, o semi-eixo maior atinge o valor de 4000 km. Neste momento o propulsor é desligado e, portanto, o empuxo aplicado tende a zero. Também é possível perceber, pela Figura 6.17, que com o passar do tempo aumenta a distância entre dois picos, ou dois vales, da onda gerada, visto que o satélite aumenta o semi-eixo maior durante a simulação e, conseqüentemente, está mais longe da superfície da Lua.

A altitude do satélite nas duas simulações realizadas está apresentada nas Figuras 6.18 e 6.19

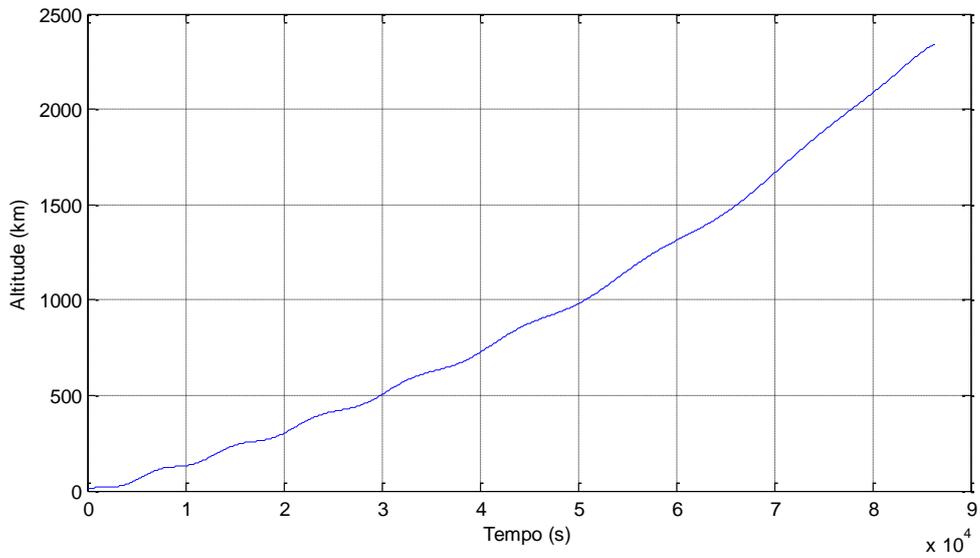


Figura 6.18 – Altitude do satélite durante simulação 1

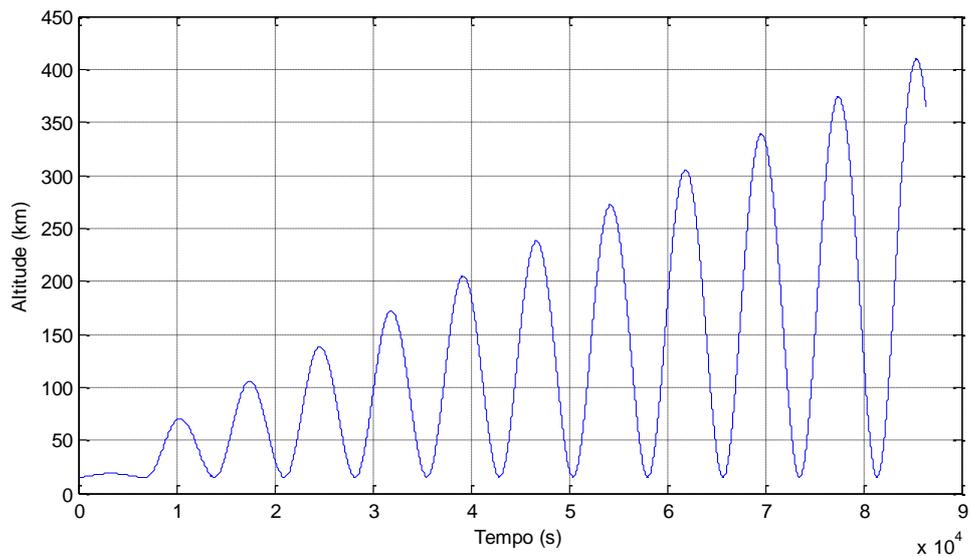


Figura 6.19 – Altitude do satélite durante simulação 2

Visto que o objetivo da missão simulada é colocar o satélite em uma órbita mais elevada, a altitude do satélite tende a aumentar durante a toda a simulação, como ilustrado nas Figuras 6.18 e 6.19. As oscilações no gráfico são justificadas, pois a altitude do satélite varia durante cada órbita. Quando o

satélite encontra-se no apoapse, ele está num ponto pouco mais alto da órbita, e quando o satélite encontra-se no periapse, está num ponto pouco mais baixo da órbita. Podemos observar uma considerável oscilação no resultado encontrado na segunda simulação pois um impulso é aplicado sobre o satélite sempre que ocorre passagem pelo periapse.

As Figuras 6.20 e 6.21 mostram a atuação da força perturbadora no satélite artificial lunar durante as simulações realizadas.

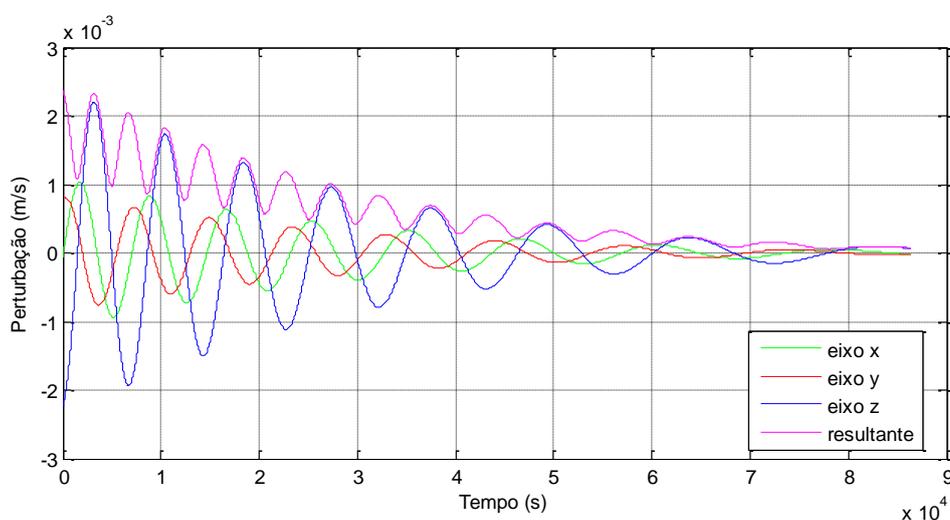


Figura 6.20 – Perturbação na órbita de um satélite lunar devido a não esfericidade do campo gravitacional durante simulação 1

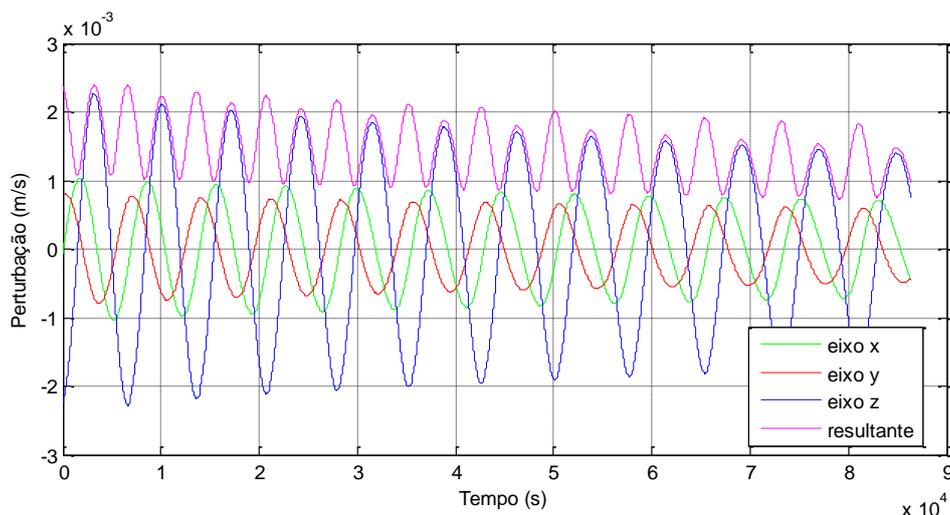


Figura 6.21 – Perturbação na órbita de um satélite lunar devido a não esfericidade do campo gravitacional durante simulação 2

Pelas Figuras 6.20 e 6.21 podemos perceber que a intensidade da força perturbadora diminui com o passar do tempo, já que o satélite apresenta valores cada vez mais elevados para o semi-eixo maior, ou seja, o satélite encontra-se cada vez mais distante da superfície lunar, sendo, portanto, cada vez menos relevante a perturbação devido à distribuição não uniforme de massa da Lua.

Para dar continuidade ao estudo de simulações utilizando arcos propulsivos, foram simuladas quatro casos com combinações diferentes em que arcos de propulsão foram distribuídos de maneira uniforme. Cada acionamento do propulsor é realizado durante 10° de arco, iniciando a aplicação do empuxo 5° antes do valor estipulado para a anomalia verdadeira e finalizando 5° após. A magnitude do empuxo de referência é de 2 N. No entanto, o propulsor tem a capacidade de modular o empuxo aplicado em, até no máximo, 12 N. Os quatro casos estudados com diferentes combinações de valores para a anomalia verdadeira foram: o primeiro foi realizado com aplicação de propulsão durante dois arcos, localizados em torno de $f = 0^\circ$ e $f = 180^\circ$. No segundo, foram aplicados três arcos localizados em torno de $f = 40^\circ$, $f = 160^\circ$ e $f = 280^\circ$. O terceiro é feito com aplicação de propulsão durante cinco arcos, localizados em torno de $f = 0$, $f = 80^\circ$, $f = 160^\circ$, $f = 240^\circ$ e $f = 320^\circ$. No quarto, e último, foram utilizados nove arcos propulsivos, em torno de $f = 0$, $f = 40^\circ$, $f = 80^\circ$, $f = 120^\circ$, $f = 160^\circ$, $f = 200^\circ$, $f = 240^\circ$, $f = 280^\circ$ e $f = 320^\circ$.

As informações numéricas das quatro simulações realizadas estão nas Tabelas 6.5 e 6.6.

Tabela 6.5 – Valores finais dos elementos orbitais das simulações utilizando múltiplos arcos propulsivos

	2 arcos	3 arcos	5 arcos	9 arcos
Semi-eixo maior (m)	1924079,29 4007	1955577,563 5761	2104013,01 38371	2265726,7 156333
Excentricidade	0,00162276 24919655	0,013947606 262093	0,01272776 4980995	0,0018467 00317547 7
Inclinação (graus)	44,9999951 04684	44,99999561 6282	44,9999968 82249	44,999997 864558
Ascensão reta do nodo ascendente (graus)	19,9999999 37748	19,99999992 041	19,9999999 95314	19,999999 952762
Argumento do periapse (graus)	14,6665780 74663	234,8240913 2953	318,391484 56174	300,65789 621795
Anomalia média (graus)	92,7001323 35786	159,6686685 832	234,780476 90602	35,498390 967208

Tabela 6.6 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação utilizando múltiplos arcos propulsivos

	2 arcos	3 arcos	5 arcos	9 arcos
Altitude (km)	141,24437192407	198,2361083151	336,60365384744	479,33083176152
Massa total de propelente (kg)	1,0990888547569	1,2537258516866	2,0335408932904	3,1361726883474
Período (s)	7573,4232499747	7760,154154635	8660,2496610303	9677,6312039929
Órbitas	11,408315255626	11,133799442424	9,9766176936891	8,9278045607227

As Figuras 6.22 a 6.37 mostram o comportamento do semi-eixo maior, do consumo de propelente e do empuxo aplicado quando variadas as quantidades e posições dos arcos propulsivos aplicados.

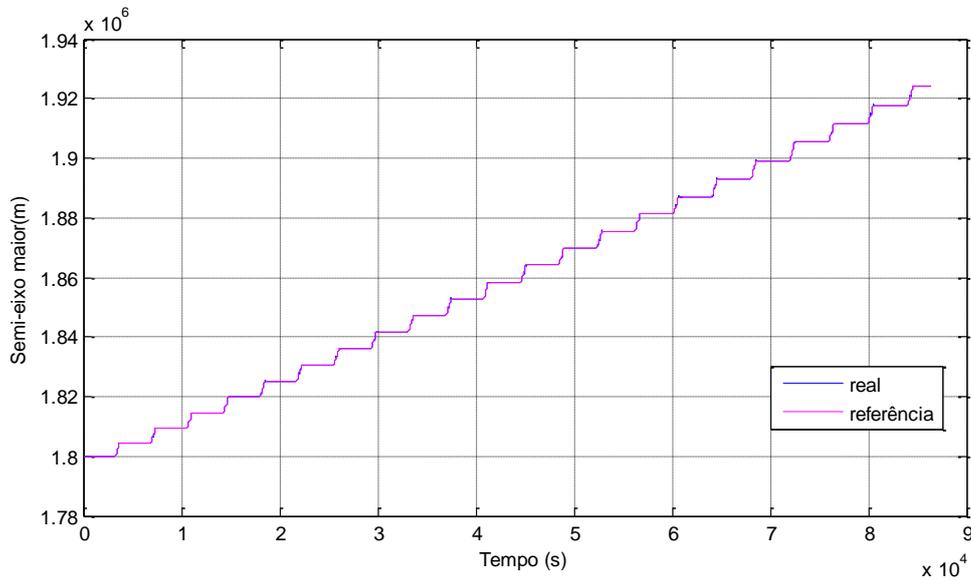


Figura 6.22 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando dois arcos propulsivos

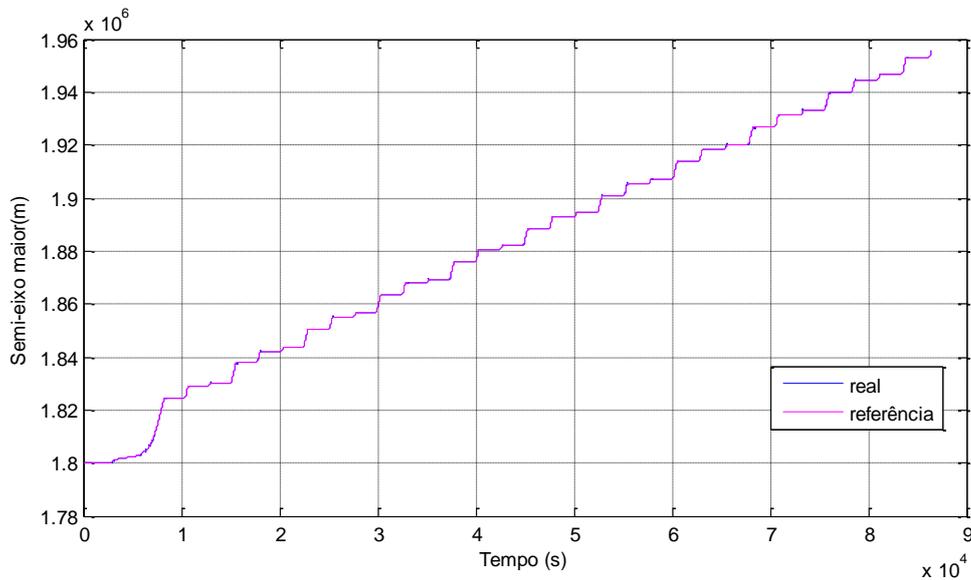


Figura 6.23 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando três arcos propulsivos

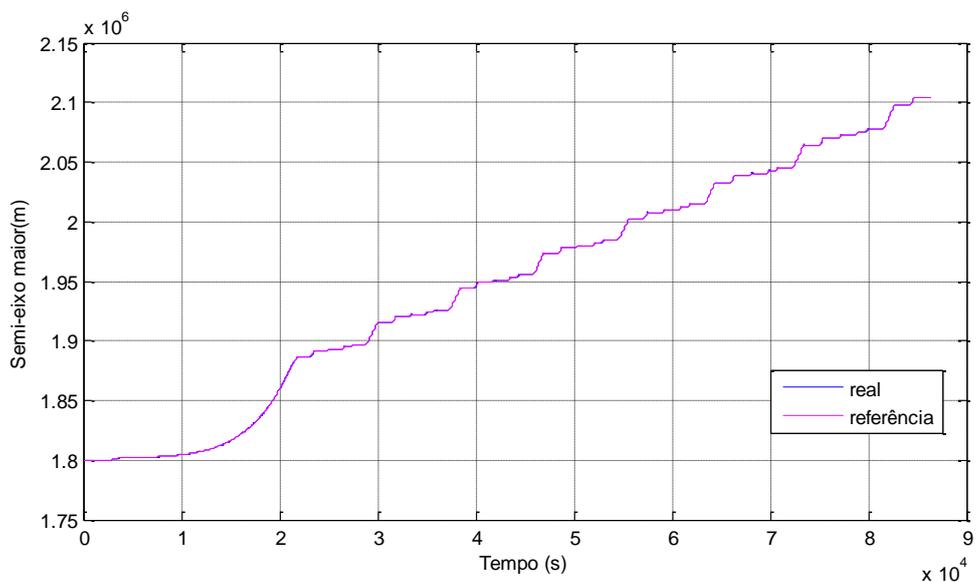


Figura 6.24 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando cinco arcos propulsivos

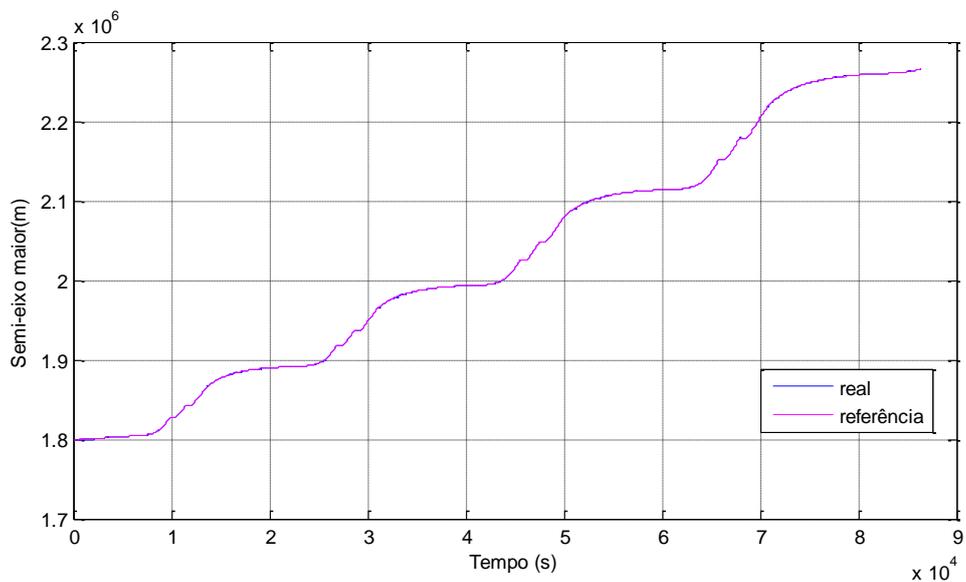


Figura 6.25 – Semi-eixo maior do satélite na simulação utilizando nove arcos propulsivos

Pelas Figuras 6.22, 6.23, 6.24 e 6.25, podemos observar que cada aumento do número de arcos de propulsão aumentam também a quantidade de degraus

presentes na curva formada pelo semi-eixo maior versus tempo, bem como a medida do semi eixo maior.

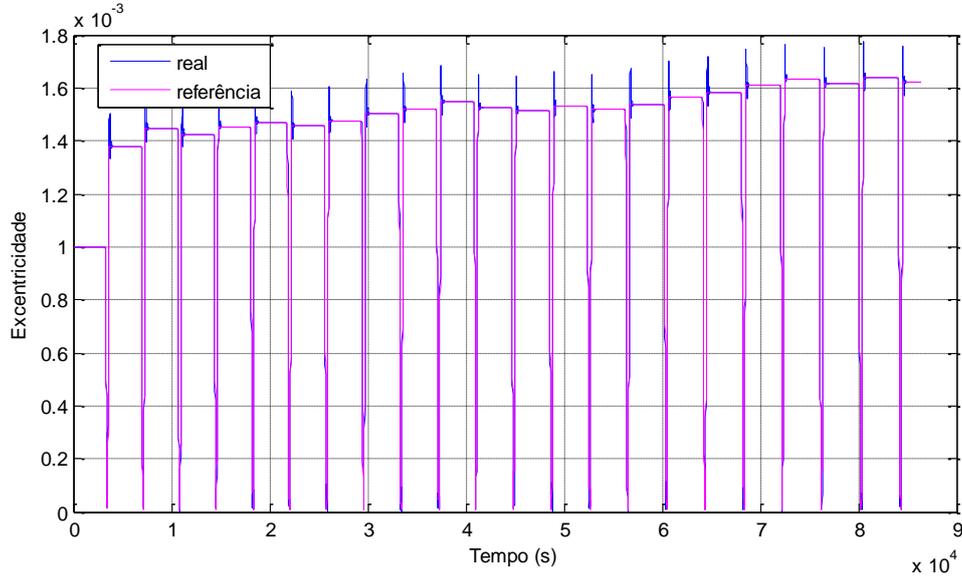


Figura 6.26 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando dois arcos propulsivos

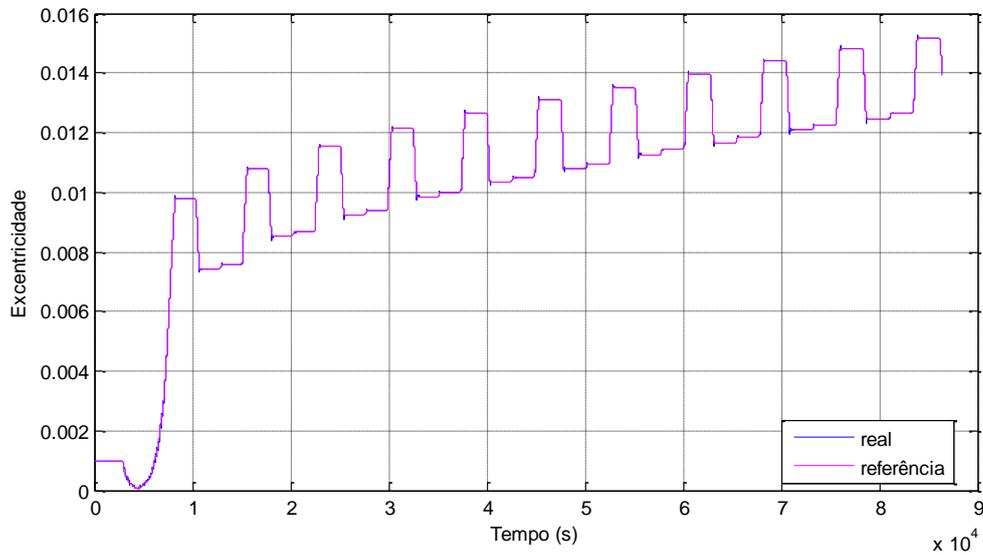


Figura 6.27 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando três arcos propulsivos

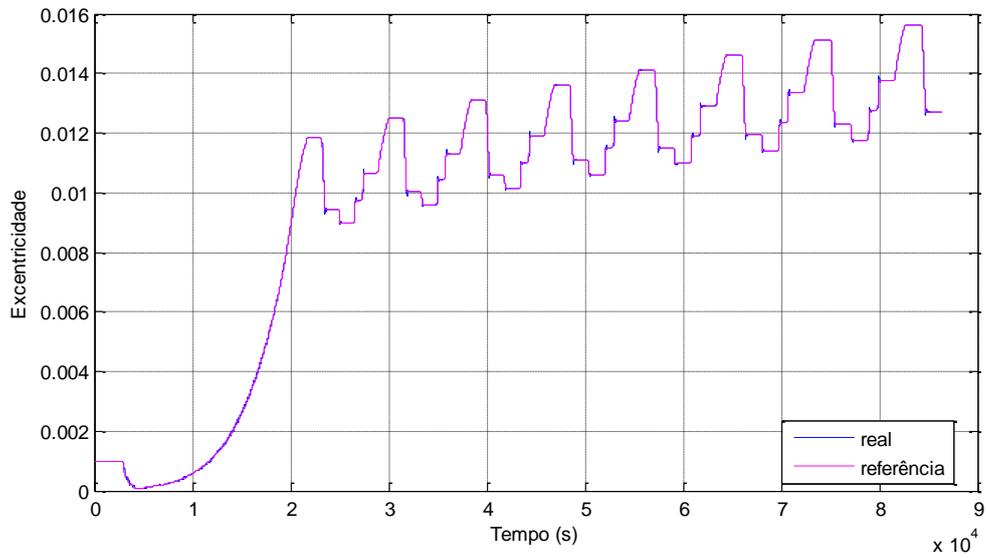


Figura 6.28 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando cinco arcos propulsivos

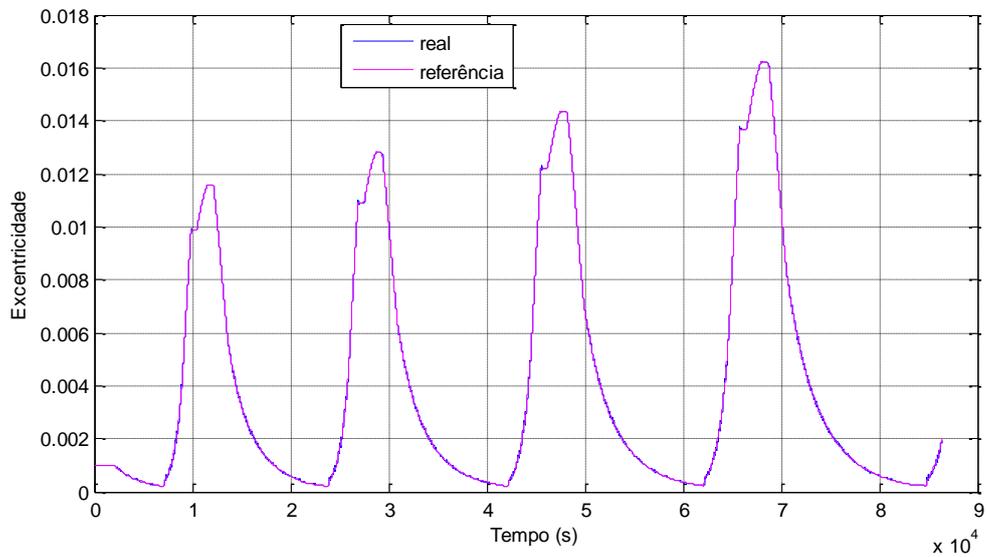


Figura 6.29 – Excentricidade do satélite na simulação utilizando nove arcos propulsivos

As Figuras 6.26, 6.27, 6.28 e 6.29 mostram que a atuação dos propulsores causa uma variação na excentricidade da órbita do satélite.

Podemos perceber, pelas Figuras 6.30, 6.31, 6.32 e 6.33 que a cada aplicação do arco propulsivo ocorre um expressivo consumo de combustível, que se estabiliza até a aplicação do próximo arco.

Notamos que quanto menos arcos de propulsão aplicados no satélite ao longo de toda a trajetória, menor é o consumo de combustível, mas também menor é a alteração do semi-eixo maior.

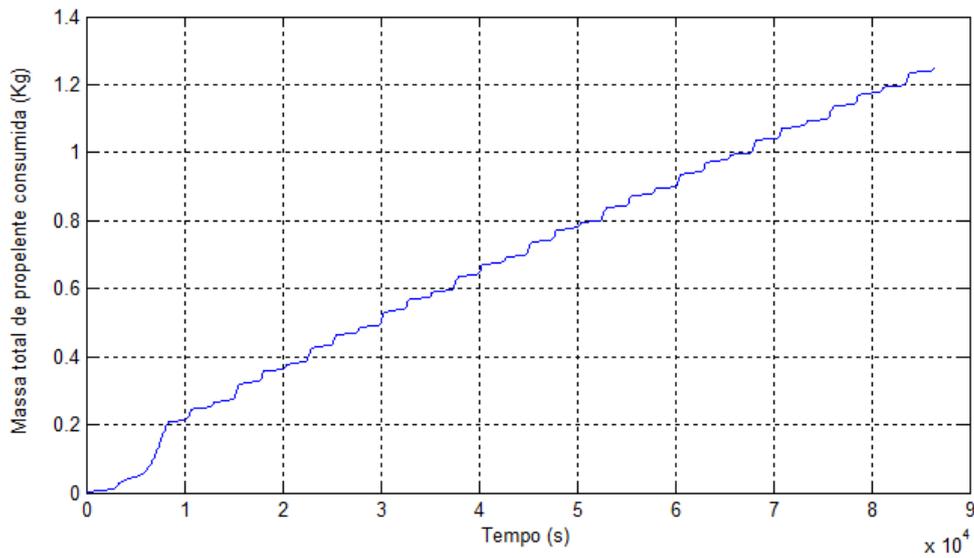


Figura 6.30 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando dois arcos propulsivos

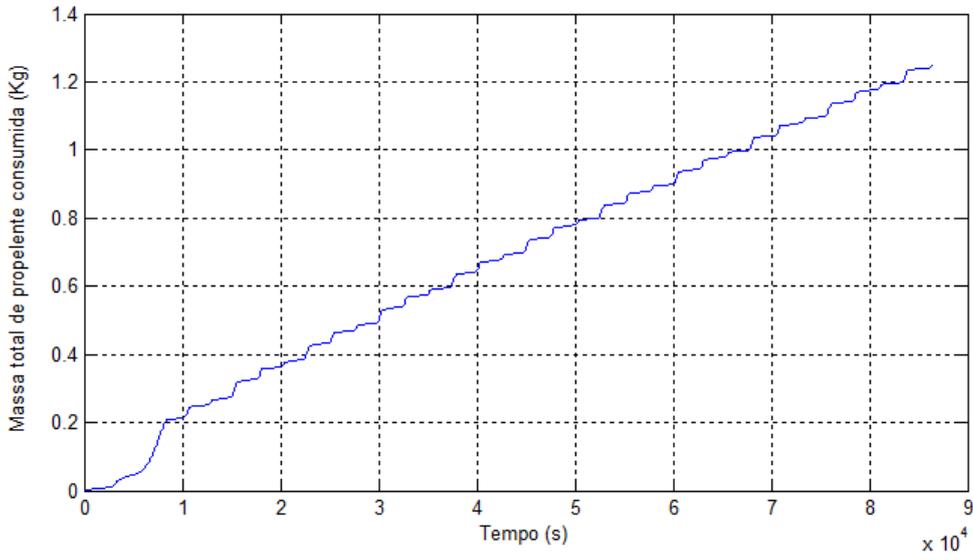


Figura 6.31 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando três arcos propulsivos

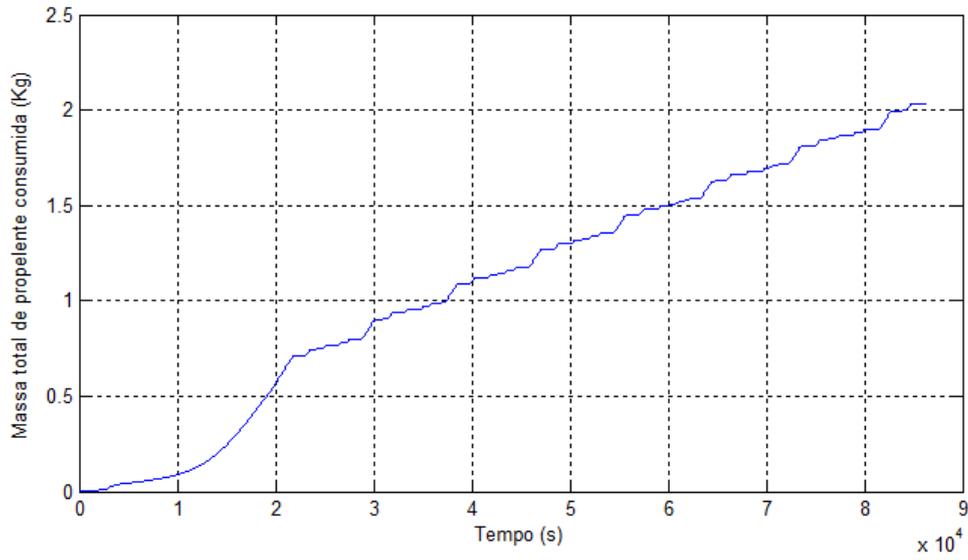


Figura 6.32 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando cinco arcos propulsivos

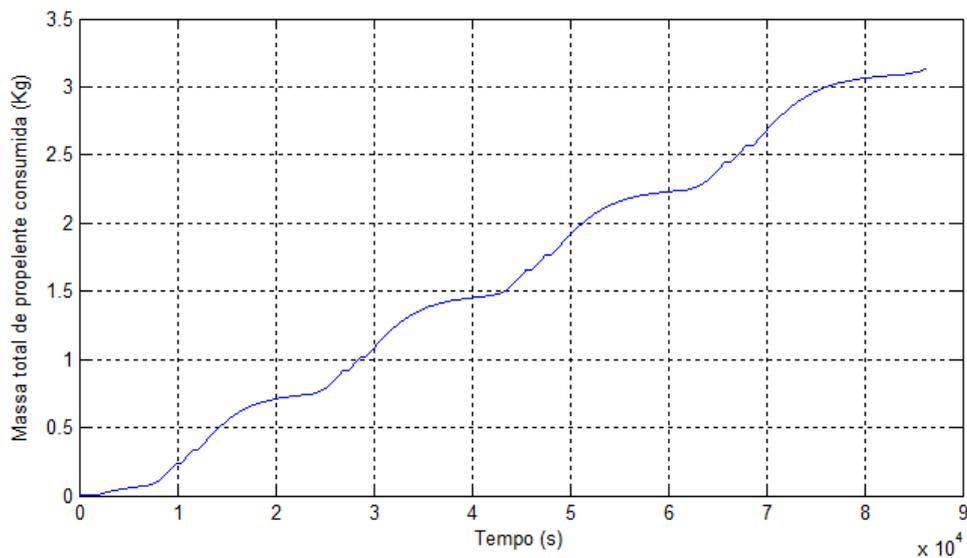


Figura 6.33 – Massa de propelente gasta durante simulação utilizando nove arcos propulsivos

Como o objetivo da simulação é aplicar empuxo em valores pré determinados da anomalia verdadeira. Aumentar a quantidade de arcos por órbita implica em aumentar também a quantidade de empuxos, como visto nas Figuras 6.34, 6.35, 6.36 e 6.37.

A magnitude dos empuxos aplicados não apresenta o mesmo valor, pois ela é função da posição dos arcos de propulsão.

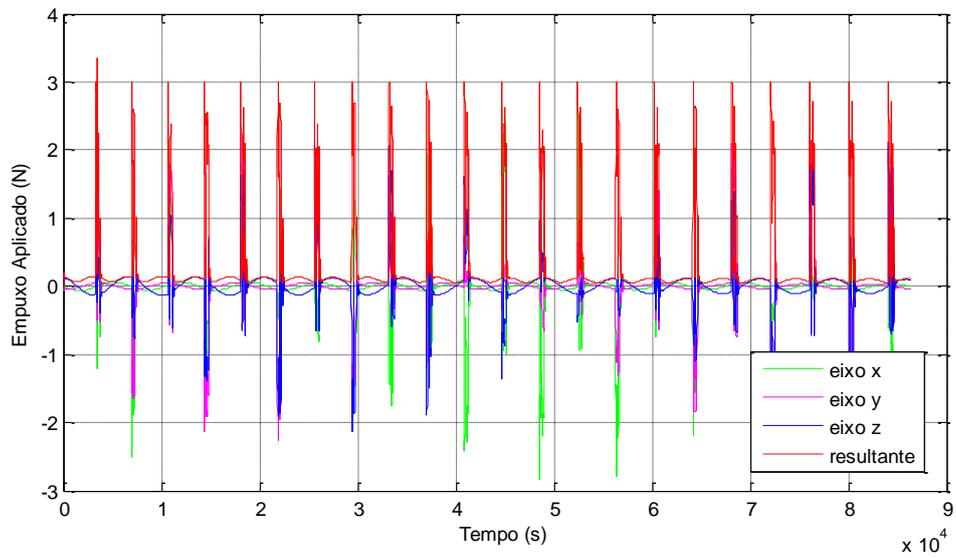


Figura 6.34 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando dois arcos propulsivos

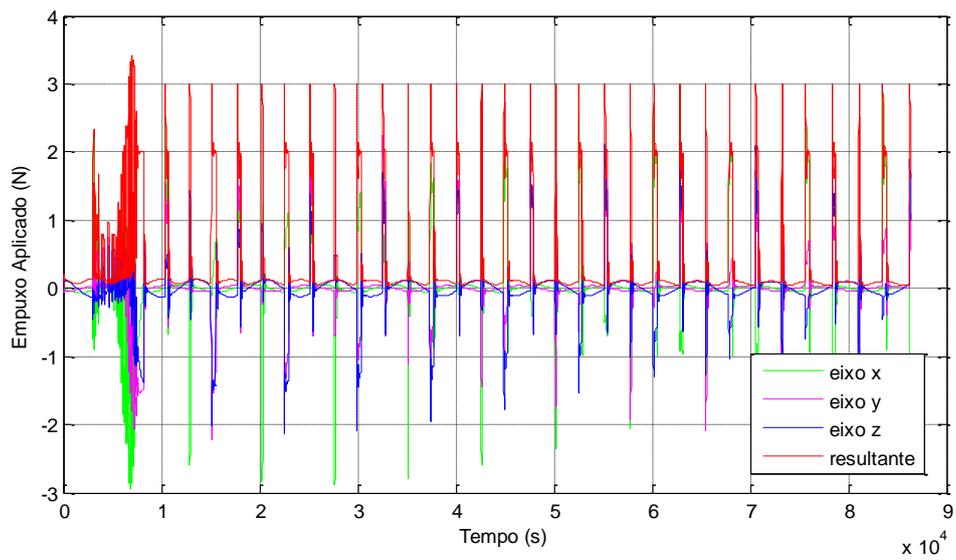


Figura 6.35 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando três arcos propulsivos

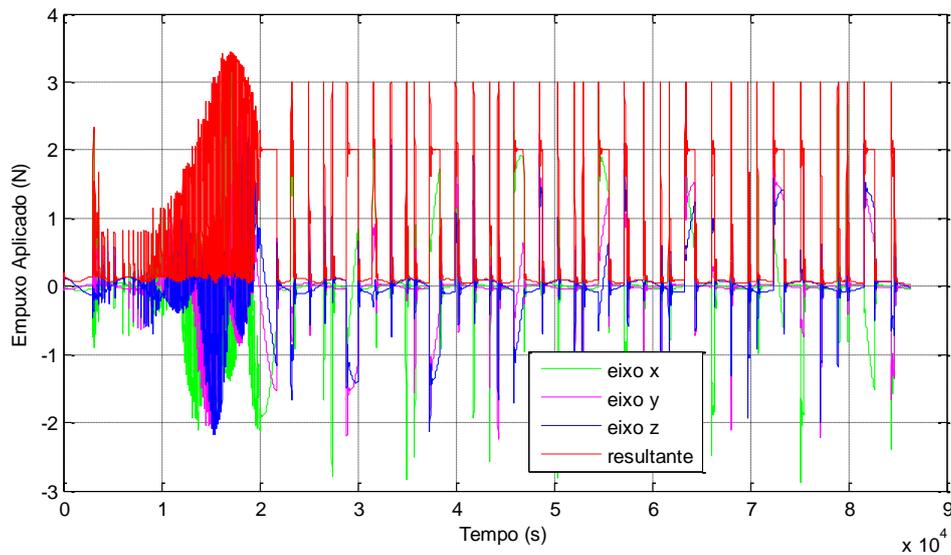


Figura 6.36 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando cinco arcos propulsivos

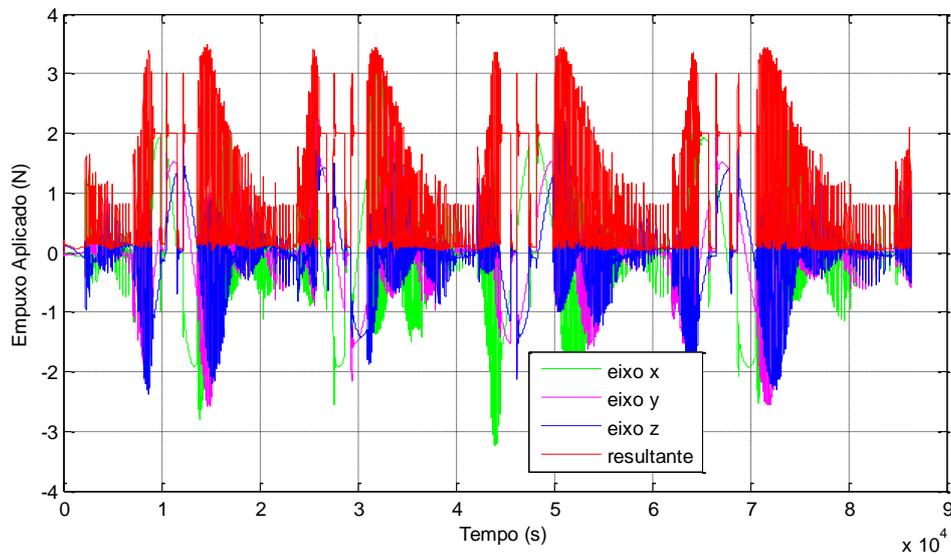


Figura 6.37 – Empuxo aplicado no satélite durante simulação utilizando nove arcos propulsivos

Como o objetivo da simulação é aplicar empuxo a valores pré determinados da anomalia verdadeira, aumentar a quantidade de arcos por órbita implica em aumentar também a quantidade de empuxos.

Podemos perceber, analisando as Figuras 6.35 e 6.36, que o propulsor permanece ligado durante considerável intervalo de tempo após a aplicação do primeiro arco propulsivo. Isto ocorre pois o sistema de controle é acionado para manter o satélite na sua trajetória de referência, que tende a sofrer desvios devido à aplicação dos arcos propulsivos. Esses desvios são minimizados pelo sistema de controle, que, entretanto, no início de cada arco propulsivo entra em regime transitório. Quando existe intervalo suficiente entre os arcos de maneira que o sistema consiga sair do regime transitório antes da aplicação do próximo arco, temos um comportamento como o mostrado na Figura 6.34. Mas quando esse intervalo não é suficiente, o comando para aplicação do arco propulsivo ocorre antes do término do regime transitório. Nesta situação temos um comportamento como o mostrado nas Figuras 6.35 e 6.36. Mesmo assim, depois de algum tempo foi possível controlar o veículo de maneira semelhante ao caso da Figura 6.35. Já na Figura 6.37 vemos que a aplicação de um número maior de arcos propulsivos não permite que o sistema saia do regime transitório e diminua os desvios com facilidade, sendo necessário portanto, que os propulsores mantenham-se ligados durante praticamente todo tempo.

6.1.2. Simulações orbitais considerando achatamento e elipticidade equatorial lunares

Na presente seção foram realizadas duas diferentes simulações, ambas utilizando o valor 100 para grau e ordem: simulação 3 não foi feito nenhum tipo de manobra pois, o estudo deste caso tem como objetivo analisar os efeitos da perturbação devido o potencial gravitacional lunar sobre um satélite artificial; a simulação 4 objetiva aumentar o semi-eixo maior da órbita do satélite, bem como analisar a atuação do sistema de controle que atua minimizando ao máximo os efeitos perturbativos.

6.1.2.1. Estudo da influência dos harmônicos zonais e setoriais no campo gravitacional

Como visto na seção 4.1.5, para cada valor de altitude devemos adotar um valor mais adequado para grau e ordem. Sendo assim, iniciamos o estudo analisando qual seria este valor para o presente caso.

A Figura 6.38 mostra a variação do valor da aceleração da gravidade em função da variação dos valores de grau e ordem, para uma altitude em torno de 115 km.

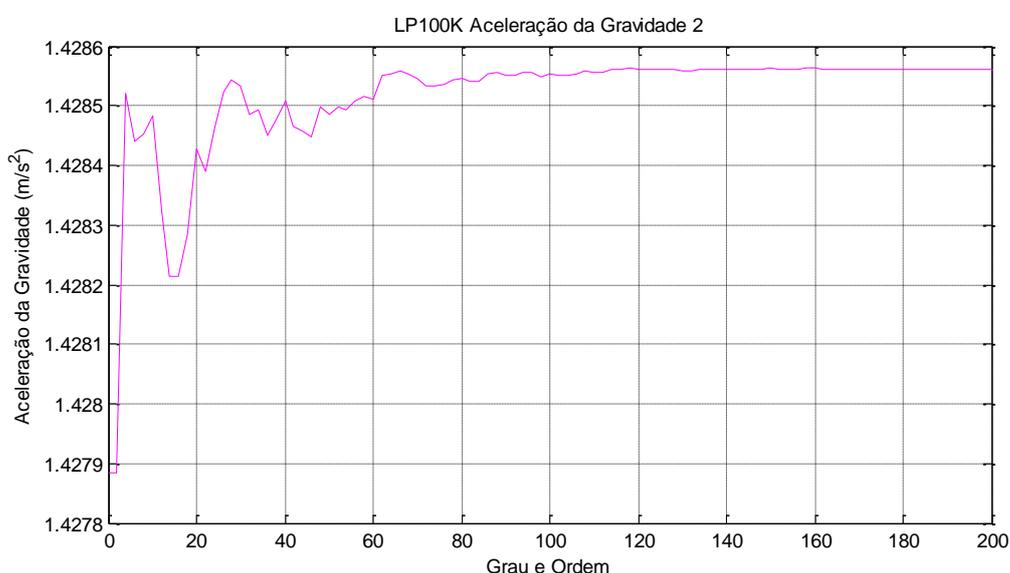


Figura 6.38 – Aceleração da gravidade devido aos harmônicos zonais e setoriais

Pela Figura 6.38 podemos observar que o valor da aceleração da gravidade sobre o satélite artificial tende a estabilizar num valor próximo a 1,4286 m/s².

A partir dos dados numéricos da Figura 6.38, foi feita uma análise da diferença dos valores da aceleração da gravidade obtidos entre os valores de grau e ordem de 1 a 99, até o valor de grau e ordem 100, que é o valor máximo. O primeiro valor de grau e ordem que apresenta diferença da ordem de 10^{-4} é 2, de ordem 10^{-5} é 32, 10^{-6} é 57 e 10^{-7} é 71.

Os valores ao final de 14400 s das variáveis que caracterizam a órbita de um satélite quando adotados os valores de grau e ordem 1, 2, 32, 57 e 71 encontram-se na Tabela 6.7 em que o valor 1 representa o movimento orbital do satélite artificial sem os efeitos perturbativos e 100 o máximo valor possível a ser adotado.

Tabela 6.7 – Diferença entre os elementos orbitais

	1	2	32	57	71	100
Semi-eixo maior (m)	190000 0	1900008, 7097131	1900036, 9124047	1900115, 0323421	1899937, 9999073	1899998, 9057012
Excentricidade	0,00100 000000 00051	0,001030 8166132 419	0,001006 3309689 712	0,001013 0259507 319	0,001015 9161597 59	0,001044 5477105 935
Inclinação (graus)	45	45,00017 4169463	45,00103 0228014	44,99994 2661328	45,00063 3332923	45,00071 8569167
Ascensão reta do nodo acende (graus)	20	20,00136 2909674	19,99977 1357414	19,99809 5220894	19,99941 7012518	19,99766 0089494
Argumento do periapse (graus)	99,9999 999999 45	99,30970 4912913	99,63030 5495205	97,87974 1212812	96,28761 0079503	100,5958 2791088
Anomalia média (graus)	338,503 917907 05	339,1995 6739470	338,8589 7653997	340,6181 2210336	342,2577 2031047	337,9182 3032748
Altitude (km)	115,231 825392 13	115,1774 6873913	115,2532 0403768	115,2989 2768125	115,0993 1226903	115,1595 0501355

Tabela 6.7 – Conclusão

Número de órbitas	1,93764 544178 764	1,937632 1184396	1,937588 9775107	1,937469 4878182	1,937740 2884423	1,937647 1157584
Período (s)	7431,70 019109 6	7431,751 2921888	7431,916 7620885	7432,375 1112156	7431,336 4313522	7431,603 7707018

O módulo da diferença entre os valores dos elementos orbitais quando considerado 100 para grau e ordem, o máximo valor possível para ser adotado, e os valores selecionados para serem estudados encontram-se nas Figuras 6.39, 6.40, 6.41, 6.42, 6.43 e 6.44

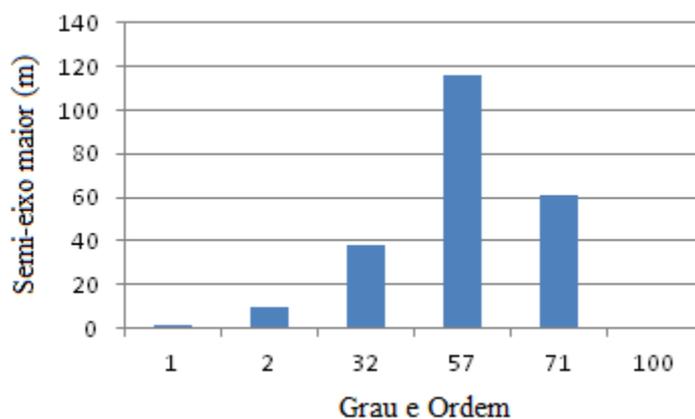


Figura 6.39 – Semi-eixo maior devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100

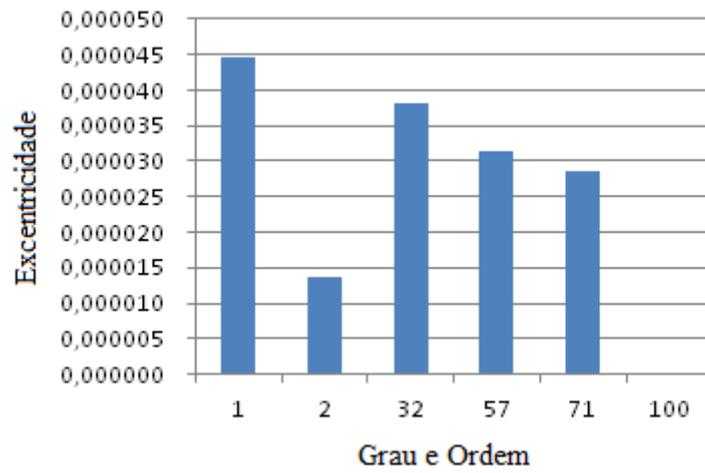


Figura 6.40 - Excentricidade devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100

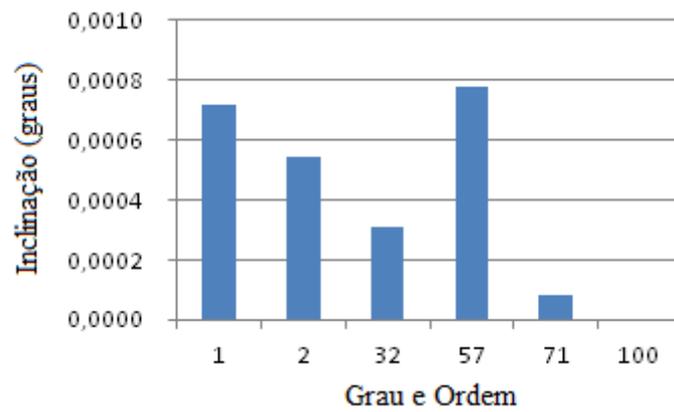


Figura 6.41 - Inclinação devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100

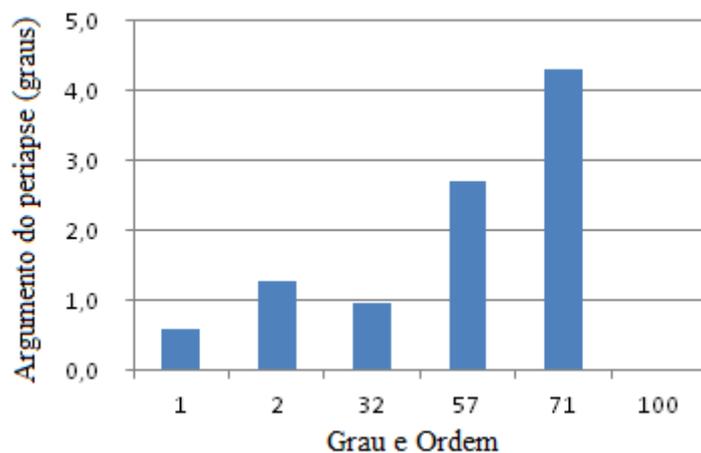


Figura 6.42 – Argumento do periapse devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100

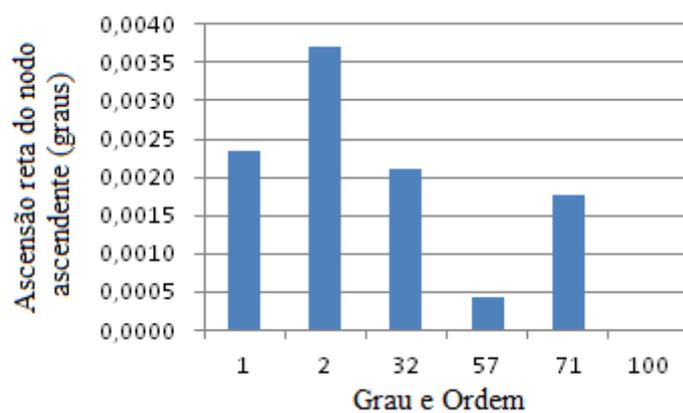


Figura 6.43 – Ascensão reta do nodo ascendente devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100

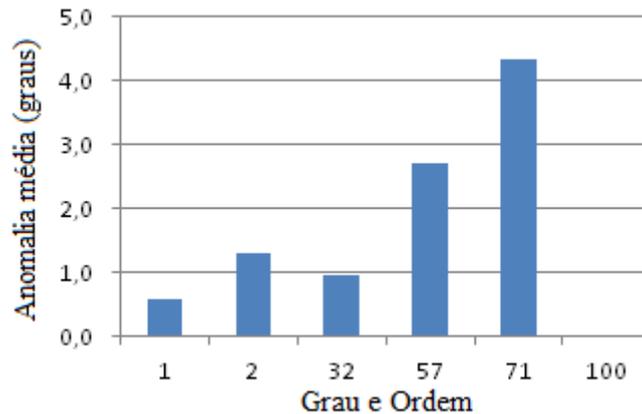


Figura 6.44 – Anomalia média devido aos harmônicos zonais e setoriais até grau e ordem 100

O estudo foi iniciado com a expectativa de encontrar um ponto ótimo que englobasse com máxima precisão todos os elementos orbitais, para que fosse adotado um único valor para grau e ordem, menor que o valor máximo, afim de que fosse possível fazer simulações com valores de grau e ordem o mais baixo possível e resultados próximos ao valor de maior precisão.

Porém, as Figuras 6.39 a 6.44 mostram que não existe um valor ótimo geral para grau e ordem, pois, para cada missão existe um objetivo diferente como, por exemplo, aumentar o semi-eixo maior ou circularizar uma órbita excêntrica.

Sendo assim, nos deparamos com um problema multi-objetivo onde se faz necessária uma análise específica de cada missão.

Analisando, por exemplo, as Figuras 6.39 e 6.40, que apresentam os valores das diferenças obtidas no semi-eixo maior e na excentricidade, elementos orbitais que caracterizam a posição do satélite em sua órbita, o valor mais adequado para grau e ordem é 1 no caso do semi-eixo maior e 2 no caso da excentricidade, por serem os que mais se aproximam do valor 100. Mas, analisando a Figura 6.41, que apresenta os valores das diferenças obtidas na inclinação, obtivemos 71 para valor mais adequado a ser adotado para grau e ordem.

A mesma análise pode ser feita para os demais elementos orbitais. O valor mais adequado para grau e ordem no caso do argumento do periapse é 1 (Figura 6.42), para a ascensão reta do nodo ascendente é 57 (Figura 6.43), para anomalia média é 1 (Figura 6.44).

Vale observar que existe uma considerável semelhança entre as Figuras 6.42 e 6.44. Tal situação é justificada, pois existe uma relação entre a anomalia média e a anomalia verdadeira dada pela lei de Kepler $M = u - e \sin u$, visto que dada a anomalia excêntrica é possível calcular a anomalia verdadeira por meio de, por exemplo, $\text{tg}^2 f/2 = \frac{1+e}{1-e} \text{tg}^2 u/2$. Pela Figura 6.45 podemos ver que o argumento do periapse varia da mesma forma que a anomalia verdadeira e, portanto, que a anomalia média também.

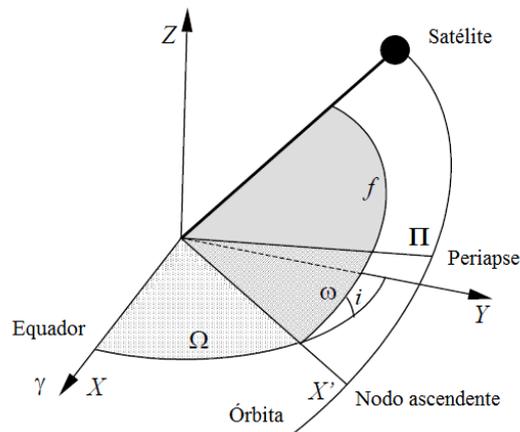


Figura 6.45 – Longitude verdadeira

Visto que um dos objetivos do trabalho é analisar os efeitos da perturbação devido ao potencial gravitacional lunar na órbita de um satélite artificial, não cabe um estudo mais aprofundado do problema multi objetivo representado pela definição do grau e ordem dos harmônicos zonais e setoriais, a fim de que seja encontrado o valor mais adequado para ser adotado nas simulações de órbitas ao redor da superfície lunar. Logo, para as simulações a seguir será adotado 100, o valor mais preciso deste modelo para grau e ordem.

6.1.2.2. Simulações orbitais considerando achatamento lunar e elipticidade equatorial

A seguir serão apresentados os resultados das simulações 3 e 4, ambas feitas durante 14400 segundos, cujas condições iniciais consideradas foram: semi-eixo maior: 1800000 m; excentricidade: 0,001; inclinação: 45°; ascensão reta do nodo ascendente: 20°; argumento do periapse: 100°; anomalia média: 1°. Na simulação 3 não foi realizado nenhum tipo de correção ou manobra, pois o objetivo era apenas analisar os efeitos da perturbação na trajetória de um satélite artificial. A outra simulação foi feita com o objetivo de aumentar o semi-eixo maior da órbita do satélite e deixar que o sistema de controle atue de forma a minimizar ao máximo os efeitos perturbativos.

Os dados que descrevem as simulações 3 e 4 encontram-se nas Tabelas 6.8, 6.9, 6.10 e 6.11.

Tabela 6.8 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 3

Altitude (km)	15,51821614448
Massa total de propelente (kg)	0
Período (s)	6851,8073399387
Órbitas	2,1016352745448

Tabela 6.9 - Valores iniciais e finais dos elementos orbitais da simulação 3

	Inicial	Final
Semi-eixo maior (m)	1800000	1799830,3690329
Excentricidade	0,001	0,00095632930443483
Inclinação (graus)	45	45,00128021466
Ascensão reta do nodo ascendente (graus)	20	19,998897991457
Argumento do periapse (graus)	100	97,267271330828
Anomalia média (graus)	1	40,241573334924

Tabela 6.10 – Valores finais da altitude, massa de propelente consumida, período orbital e número total de órbitas na simulação 4

Altitude (km)	224,99423191936
Massa total de propelente (kg)	1,0121655522619
Período (s)	7998,2634978392
Órbitas	1,8003907978138

Tabela 6.11 – Valores iniciais e finais dos elementos orbitais durante a simulação 4

	Inicial	Final
Semi-eixo maior	1800000 m	1995378,4856272 m
Excentricidade	0,001	0,015726895087061
Inclinação	45°	44,998101668115°
Ascensão reta do nodo ascendente	20°	20,001431164124°
Argumento do periapse	100°	337,1159446839°
Anomalia média	1°	112,83427412004°

As Figuras 6.46 e 6.47 apresentam o comportamento de semi-eixo maior nas simulações estudadas.

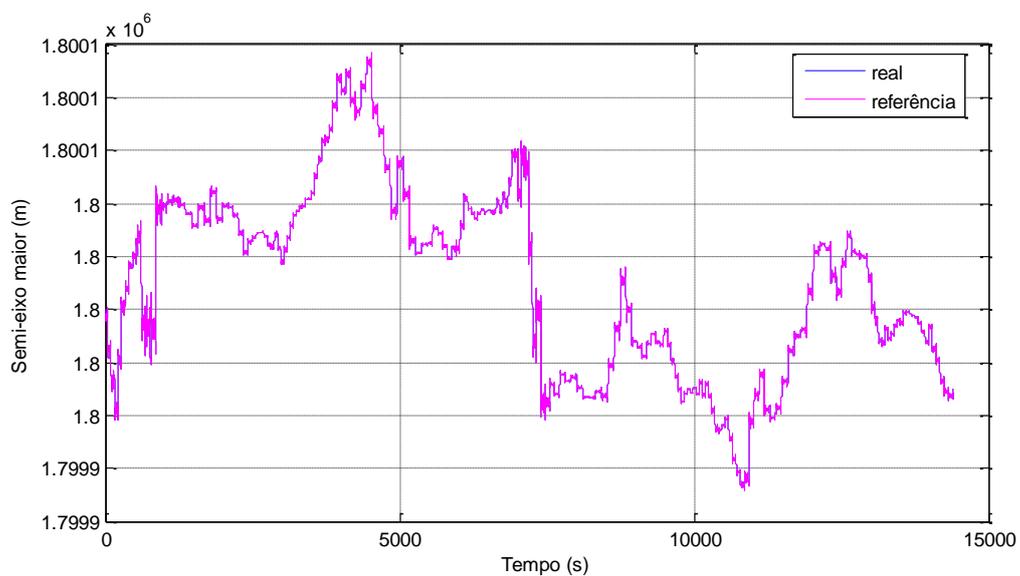


Figura 6.46 – Semi-eixo maior na simulação 3

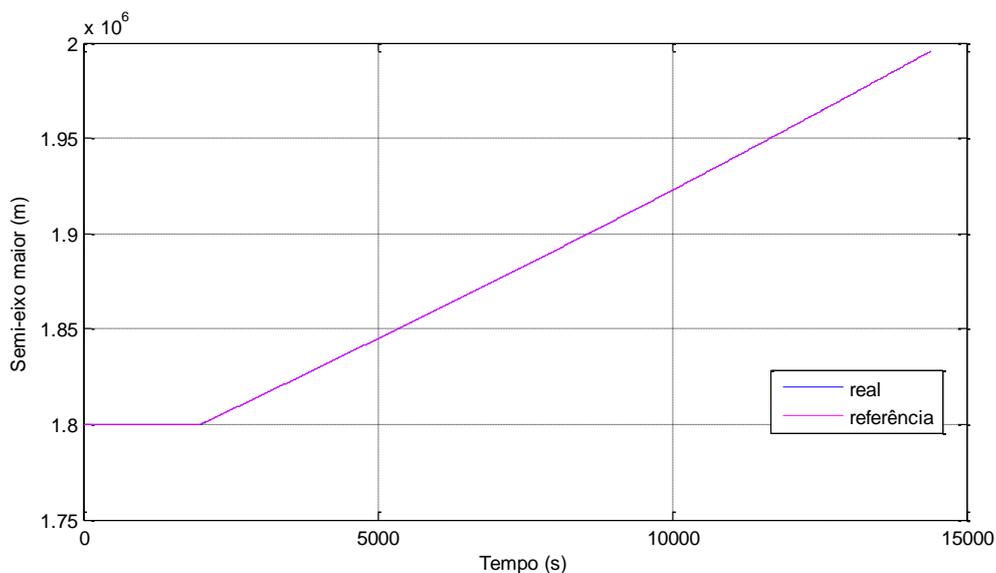


Figura 6.47 – Semi-eixo maior na simulação 4

Pela Figura 6.46 podemos observar que a perturbação causou uma pequena diminuição no semi-eixo maior, com oscilações durante toda a trajetória, devido a distribuição não uniforme de massa lunar e ao valor adotado para grau e ordem de máxima precisão.

A Figura 6.47 mostra que o objetivo da simulação foi alcançado com sucesso, já que o semi-eixo maior aumentou consideravelmente.

A Figura 6.48 é uma ampliação da Figura 6.47 no momento em que o propulsor é ligado e a Figura 6.49 mostra o desvio encontrado no semi-eixo maior.

Assim que o propulsor foi ligado, tangencialmente à trajetória, vemos um pequeno desvio, que foi corrigido e a órbita real manteve-se junto à de referência até o final da simulação.

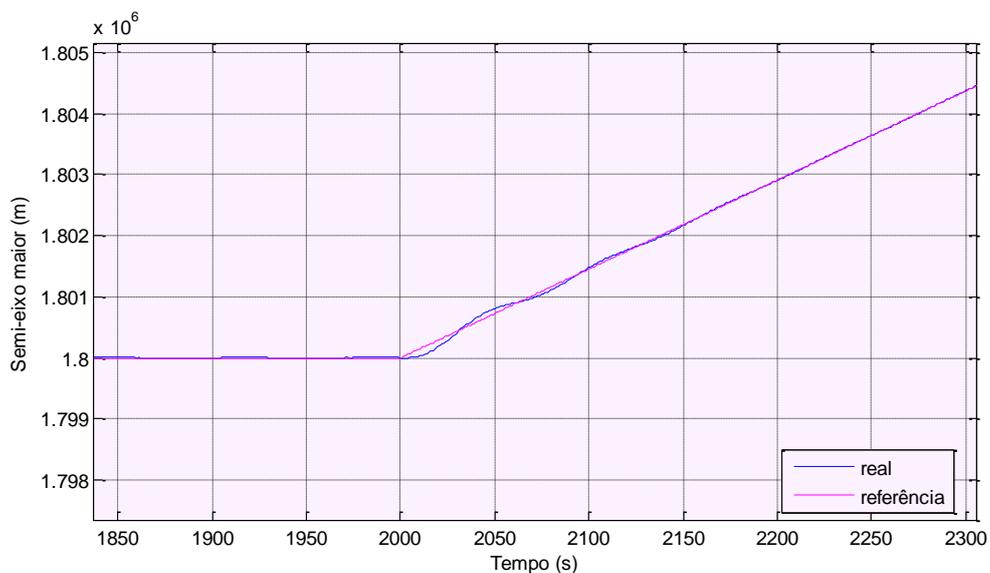


Figura 6.48 – Ampliação do comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 4

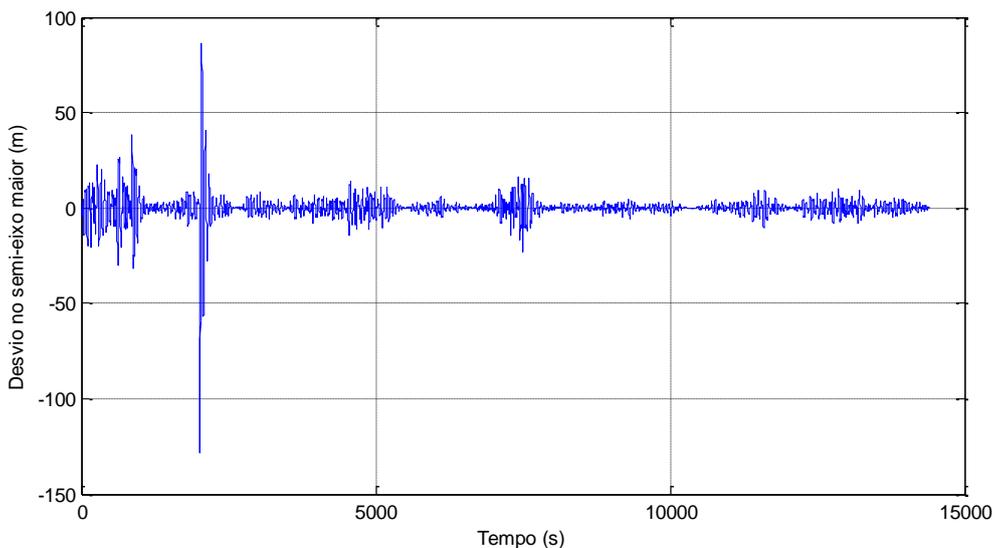


Figura 6.49 – Desvio no semi-eixo maior durante a simulação 4

Nas Figuras 6.50 e 6.51 podemos ver a variação na excentricidade durante as duas simulações realizadas.

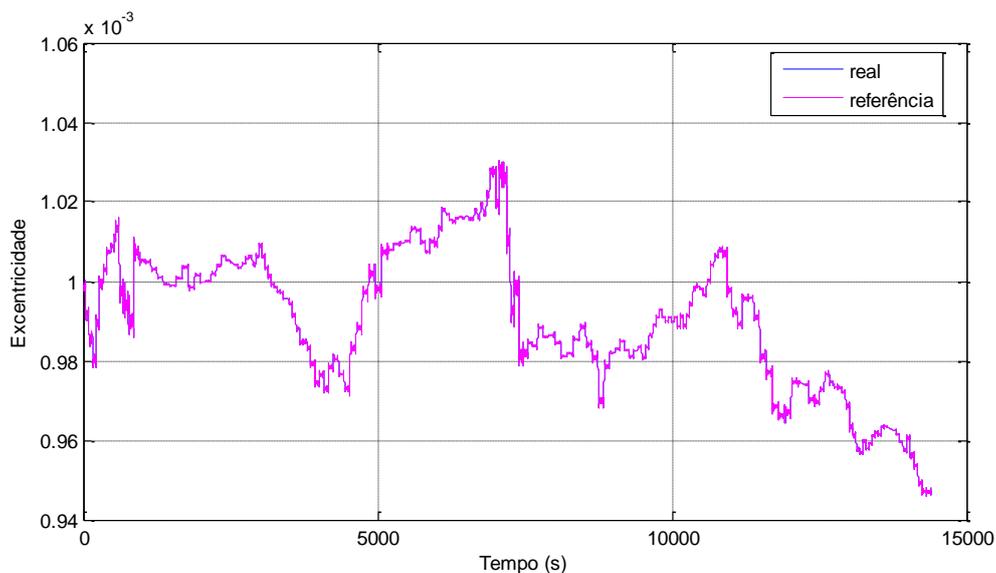


Figura 6.50 – Excentricidade durante a simulação 3

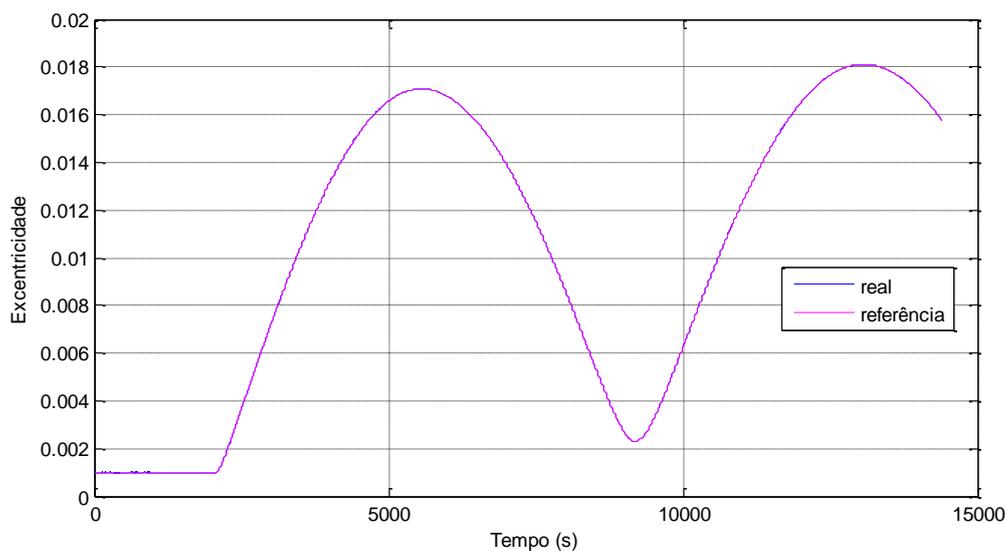


Figura 6.51 – Excentricidade durante a simulação 4

Para os dois casos estudados, a órbita manteve-se com baixa excentricidade, apresentando pequenas variações sendo, no primeiro caso devido ao potencial gravitacional lunar e no segundo caso devido ao potencial gravitacional lunar e o uso dos propulsores.

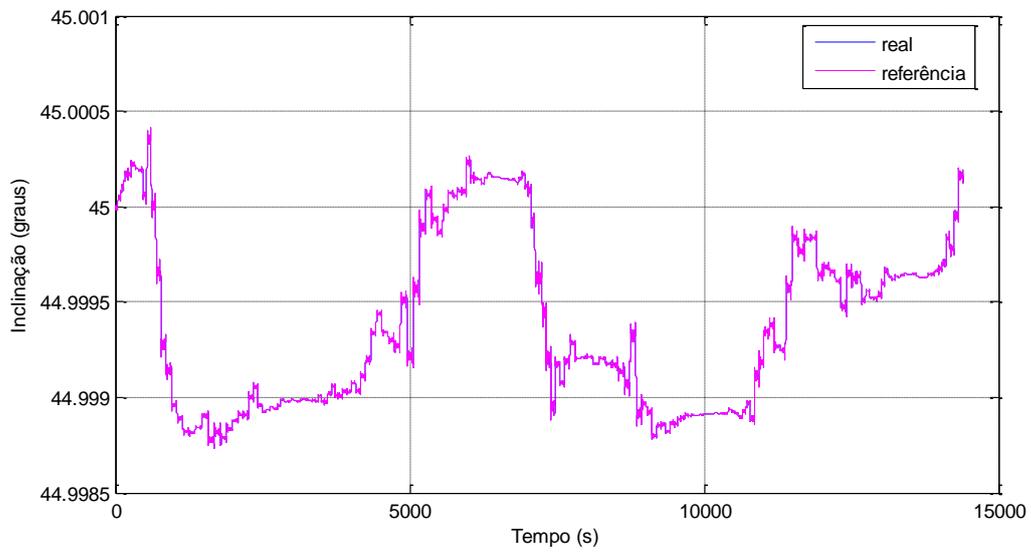


Figura 6.52 – Inclinação durante a simulação 3

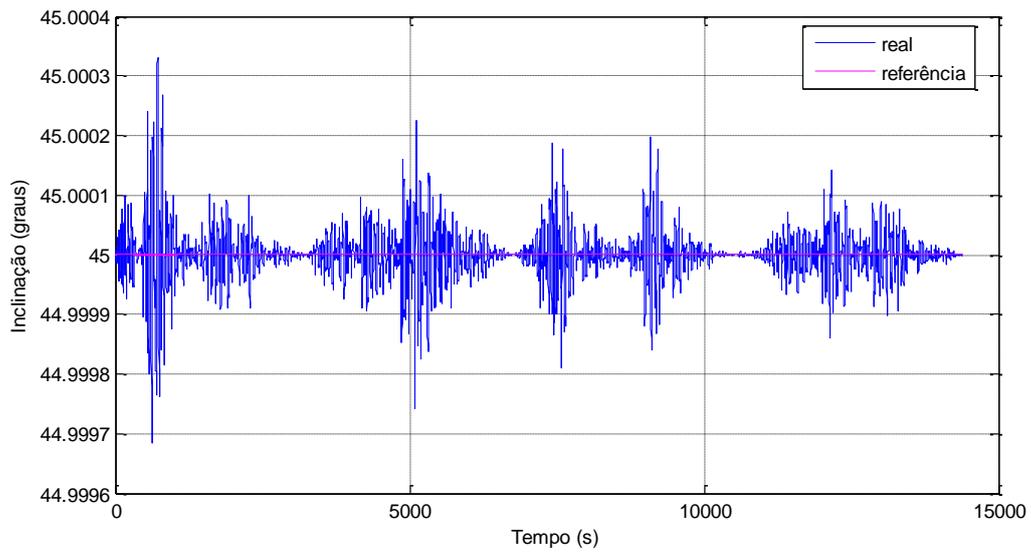


Figura 6.53 – Inclinação durante a simulação 4

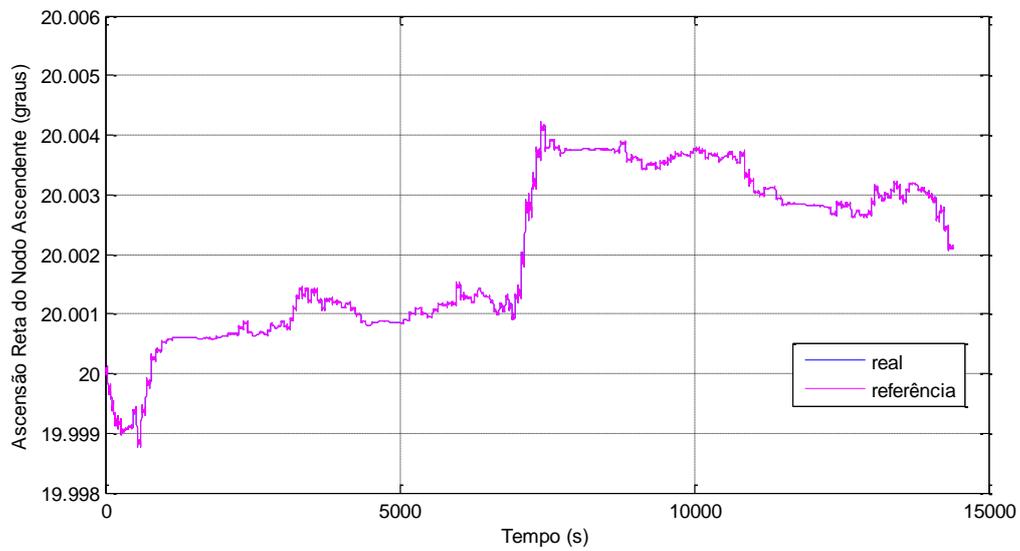


Figura 6.54 – Ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 3

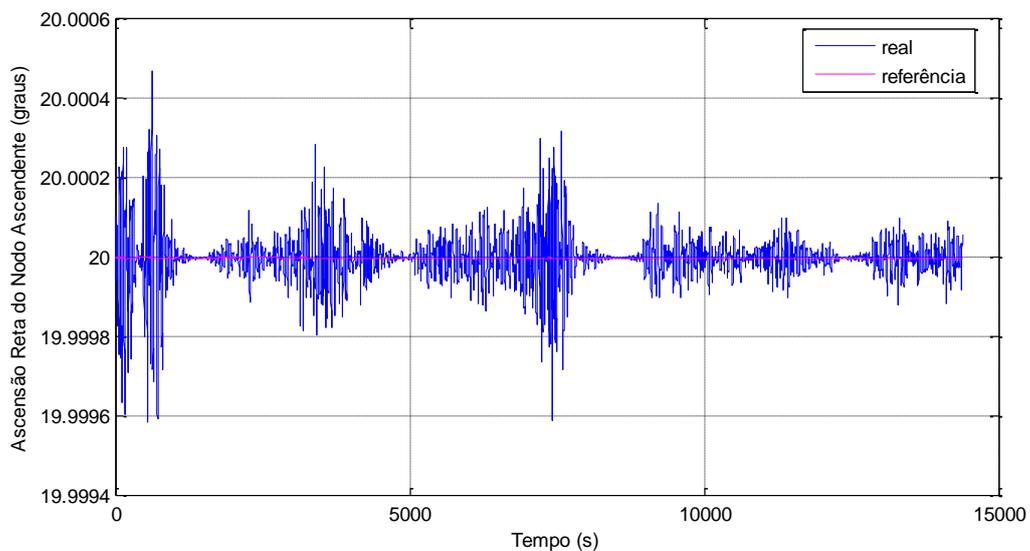


Figura 6.55 – Ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 4

Visto que o objetivo da simulação 3 era apenas sentir o efeito da perturbação do potencial gravitacional na órbita do satélite e da simulação 4 aumentar o semi-eixo maior, não foram encontradas variações significativas nos valores da inclinação e argumento do periapse em ambos os casos, Figuras 6.52 a 6.55.

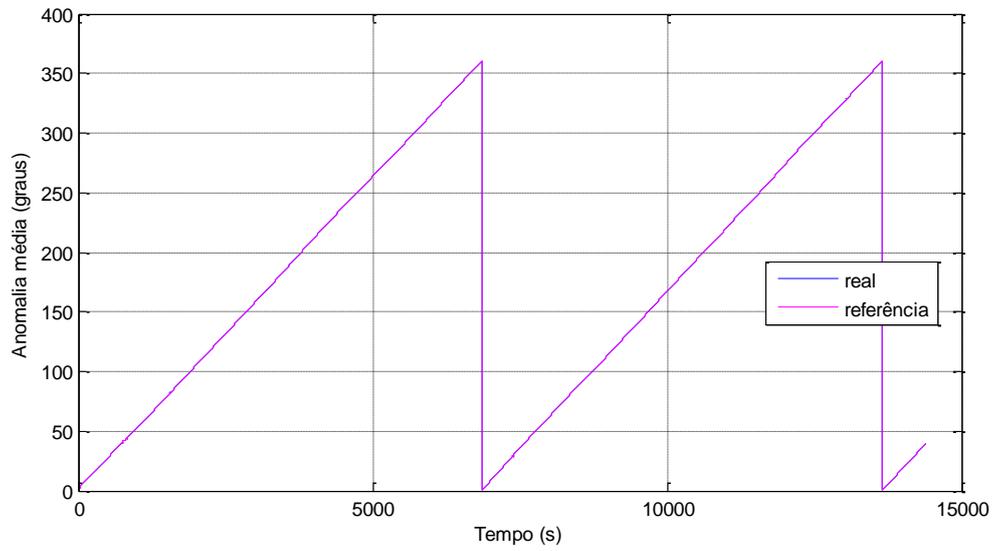


Figura 6.56 – Anomalia média durante a simulação 3

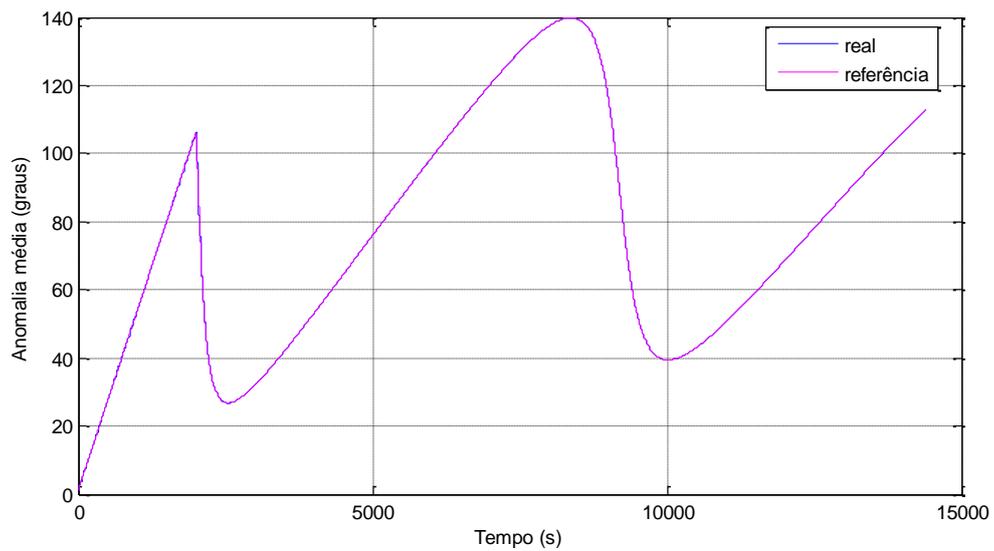


Figura 6.57 – Anomalia média durante a simulação 4

As Figuras 6.56 e 6.57 mostram a variação da anomalia verdadeira durante as duas simulações.

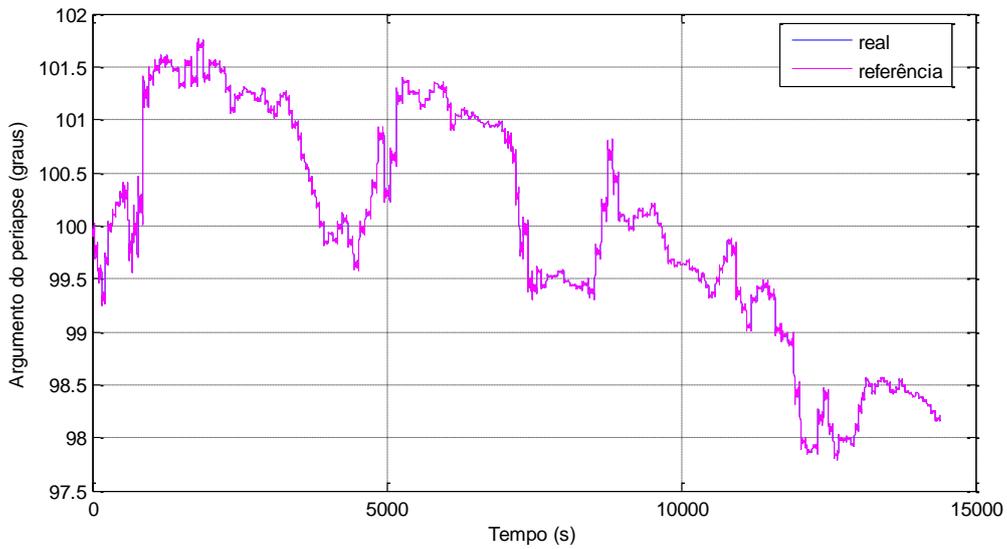


Figura 6.58 – Argumento do periapse durante a simulação 3

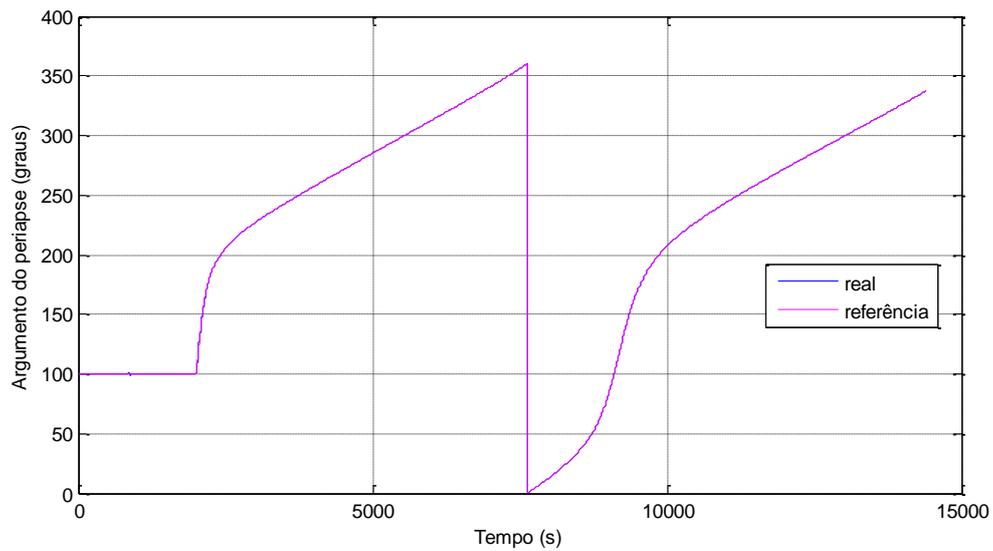


Figura 6.59 – Argumento do periapse durante a simulação 4

De acordo com o objetivo das missões simuladas, vemos nas Figuras 6.60 e 6.61 a variação da altitude do satélite ao longo do tempo de simulação. A Figura 6.60 mostra que o satélite teve uma variação de altitude de aproximadamente 0,5 km, e ficou oscilando em torno da altitude de 17 km,

devido à perturbação. A Figura 6.61 mostra que o satélite teve uma variação da altitude de aproximadamente 210 km, neste caso devido à realização da manobra, alcançando assim o objetivo estipulado para a missão.

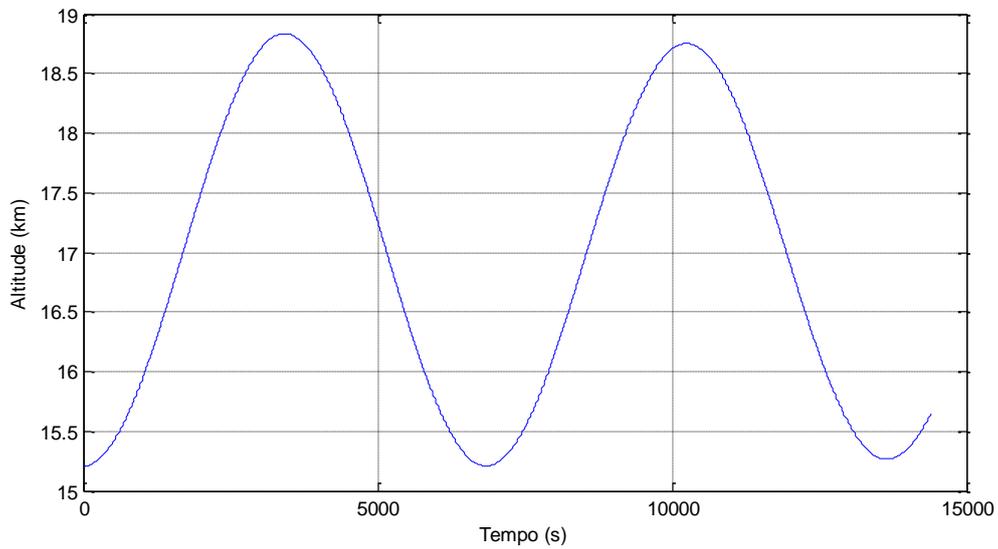


Figura 6.60 – Altitude durante a simulação 3

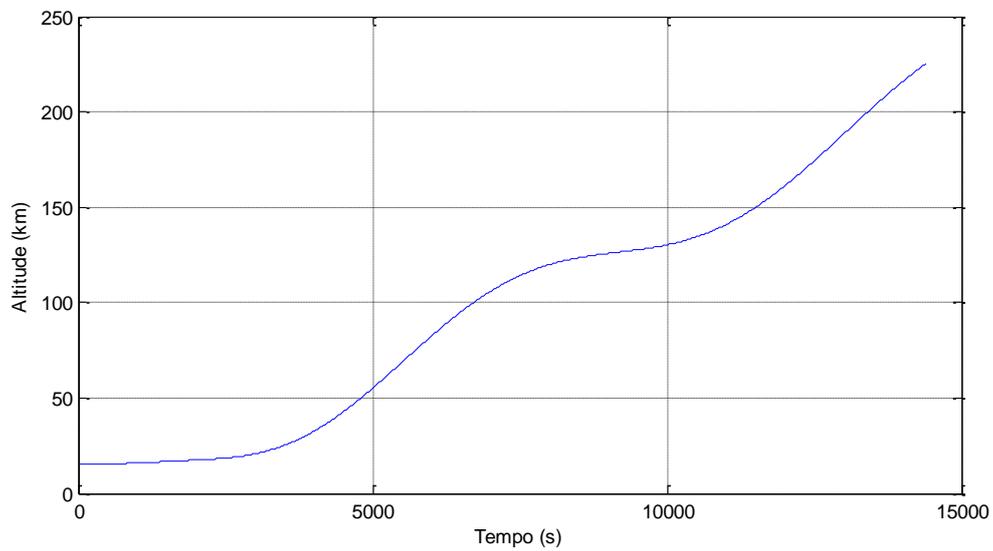


Figura 6.61 – Excentricidade durante a simulação 4

As Figuras 6.62 e 6.63 mostram a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar atuando sobre o satélite durante as duas simulações realizadas.

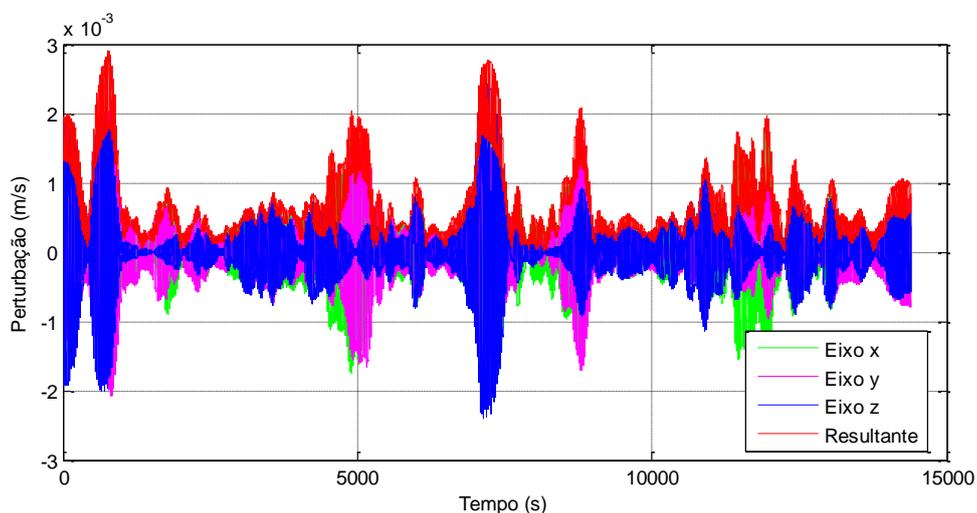


Figura 6.62 – Perturbação atuando sobre o satélite durante a simulação 3

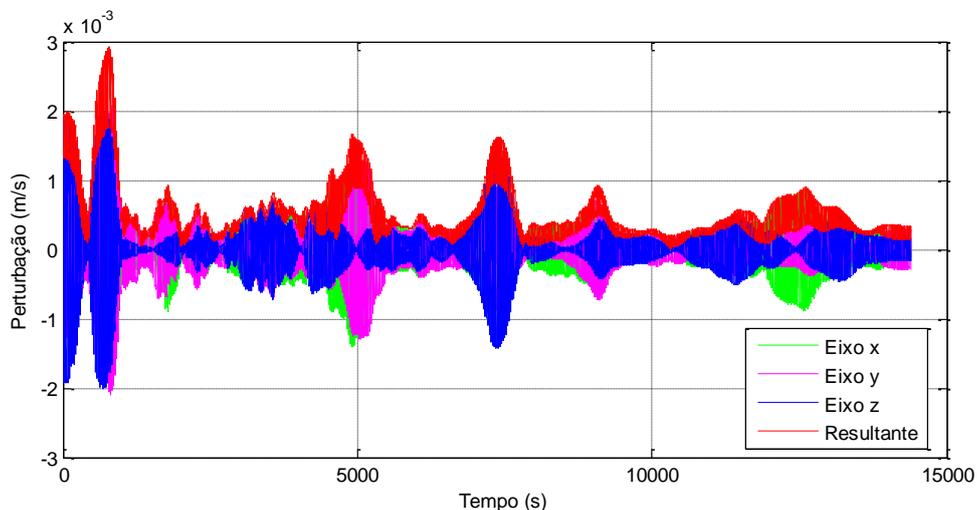


Figura 6.63 – Perturbação atuando sobre o satélite durante a simulação 4

Foram obtidas figuras mais complexas que as da seção 6.1.1, em que foram considerados apenas os efeitos causados pelo achatamento lunar, pois agora, foram considerados também os efeitos da elipticidade equatorial, além de ter sido utilizado valor 100 para grau e ordem.

Podemos observar que a amplitude do sinal resultante da perturbação é maior na simulação 3, visto que ela é realizada numa órbita mais baixa e, portanto, mais próxima da superfície lunar, sofrendo mais os efeitos perturbativos.

Nas Figuras 6.64 e 6.65 podemos ver o consumo de propelente e empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 4.

O valor numérico do consumo total de propelente até o final da simulação é de 1,0121655522619 kg, como visto na Figura 6.64 e na Tabela 6.10.

Podemos ver, por meio da Figura 6.65, que o propulsor foi ligado aos 2000 s de simulação para que a manobra fosse inicializada. As oscilações no início da simulação, ampliadas na Figura 6.66, são devido ao regime transitório do sistema de controle da trajetória.

Vale ressaltar que o consumo de propelente e o empuxo sobre o satélite foram nulos durante toda a simulação 3, já que não houve realização de manobra ou correção.

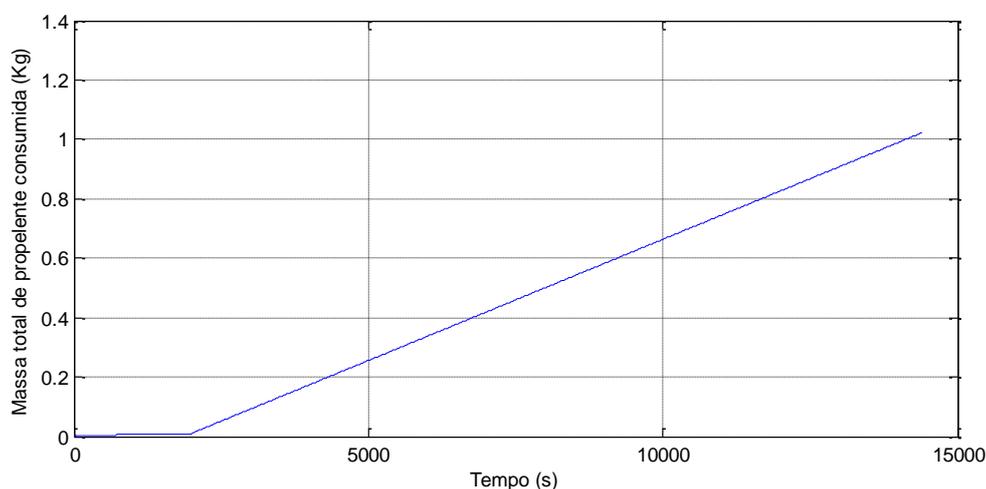


Figura 6.64 – Massa de propelente consumida durante a simulação 4

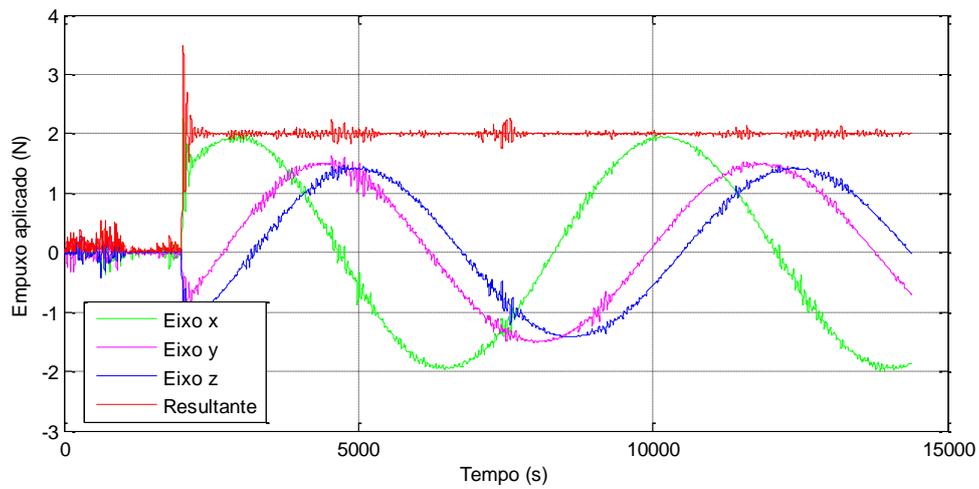


Figura 6.65 – Empuxo atuando sobre o satélite durante a simulação 4



Figura 6.66 – Ampliação no regime transitório do sistema de controle

As Figuras 6.67, 6.68 e 6.69 apresentam o sinal de controle, o sinal da perturbação e resultante entre o sinal de controle e da perturbação nos eixos x, y e z, respectivamente.

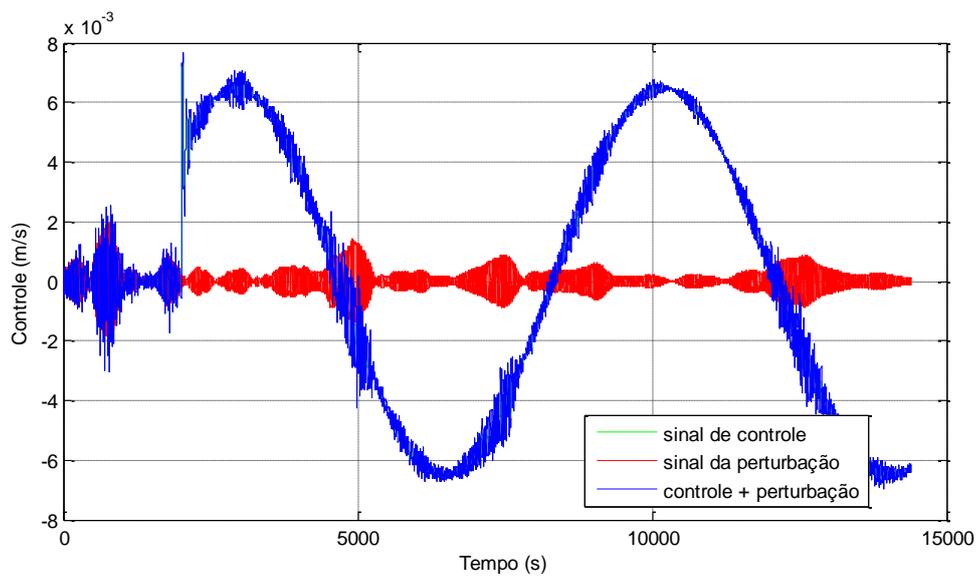


Figura 6.67 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4, no eixo x

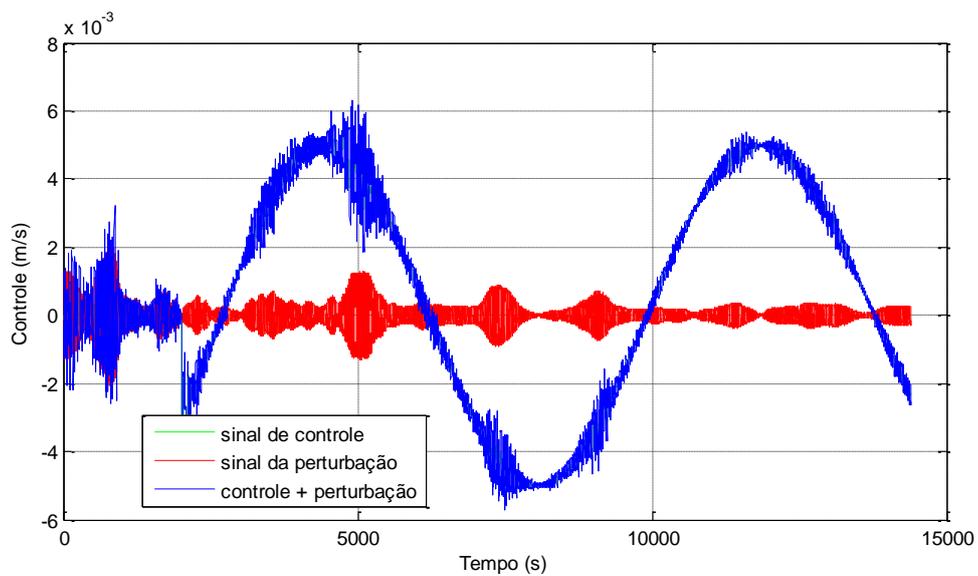


Figura 6.68 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4, no eixo y

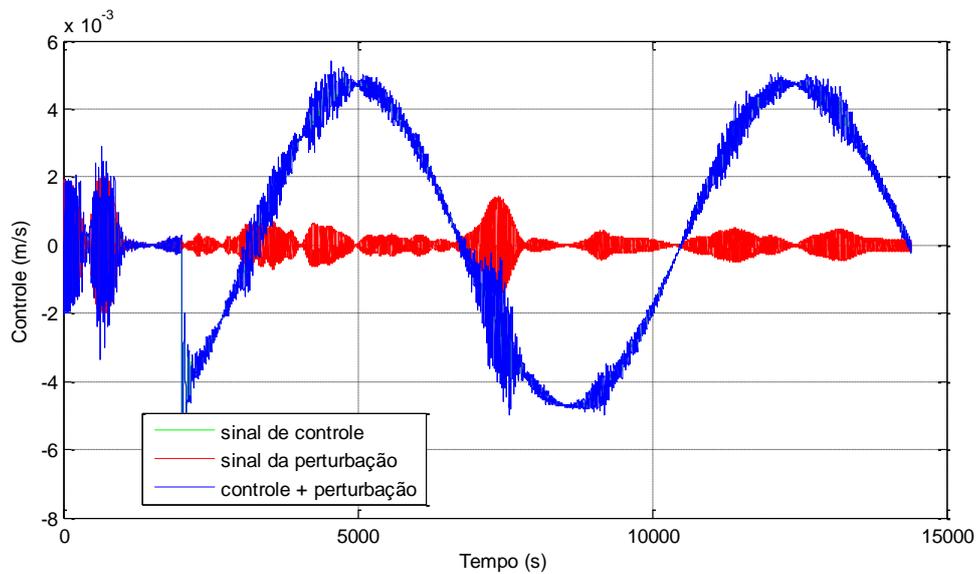


Figura 6.69 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4, no eixo z

O sinal de controle das Figuras 6.67, 6.68 e 6.69, até 2000 s tem a função de apenas minimizar ao máximo os efeitos perturbativos sobre a trajetória do satélite. Porém, aos 2000 s os propulsores são ligados com o objetivo de aumentar o semi-eixo maior da órbita e a forma de onda resultante mostra o controle minimizando os efeitos perturbativos e também aumentando o semi-eixo maior da órbita. Adotou-se que o propulsor tem a capacidade de modular uma magnitude de 2 N para realização da manobra, porém é capaz ainda de aplicar um empuxo máximo total de 6 N quando se faz necessária a correção da trajetória do satélite devido às perturbações.

Para ilustrar de forma mais clara, as Figuras 6.70, 6.71 e 6.72 mostram o sinal de controle, da perturbação e a resultante entre o controle e a perturbação separadamente, apenas no eixo x. Porém, o mesmo acontece nos outros eixos.

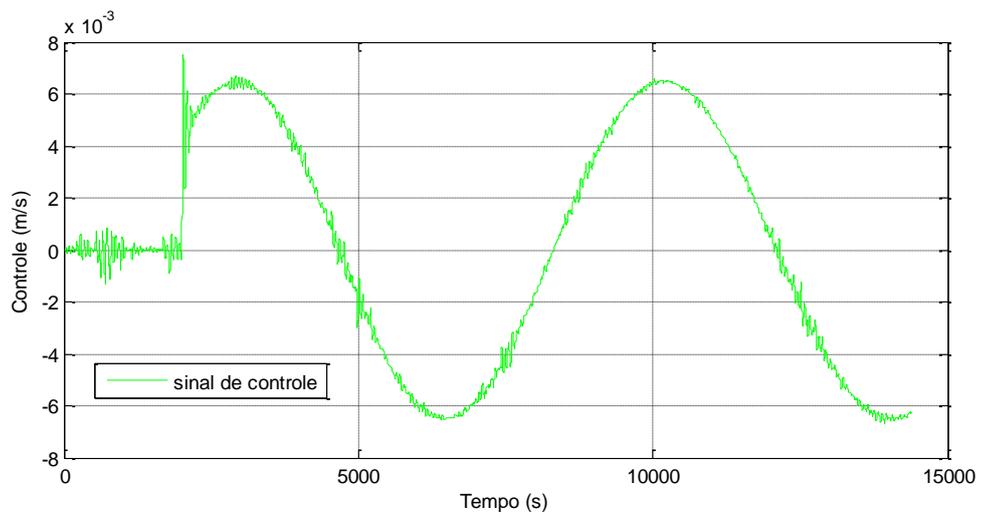


Figura 6.70 – Sinal de controle e sinal durante a simulação 4 no eixo x

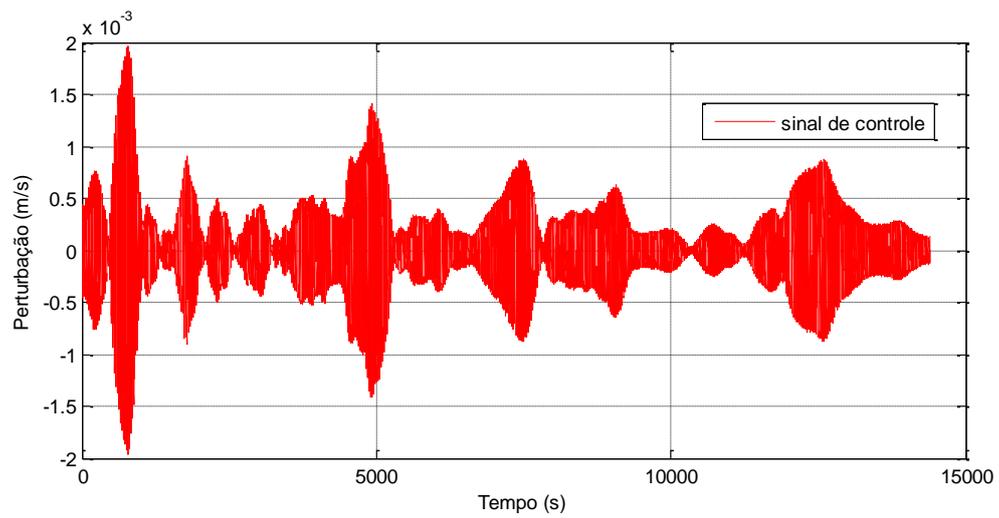


Figura 6.71 – Sinal de perturbação durante a simulação 4 no eixo x

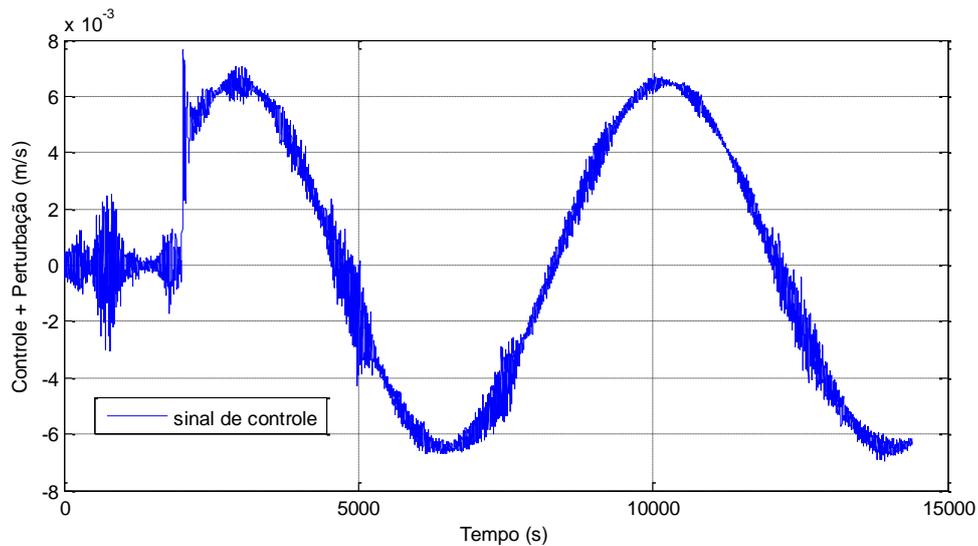


Figura 6.72 – Sinal de controle e sinal de perturbação durante a simulação 4 no eixo x

6.2. Simulações orbitais considerando o albedo lunar

Nesta seção serão apresentadas as simulações e os resultados em que foi considerando apenas o albedo lunar.

6.2.1. Estudo do efeito da incidência do albedo lunar sobre um satélite artificial lunar

A fim de estudar o efeito do albedo da superfície da Lua sobre a órbita de um satélite artificial lunar, primeiramente foi realizado um estudo com o objetivo de definir a quantidade de células em que a Lua será dividida para a realização de simulações.

Tal estudo é necessário, pois, a utilização do número máximo de células, e máxima precisão dos resultados, exige um esforço computacional grande, o que é ainda mais agravado quando considerados outros tipos de perturbações afetando a órbita do satélite.

A Figura 6.73 apresenta a refletividade da superfície da Lua.

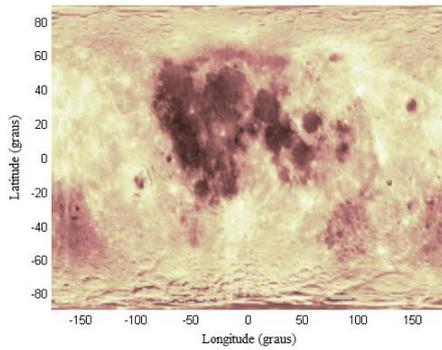


Figura 6.73 (a) Refletividade lunar (imagem em 2 dimensões)

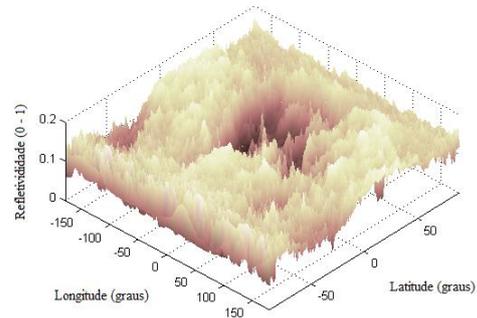


Figura 6.73 (b) Refletividade lunar (imagem em 3 dimensões)

Figura 6.73 – Refletividade da superfície lunar

Por meio da Figura 6.73 podemos observar a matriz de refletividade da Lua em função das coordenadas de latitude e longitude. Devido à inexistência de atmosfera na Lua, o valor do albedo em cada célula permanece constante, garantindo que a matriz de refletividade não seja alterada.

As Figuras 6.74 e 6.75 mostram o albedo de toda a superfície lunar.

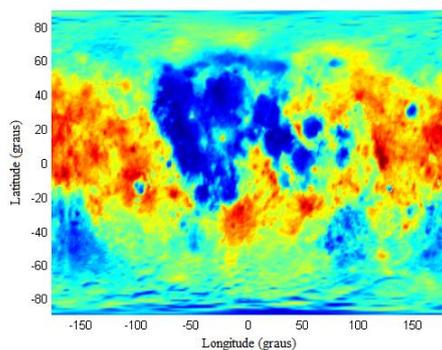


Figura 6.74(a) - Albedo lunar a 15 km de altitude (imagem em 2 dimensões)

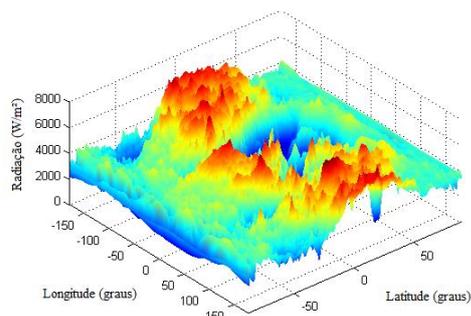


Figura 6.74 (b) Albedo lunar a 15 km de altitude (imagem em 3 dimensões)

Figura 6.74 – Albedo lunar a 15 km de altitude

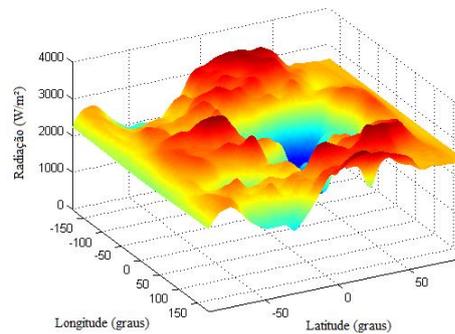
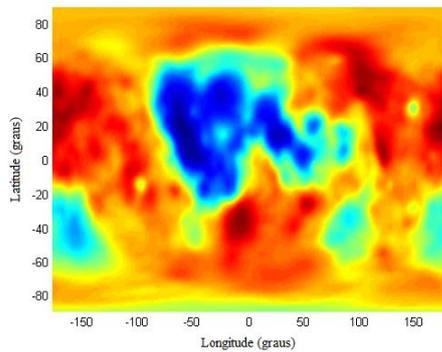


Figura 6.75 (a) Albedo lunar a 115 km de altitude (imagem em 2 dimensões)

Figura 6.75 (b) Albedo lunar a 115 km de altitude (imagem em 3 dimensões)

Figura 6.75 – Albedo lunar a 115 km de altitude

As Figuras 6.74 e 6.75 apresentam a potência luminosa, em W/m^2 , refletida pela superfície lunar em uma situação hipotética em que a Lua é iluminada por inteiro, como se fosse possível o Sol permanecer sobre o zênite de cada célula, ilustrando a máxima radiação sobre ela. Caso fosse possível colocarmos o veículo sobre cada célula, poderíamos analisar qual a máxima energia, devido ao albedo lunar, a que esse veículo estaria sujeito. Vemos esta situação a 15 km de altitude, na Figura 6.74, e a 115 km de altitude, na Figura 6.75.

Podemos perceber, pelas Figuras 6.74 e 6.75, que existe diferença na radiação sobre a Lua quando consideramos diferentes altitudes. A 15 km a radiação máxima se aproxima de $7000 W/m^2$ e a 115 km a radiação se aproxima de $3500 W/m^2$. Também podemos perceber que, a 115 km a figura possui picos mais suaves, como se o aumento da altitude fosse capaz de mesclar o efeito das células adjacentes e obter uma média do efeito que elas exercem.

A seguir, as Figuras 6.76 a 6.107 mostram o incremento de velocidade devido a força do albedo sobre um satélite artificial lunar quando adotadas 1, 12, 160, 240, 360, 416, 504, 640, 792, 1025, 1440, 2052, 3240, 5760, 12960, 51840 células, a altitude de 15 km, característica usual de algumas missões lunares

realizadas até hoje, e 115 km, altitude comum para órbita de satélites artificiais lunares.

Todos os casos foram simulados durante 14400 s, com as seguintes condições iniciais: semi-eixo maior: 1800000 m; excentricidade: 0,001; inclinação: 45°; ascensão reta do nodo ascendente: 20°; argumento do periapse: 100°; anomalia média: 1°.

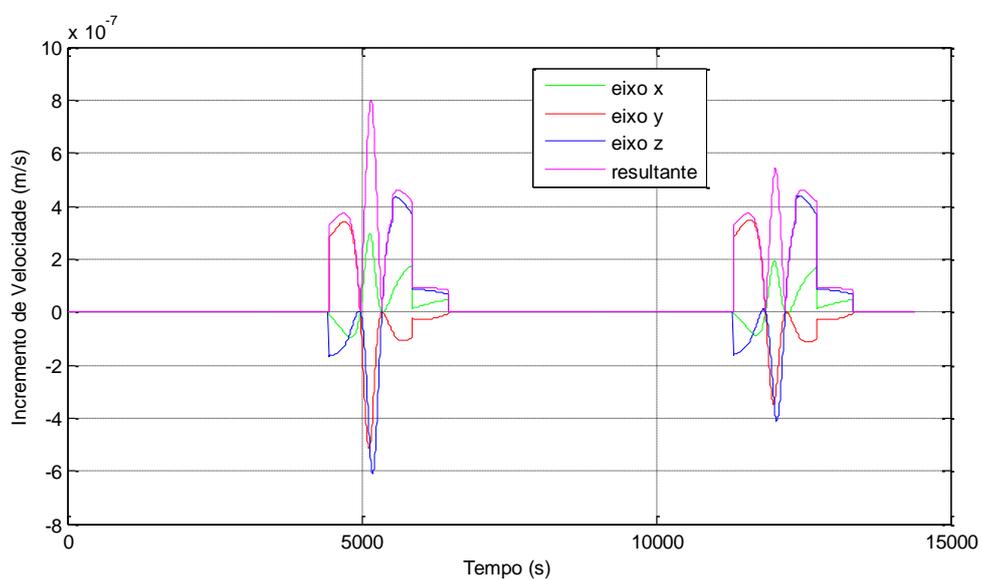


Figura 6.76 – Albedo considerando 1 célula a 15 km

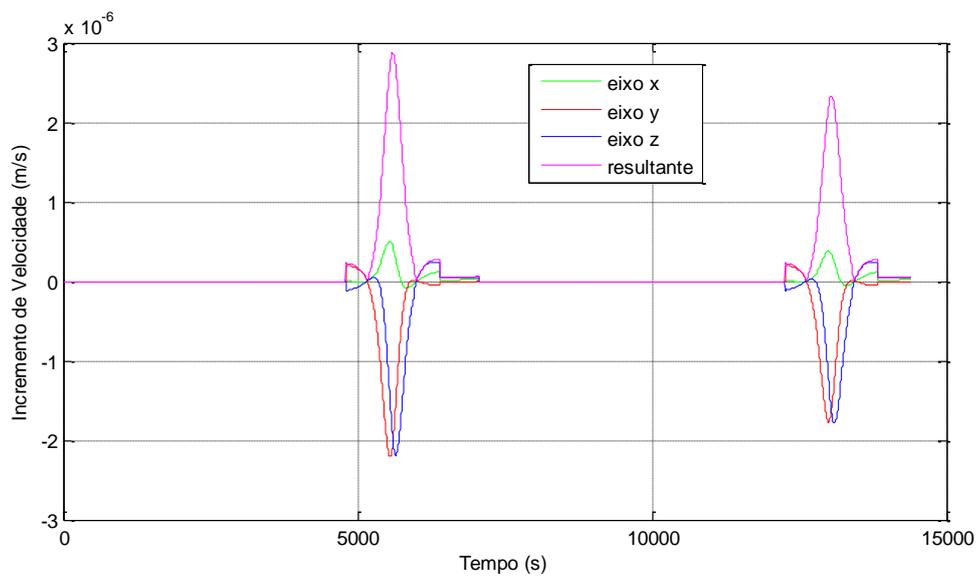


Figura 6.77 – Albedo considerando 1 célula a 115 km

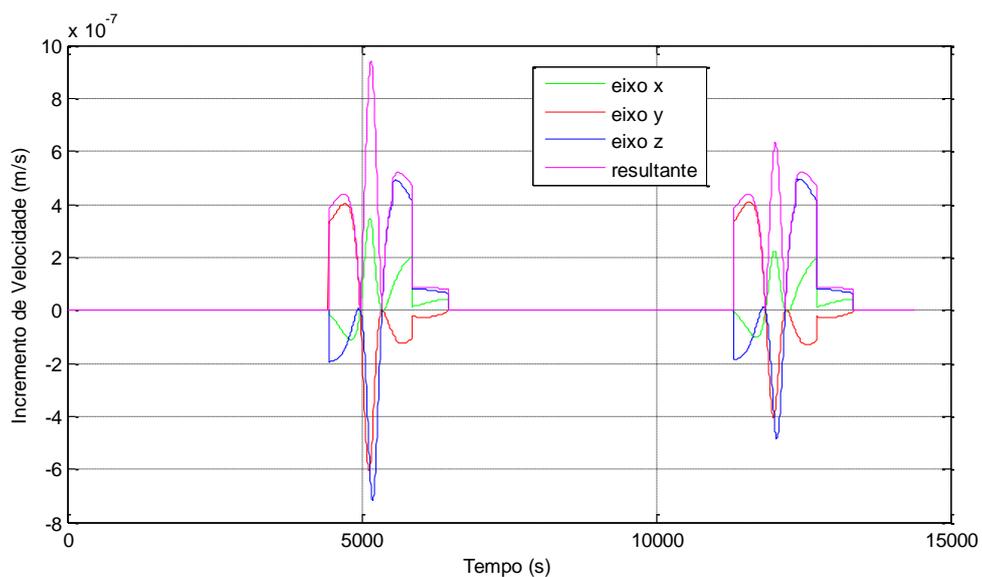


Figura 6.78 – Albedo considerando 12 células a 15 km de altitude

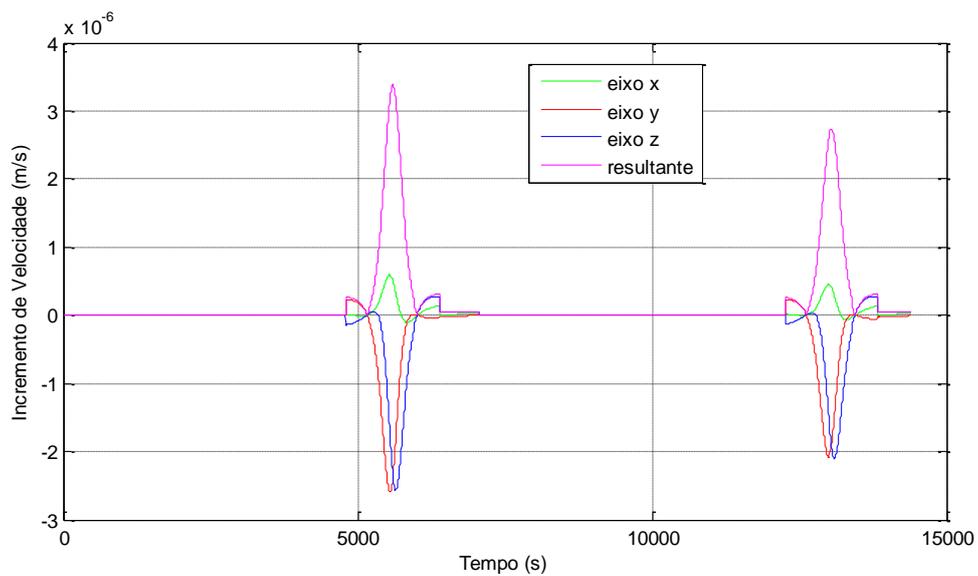


Figura 6.79 – Albedo considerando 12 células a 115 km de altitude

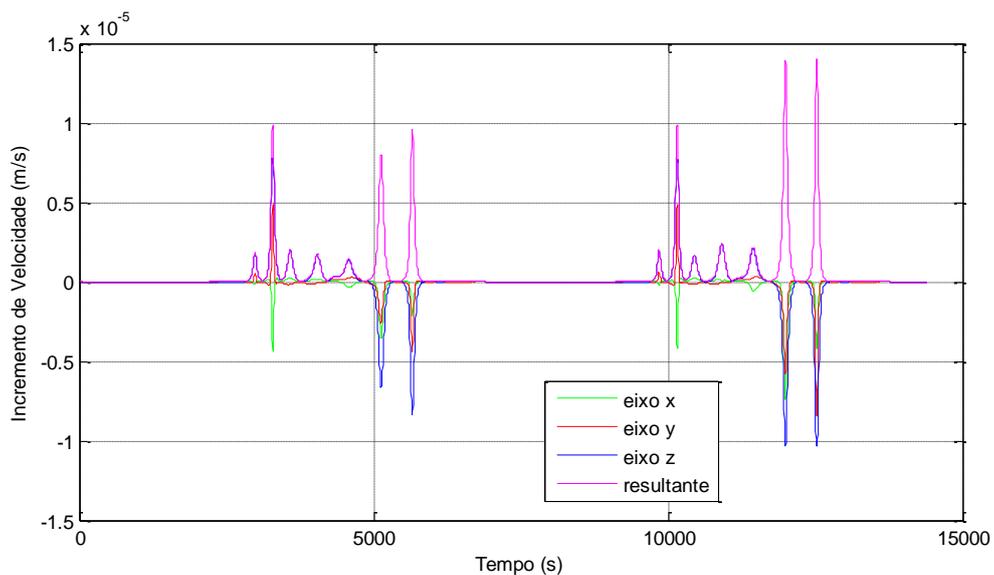


Figura 6.80 – Albedo considerando 160 células a 15 km

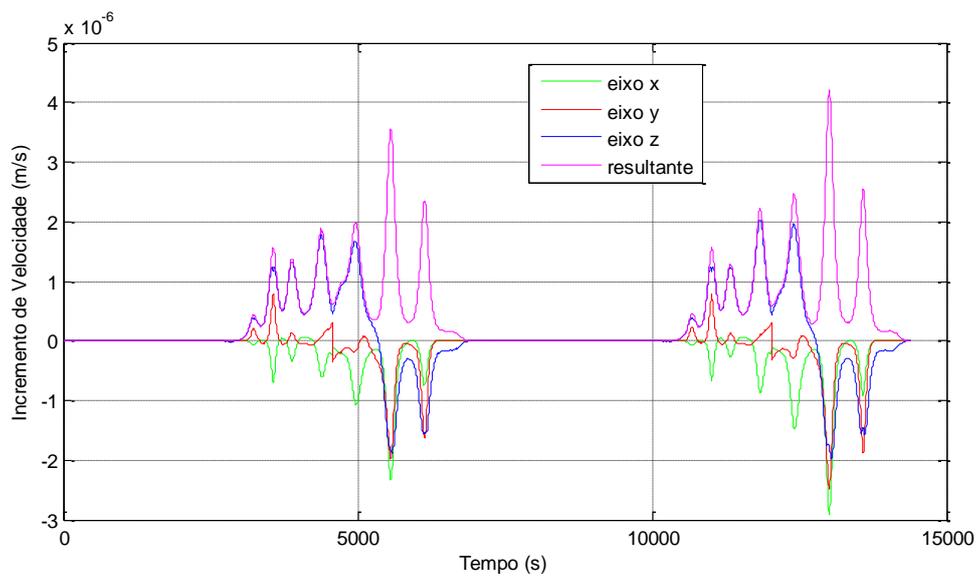


Figura 6.81 – Albedo considerando 160 células a 115 km

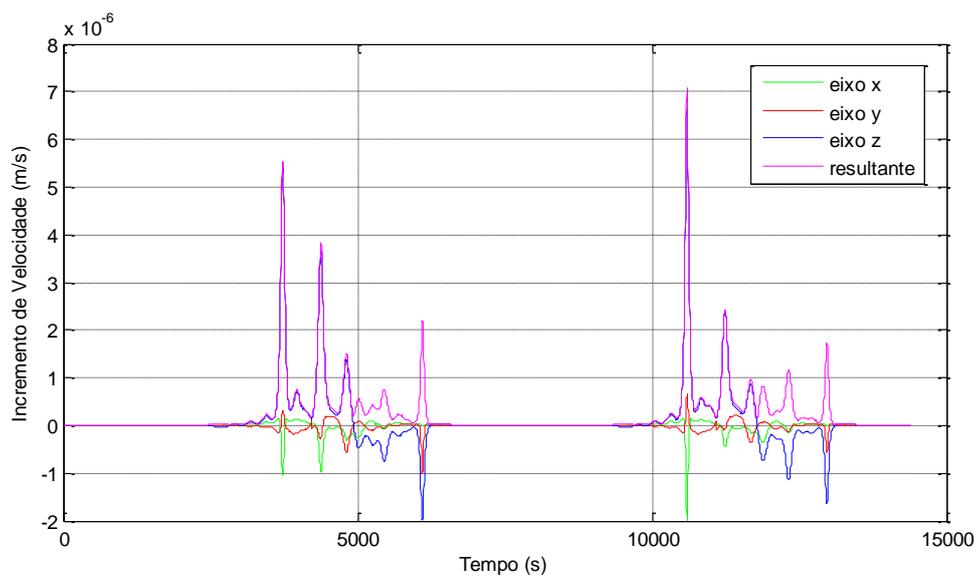


Figura 6.82 – Albedo considerando 240 células a 15 km

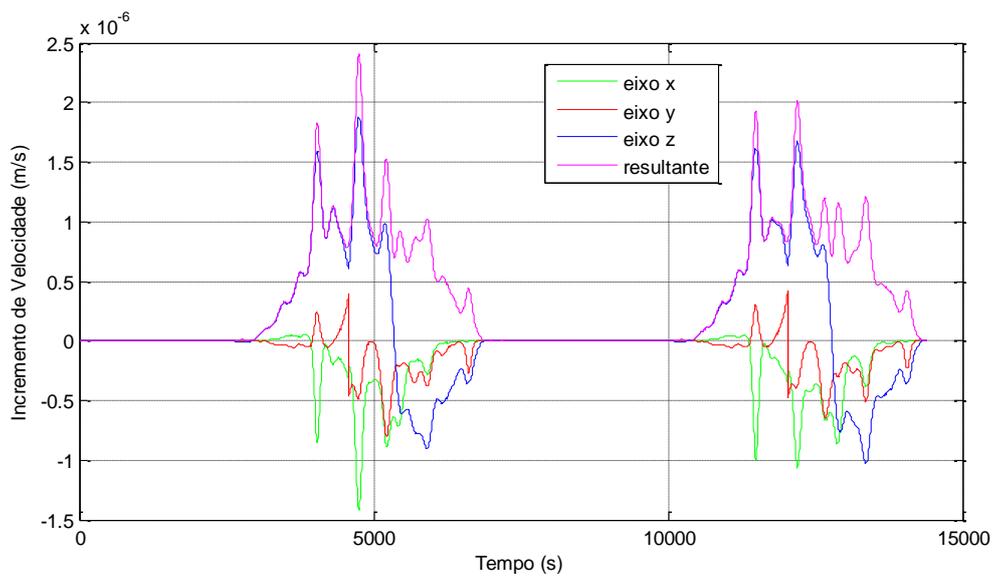


Figura 6.83 – Albedo considerando 240 células a 115 km

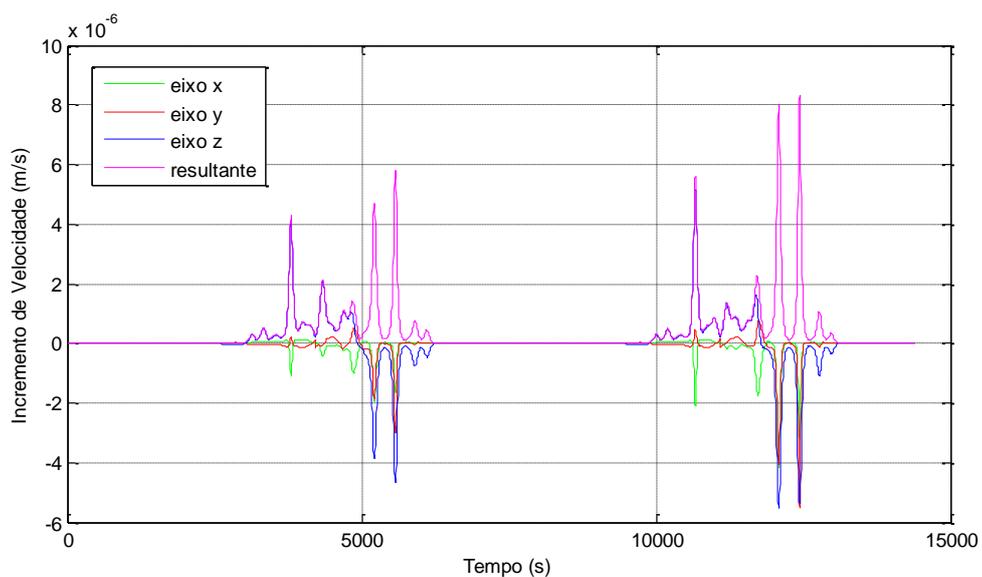


Figura 6.84 – Albedo considerando 360 células a 15 km

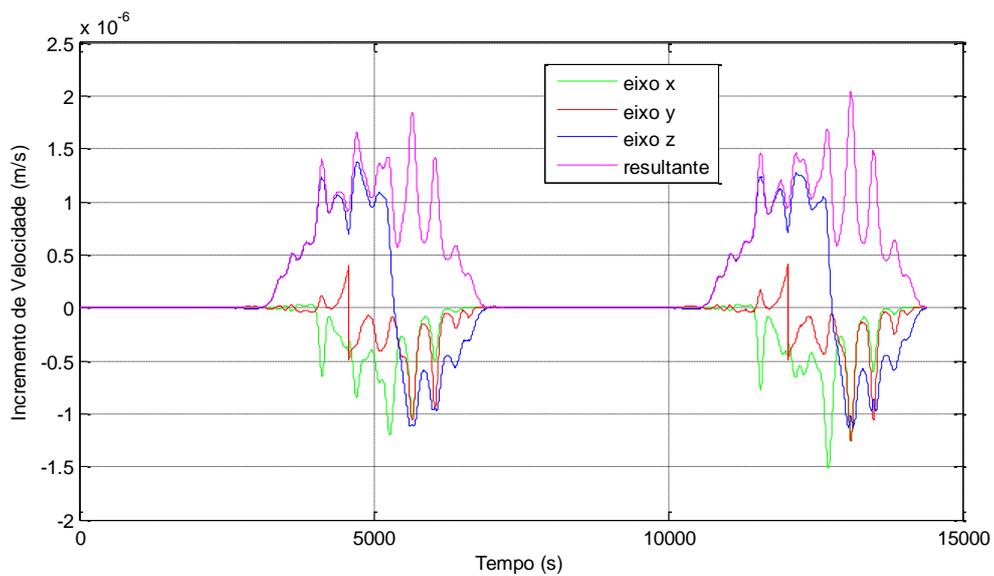


Figura 6.85 – Albedo considerando 360 células a 115 km

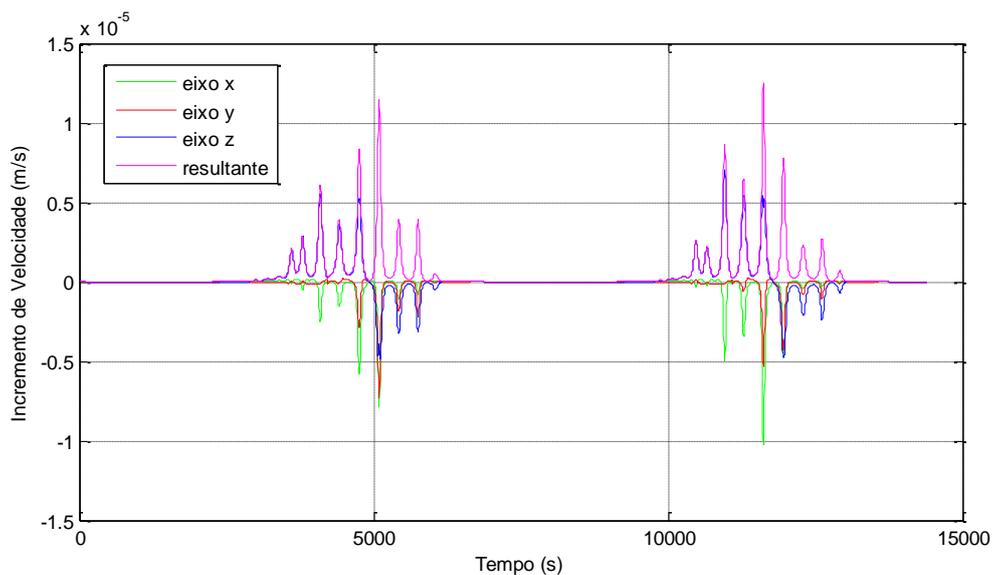


Figura 6.86 – Albedo considerando 416 células a 15 km

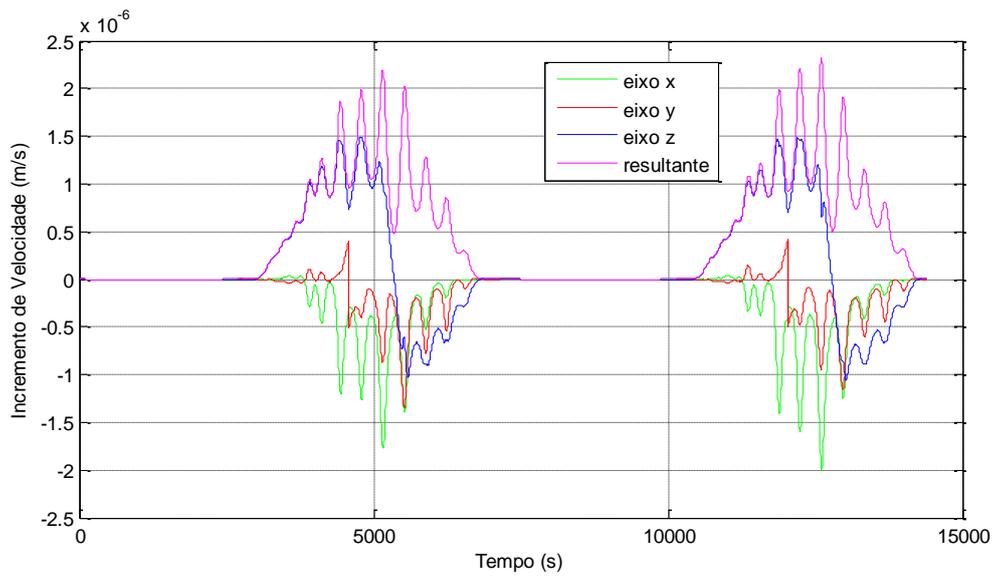


Figura 6.87 – Albedo considerando 416 células a 115 km

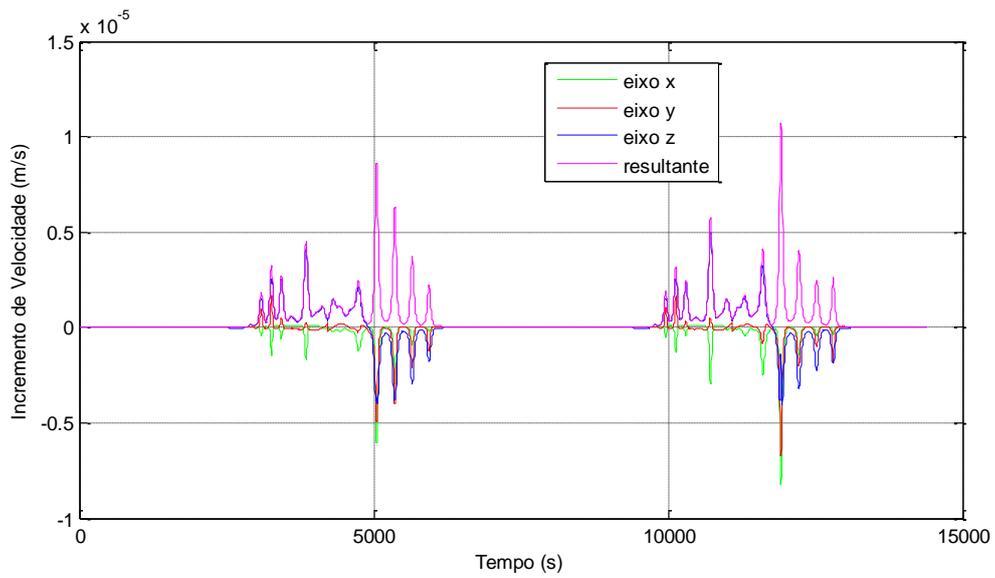


Figura 6.88 – Albedo considerando 504 células a 15 km

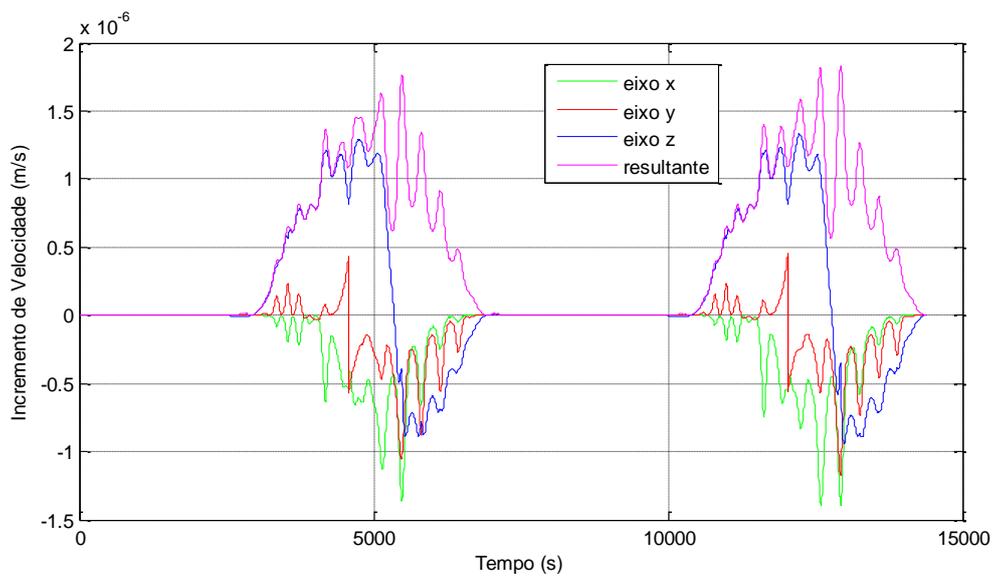


Figura 6.89 – Albedo considerando 504 células a 115 km

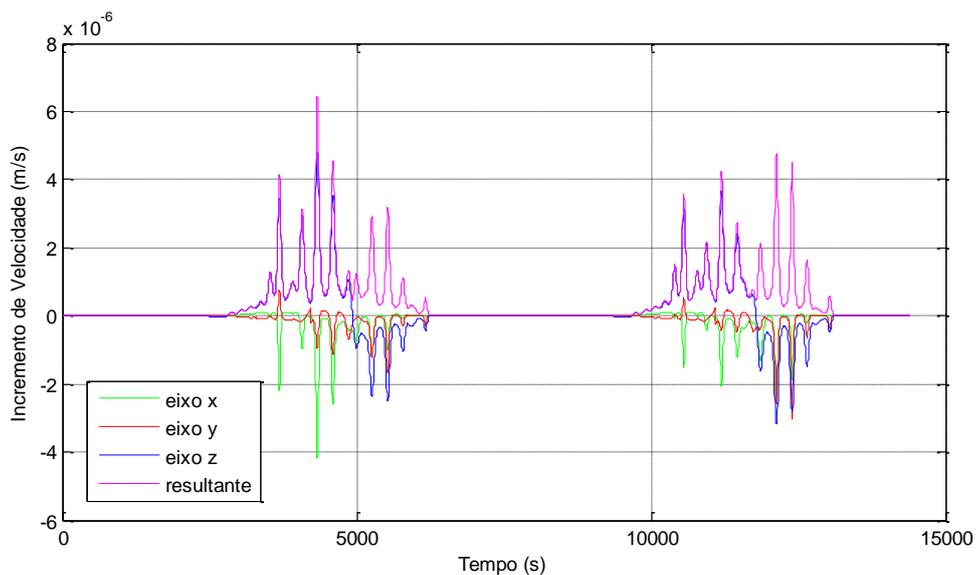


Figura 6.90 – Albedo considerando 640 células a 15 km

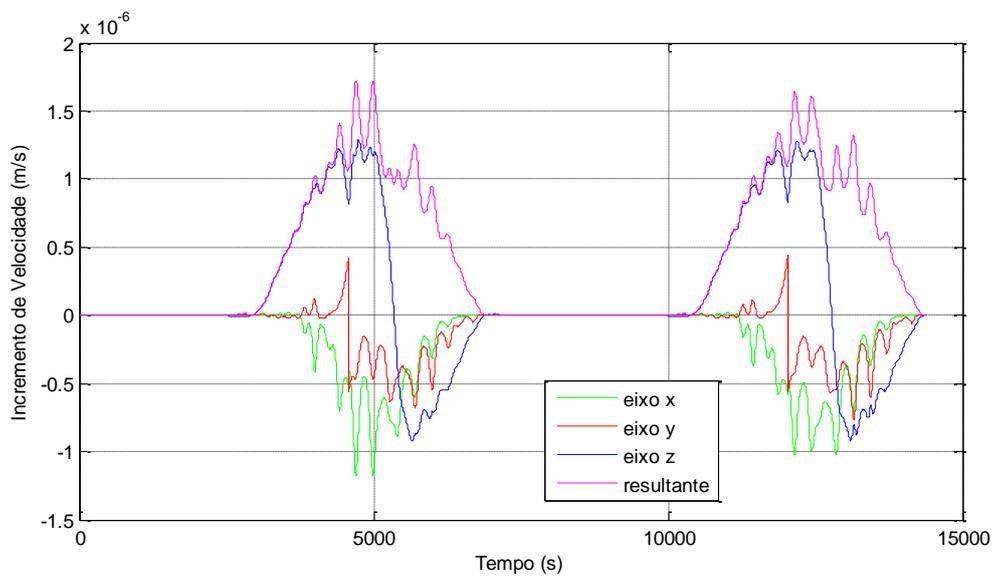


Figura 6.91 – Albedo considerando 640 células a 115 km

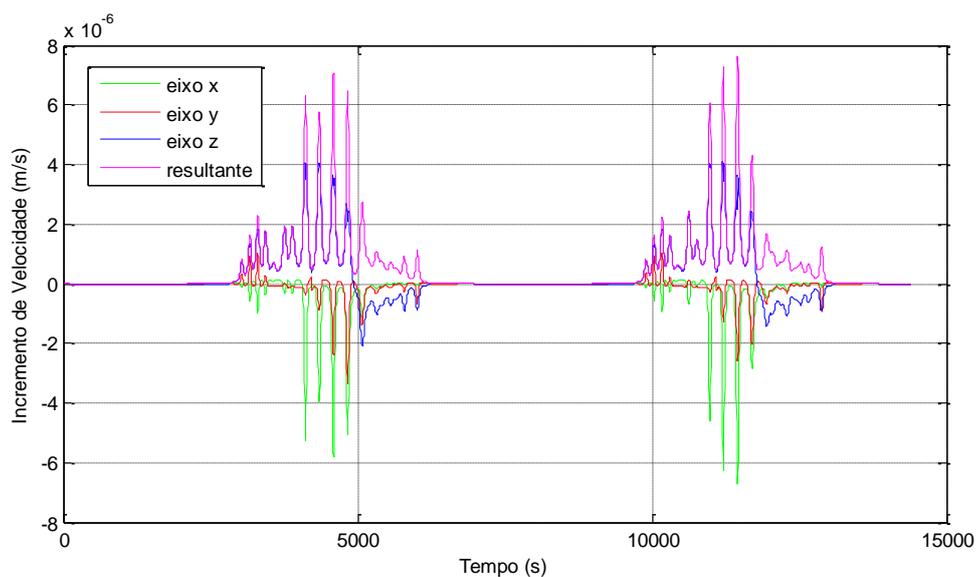


Figura 6.92 – Albedo considerando 792 células a 15 km

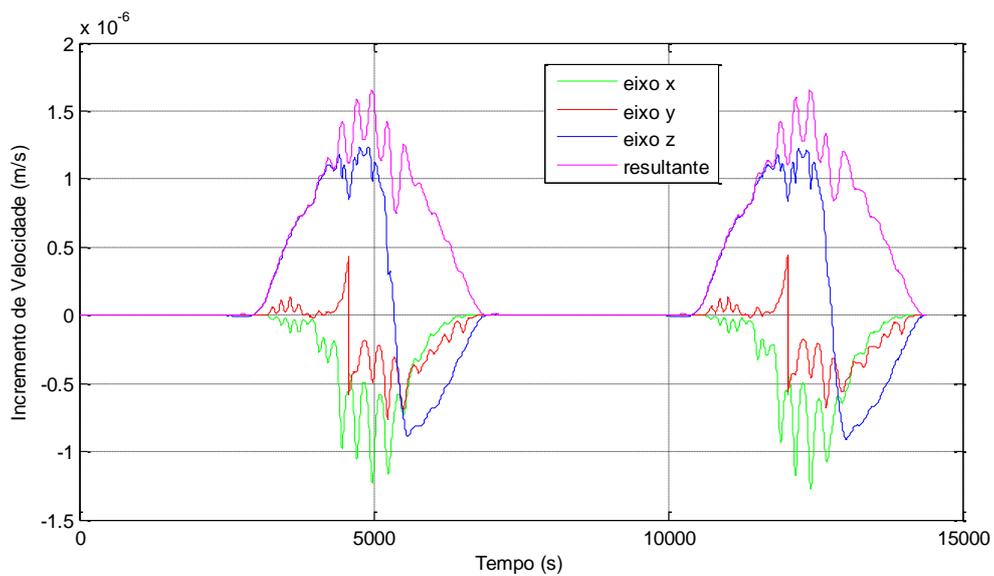


Figura 6.93 – Albedo considerando 792 células a 115 km

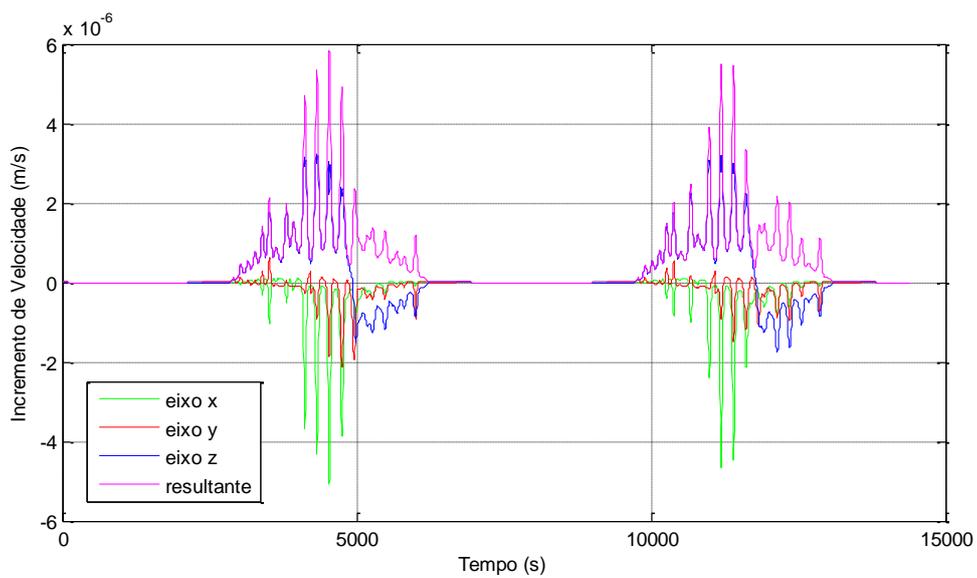


Figura 6.94 – Albedo considerando 1025 células a 15 km

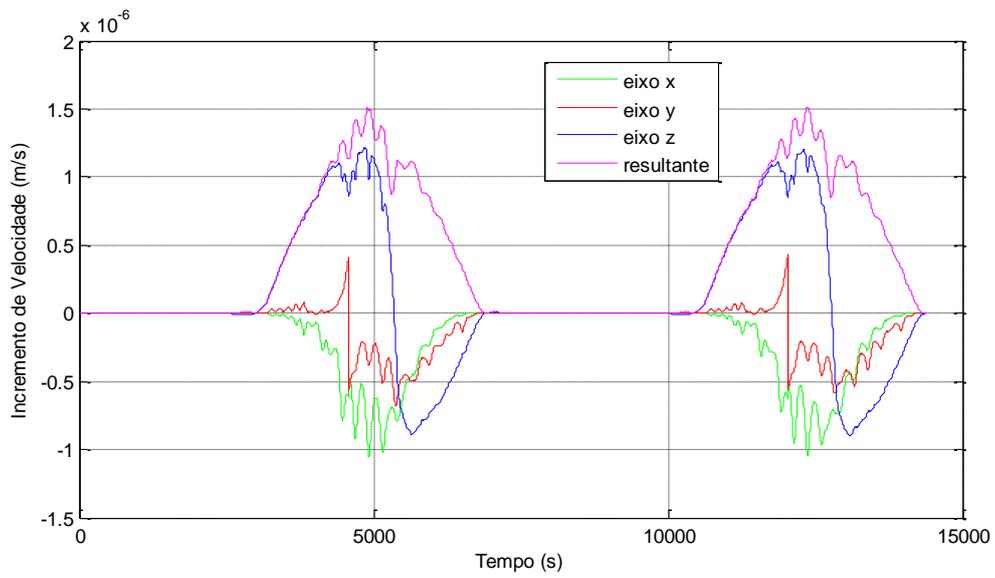


Figura 6.95 – Albedo considerando 1025 células a 115 km

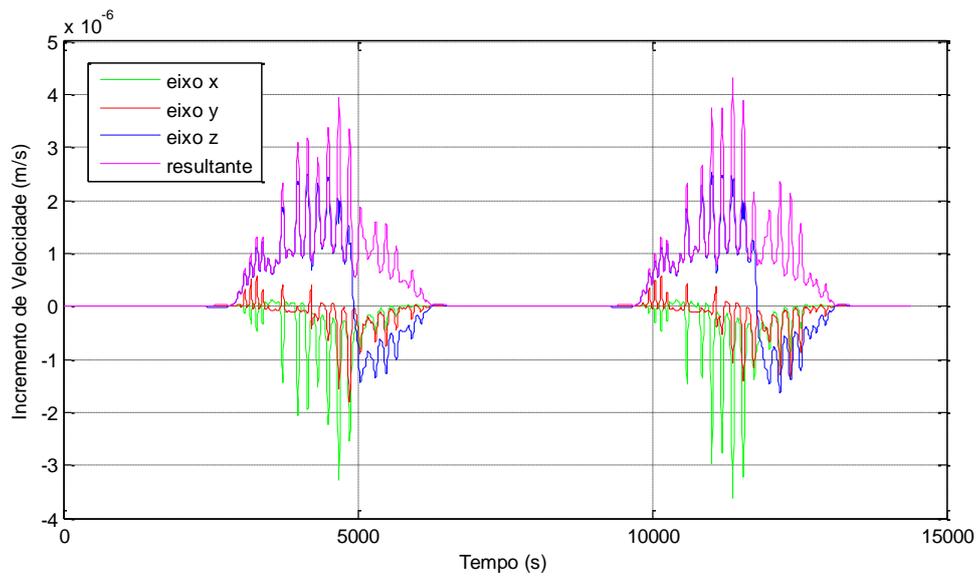


Figura 6.96 – Albedo considerando 1440 células a 15 km

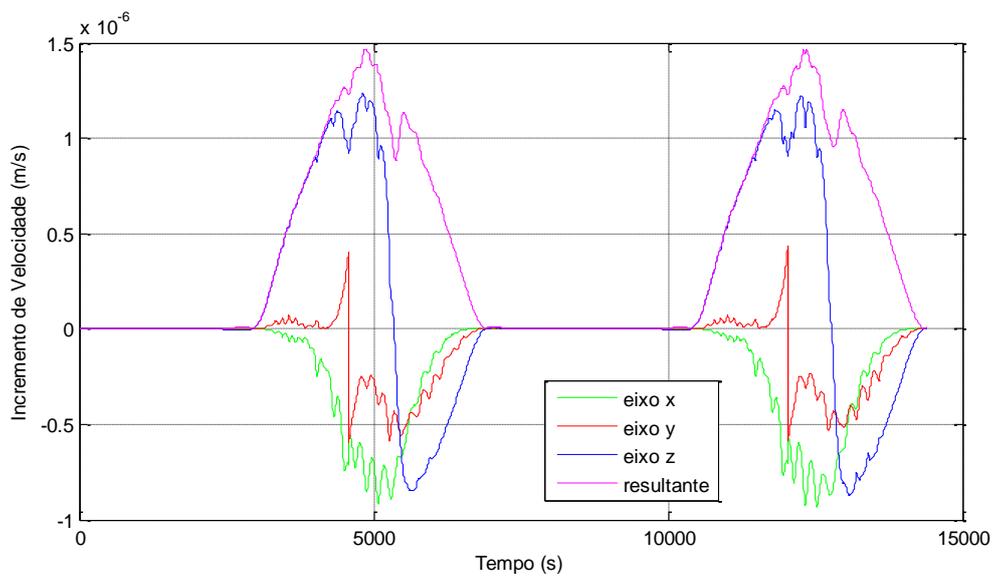


Figura 6.97 – Albedo considerando 1440 células a 115 km

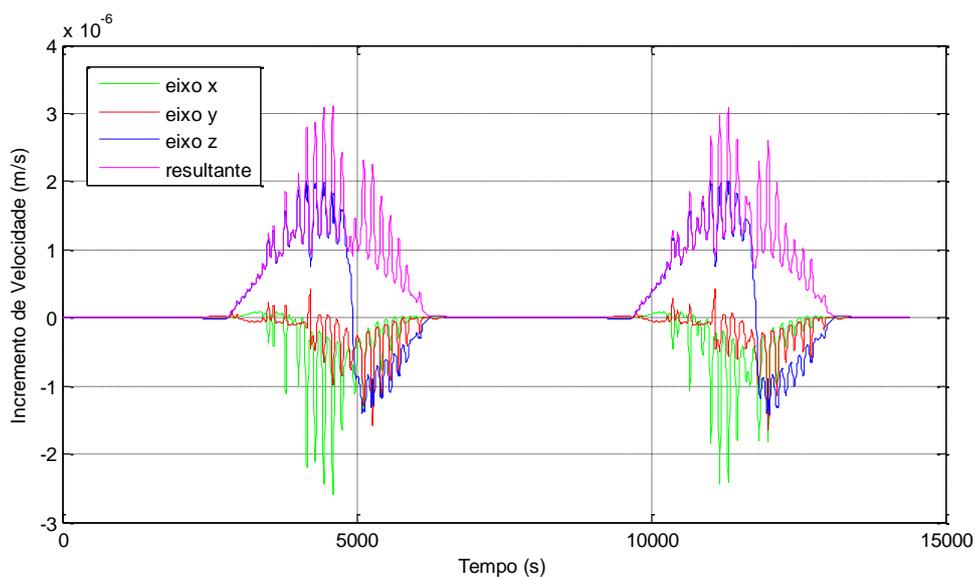


Figura 6.98 – Albedo considerando 2052 células a 15 km

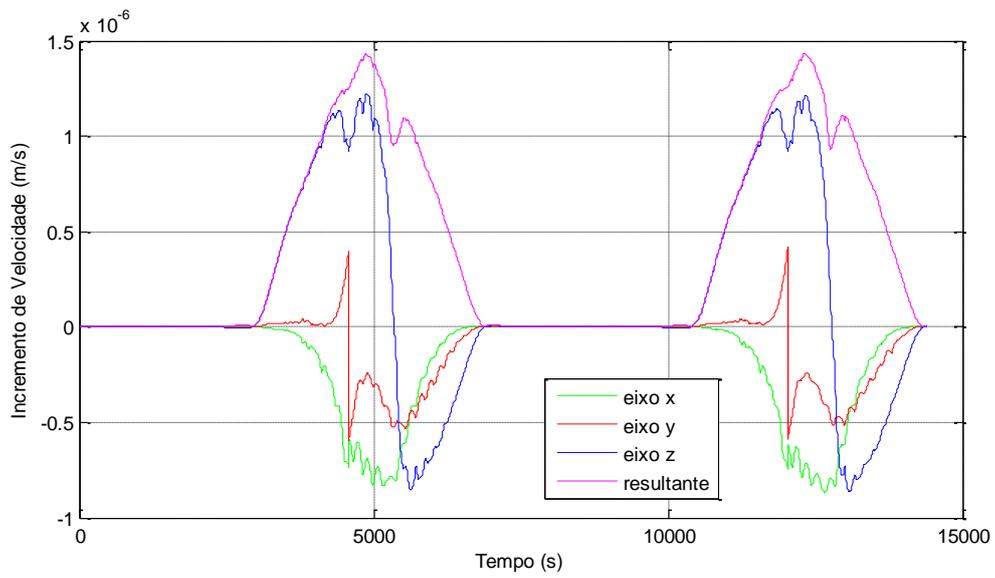


Figura 6.99 – Albedo considerando 2052 células a 115 km

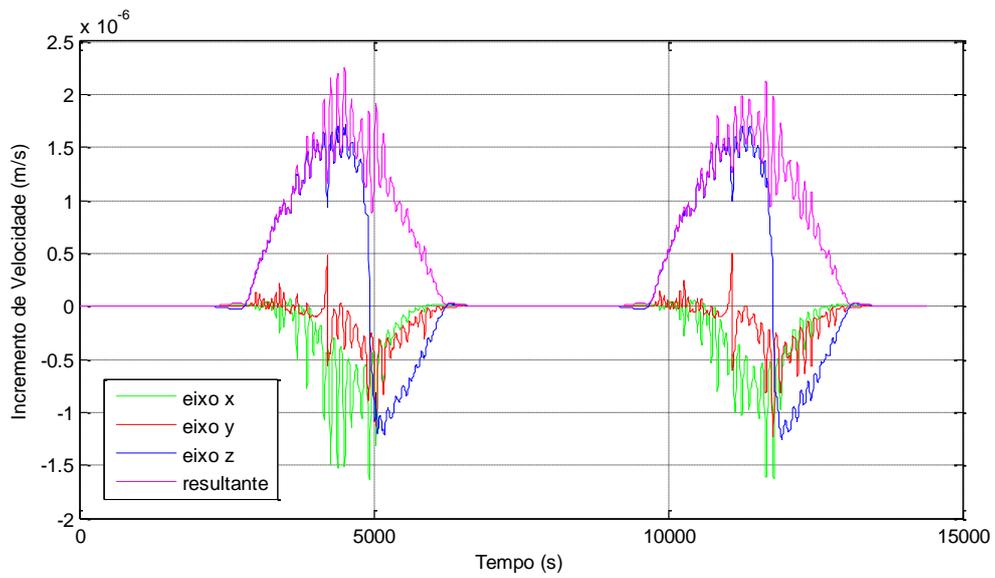


Figura 6.100 – Albedo considerando 3240 células a 15 km

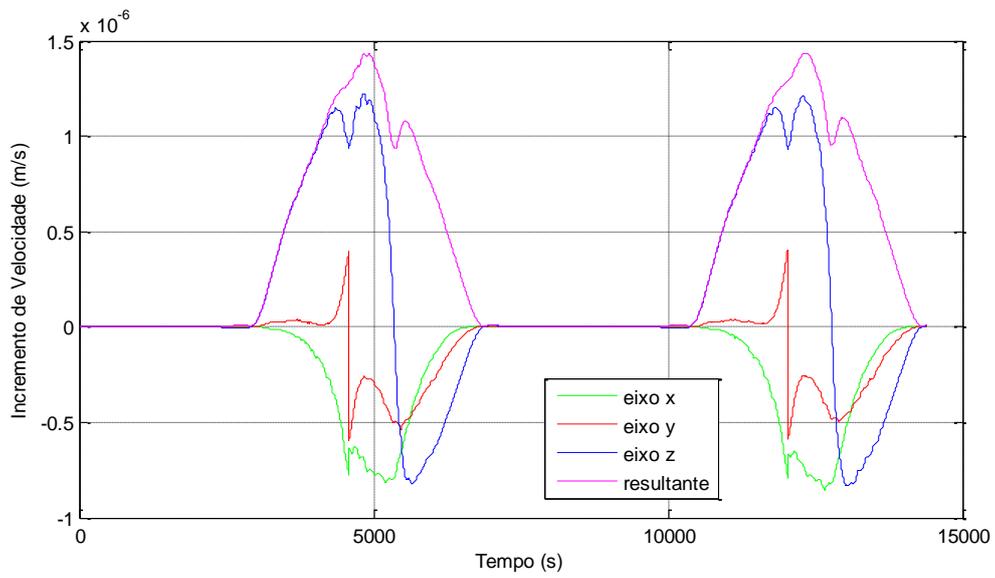


Figura 6.101 – Albedo considerando 3240 células a 115 km

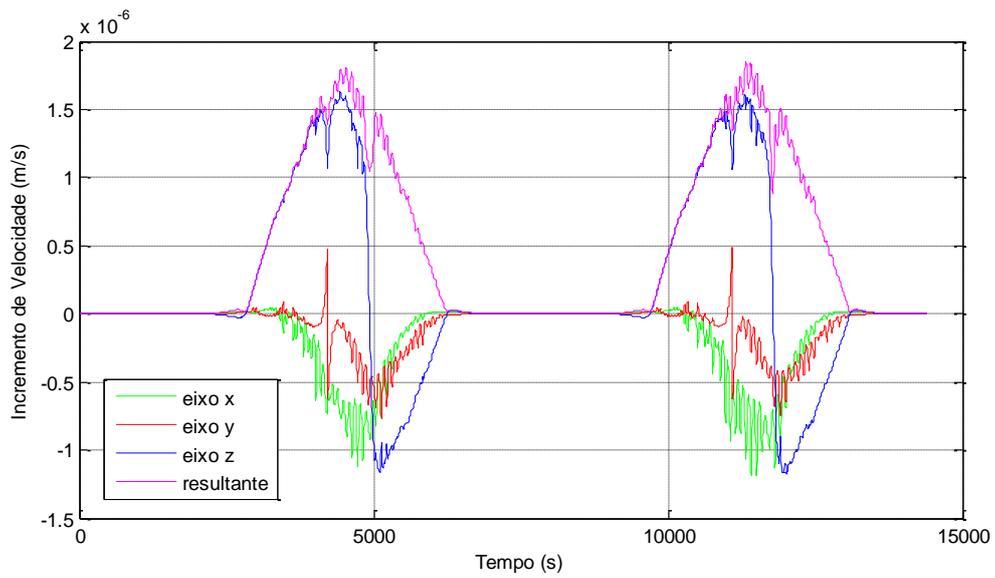


Figura 6.102 – Albedo considerando 5760 células a 15 km

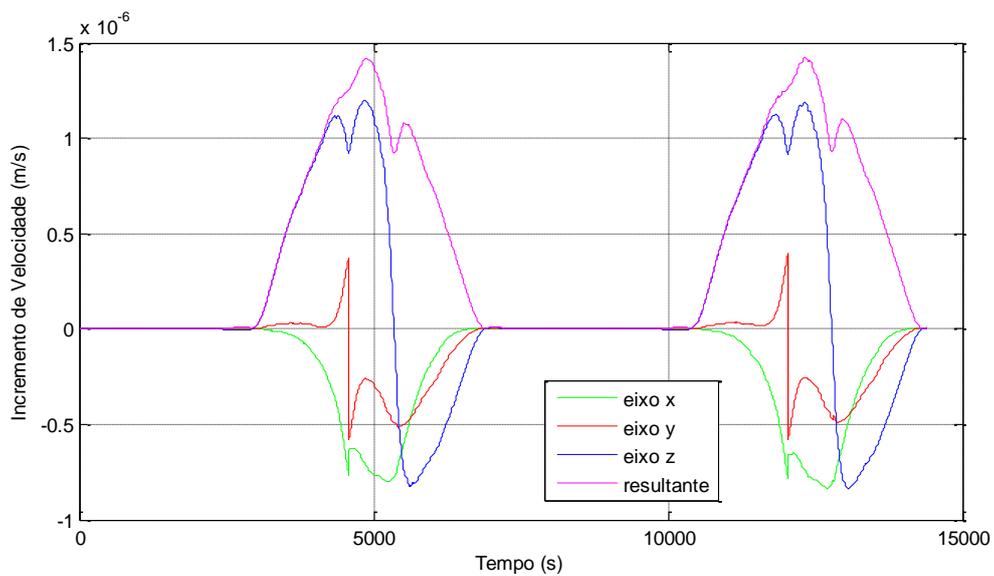


Figura 6.103 – Albedo considerando 5760 células a 115 km

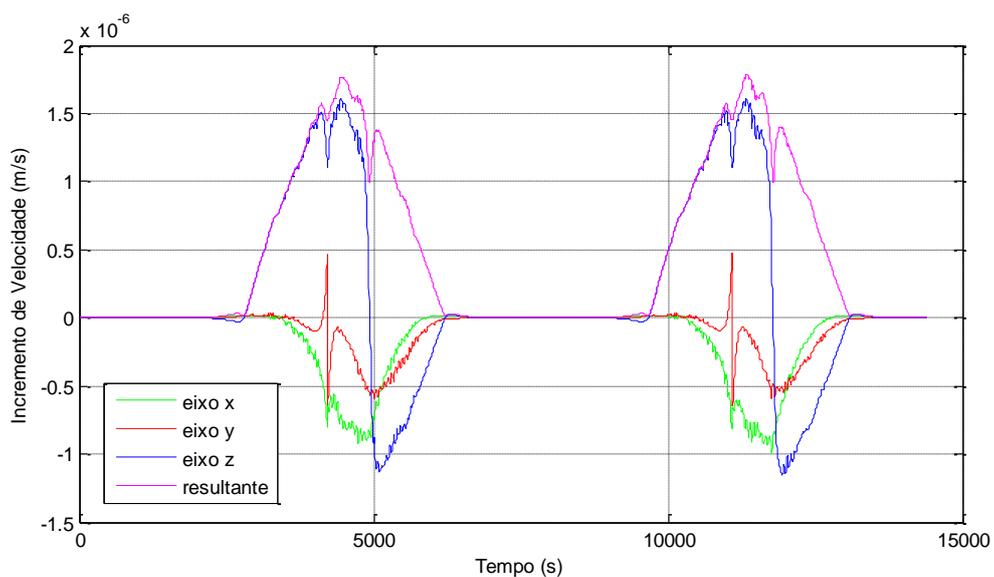


Figura 6.104 – Albedo considerando 12960 células a 15 km

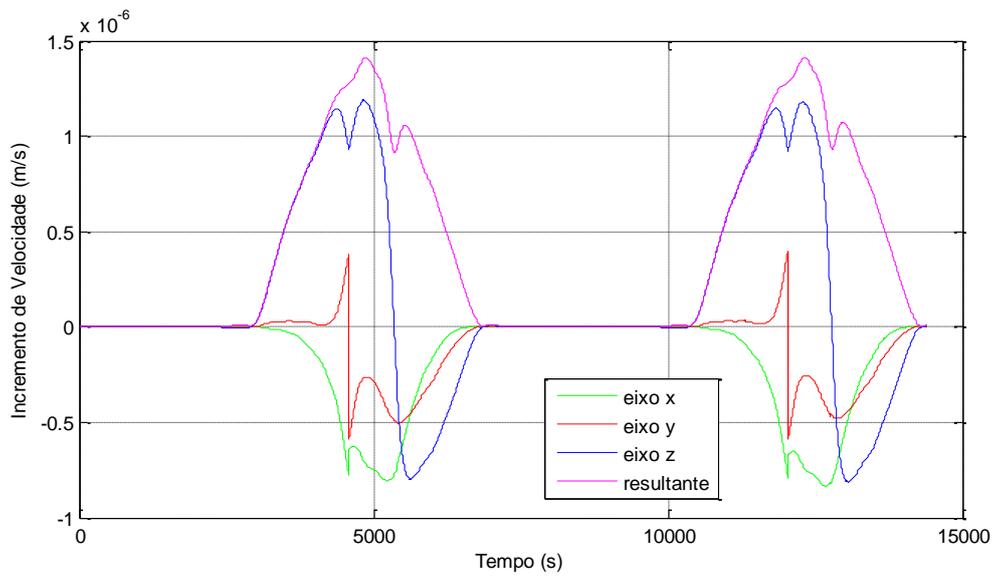


Figura 6.105 – Albedo considerando 12960 células a 115 km

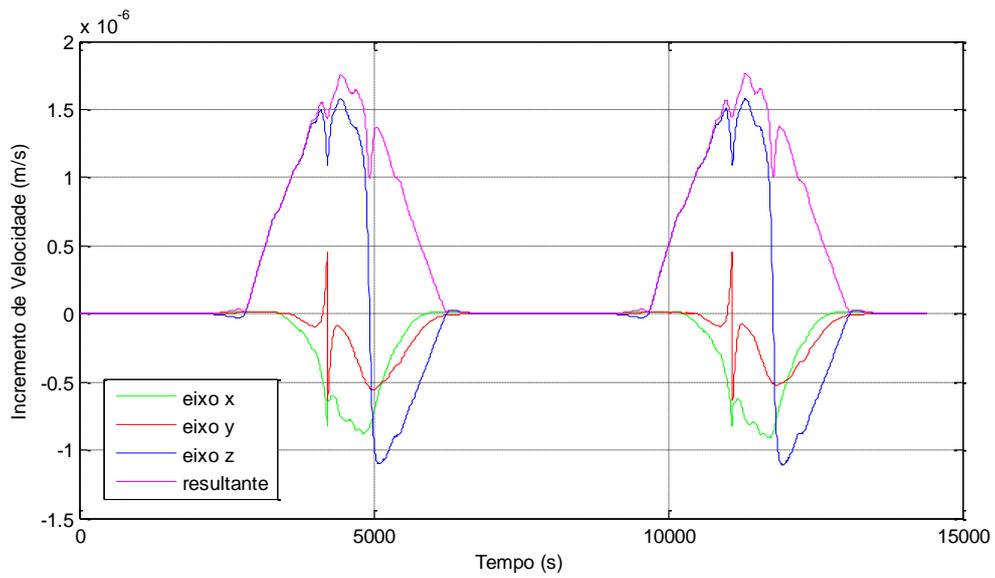


Figura 6.106 – Albedo considerando 51840 células a 15 km

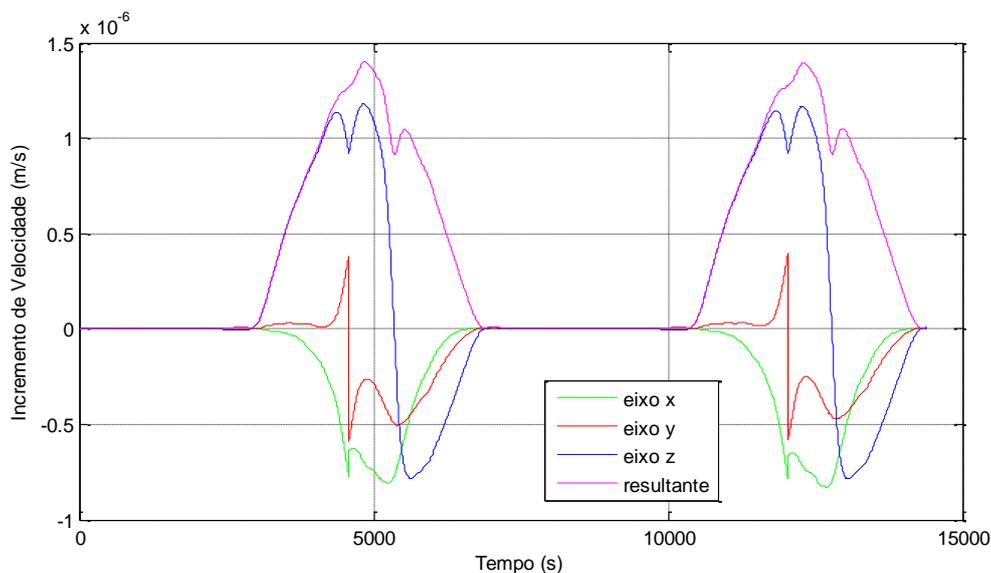


Figura 6.107 – Albedo considerando 51840 células a 115 km

Pelas Figuras 6.76 e 6.77 percebemos que dividir a superfície da Lua em 12 células nos dá um resultado semelhante ao obtido quando utilizado o valor do albedo médio para a simulação. Sendo assim, a utilização de 12 células não nos garante uma boa aproximação da superfície lunar.

Pelas Figuras 6.80, 6.82, 6.84, 6.86, 6.88, 6.90, 6.92, 6.94 e 6.96 concluímos que aumentar a quantidade de células em que a Lua é dividida implica em aumentar a quantidade e a intensidade de picos na curva obtida para o albedo em função do tempo. Como a cada instante de tempo o satélite encontra-se em um ponto diferente da órbita, podemos perceber a variedade de composição existente no solo lunar já que o valor do albedo resultante não apresenta um comportamento constante.

As Figuras 6.97, 6.99, 6.101, 6.103 e 6.105 mostram que os picos existentes na curva do albedo em função do tempo tendem a suavizar com o aumento do número de células em que a Lua é dividida. Aumentar o número de células implica em aumentar a precisão do modelo, pois, em quanto mais células dividimos a superfície lunar, menor é o tamanho de cada célula e também

menor é a chance de erro com relação ao solo real, já que cada célula é a média entre todo o albedo existente nela.

Quando a resultante do albedo sobre o satélite é nula, o que pode ser visto em todas as figuras, é porque não existe incidência de radiação solar refletida pela superfície da Lua sobre ele. Dizemos que ele está passando por uma região onde o albedo é nulo. Quando comparamos as figuras de mesma quantidade de célula, apenas variando a altitude do satélite, como por exemplo, as Figuras 6.78 e 6.79, Figuras 6.80 e 6.81, e assim por diante, podemos perceber que o satélite quando a 115 km de altitude permanece menos tempo na região de albedo nulo, já que ele enxerga maior quantidade de células, e células iluminadas por mais tempo. Sendo assim, comparando o satélite a 115 km e a 15 km, é possível notar que, apesar da intensidade da radiação sobre o satélite a 115 km ser menor, ele permanece mais tempo iluminado e, conseqüentemente, recebendo radiação solar refletida pela superfície da Lua.

6.2.2. Simulações orbitais considerando a perturbação devido ao albedo lunar

A seguir serão apresentados os resultados das simulações 5 e 6 considerando a perturbação devido ao albedo lunar, durante 86400 segundos, utilizando a matriz de refletividade de 51840 elementos. Utilizou-se condições iniciais para o semi-eixo maior de 1800000 m para a simulação 5 e 1900000 m para a simulação 6. Para ambas simulações, excentricidade 0,001, inclinação 45°, ascensão reta do nodo ascendente 20°, argumento do periapse 100° e anomalia média 1°.

Durante as simulações foram realizadas manobras de correção e analisados o comportamento dos elementos orbitais devido ao albedo lunar, o consumo de propelente utilizado na manobra e o empuxo aplicado sobre o satélite.

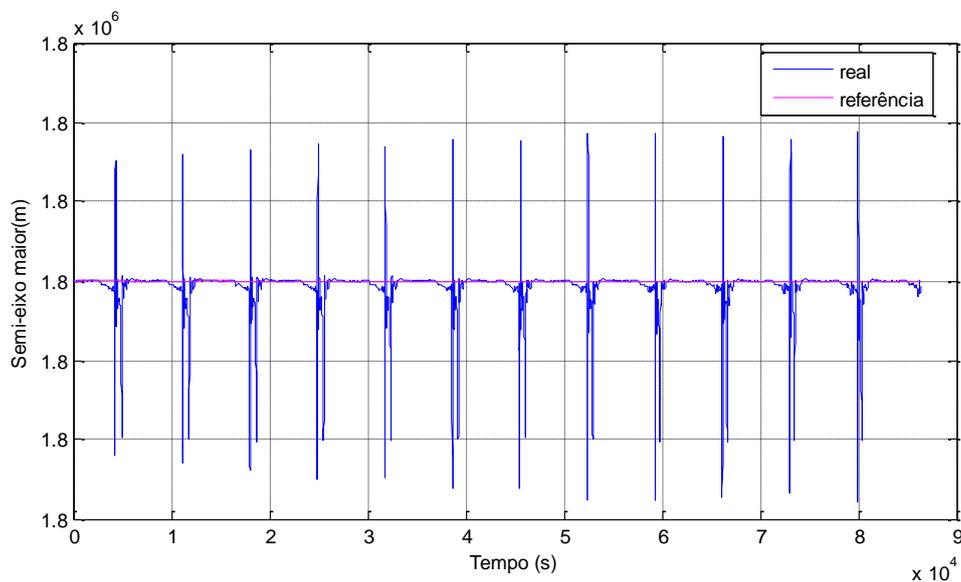


Figura 6.108 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 5

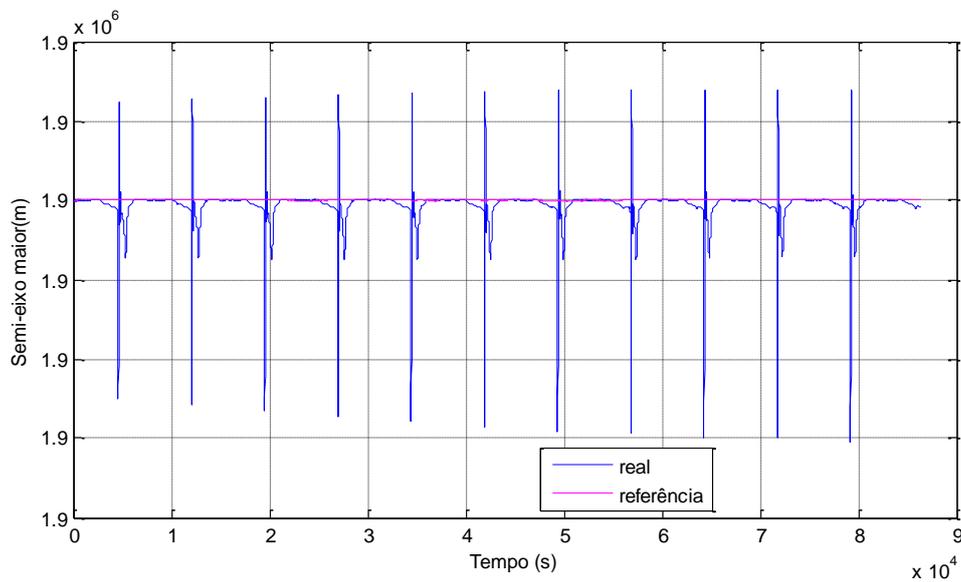


Figura 6.109 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 6

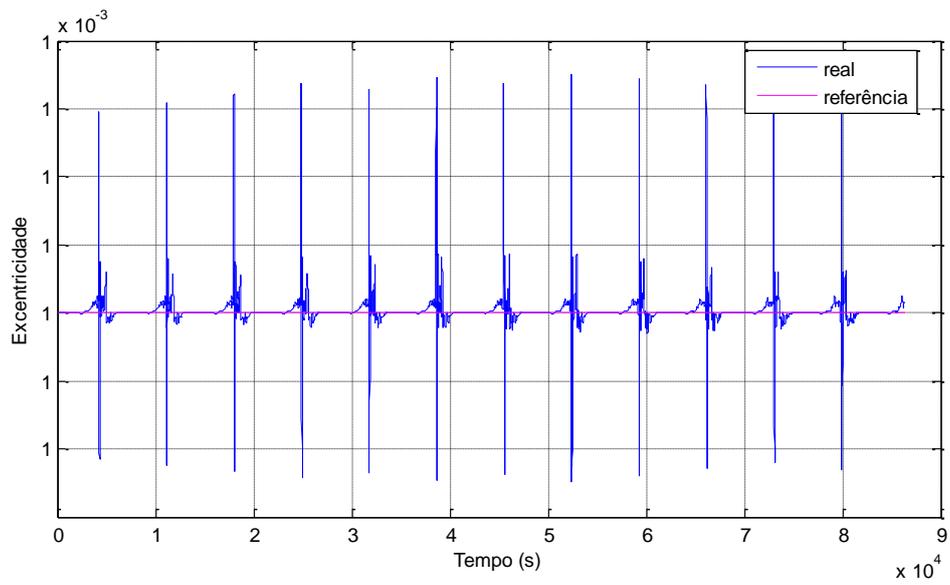


Figura 6.110 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 5

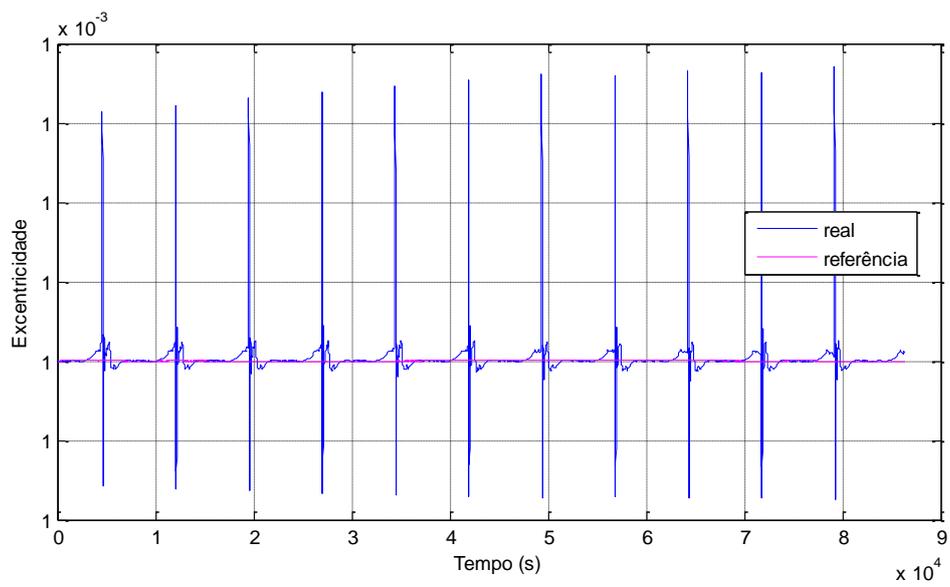


Figura 6.111 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 6

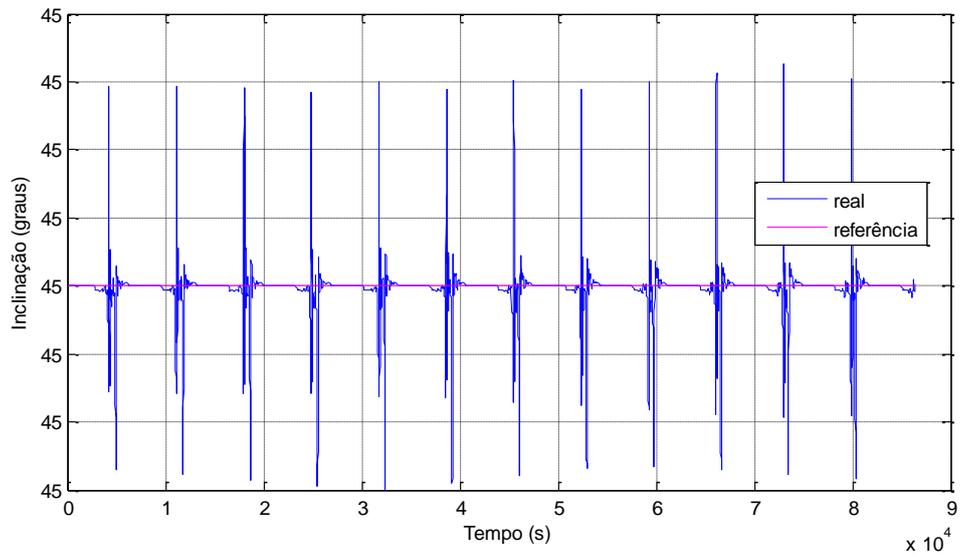


Figura 6.112 – Comportamento da inclinação durante a simulação 5

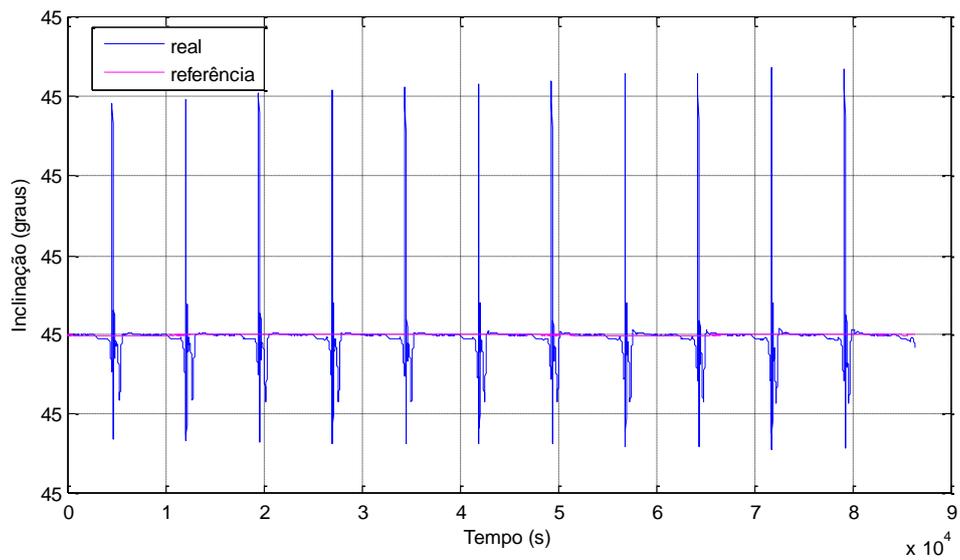


Figura 6.113 – Comportamento da inclinação durante a simulação 6

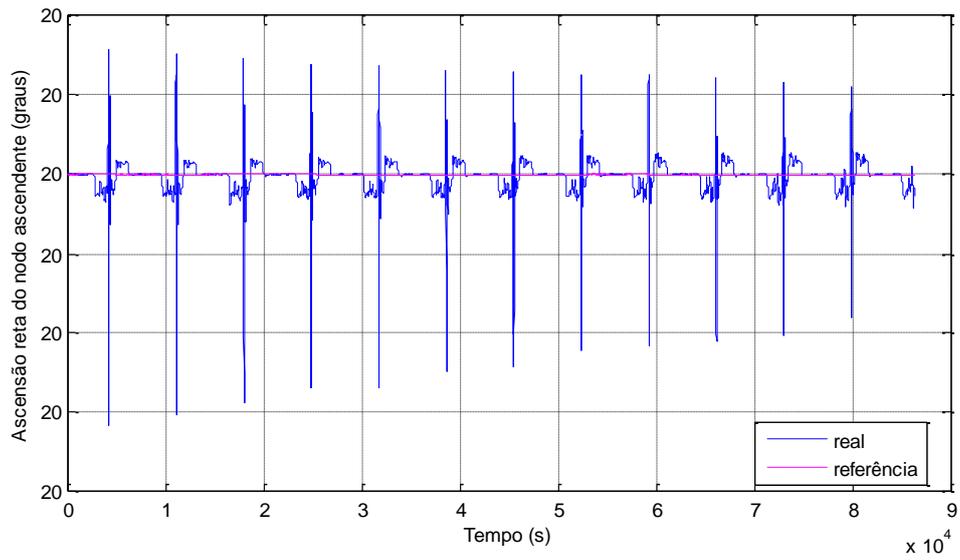


Figura 6.114 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 5

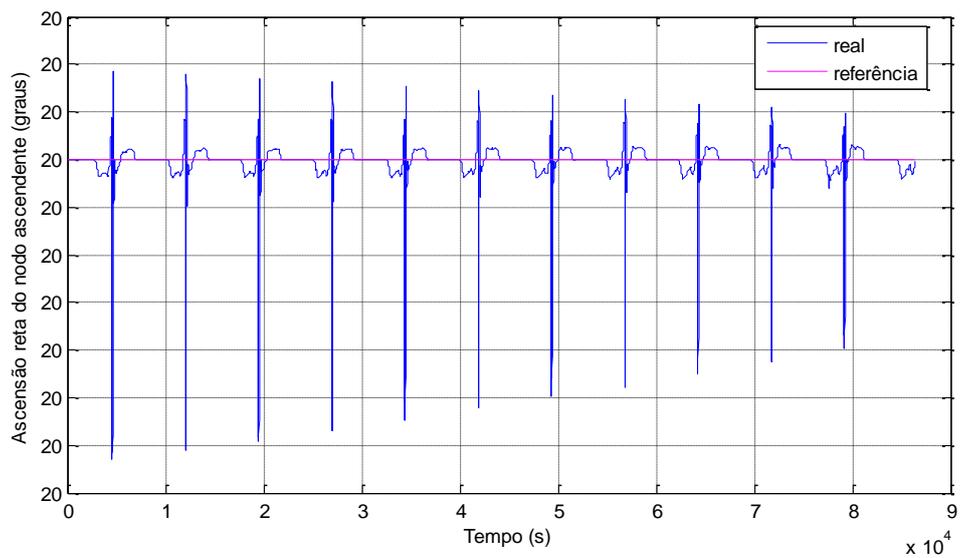


Figura 6.115 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 6

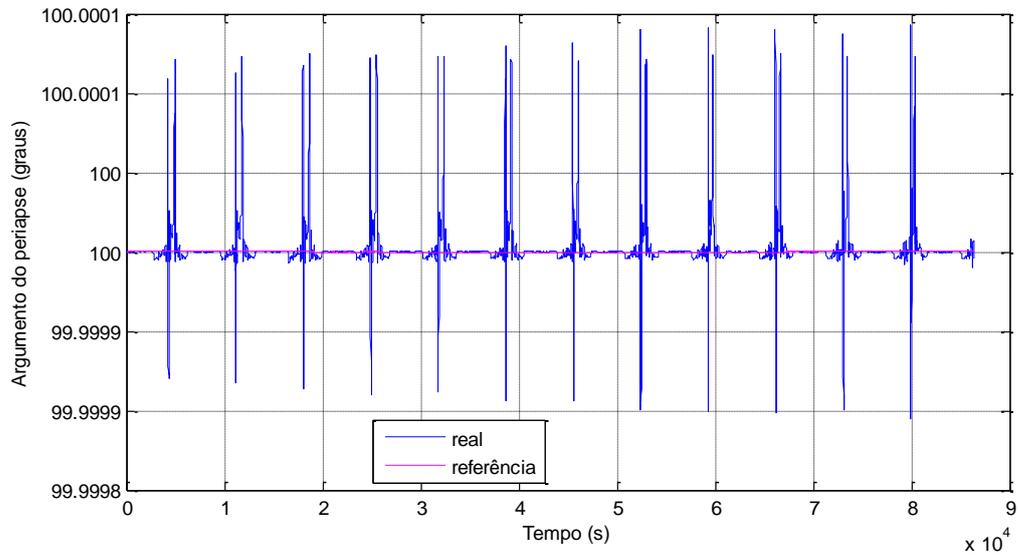


Figura 6.116 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 5

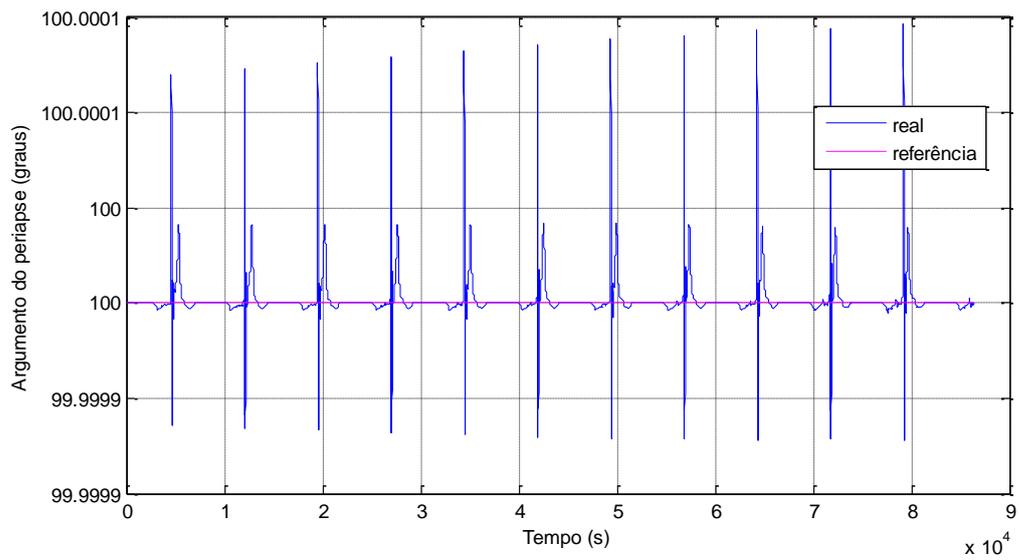


Figura 6.117 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 6

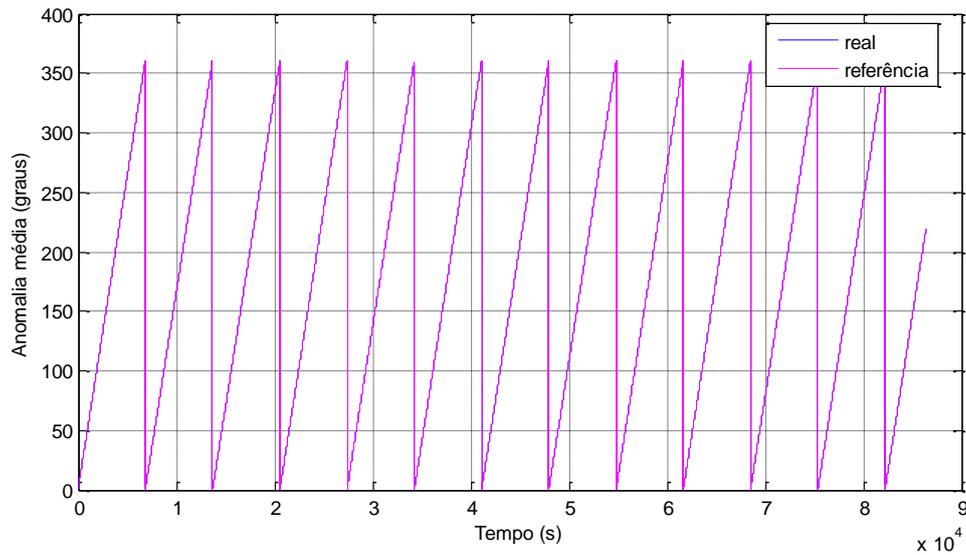


Figura 6.118 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 5

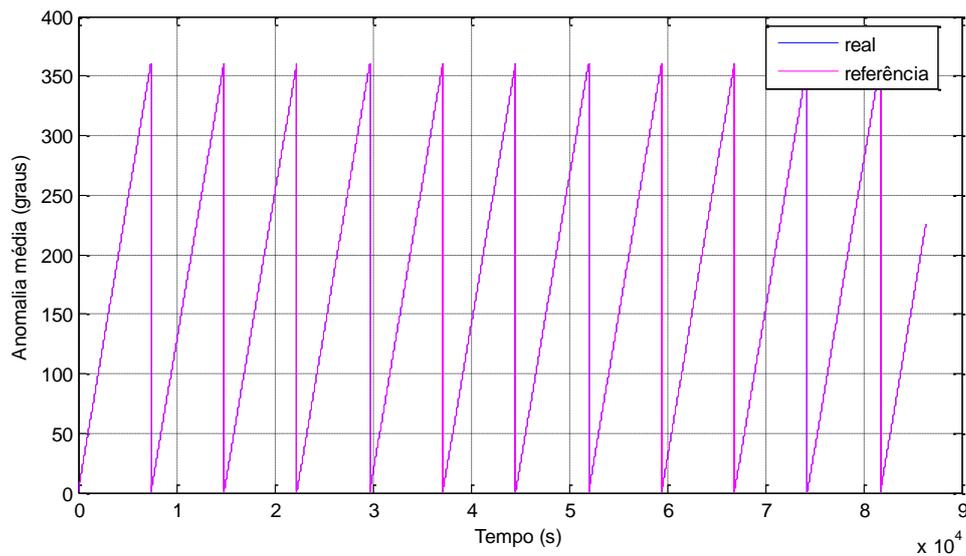


Figura 6.119 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 6

As Figuras 6.109 a 6.119 mostram que a força do albedo lunar causa pequenos desvios nos elementos orbitais. Tais desvios ocorrem de forma mais intensa quando o satélite atravessa uma região de maior iluminação devido à reflexão lunar, mas tendem a ser estabilizados com a atuação do sistema de controle. Também podemos observar que, nos resultados obtidos com a simulação 5 a

resposta do sistema de controle é mais acentuada, visto que a intensidade da radiação sobre o satélite é maior.

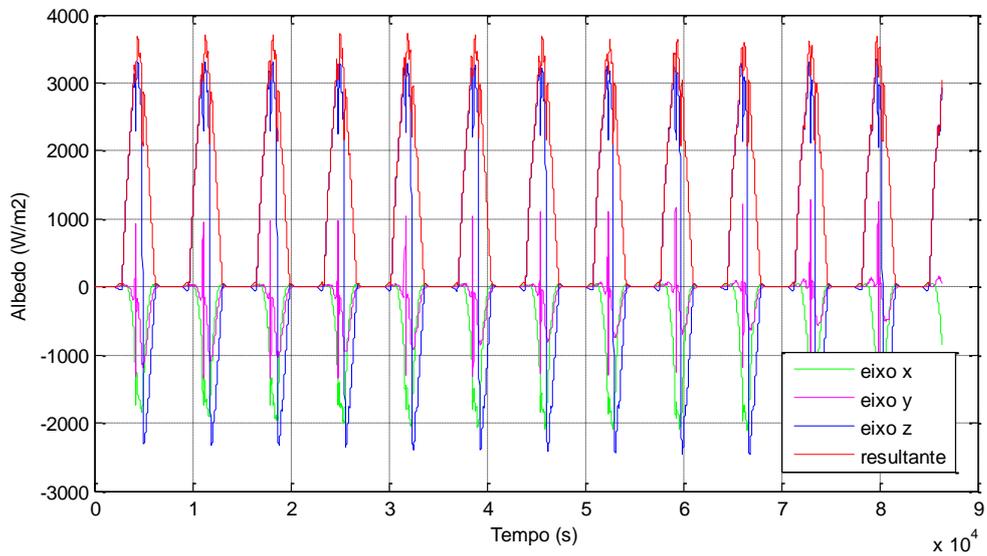


Figura 6.120 – Potência luminosa incidente sobre o satélite durante a simulação 5

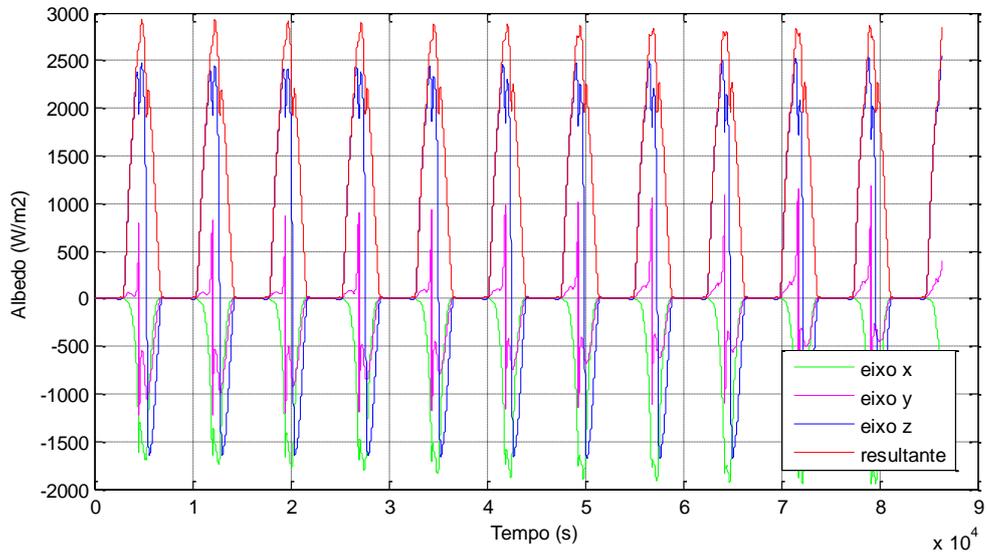


Figura 6.121 – Potência luminosa incidente sobre o satélite durante a simulação 6

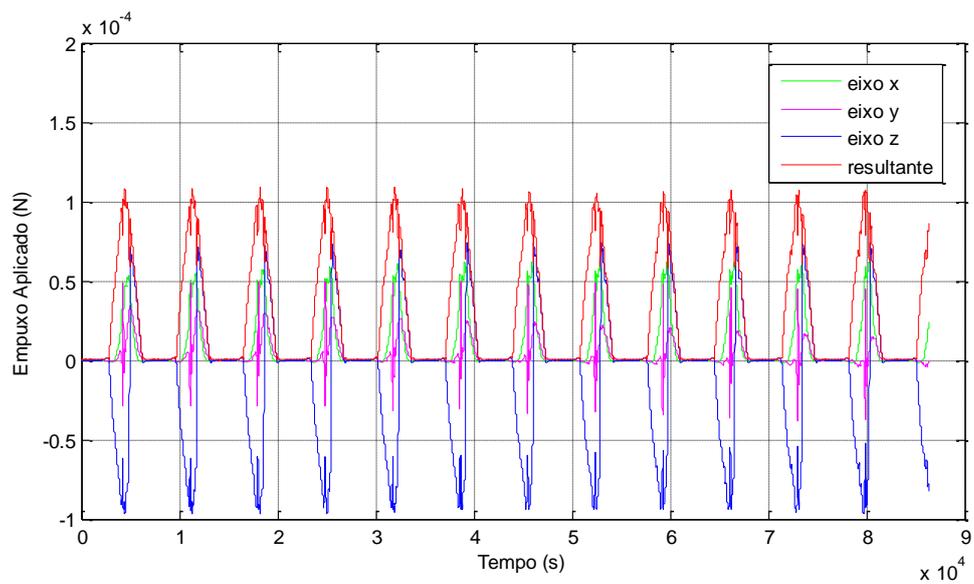


Figura 6.122 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 5

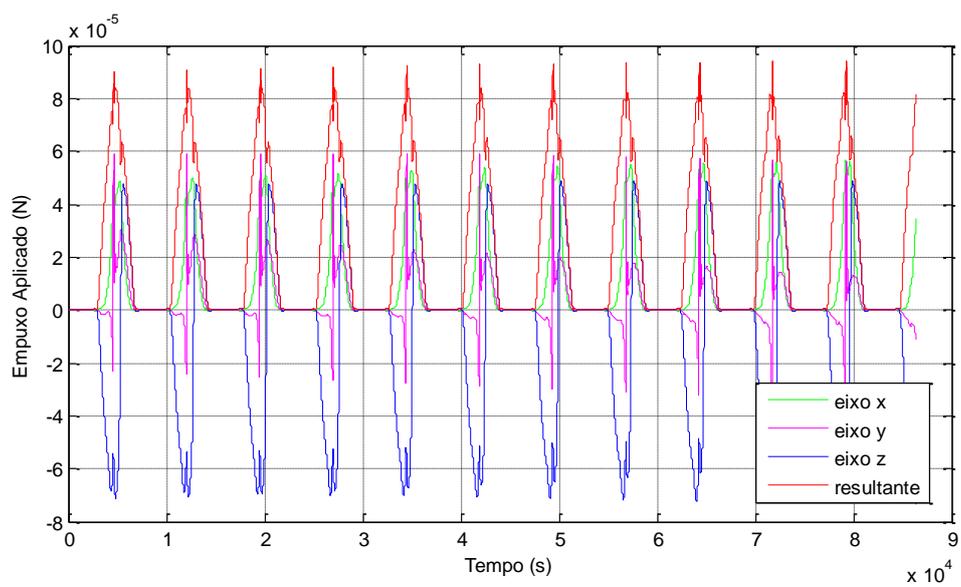


Figura 6.123 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 6

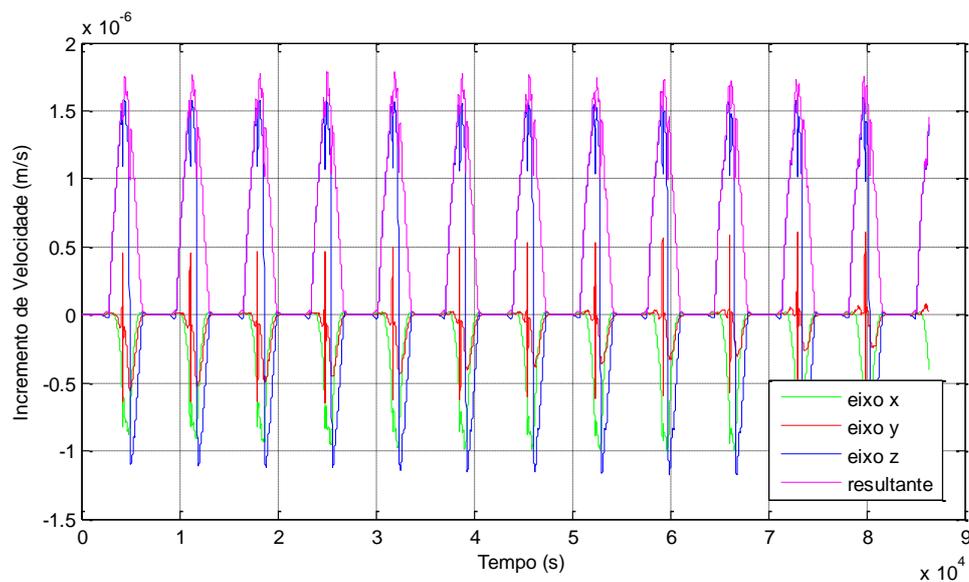


Figura 6.124 – Incremento de velocidade devido ao albedo atuando sobre o satélite durante a simulação 5

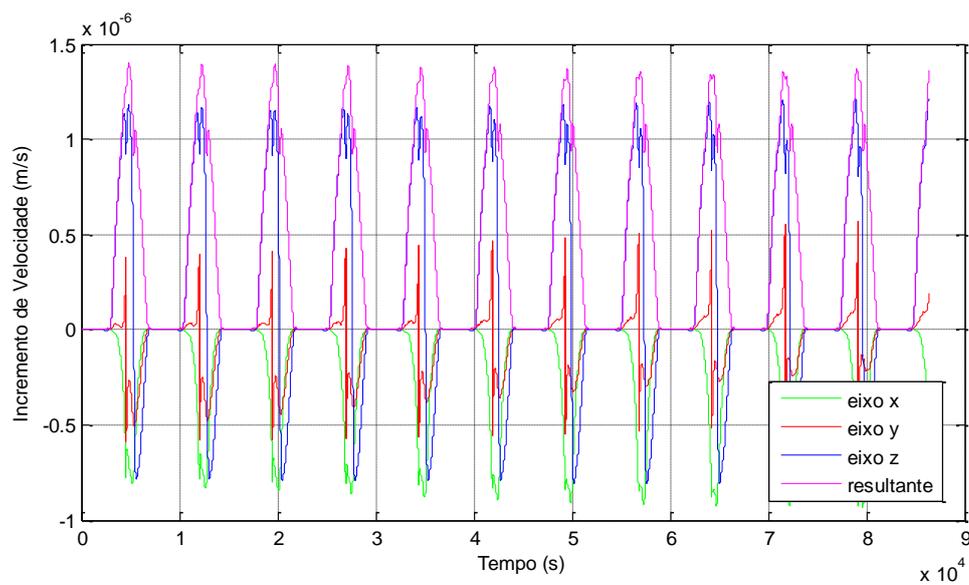


Figura 6.125 – Incremento de velocidade devido ao albedo atuando sobre o satélite durante a simulação 6

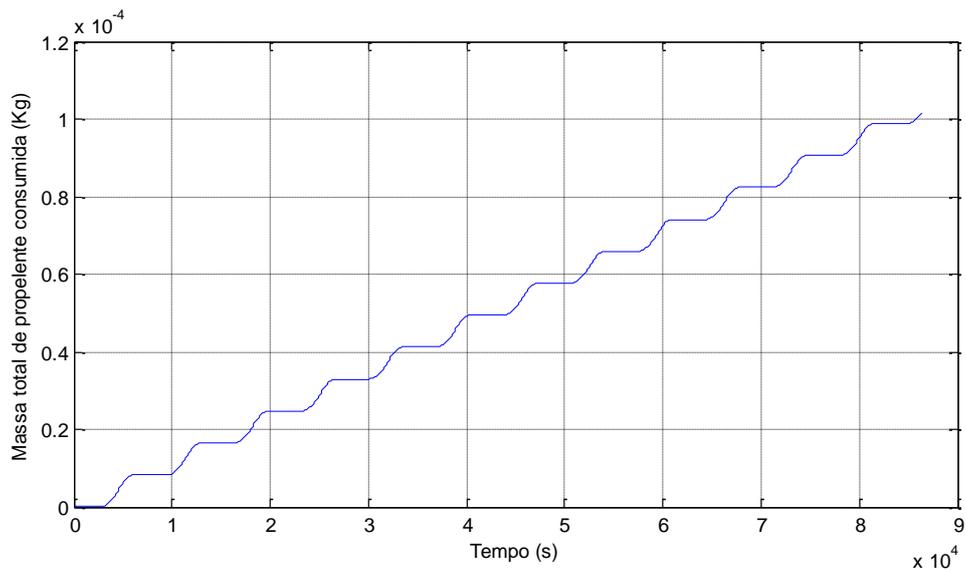


Figura 6.126 – Massa de propelente consumida durante a simulação 5

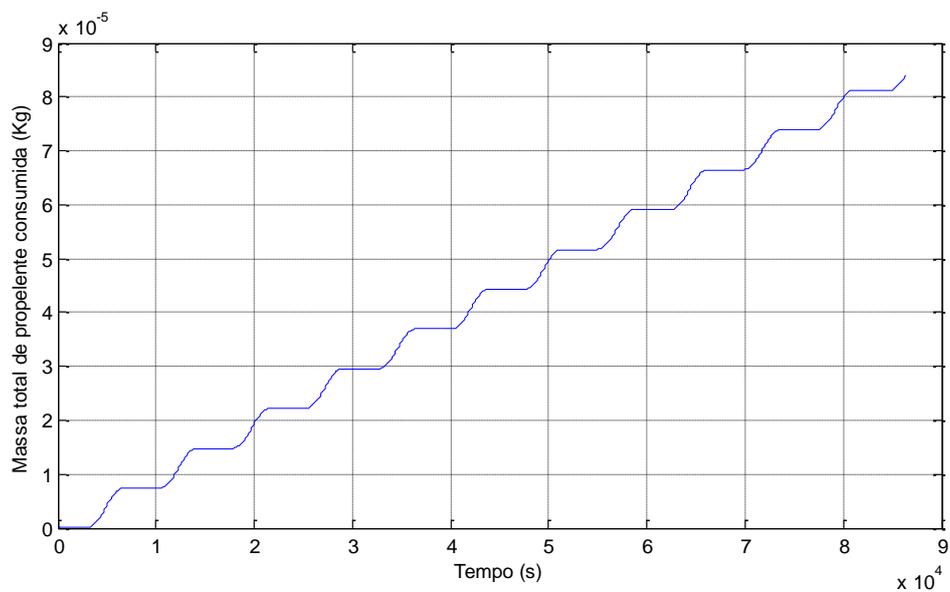


Figura 6.127 – Massa de propelente consumida durante a simulação 6

As Figuras 6.120 e 6.121 mostram a intensidade de radiação incidente sobre o satélite nas duas simulações feitas. Podemos notar que a intensidade de radiação sobre o satélite diminui com o aumento da altitude, pois, o valor máximo de incidência de luz a 15 km passa de 3500 W/m^2 , enquanto que a 115 km não chega a 3000 W/m^2 . Também podemos observar, pelas Figuras 6.120

e 6.121 que existem momentos com picos de iluminação sobre o satélite, e momentos em que o satélite atravessa uma região de albedo nulo.

Essa diferença de incidência de radiação encontrada nos dois casos influencia no empuxo aplicado ao satélite, no incremento de velocidade resultante e, conseqüentemente, no consumo de combustível, como pode ser visto nas Figuras 6.122 a 6.127.

6.3. Simulações considerando simultaneamente as perturbações devido ao albedo e ao potencial gravitacional

Neste item serão apresentadas as simulações 7 e 8, ambas considerando as perturbações devido ao potencial gravitacional e ao albedo lunares. Na primeira foi considerado o máximo de precisão possível para os modelos. Na simulação 7 foi utilizada a matriz de refletividade com 51840 elementos, e o potencial gravitacional da Lua, adotando o valor 100 para grau e ordem. A simulação 8, foi feita com o objetivo de poupar esforço computacional, sendo portando, utilizada a matriz de refletividade com 5760 elementos e adotado o valor 2 para grau e ordem do potencial gravitacional.

As simulações foram realizadas durante 14400 s com as seguintes condições iniciais: semi-eixo maior: 1800000 m; excentricidade: 0,001; inclinação: 45°; ascensão reta do nodo ascendente: 20°; argumento do periapse: 100°; anomalia média: 1°. Foram realizadas apenas manobras de correção e analisados o comportamento dos elementos orbitais devido a atuação das duas forças perturbadoras, o consumo de propelente, o empuxo aplicado sobre o satélite e a atuação do sistema de controle.

As Figuras 6.128 a 6.139 mostram o comportamento dos elementos orbitais quando considerados o potencial gravitacional lunar e o albedo com as diferente precisões adotadas.

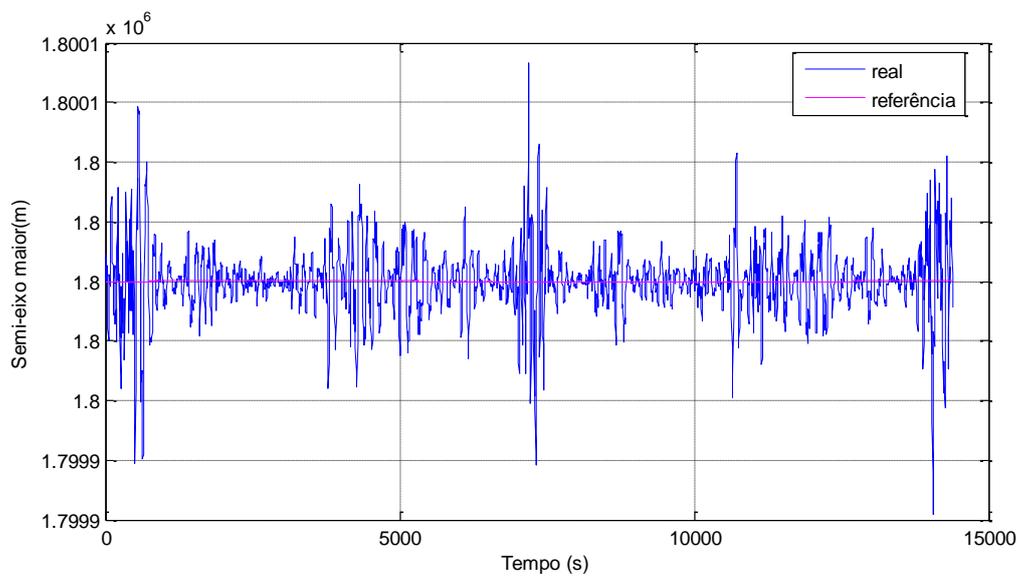


Figura 6.128 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 7

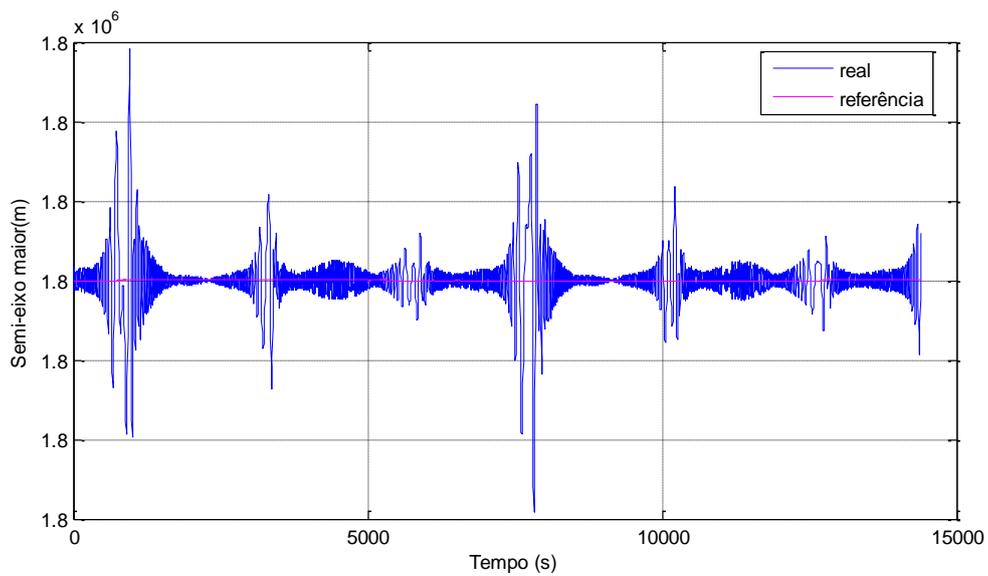


Figura 6.129 – Comportamento do semi-eixo maior durante a simulação 8

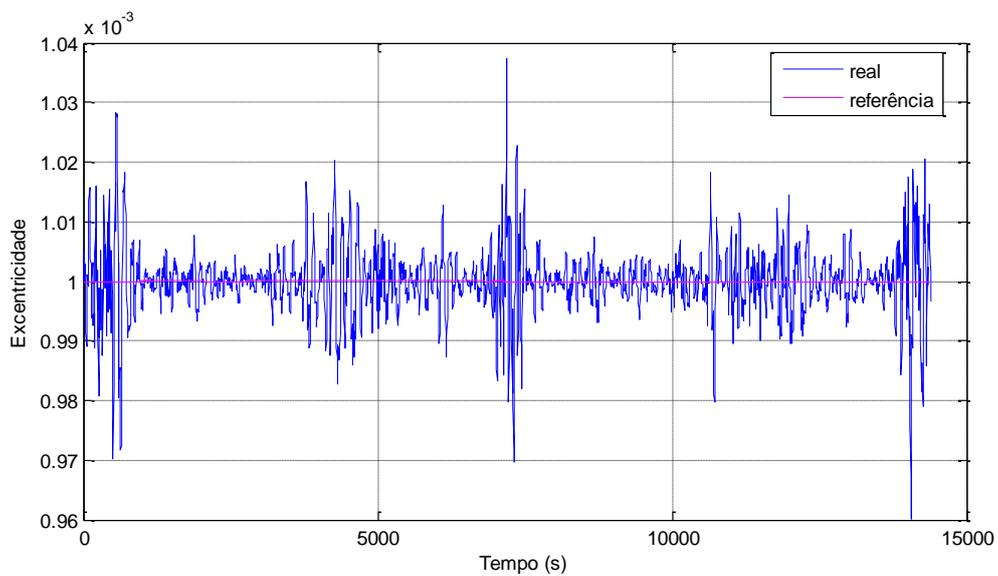


Figura 6.130 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 7

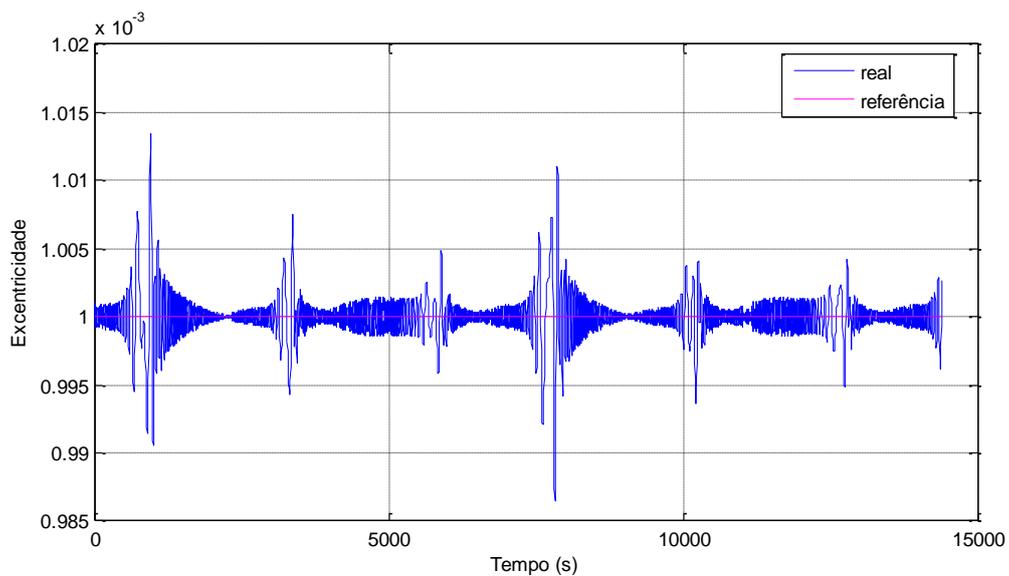


Figura 6.131 – Comportamento da excentricidade durante a simulação 8

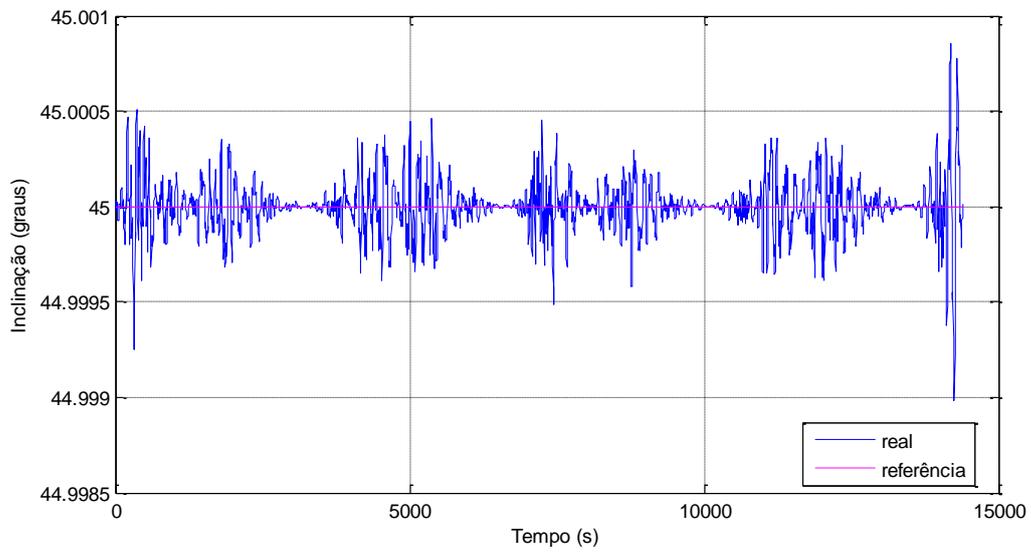


Figura 6.132 – Comportamento da inclinação durante a simulação 7

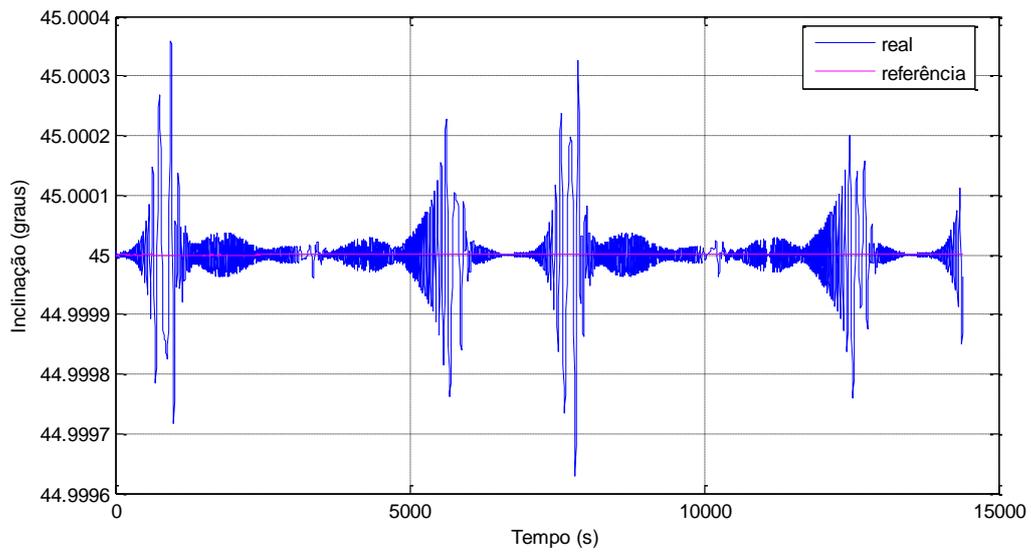


Figura 6.133 – Comportamento da inclinação durante a simulação 8

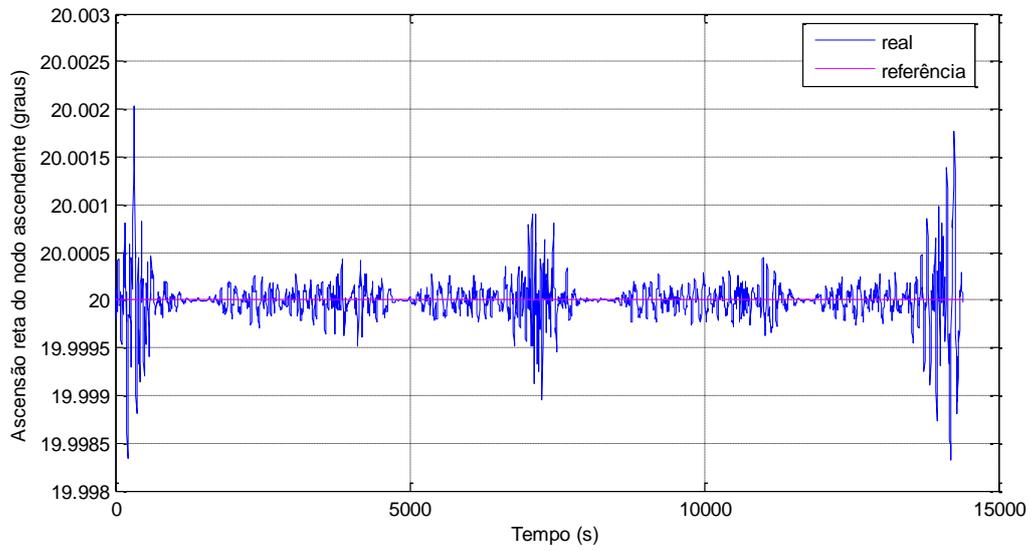


Figura 6.134 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 7

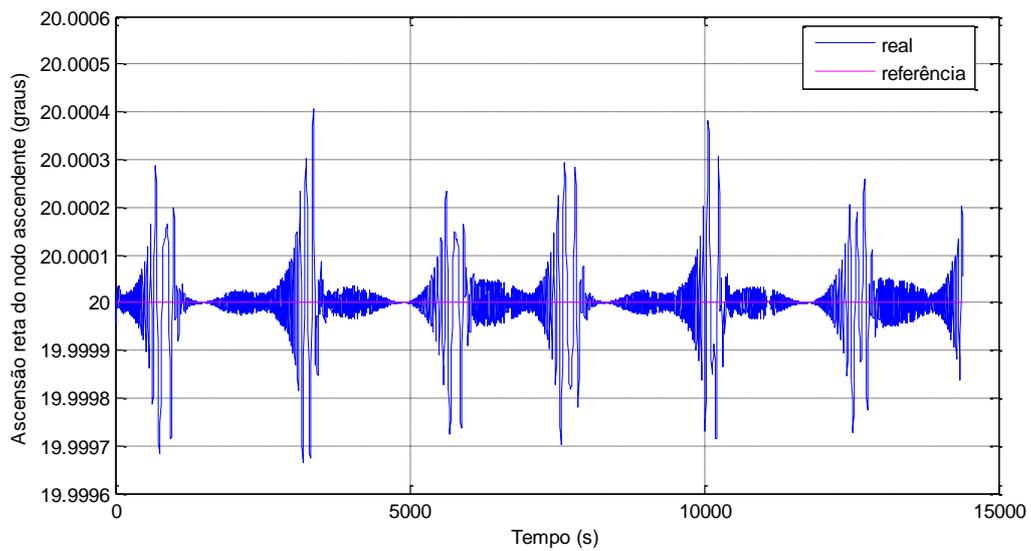


Figura 6.135 – Comportamento da ascensão reta do nodo ascendente durante a simulação 8

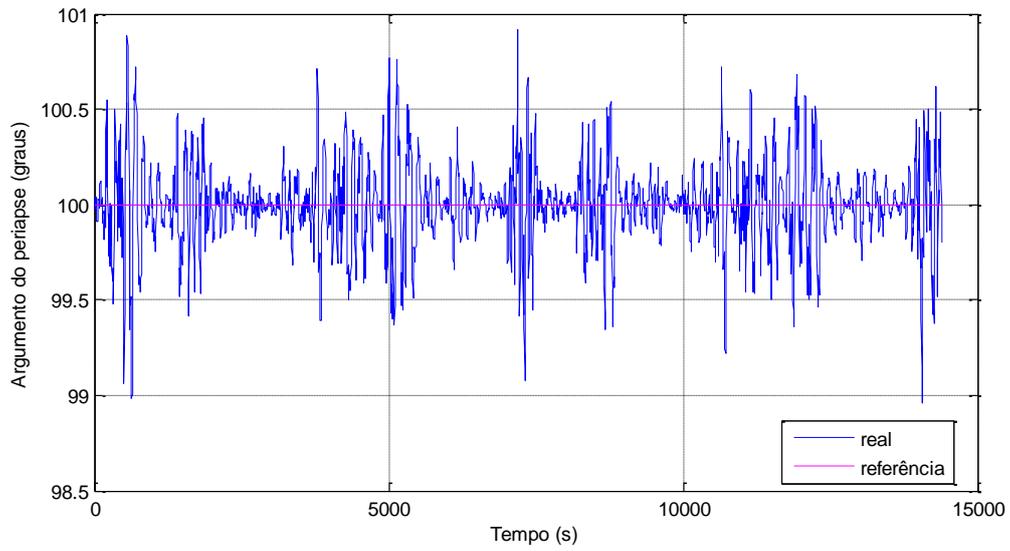


Figura 6.136 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 7

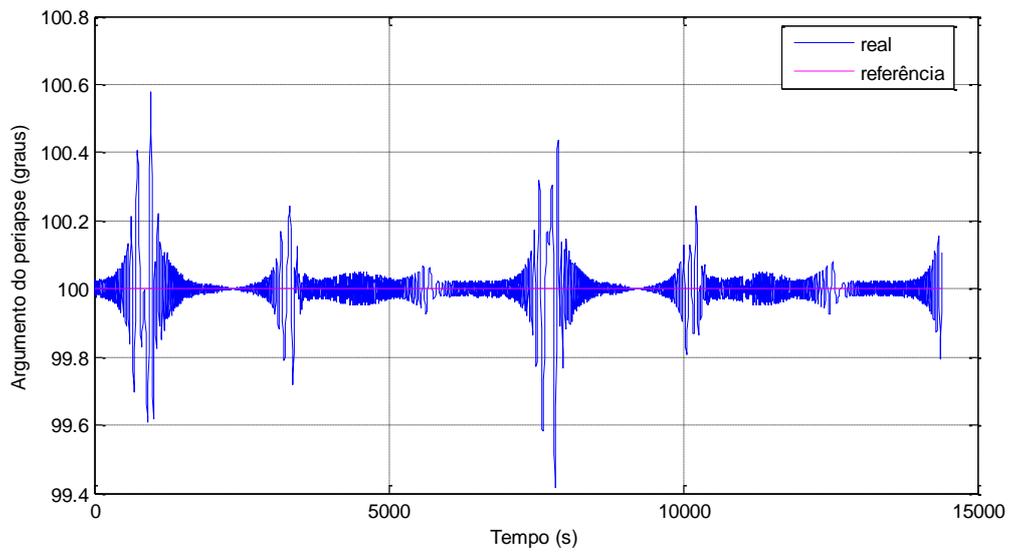


Figura 6.137 – Comportamento do argumento do periapse durante a simulação 8

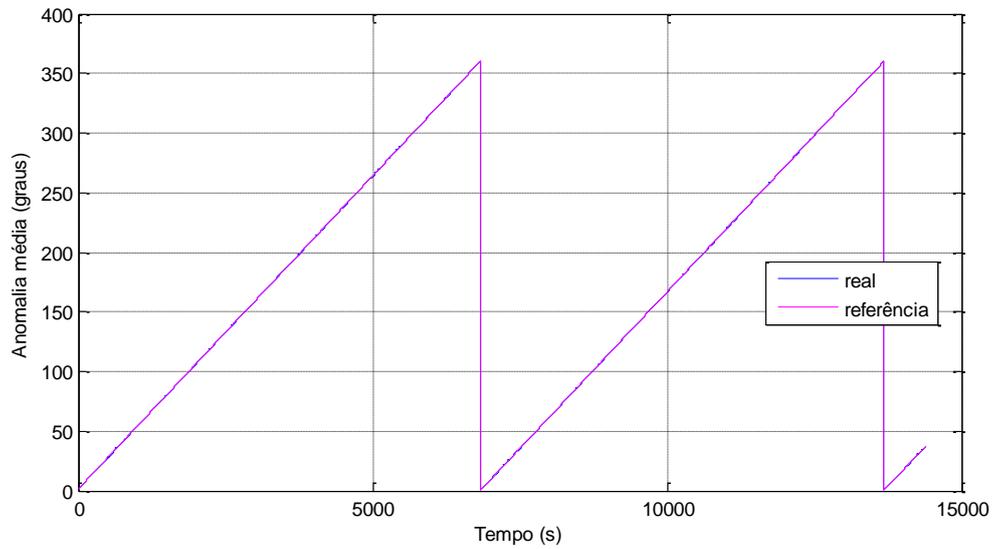


Figura 6.138 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 7

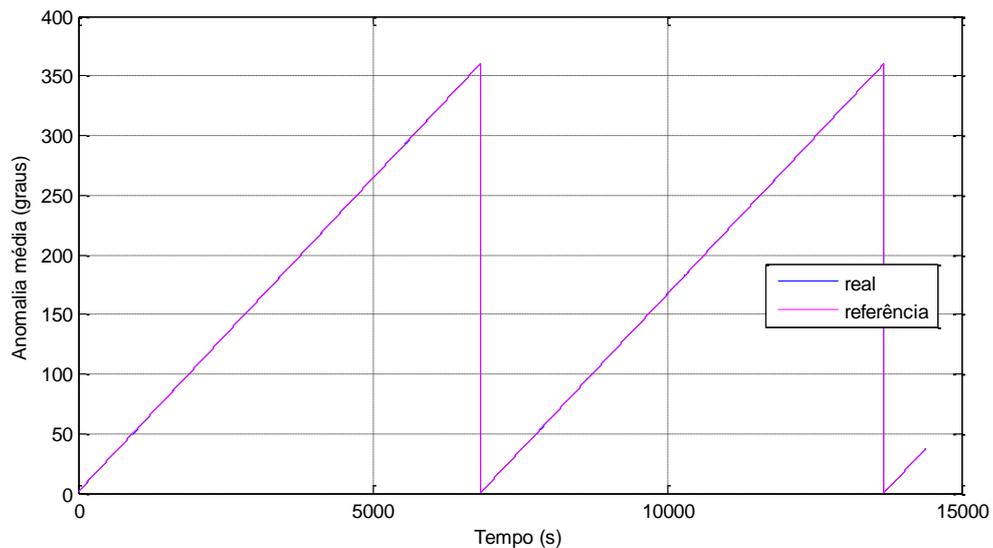


Figura 6.139 – Comportamento da anomalia média durante a simulação 8

As Figuras 6.128 a 6.139 mostram que o efeito do achatamento, da elipticidade equatorial e do albedo lunar causam desvios na propagação dos elementos orbitais durante a órbita do satélite. Esse efeito é minimizado pelo sistema de controle, que tende a manter a trajetória do satélite real próximo à referência. Podemos perceber picos maiores no desvio dos elementos, que nunca se

estabilizam no zero, ou seja, sem existência de desvio. Os picos ocorrem enquanto o satélite é iluminado pela luz refletida pela Lua, sofrendo perturbação devido ao albedo. Quando o satélite entra na região de albedo nulo, o sistema de controle atua e quando quase consegue atingir a trajetória de referência, o satélite entra novamente numa região iluminada, sofrendo perturbação devido ao albedo.

Ao comparar os resultados obtidos entre as duas simulações, podemos notar que adotar um valor para grau e ordem mais baixo para o potencial gravitacional lunar e uma matriz de refletividade com menos elementos, resulta em um efeito de perturbação menor e menos inconstante. São nítidos os instantes em que o satélite encontra-se numa região iluminada pela reflexão de luz da superfície de Lua, caracterizados pelos picos nos desvios entre a órbita real e a de referência. O potencial gravitacional lunar também causa perturbação enquanto o satélite passa pela parte iluminada pela reflexão lunar, além de perturbar enquanto o satélite encontra-se na região de albedo nulo, contribuindo para que existam desvios entre a trajetória real e de referência, que tendem a ser minimizados pelo sistema de controle. Os desvios no semi-eixo maior e excentricidade são apresentados nas Figuras 6.140 a 6.144.

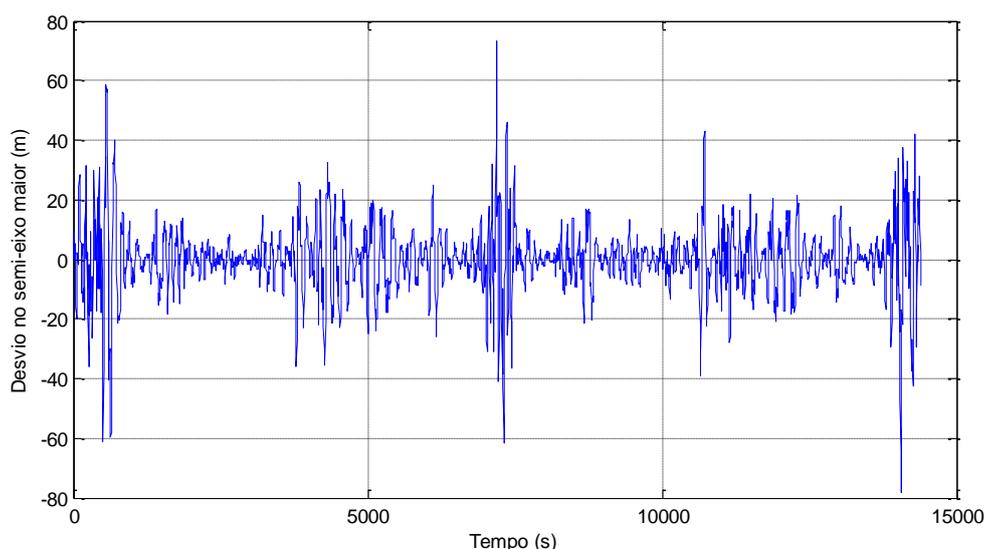


Figura 6.140 – Desvio no semi-eixo maior durante a simulação 7

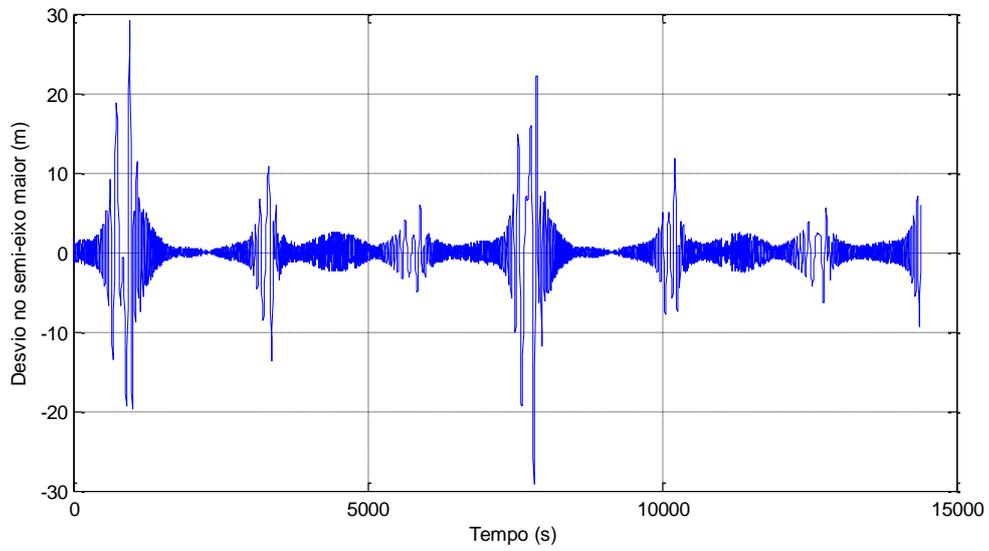


Figura 6.141 – Desvio no semi-eixo maior durante a simulação 8

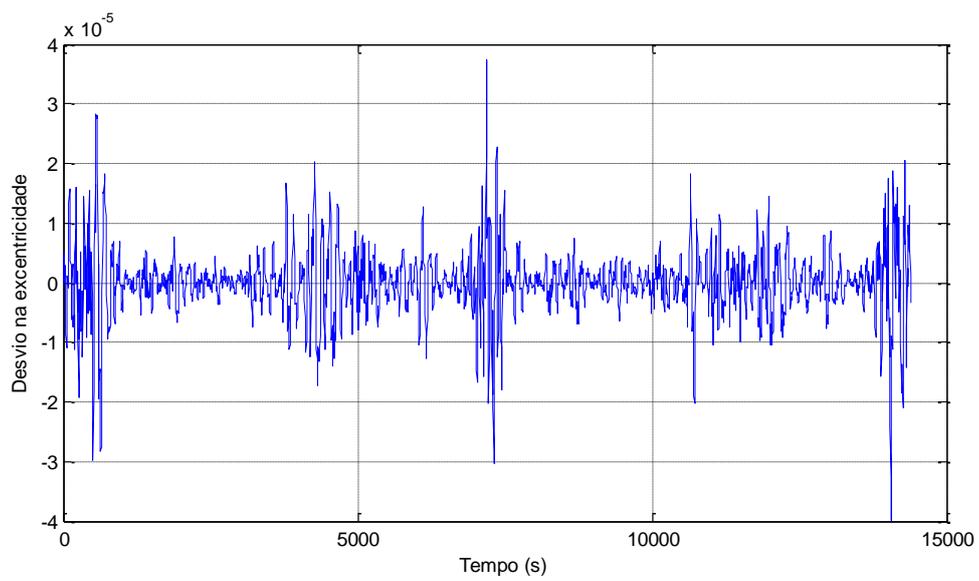


Figura 6.142 – Desvio na excentricidade durante a simulação 7

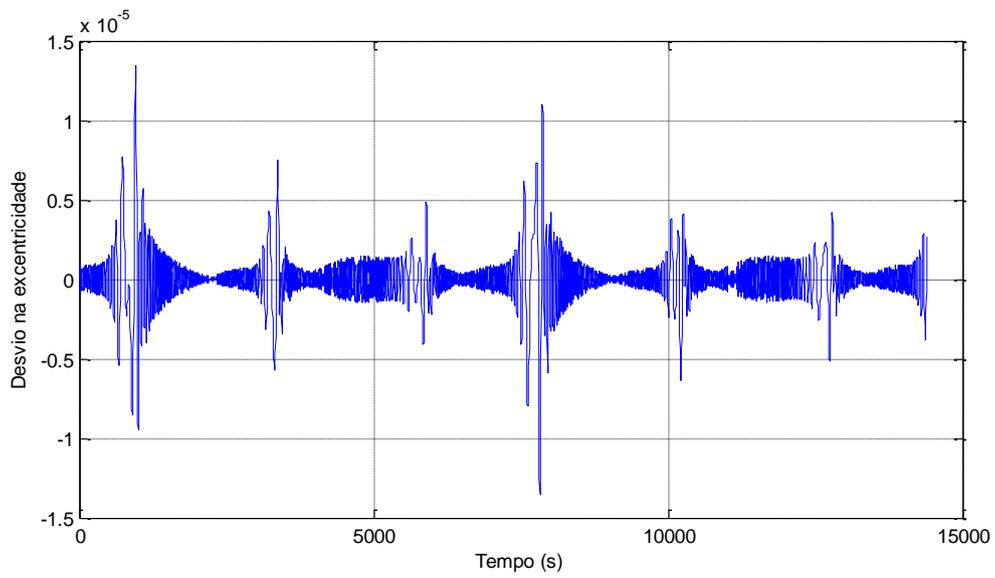


Figura 6.143 – Desvio na excentricidade durante a simulação 8

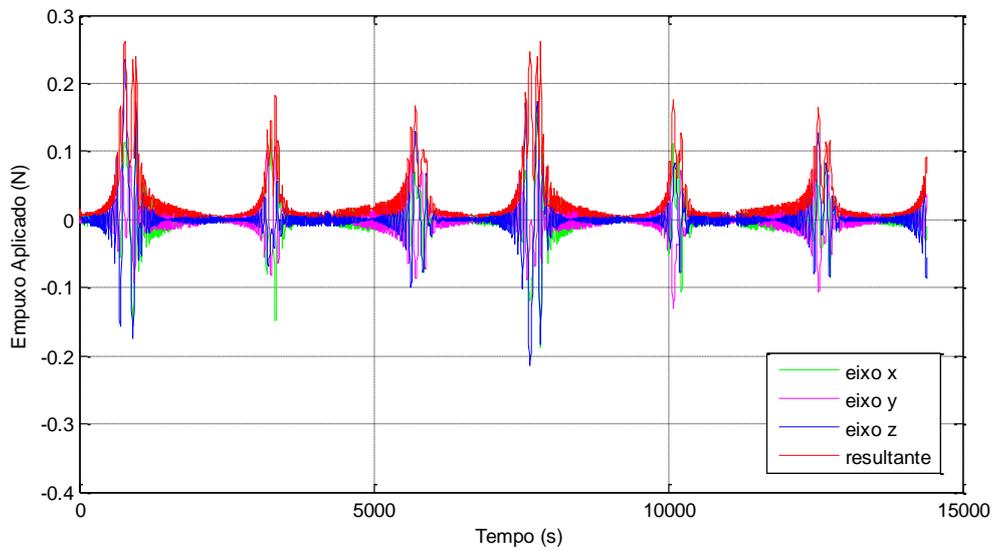


Figura 6.144 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 7

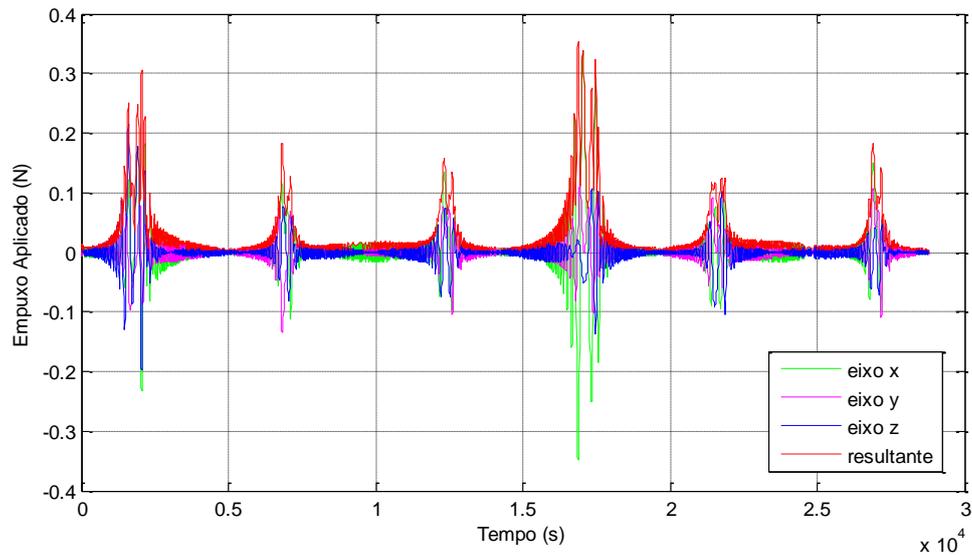


Figura 6.145 – Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação 8

As Figuras 6.144 e 6.145 mostram que o propulsor manteve-se ligado durante toda a simulação, já que o satélite esteve sob influência da perturbação durante todo o tempo, sendo necessárias as correções a fim de minimizar os desvios nos elementos orbitais.

A Figura 6.145 mostra que existem instantes em que é necessária uma maior magnitude de empuxo aplicado sobre o satélite, pois, como visto nas Figuras 6.128 a 6.139, diminuir o número de elementos da matriz de refletividade, causa uma diminuição na precisão da estimativa do albedo lunar. Ou seja, durante a simulação 8 o satélite permanece mais tempo em regiões em que a intensidade da força do albedo é menor.

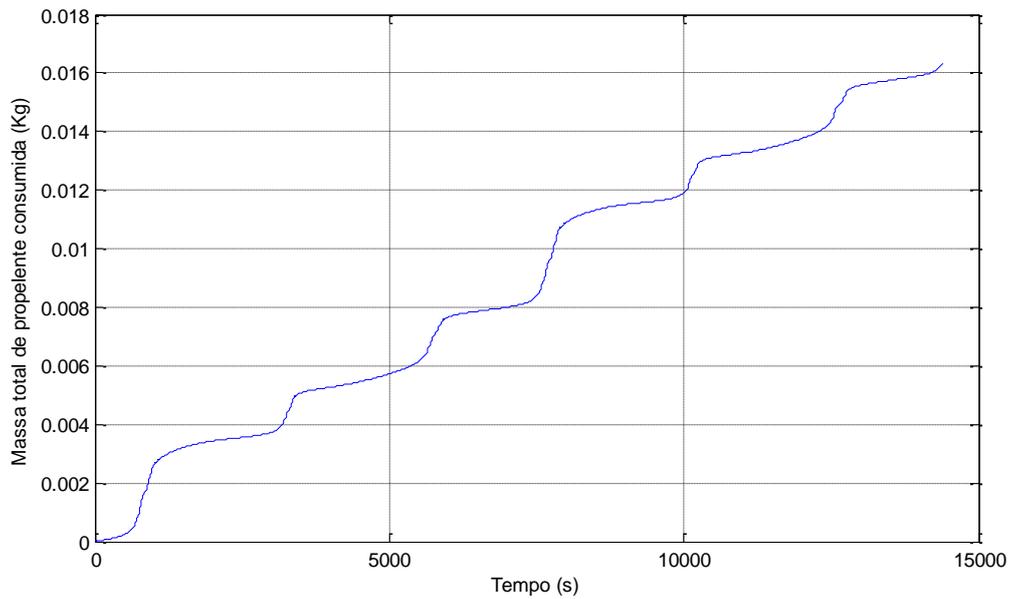


Figura 6.146 – Massa de propelente consumida durante a simulação 7

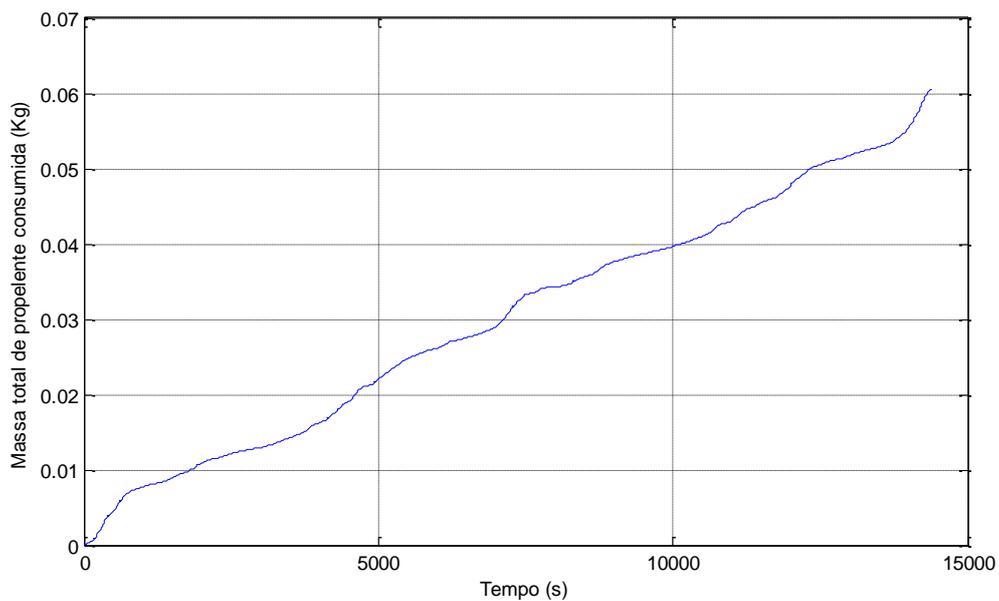


Figura 6.147 – Massa de propelente consumida durante a simulação 8

O uso de propulsores para aplicar empuxo sobre o satélite exige consumo de combustível. Visto que os propulsores mantiveram-se ligados durante toda a simulação, o consumo de combustível manteve-se crescente, como pode ser visto nas Figuras 6.146 e 6.147.

Como já discutido anteriormente, a simulação 8 resultou em forças de perturbação menores sobre o satélite e, portanto, empuxo menor aplicado, o que acarreta em um menor consumo de propelente.

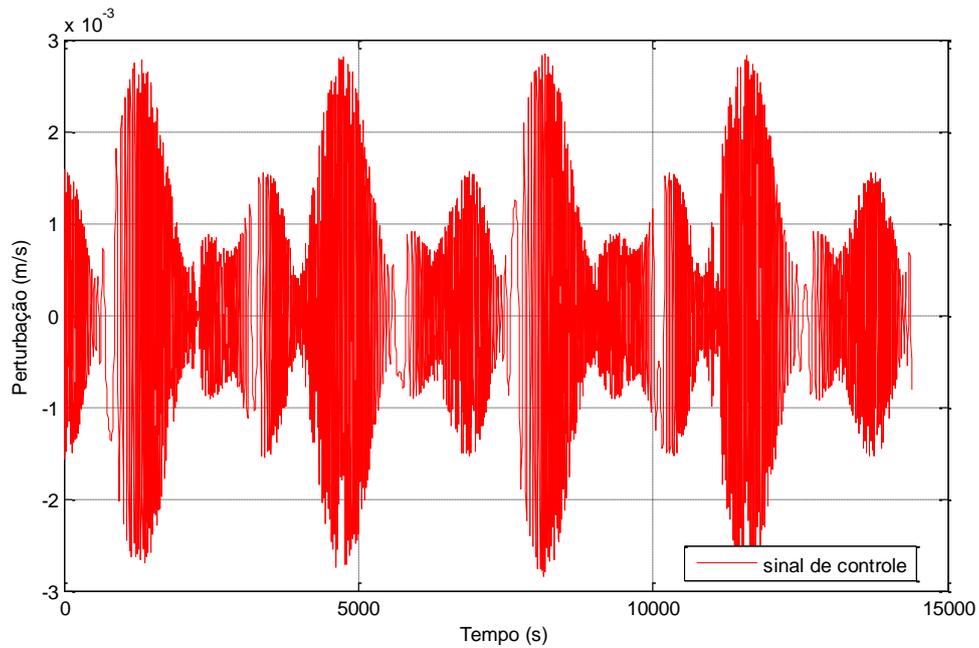


Figura 6.148 – Sinal de perturbação durante a simulação 7

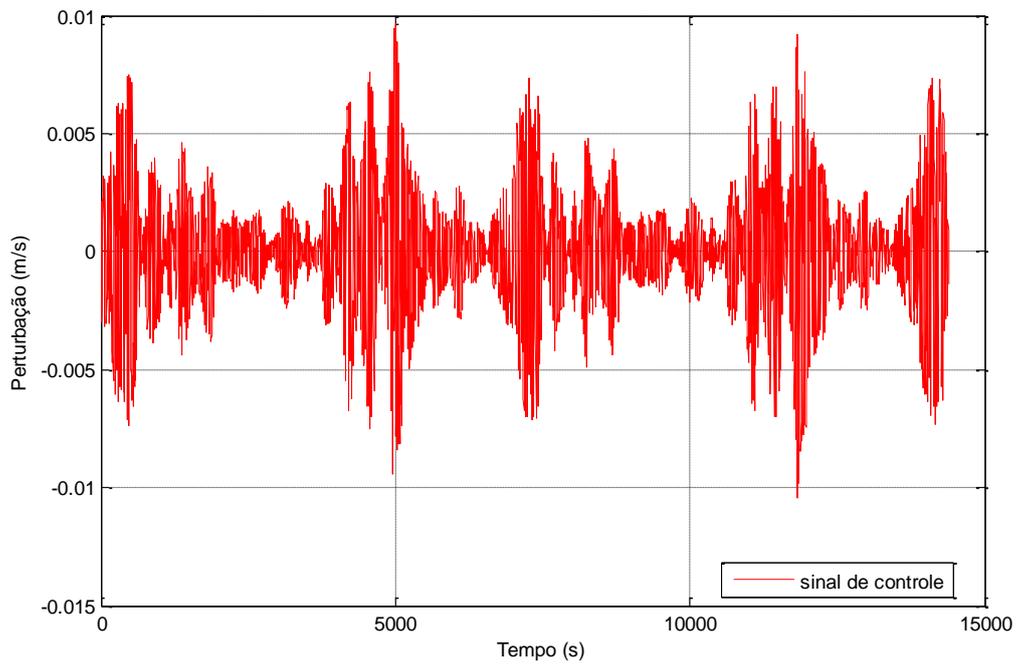


Figura 6.149 – Sinal de perturbação durante a simulação 8

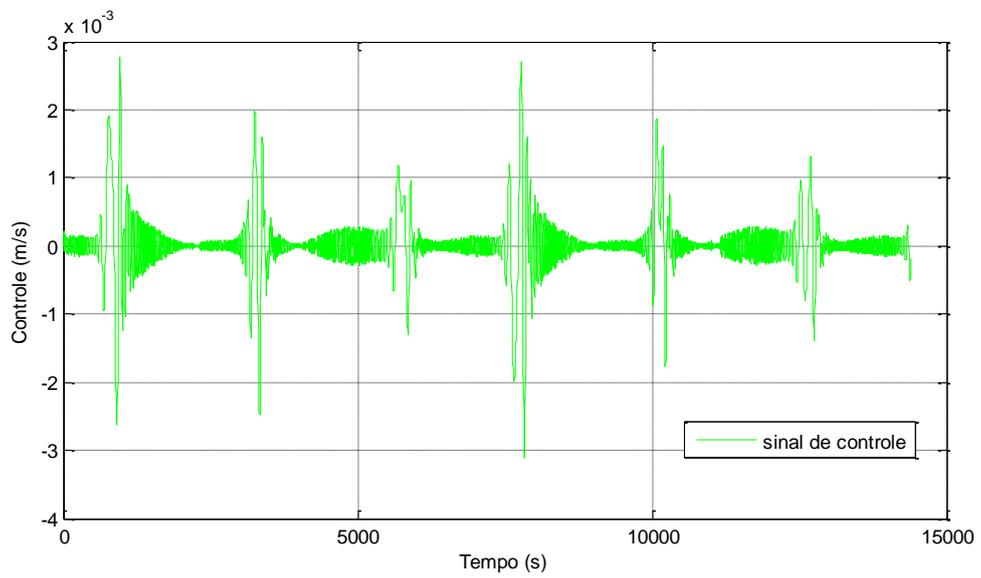


Figura 6.150 – Sinal de controle durante a simulação 7

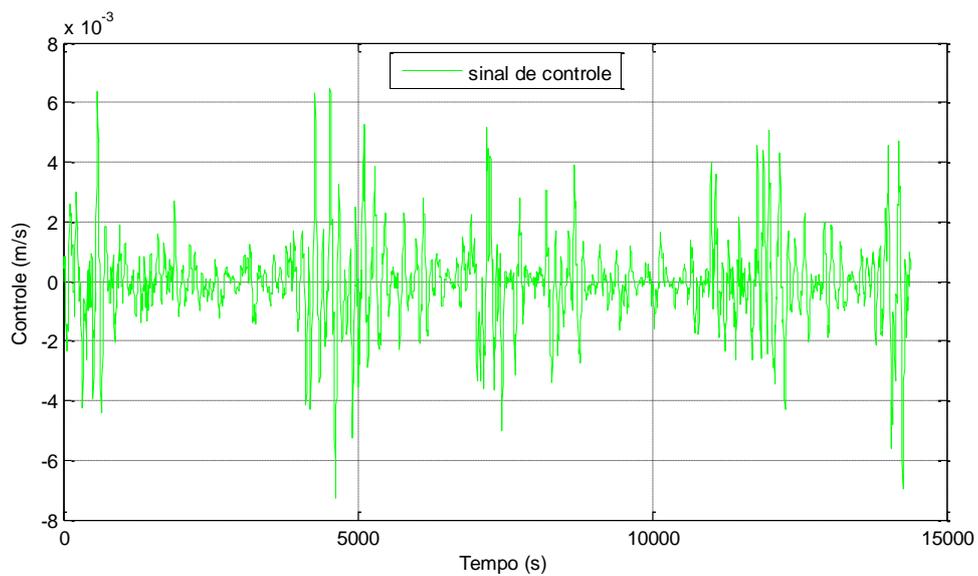


Figura 6.151 – Sinal de controle durante a simulação 8

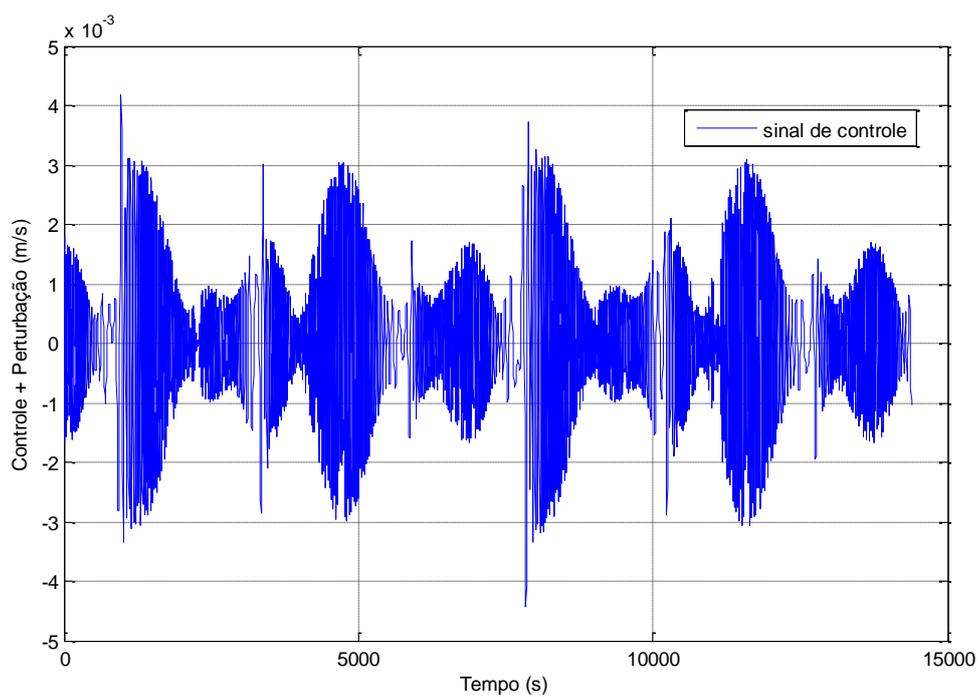


Figura 6.152 – Sinal de controle e de perturbação durante a simulação 7

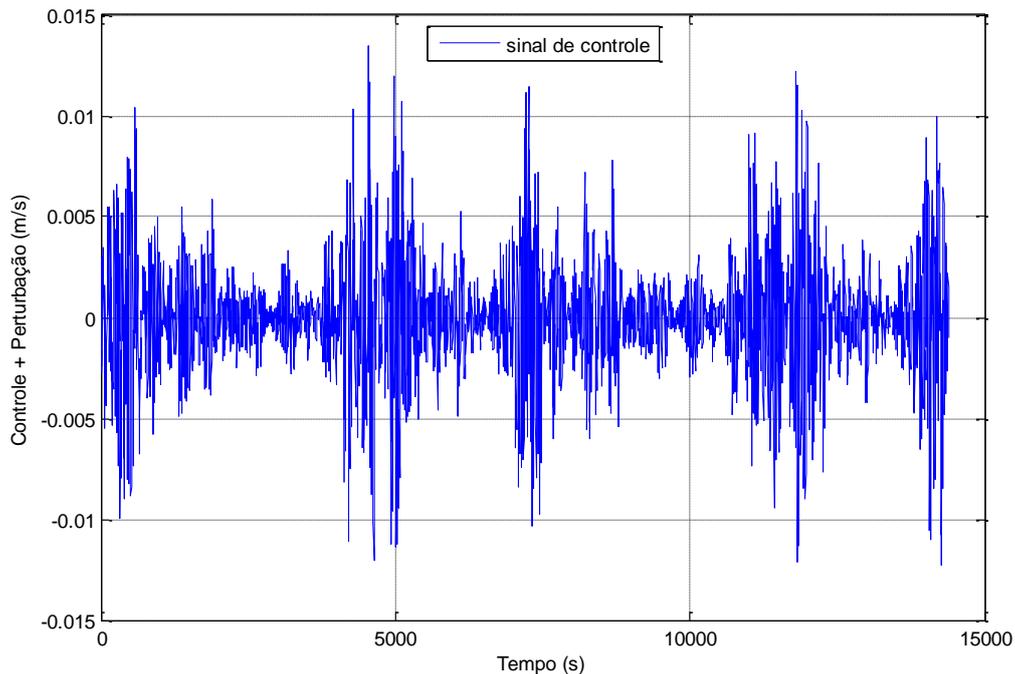


Figura 6.153 – Sinal de controle e de perturbação durante a simulação 8

As Figuras 6.148 e 6.149 mostram a perturbação resultante sobre o satélite e as Figuras 6.150 e 6.151 o sinal de controle cujo objetivo é minimizar os efeitos da perturbação devido ao albedo e ao potencial gravitacional na órbita do satélite. As Figuras 6.152 e 6.153 mostram a resultante e a perturbação sobre o satélite e o sinal de controle. Podemos perceber que, em ambos os casos, o sistema de controle não consegue anular completamente os efeitos perturbativos na órbita do satélite, já que tais efeitos são consideravelmente inconstantes. Mas, percebemos, pelas Figuras 6.128 a 6.139, que o sistema de controle é capaz de minimizar tais efeitos e manter a órbita do satélite real próxima à órbita do satélite de referência, com desvios pequenos.

Com o objetivo de analisar o efeito da perturbação devido ao potencial gravitacional e ao albedo lunar na órbita de um satélite artificial foi realizado um estudo com tempo de simulação de 1 dia (86400 s) e utilizando 1800000 m para o semi-eixo maior do primeiro caso e 1900000 m para o semi-eixo maior

do segundo caso e, para ambos os casos, excentricidade 0,001, inclinação 45°, ascensão reta do nodo ascendente 20°, argumento do periapse 100° e anomalia média 1°.

Nos dois casos não foram realizadas manobras de correção, visto que o objetivo principal é analisar a influência das perturbações estudadas na órbita de um satélite artificial lunar.

As Figuras 6.154 mostra o desvio no semi-eixo maior quando o satélite encontra-se em uma órbita inicial de 15 km de altitude.

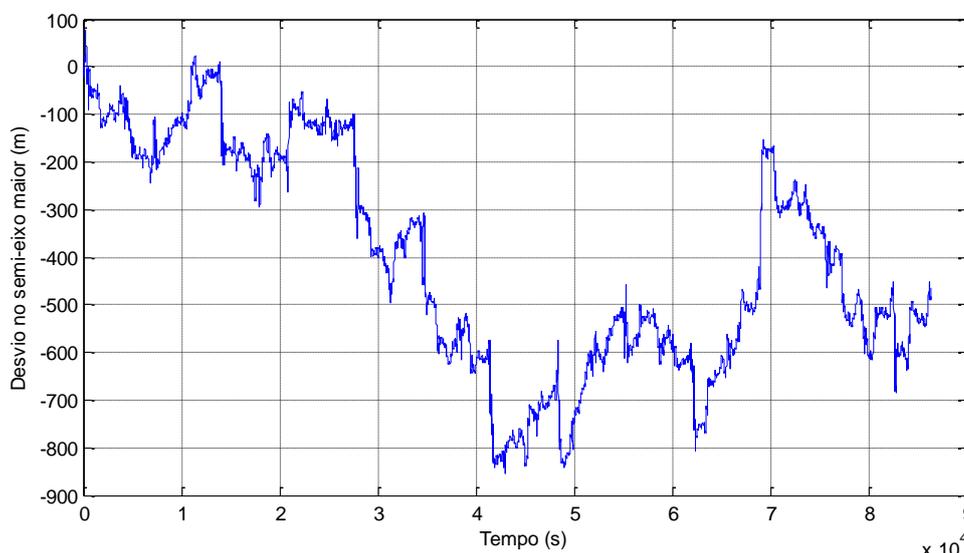


Figura 6.154 – Desvio no semi-eixo maior do satélite sem correção orbital (altitude de 15 km)

O resultado obtido na Figura 6.140 mostra que com a atuação do sistema de controle o desvio na órbita de um satélite artificial é mantido entre 10 e 20 m, com alguns picos que chegam a 60 m.

No resultado obtido na Figura 6.153, podemos ver que na ausência do sistema de controle o desvio no semi-eixo maior pode chegar a até 900 m.

As Figuras 6.154 e 6.155 mostram a posição e o desvio na posição do satélite sem correção orbital quando o satélite encontra-se em uma órbita inicial de 15 km de altitude.

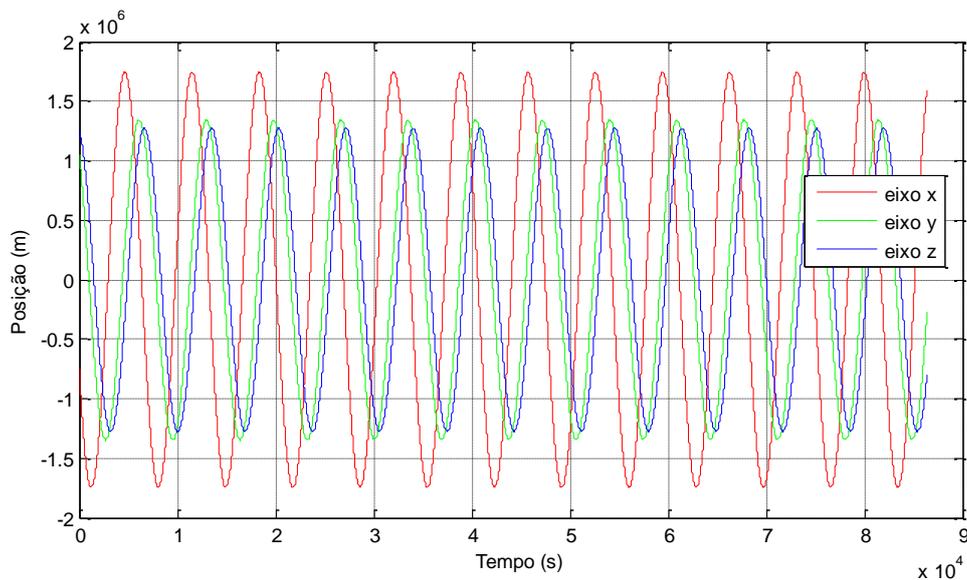


Figura 6.154 – Posição do satélite sem correção orbital (altitude de 15 km)

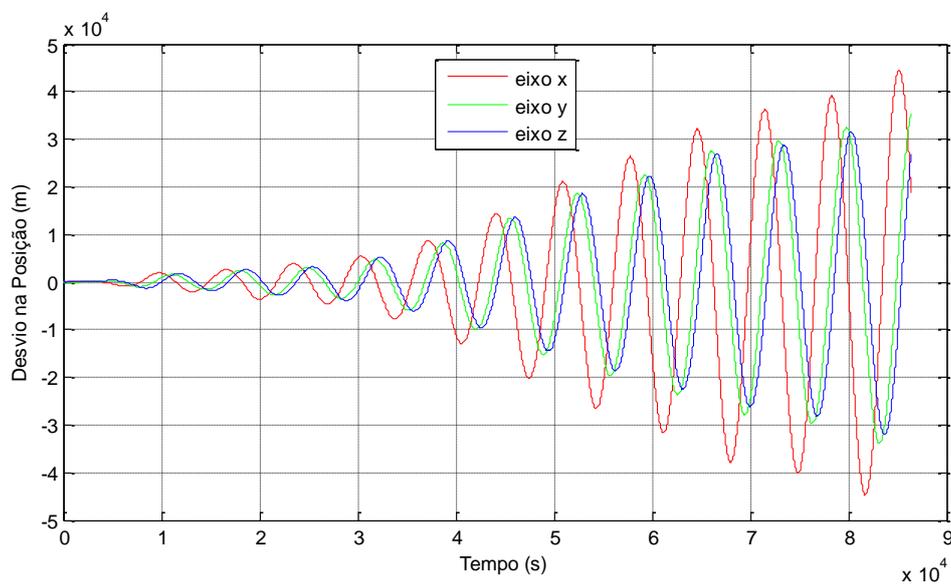


Figura 6.155 – Desvio na posição do satélite sem correção orbital (altitude de 15 km)

Pela Figura 6.154 podemos ver que o desvio na posição do satélite tende a aumentar com o passar do tempo. Visto que o tempo real de uma missão lunar ultrapassa o tempo de simulação estipulado, mostra-se que a realização do controle orbital de um satélite artificial lunar sujeito à perturbação devido ao potencial gravitacional e ao albedo faz-se necessário.

As Figuras 6.155 e 6.156 mostram o semi-eixo maior e o desvio no semi-eixo maior quando o satélite encontra-se em uma órbita inicial de 15 km de altitude.

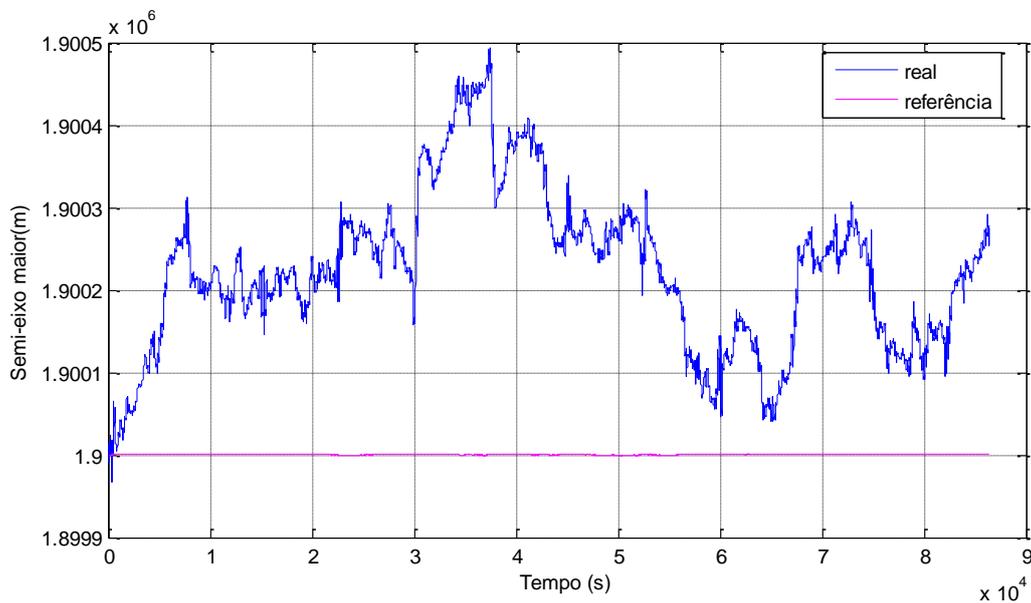


Figura 6.155 – Semi-eixo maior do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km)

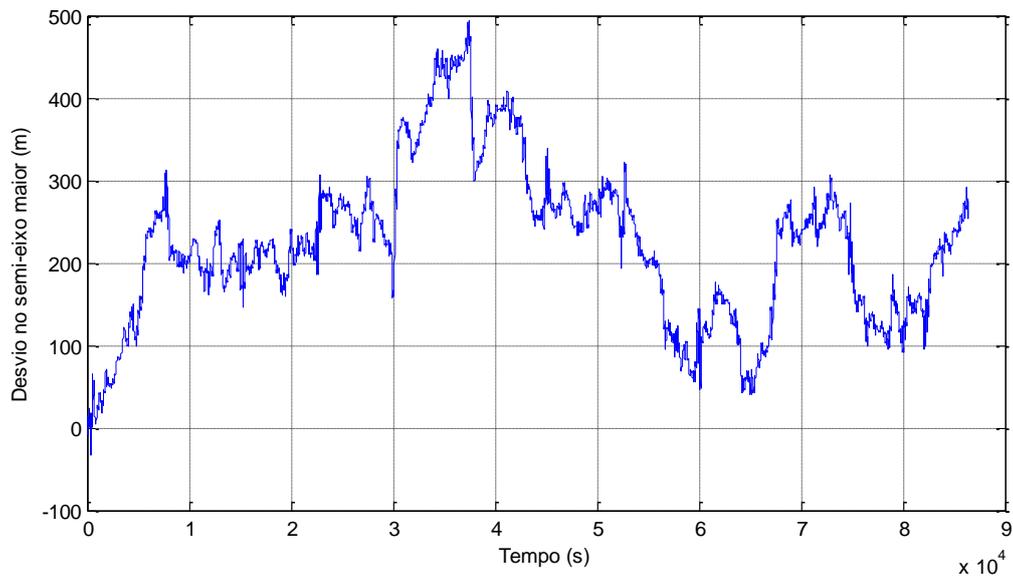


Figura 6.156 – Desvio no semi-eixo maior do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km)

A Figura 6.156 mostra que as perturbações consideradas são capazes de causar um desvio de até 500 m no semi-eixo maior. Tal variação é menor do que a encontrada na Figura 6.153, pois o satélite encontra-se em uma órbita mais elevada, o que faz diminuir a atuação da força gravitacional sobre o satélite.

As Figuras 6.157 e 6.158 mostram a posição e o desvio na posição quando o satélite encontra-se em uma órbita inicial de 115 km de altitude.

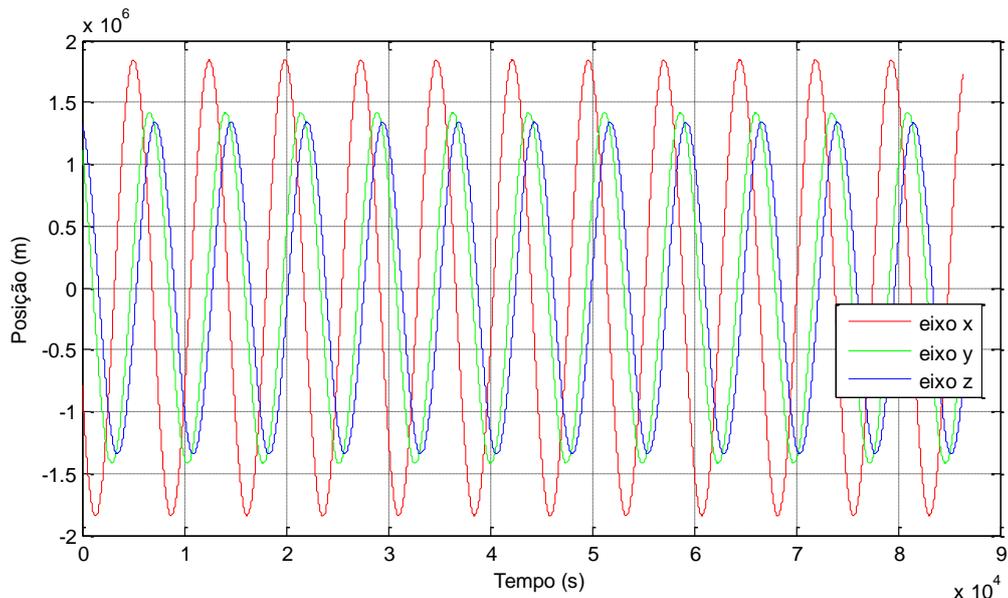


Figura 6.157 – Posição do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km)

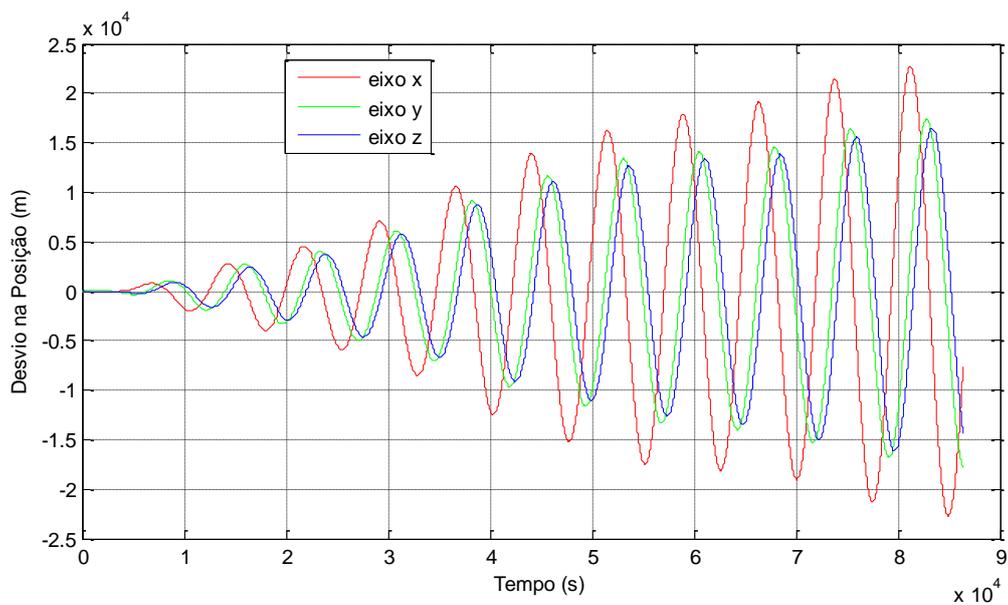


Figura 6.158 – Desvio na posição do satélite sem correção orbital (altitude de 115 km)

A Figura 6.158 mostra que o desvio na posição do satélite tende a aumentar com o passar do tempo. Sendo assim, a atuação do sistema de controle é necessária também em altitudes mais elevadas.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

7.1. Conclusões

Os resultados obtidos ao longo de todo o trabalho comprovaram que o programa Spacecraft Trajectory Simulator, desenvolvido para analisar missões espaciais utilizando controle de trajetória em malha fechada e propulsão contínua é capaz de controlar a trajetória de veículos espaciais quando consideramos perturbações na órbita de satélites artificiais lunares devido ao potencial gravitacional e ao albedo da Lua.

Podemos observar que os desvios nas variáveis de estado foram sempre valores pequenos, ou seja, o sistema de controle foi capaz de reduzir o erro nas variáveis de estado por meio da atuação dos propulsores. Deve-se ressaltar que considerou-se que os propulsores são capazes de modular o empuxo aplicado além de fornecerem a direção adequada para a aplicação do empuxo, determinada pelo controlador. Essa é uma característica construtiva do veículo estudado que pode variar para cada missão. No entanto, não faz parte do escopo deste trabalho a definição das características construtivas de uma missão em particular, mas sim um estudo genérico do controle de trajetória orbital por meio da utilização do empuxo contínuo.

Durante o trabalho foram abordados três situações para a simulação da órbita de um satélite ao redor da superfície da Lua: a órbita do satélite sendo perturbada apenas pelo potencial gravitacional lunar; a órbita do satélite sendo perturbada apenas pelo albedo lunar; e a órbita do satélite sendo perturbada pelo potencial e pelo albedo lunar, simultaneamente.

A partir de estudos feitos quando é considerada a perturbação na órbita do satélite artificial devido apenas ao achatamento lunar e quando é considerada a perturbação devido ao achatamento lunar e à elipticidade equatorial, é possível observar que no segundo caso o satélite sofre forças perturbativas consideravelmente mais inconstantes, exigindo atuação mais intensa do

sistema de controle para atenuar o desvio da trajetória originado pela perturbação.

O estudo realizado na seção 4.1.5, mostrou que quanto maior a altitude em que o satélite se encontra, menor é a relevância da distribuição não uniforme de massa da Lua. Sendo assim, o valor da aceleração da gravidade tende a estabilizar com valores cada vez menores de grau e ordem conforme o aumento da altitude do satélite.

As Figuras 6.108 e 6.109 mostram que a intensidade da potência luminosa devido ao albedo lunar quando o satélite encontra-se a uma altitude de 15 km é maior do que quando a uma altitude de 115 km.

Porém, podemos perceber que o efeito causado pelo albedo lunar sobre os elementos orbitais é maior quando o satélite encontra-se a uma altitude de 115 km. A partir dessa situação, podemos concluir que o satélite posicionado em altitudes mais baixas não garante uma maior intensidade de radiação incidente, caracterizando uma maior variação nos elementos orbitais.

Visto que a radiação total incidente sobre o satélite é a soma de toda radiação refletida pela superfície lunar, uma maior altitude permite que o satélite esteja visível para uma maior quantidade de células. Sendo assim, neste caso, o satélite recebe mais luz refletida pela Lua. Porém, quanto maior a altitude do satélite menor será a intensidade luminosa proveniente de cada célula, mas somando toda a luz que atinge o satélite pode ocorrer considerável variação nos elementos orbitais. Além disso, em altitudes elevadas o efeito de uma força torna-se mais impactante nos elementos keplerianos do que em altitudes menores. Portanto, nos exemplos estudados o efeito do albedo para altitude de 115 km foi mais pronunciado quando comparado com uma órbita de altitude média de 15 km.

Os resultados mostram que a variação dos elementos orbitais devido à incidência do albedo lunar sobre o satélite é relativamente pequena. Porém, o

tempo de simulação considerando não ilustra o tempo real de missão de um satélite artificial. Em Rocco (2008a, 2009) foram mostrados os casos das missões, em torno da Terra, Gravity Probe B (NASA), Microscope (CNES) e Step (ESA) e verificou-se a evolução dos elementos orbitais em função do albedo. Foi constatado que se não fosse utilizado um sistema de controle capaz de corrigir os desvios de trajetória devido ao albedo terrestre seria impossível a realização de tais missões com sucesso. Sendo assim, essa perturbação pode tornar-se relevante, dependendo do tipo de missão a ser executada.

7.2. Sugestões para extensão do trabalho

Tendo em vista que um dos objetivos do trabalho é o estudo de perturbações que possam alterar a órbita de um satélite artificial, pretende-se implementar futuramente outras perturbações relevantes sobre satélites artificiais lunares, como, por exemplo, a atração gravitacional da Terra e do Sol e a incidência direta de radiação solar sobre o satélite (pressão de radiação solar).

Com o objetivo de melhorar os modelos já desenvolvidos e implementados, algumas novas considerações podem ser feitas para o caso do albedo lunar: pode-se considerar o movimento de libração da Lua, pois existe a possibilidade de tais oscilações alterarem a célula vista pelo satélite e, conseqüentemente, ocorrer uma mudança na radiação recebida; e, é possível alterar a imagem utilizada para o cálculo de albedo para uma imagem de melhor resolução, já que são tiradas fotografias da Lua cada vez mais nítidas e precisas.

Como já visto durante a realização deste trabalho, simular o movimento orbital de satélites considerando a máxima precisão permitida para cada modelo exige esforço computacional elevado. Sendo assim, é interessante que se faça o estudo do problema multi-objetivo encontrado durante o estudo do valor mais adequado para grau e ordem dos harmônicos esféricos quando adotada a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar, principalmente quando objetiva-se incluir demais perturbações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALL, K. J.; OSBORNE, G. F. **Space vehicle dynamics**. Oxford: University Press, Oxford, 1987.

BELL, D. J. Optimal space trajectories – a review of published work, **The Aero Journal - Royal Aeronautical Society**, v. 72, p.141-146, 1968.

BONDARENKO, N. V.; SHKURATOV, IU. G.; AKIMOV, L. A; KORNKIENKO, IU. V. Albedo-color diagram of the lunar surface, **Kinematika i Fizika Nebesnykh**, Vol. 1, pp. 3-11, Rússia, 1985.

BROUWER, D., **Methods of celestial mechanics**, NY-USA: Academic Press, 1961, 508 p.

BROWN, C. D. **Spacecraft mission design**, pp. 50-52, American Institute of Aeronautics, Inc; Washington, DC, 1992.

CARVALHO, F. C. **Transferências ótimas a baixo empuxo e potência limitada entre órbitas elípticas quaisquer**. 2004. 191 p. (INPE-16641-TDI/1605). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2004. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/jeferson/2004/08.03.16.03>> . Acesso em: 27 fev. 2013.

CARVALHO, J. P. S.; MORAES, R. V; PRADO, A. F. B. A. Semi-analytic theory of a moon artificial satellite considering lunar oblateness and perturbations due to a third-body in elliptic orbit. In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS, 7, 2008, Presidente Prudente. **Proceedings...**Presidente Prudente, 2008.

CARVALHO, J. P. S. MORAES, R. V; PRADO, A. F. B. A. Non-sphericity of the moon and critical inclination. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 32, 2009, Cuiabá, Brasil. **Proceedings...**Cuiabá, 2009(a).

CARVALHO, J. P. S. MORAES, R. V.; PRADO, A. F. B. A. Non-sphericity of the Moon and near Sun-synchronous polar lunar orbits, **Mathematical Problems in Engineering** Article ID 740460, 24 pages. doi:10.1155/2009/740460, 2009(b).

CARVALHO, J. P. S. MORAES, R. V.; PRADO, A. F. B. A. **Some orbital characteristics of lunar artificial satellites**, **Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy**, v. 108, n. 4, p. 371-388, DEC 2010.

CHOBOTOV, V. A. **Orbital mechanics**, AIAA Books, Washington-USA, 1991, 365 p.

COSTA FILHO, A. C. **Análise do acoplamento entre o controle de atitude e de trajetória durante manobras orbitais de empuxo contínuo**. 2010. 135 p. (sid.inpe.br/mtc-m19@80/2010/03.20.13.58-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2010. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3773QE8>> Acesso em: 27 fev. 2013.

D'AVANZO, P.; TEOFILATTO, P. ULIVIERI, C. **Long-terms effects on lunar orbiter**, Acta Astronautica, Vol. 40, pp. 13-20, 1997.

DE SALEDEER, B.; HENRARD, J. **The combined effect of J2 e C22 on the critical inclination of a lunar orbiter**, Advances in Space Research, Vol. 37, pp. 80-87, 2006.

EVSIUKOV, N. N. **Methods for compiling lunar albedo and color maps**, Astronomicheskii Vestnik, Vol. 9, pp. 29-34, Rússia, 1975.

FLOBERGHAGEN, R.; VISSER, P.; WEISCHEDE, F. Lunar Albedo force modeling and its effect on low lunar orbit and gravity field determination, **Advances in Space Research**, Vol. 23, pp. 733-738, 1999.

GIACAGLIA, G. E. O.; MURPHY, J.; FELSENTREGER, T. **A semi-analytic theory for the motion of a lunar satellite**, Celestial Mechanics. Vol. 3, pp. 3-66, 1970.

GOBETZ, F. W. **A survey of impulsive trajectories**, AIAA Journal, Vol. 7, 1969.

GODDARD, R. H. **A method PF reaching extreme altitudes**, Smithsonian Miscellaneous, Collections, Vol. 71, n. 2, 1919.

GOLD, T.; BILSON, E.; BARON, R. L. **Auger analysis of the lunar soil study of processes which change the surface chemistry and albedo**, Abstracts of the Lunar and Planetary Science Conference, Vol 6, pp. 293, 1975.

GOLD, T.; BILSON, E.; BARON, R.L; **The search for the cause of the low albedo of the moon**, Journal of Geophysical Research, Vol. 82, pp. 4899-4908, 1977.

GOMES, J. **Gravitação Universal**. Disponível em: <<http://www.algosbre.com.br/fisica/gravitacao-universal.html>>. Acesso em: 17 fev. 2013.

GONÇALVES, L. D.; ROCCO, E. M.; MORAIS, R. V. Simulação de trajetórias orbitais utilizando propulsão contínua e múltiplos arcos propulsivos. In:

WORKSHOP EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA ESPACIAIS, 3. (WETE), 2012, São José dos Campos. **Anais...** São José dos Campos: INPE, 2012. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3CF9KCS>>. Acesso em: 27 fev. 2013.

HENDRIX, A. R.; RETHERFORD, K. D.; GLADSTONE, G. R.; FEDMAN, P. D.; STERN, S. A.; PARKER, J. W.; KAUFMANN, D. E.; EGAN, A. F.; MILES, P. F.; HORVATH, D. G.; GREATHOUSE, T. K.; VERSTEEG, M.H.; STEFFL, A. J.; MUKHERJEE, J.; DAVIS, M. W.; SLATER, D.C.; ROJAS, P. M.; HURLEY, D. M.; PRYOR, W. R. **The lunar albedo as measured by LRO-LAMP: space weathering effects**, EPSC-DPS Joint Meeting, França, 2011.

HINCKEL, J. N. Propulsão de satélites. In: PRADO, A. F. B.; KUGA, H. K. (Ed.). **Fundamentos de tecnologia espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001. cap. 9, p. 127-132. ISBN(85-17-00004-8).

HOHMANN, W. Die erreichbarkeit der himmelskorper, Oldenbourg, Munique, 1925.

KAULA, W. M. **Theory of satellite geodesy : applications of satellites to geodesy**. Waltham, MA: Blaisdell, 1966, 124 p.

KONOPLIV, A. S.; ASMAR, S. W.; CARRANZA, E.; SJOGREN, W. L.; YUAN, D. N. Recent gravity models as a result of the lunar prospector mission, **Icarus**, Vol. 150, pp. 1-18, Academic Press, 2001.

KUGA, H.K.; CARRARA, V.; KONDAPALLI R. R. **Satélites Artificiais – Movimento Orbital**. INPE - São José dos Campos, 2011. 111 p. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3ARJ3NH>>. Acesso em: 17 fev. 2013

LIST, M.; BREMER, S.; DITTUS, H.; SELING, H. **Features of the drag-free-simulator demonstrated for Microscope-Mission**, COSPAR Scientific Assembly, 37, Montreal, Canada, 2008.

MARCELINO, E. W. **Controle de trajetória orbital em manobras de empuxo contínuo de longo prazo**. 2009. 186 p. (INPE-15757-TDI/1500). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP8W/35CFG4P>>. Acesso em: 27 fev. 2013.

MILES, P. F.; RETHERFORD, K. D. GLADSTONE, G. R.; EGAN, A. F.; PARKER, J. W.; PRYOL, W. R.; FELDMAN, P. D.; STERN, S. A. **Lunar surface FUV illumination modeling for LRO-LAMP albedo maps**, EPSC-DPS Joint Meeting, França, 2011.

- MOHAMED, R. Analytical approach to the motion of a lunar artificial satellite, **Astrophysics and Space Science**, Vol. 283, pp.133-150, 2003.
- NAYFEH, A. H. **Perturbation methods**, New York, NY: John Wiley and Sons, 1973, 425 p.
- NOVIKOV, V. V.; IVANOV, S. I. **The representativity of the samples from the near side of the Moon/albedo and color**, *Astronomicheskii Tsirkulyar*, 1988.
- OBERTH, H. **Wege zur raumschiffahrt**, Munich: R. Oldenbourg, 1929.
- OESTERWINTER, C. **The motion of a lunar satellite**, *Celestial Mechanics*, Vol. 1, pp. 368-436, 1970.
- OLIVEIRA, T. C. **Estratégias ótimas para manobras orbitais utilizando propulsão contínua**. 2012. 149 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2012/01.16.17.32-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2012. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3B7GASP>>. Acesso em 27 fev. 2013.
- PISACANE, V. L., **Space environment and its effects on space systems**, AIAA Books, Reston-VA, 2008, 421 p.
- PRADO, A. F. B. A. **14ª Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia**, cap. 5, pp. 107-114, 2010.
- RINER, M. A; LUCEY, P. G.; NEUMANN, G. A.; MAZARICO, E.; SMITH, D. E.; ZUBER, M. T. **Exploring the lunar poles – the normal albedo of the Moon from LOLA**, American Geophysical Union, 2011.
- ROCCO, E. M. **Estudo da estratégia de manobra para o controle de órbita do satélite CBERS**, PI(INPE-7035-NTC/336), São José dos Campos,1999.
- ROCCO, E. M. **The earth albedo model**. Bremen, Germany: Center of Applied Space Technology and Microgravity (ZARM), 2008(a), 91 p. (Technical Report FLK-ENV-RP-ZAR-001).
- ROCCO, E. M. **Analysis of the deviations of the trajectory due to the terrestrial albedo applied to some scientific missions**. Genova, Italy, 2008. International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences, 2008(b).
- ROCCO, E. M. Perturbed orbital motion with a PID control system for the trajectory. In: Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, 14, Águas de Lindóia,2008. **Resumos...2008(c)**.
- ROCCO, E. M. Earth albedo evaluation and analysis of the trajectory

deviation for some drag-free missions. Bauru, SP, 2009. In: Brazilian Conference on Dynamics,8, Control and Applications. **Proceedings...**May 18-22, 2009.

ROCCO, E. M. Evaluation of the terrestrial albedo applied to some scientific missions. **Space Science Reviews**, v. 151, n. 1-3, p. 135-147, Jan.

2010. SANTOS, W. G. **Simulação de manobras aeroassistidas de um veículo espacial controlado por placas aerodinâmicas reguláveis e sistema propulsivo**. 2011. 272 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/01.26.16.55-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/393PSPH>>. Acesso em: 27 fev. 2013.

SHEVCHENKO, V. V. **Albedo characteristics of the lunar globe**, Soviet Astronomy, Vol. 18, pp. 628-632, 1975.

SHKURATOV, IU. G. Interpretation of the colorimetric characteristics of the lunar surface on the basis of a spectral albedo model for powder surfaces, **Kinematika i Fizika Nebesnykh**, Vol. 4, pp. 17-21, 1988, Rússia.

SHKURATOV, Y.; STARUKHINA, L.; HOFFMANN, H.; ARNOLD, G. A. Model of spectral albedo of particulate surfaces: implications for optical properties of the Moon, **Icarus**, Vol. 137, pp. 235-246, 1999.

STARK, J.; FORTESCUE, P.; **Spacecraft Systems Engineering**, John Wiley & Sons Ltd; Inglaterra, 1994.

TAFF, L. G., **Celestial mechanics: a computational guide for the practitioner**, New York, NY: John Wiley, 1985, 520 p.

THEIL, S.; SILAS-GUILHERME, M. In-orbit calibration of drag-free satellites, **Advances in Space Research**, Vol. 36, Issue 3, 2005, pages 504-514.

TIPLER, P. A. **Física**. 4. ed. 1999. vl. 1, p. 300-316.

VASAVADA, A. R.; PAIGE, D. A.; BANDFIELD, J. L.; GREENHAGEN, B. T.; SIEGLER, M. A.; WILLIAMS, J. Regional lunar surface temperatures, albedos, and thermophysical properties from LRO Diviner, **American Geophysical Union**, 2010.

VENDITTI, F. C. F., ROCCO, E. M., PRADO, A. F. B. A. Orbital trajectories control around non-spherical bodies. In: International conference on mathematical problems in engineering, 9, Áustria, 2012. **Proceedings...**Áustria, 2012.

WINTER, O. C., MOURÃO, D. C., MELO, C. F., MACAU, E. N., FERREIRA, J. L., CARVALHO, J. P. S. Controlling the Eccentricity of Polar Lunar Orbits with Low-Thrust Propulsion, **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2009, 2009.

APÊNDICE A – BREVE LEVANTAMENTO DAS MISSÕES LUNARES

Luna 1 – URSS – 02 de janeiro de 1959

Iniciada a corrida espacial, os soviéticos começaram o desenvolvimento de projetos de satélites com o objetivo de alcançar a Lua. Sob a coordenação de Sergei Korolev foi iniciada a série Luna, também conhecida como Lunik, cujas primeiras tentativas, a partir de 23 de setembro de 1958, falharam. Luna 1, passou a quinhentos quilômetros da Lua e entrou em órbita solar.

Pioneer 4 – EUA - 3 de março de 1959

Poucas semanas após o satélite russo Luna 1 ter errado a Lua, os americanos também conseguiram pela primeira vez lançar um satélite além da gravidade terrestre. Porém, a sonda passou a sessenta mil quilômetros da Terra, sem transmitir nenhuma informação importante.

Luna 2 – URSS - 12 de setembro de 1959

O satélite Luna 2 conseguiu alcançar uma região próxima ao centro do lado visível da Lua, comprovando que o satélite natural não possui campos magnéticos nem cinturões radioativos. Era semelhante à Luna 1, com forma esférica e alguns instrumentos, como um cintilômetro, um contador geiger, um magnetômetro, um detector de micrometeoritos e um transmissor de rádio com antena. O satélite não tinha propulsão própria nem um mecanismo de descida suave, o que acabou por destruir a sonda.

Luna 3 – URSS - 4 de outubro de 1959

Luna 3 orbitou no lado oculto da Lua, enviando pela primeira vez fotos, mesmo que de má qualidade. Assim, foi possível fazer o mapeamento de 70% da superfície oculta. As imagens revelaram um terreno montanhoso, diferente do lado iluminado pelo Sol, e duas regiões escuras, que foram denominadas de Mare Moscovrae (Mar de Moscou) e Mare Desiderii (Mar dos Sonhos).

Comparada com Luna 2, Luna 3 era bastante desenvolvida. Era uma estação automática, equipada com transmissor de rádio, sistema de telemetria, instrumentos científicos, um sistema de processamento de imagens, células solares para geração de energia elétrica e um sistema de controle de temperatura. Possuía um sistema de estabilização por jatos de gás e fotocélulas para manutenção da orientação em relação ao Sol e à Lua.

Ranger 1 – EUA - 23 de agosto de 1961

A missão Ranger 1 tinha como um dos objetivos testar o desempenho das funções para pouso suave. Porém, sem alcançar sucesso, o projeto foi simplificado e a missão obteve muitas fotos de alta resolução da superfície lunar, antes da nave ser destruída pelo impacto com a Lua. O principal objetivo da Ranger 1 era testar o desempenho de componentes e funções necessárias para as próximas missões lunares que utilizariam o mesmo projeto de nave, e tinha como objetivo secundário estudar a natureza das partículas e campos no espaço interplanetário.

Ranger 2 – EUA – 18 de novembro de 1961

Com as mesmas características da Ranger 1, a nave Ranger 2 foi projetada para testar sistemas para futura exploração e para realizar observações científicas de raios cósmicos, campos magnéticos, radiação e partículas de poeira. Como a antecessora, a nave foi lançada em uma órbita terrestre baixa.

Ranger 3 – EUA – 26 de janeiro de 1962

O satélite Ranger 3 foi projetado com o objetivo de transmitir fotos da superfície da Lua durante dez minutos, instalar um sismômetro, coletar dados sobre raios gama durante o vôo e estudar a refletividade de ondas de radar na superfície lunar. Era constituído por uma cápsula lunar com uma cobertura de madeira macia, a fim de amortecer o impacto ao colocar o sismômetro na Lua, um retrofogueto, uma base metálica de um metro e meio de diâmetro com dois

painéis solares conectados, cujo sistema de geração de energia era capaz de manter a cápsula operando por trinta dias. Porém, um problema no foguete alterou a velocidade da nave, que errou a Lua por aproximadamente trinta e seis mil quilômetros. Algumas tentativas de correção na trajetória foram feitas, mas nenhuma com sucesso.

Ranger 4 – EUA – 23 de abril de 1962

Com as mesmas características da Ranger 3, a nave Ranger 4 dessa vez acertou a Lua conforme planejado, no dia 26 de abril de 1962. Porém, uma falha no computador impediu a abertura nos painéis solares, deixando a nave sem energia elétrica.

Ranger 5 – EUA – 18 de outubro de 1962

Com o mesmo problema ocorrido no foguete da Ranger 3, Ranger 5 errou a Lua por 725 km.

Luna 4 – URSS – 2 de abril de 1963

Ao invés da nave Luna 4 ser enviada em trajetória retilínea em direção à Lua, foi disparada em uma trajetória curva. Inicialmente a sonda atingiu a trajetória desejada, mas novamente houve uma falha no sistema devido ao controle térmico, e a nave não foi orientada adequadamente. A comunicação foi mantida, mas a sonda errou a Lua por aproximadamente 8400 km, no dia 5 de abril, às 13h25min UTC. Luna 4 tinha a bordo um sistema de imagem e um detector de radiação. O objetivo da missão não foi divulgado, mas especula-se, baseado nos objetivos das missões sucessoras, que foi projetada para realizar um pouso suave na superfície da Lua.

Ranger 6 – EUA – 30 de janeiro de 1964

As naves Ranger 6, 7, 8 e 9 eram construídas com uma base hexagonal de alumínio, de um metros e meio de largura, onde era montado um motor e uma

torre com as câmaras de TV. Dois painéis solares com largura de 74 cm e comprimento de 153 cm, estendidos nos lados opostos da nave, dando-lhes uma largura total de aproximadamente 4,5 m quando abertos. A altura da nave era de 3,5 m e havia uma antena parabólica de alto ganho. A orientação destas naves sobre os três eixos durante o vôo era acompanhada por um complexo sistema de controle de atitude composto por sensores do Sol e da Terra, giroscópios e jatos de nitrogênio gasoso.

O veículo continha um sub-sistema de TV com seis câmaras e um sistema de controle. Seu objetivo, portanto, era obter imagens de TV de alta resolução da superfície da Lua durante os dez últimos minutos de viagem que antecederem o impacto com a superfície lunar. No dia 2 de fevereiro de 1965, após aproximadamente 65 horas de vôo, a nave pousou na Lua, no “Mare Tranquillitatis”. Porém, um provável curto circuito na fonte de alimentação do sistema de TV, gerada a partir de um acionamento errado em uma fase prematura de vôo impediu a transmissão de qualquer imagem captada. Ouvir

Ranger 7 – EUA – 28 de julho de 1964

Com a mesma finalidade da Ranger 6, enviar fotografias de alta resolução da superfície lunar durante os minutos finais do vôo, Ranger 7 alcançou a Lua em 31 de julho de 1964. Com sucesso, a primeira imagem foi transmitida 18 minutos antes do impacto com o solo lunar, a 2110 km da superfície. O impacto ocorreu entre a área de “Mare Nubium” e “Oceanus Procellatum”, a uma velocidade de 2,62 km/s, após transmitir durante 17 minutos 4308 imagens de ótima qualidade, com resolução final de 0,5 m.

Ranger 8 – EUA – 17 de fevereiro de 1965

Outra missão de sucesso alcançou a Lua no dia 20 de fevereiro de 1965, enviando 7137 imagens de excelente qualidade, a 2510 km de altitude, 23 minutos antes de colidir com Mare Tranquillitatis, a 2,68 km/s. A imagem final possui resolução de 1,5 m.

Ranger 9 – EUA – 31 de março de 1965

Finalizando com sucesso a série Ranger, Ranger 9 alcançou a Lua no dia 20 de fevereiro de 1965, enviando 5814 fotos de boa qualidade, a uma altitude de 2363 km, 19 minutos antes do impacto com a Cratera Alphonsus, a uma velocidade de 2,76 km/s. A imagem final possui resolução de 0,3 m.

Luna 5 – URSS – 9 de setembro de 1965

A nave Luna 5 foi projetada para continuar os testes para pouso lunar. Tinha a bordo um sistema de imagens e um detector de radiação. A sonda foi lançada com sucesso, mas, infelizmente, um problema no giroscópio de flotação a fez perder o controle, de modo que a nave começou a girar em torno do seu eixo. Foi conseguido corrigir o erro, mas a nave estava muito longe do seu local de pouso pretendido, e pousou na Lua no dia 12 de maio, cerca de 19h10min UT, tornando-se a segunda nave soviética a alcançar a superfície lunar.

Luna 6 – URSS – 8 de junho de 1965

A missão Luna 6 foi uma nova tentativa de pouso suave. Bastante semelhante a sua antecessora Luna 5, possuía também um sistema de imagem e um detector de radiação. Devido a um erro no retro-foguete, que não conseguiu acionar seu sistema de propulsão graças a uma falha no comando enviado ao temporizador, a nave passou a 161 000 km da Lua, no dia 11 de junho de 1965. Foi perdido contato com a nave quando ela estava a cerca de 600 km da Terra.

Zond 3 – URSS – 18 de julho de 1965

Zond 3 alcançou a Lua com sucesso, equipada de uma câmera e um sistema de TV com processamento automático de vôo, Zond 3 enviou 25 fotos de excelente qualidade do lado oculto da Lua. A cerca de 10 000 km de altitude, cobriu uma área de 19 milhões de km². Terminada a missão para Lua, Zond 3 dirigiu-se para uma órbita solar com o objetivo de fazer experiências com

transmissão de rádio a distâncias superiores a 150 milhões de km, que foram realizadas com sucesso. A nave carregava além dos equipamentos de imagem, um magnetômetro ultravioleta e infravermelho, sensores de radiação, um radiotelescópio, um instrumento de micrometeoritos e um motor iônico experimental.

Luna 7 – URSS – 4 de outubro de 1965

Prosseguindo com o objetivo de pouso suave na Lua, devido à perda de controle de altitude durante a aproximação final, um erro no sistema de desaceleração fez com que a nave Luna 7 caísse no mar das Tormentas.

Luna 8 – URSS – 3 de dezembro de 1965

Com o objetivo de pouso suave na superfície lunar, um erro no sistema de amortecimento fez a nave Luna 8 girar, perdendo o controle e caindo na superfície lunar no Mar das Tormentas. A missão foi concluída com experimentos de controle em Terra do equipamento de rádio e a trajetória de vôo lunar.

Luna 9 – URSS – 31 de janeiro de 1966

Finalmente, Luna 9 conseguiu acionar seus retrofoguetes e pousou na Lua suavemente, transmitindo fotos e imagens de TV durante 3 dias, pela primeira vez na história, além de revelar que a superfície lunar poderia suportar o peso de uma sonda. Era constituído por dois módulos, sendo um de pouso suave, com aproximadamente uma tonelada e meia e o outro, o satélite, com 100 kg, perfeitamente fechado, com um transmissor de rádio, controles de temperatura, aparelhos científicos, fontes de energia elétrica e um sistema de televisão. O sistema de TV era composto por uma câmara e um espelho rotativo, sendo possível uma visão panorâmica da superfície lunar num raio de cerca de 1500 m. Em 1 de março de 1966 foi lançado o Kosmos 111, considerado como

fazendo parte do programa Luna, com um peso de mais de 6500 kg, que falhou na tentativa de sair da órbita terrestre.

Luna 10 – URSS – 31 de março de 1966

Os objetivos da missão Luna 10 eram bastante diferentes das antecessoras: investigação do espaço circunlunar e o desenvolvimento de sistemas de bordo para que fosse colocada uma estação em órbita lunar. Era constituída de um espectrômetro de raios gama, um magnetômetro triaxial, um detector de meteoritos, instrumentos para estudo do plasma solar, instrumentos para medições de radiações infra-vermelho da Lua e estudos gravitacionais. Porém, a tentativa foi fracassada.

Surveyor 1 – EUA – 30 de maio de 1966

Foi com a série Surveyor que os norte-americanos conseguiram a primeira aterrissagem na Lua. Seus objetivos eram coletar imagens próximas do solo lunar e verificar se o terreno permitia a chegada de naves tripuladas. A primeira missão, Surveyor 1, alcançou seu objetivo, pousando em solo lunar no dia 2 de junho, carregando apenas duas câmeras de TV, uma para aproximação, que não chegou a ser usada, e outra para operações em solo lunar, e dezenas de sensores com a finalidade de transmitir informações importantes, como a temperatura e a refletividade do solo da Lua. Seus retrofoguetes foram desligados a três metros da superfície e a sonda desceu na região Oceanus Procellarum. Da mesma forma que as demais sondas, as transmissões era interrompidas durante a noite lunar, e se encerraram no dia 14 de julho de 1966.

Lunar Orbiter 1 – EUA – 10 de agosto de 1966

O programa Lunar Orbiter tinha como objetivo principal fotografar áreas da superfície da Lua para selecionar lugares seguros para pouso das missões Surveyor e Apollo. Lunar Orbiter 1 tinha como demais objetivos medir a

intensidade de radiação e coletar dados sobre micrometeoritos. Possuía equipamento fotográfico de alta resolução, que esteve ativo de 18 a 29 de setembro de 1966, uma antena para comunicação, um motor para manobras e um painel solar para a formação de energia elétrica. Sua orientação era baseada na orientação do Sol e da estrela Canopus, e um sistema inercial triaxial para qualquer eventualidade. Após cumprir sua missão, em 29 de outubro de 1966 foi jogado intencionalmente contra a superfície lunar.

Luna 11 – URSS – 24 de agosto de 1966

Após uma tentativa fracassada, a missão Luna 11 tinha como objetivo o estudo de missões de raios-X e gama, a fim de determinar a composição química lunar, pesquisar sobre anomalias gravitacionais lunares, sobre a concentração de meteoritos e de radiações em regiões próximas à Lua. Foram realizadas 137 transmissões de rádio em 277 órbitas lunares.

Surveyor 2 – EUA – 20 de setembro de 1966

Idêntico ao Surveyor 1, a sonda Surveyor 2 bateu contra a Lua próximo à Cratera Copernicus, no dia 22, devido a problemas em um dos motores.

Luna 12 – URSS – 22 de outubro de 1966

Luna 12, equipada com um sistema de televisão, transmitiu imagens de alta qualidade, com resolução entre 15 e 20 m. Em órbita lunar, realizou 302 transmissões de rádio durante três meses.

Lunar Orbiter 2 – EUA – 6 de novembro de 1966

Com as mesmas características do Lunar Orbiter 1, a nave Lunar Orbiter 2 coletou 205 fotografias de 18 a 25 de novembro de 1967. Ao final de sua missão também foi jogada contra a superfície lunar.

Luna 13 – URSS – 21 de dezembro de 1966

Conquistando mais um pouso suave e bem sucedido, e com a mesma construção básica que Luna 9, a nave transmitiu imagens da Lua sob diferentes ângulos de incidência da Luz do Sol, onde cada uma demorava aproximadamente 100 minutos para ser transmitida. A nave Luna 13 era equipada com um penetrômetro mecânico de solo, um dinamógrafo e um densitômetro de radiação para obtenção de dados sobre as propriedades mecânicas e físicas, e a reflexão de raios cósmicos da superfície lunar.

Lunar Orbiter 3 – EUA – 5 de fevereiro de 1967

Com as mesmas características das naves anteriores, a sonda Lunar Orbiter 3 coletou 182 fotografias de 15 a 23 de fevereiro de 1967, também sendo jogada contra a superfície lunar ao término de sua missão.

Surveyor 3 – EUA – 17 de abril de 1967

Surveyor 3 desceu na Lua no dia 20 de abril de 1967, na região chamada Oceanus Procellarum, com o objetivo de coletar características do solo lunar para as naves Apollo. Mesmo com um pouso não muito tranquilo, já que um dos motores não desligou e a sonda bateu por três vezes no solo lunar, foram transmitidos muitos dados importantes sobre as características da superfície, além de fotografias, até o dia 4 de maio de 1967. Possuía um coletor de amostras do solo para testes mecânicos em adição aos sensores, câmera de TV e espelhos auxiliares carregados pelos Surveyor 1 e 2. Dois anos depois, os astronautas da Apollo 12, pousaram a poucos metros do Surveyor 3 e tiraram uma fotografia da velha sonda.

Lunar Orbiter 4 – EUA – 4 de maio de 1967

Com as mesmas características das naves anteriores, Lunar Orbiter 4 coletou 163 fotografias no período de 11 a 26 de maio de 1967, também sendo jogada contra a superfície lunar ao término de sua missão.

Surveyor 4 – EUA – 14 de julho de 1967

Com características semelhantes ao Surveyor 3, foi perdido o contato com Surveyor 4 pelo rádio menos de três minutos antes do pouso, fracassando a missão.

Lunar Orbiter 5 – EUA – 1 de agosto de 1967

Com as mesmas características das naves anteriores, Lunar Orbiter 5 coletou fotografias no período de 6 a 18 de agosto de 1968, também sendo jogada contra a superfície lunar ao término de sua missão.

Surveyor 5 – EUA – 8 de setembro de 1967

A missão Surveyor 5 tinha como objetivos coletar imagens da superfície lunar, realizar análises químicas do solo e obter dados mecânicos, térmicos e de refletividade de radar. Carregava os mesmos instrumentos que suas antecessoras, além de ímãs com sensores conectados aos seus pés, para análise das propriedades magnéticas do solo lunar, e instrumentos de análise química. Realizou o terceiro pouso suave na Lua por parte dos americanos, no dia 11 de setembro de 1967, no Mare Tranquillitatus, transmitindo dados por dois meses, até 1 de novembro de 1967.

Surveyor 6 – EUA – 7 de novembro de 1967

Surveyor 6 pousou na região de Sinus Medii no dia 10 de novembro de 1967. Conquistou com sucesso todos os seus objetivos e realizou um vôo lateral de 2,5 m, pousando em seguida. Foi perdido o contato com a nave no dia 14 de dezembro de 1967.

Surveyor 7 – EUA – 7 de janeiro de 1968

Surveyor 7, a última sonda da série pousou na borda da Cratera Tycho, no dia 10 de janeiro de 1968, numa localidade afastada dos “mares”, onde as outras sondas Surveyor já haviam pousado. Com objetivos e equipamentos

equivalentes aos das outras missões, a sonda levava também uma câmera de TV com filtros polarizados. A nave transmitiu dados até dia 21 de fevereiro de 1968.

Luna 14 – URSS – 7 de abril de 1968

A nave Luna 14 era uma réplica da Luna 10, com o objetivo de estudar as interações gravitacionais entre as massas da Terra e da Lua, o campo gravitacional lunar, a propagação e a estabilidade das comunicações de rádio em diferentes posições orbitais da nave, de raios cósmicos e partículas solares, e do movimento da Lua. Foi o último vôo da segunda geração das naves Luna.

Zond 5 – URSS – 14 de setembro de 1968

O objetivo da missão Zond 5 era realizar um vôo para a Lua e retornar para a Terra de forma segura, para testar uma futura missão tripulada. A nave alcançou uma distância de 1950 km da Lua, enviando fotografias de excelente qualidade. Tinha a bordo alguns seres vivos como tartarugas, pulgas, vermes, plantas e bactérias, que retornaram para a Terra em segurança. Depois de seis dias a nave retornou para a Terra, pousando no Oceano Índico. Foi a primeira nave vinda da Lua recuperada com sucesso, e a primeira nave soviética a pousar na água.

Zond 6 – URSS – 10 de novembro de 1968

Zond 6 tinha a bordo equipamentos científicos russos e franceses, como detectores de raios cósmicos e de micrometeoritos, equipamento fotográfico e seres vivos semelhantes à Zond 5. Realizou um vôo circunlunar com sucesso, chegando a uma distância de 2400 km da superfície da Lua, obtendo ótimas fotos. Realizou o mapeamento da lua, elaborando um Atlas da face oculta. Retornou à Terra com sucesso, utilizando uma técnica de reentrada diferente, conhecida por duplo salto, mais propícia para seres humanos por conseguir reduzir consideravelmente a velocidade. Porém, não foi possível controlar a

despressurização da cabine e a abertura prematura de uma pára quedas, o que acarretou numa descida da nave a uma velocidade que teria sido fatal caso houvesse uma tripulação humana.

Apollo 8 – EUA – 21 de dezembro de 1968

Apollo 8 foi a primeira missão tripulada a orbitar a Lua, realizando dez órbitas. Também foi o primeiro teste tripulado realizado com o foguete Saturn V, que não apresentou problemas. Após a decolagem, ainda conectada ao estágio S-4B, realizou duas órbitas ao redor da Terra. Após, o estágio S-4B, que havia falhado durante o vôo não tripulado da Apollo 6, foi acionado e impulsionou Apollo 8 em direção à Lua, num vôo que durou 66 horas. Ao se aproximar da Lua, Apollo acionou seu motor para desacelerar e conseguiu entrar em órbita lunar. Após dez órbitas Apollo 8 retornou à Terra, pousando normalmente. A missão durou seis dias e tinha a bordo os astronautas Frank Borman, James Lovell e William Anders.

Apollo 10 – EUA – 18 de maio de 1969

O objetivo da missão tripulada pelos astronautas Thomas P. Stafford, John W. Young e Eugene A. Cernan, também lançada pelo foguete Saturn V, era ensaiar a descida do homem na Lua. A nave Apollo orbitou a Terra duas vezes com o módulo lunar acoplado, e em seguida dirigiu-se à Lua. Após entrar em órbita lunar, Stafford e Cernan entraram no módulo lunar, desacoplaram e realizaram todas as manobras necessárias para aterrissar. Quando estavam a cerca de doze quilômetros da superfície da Lua retornaram para a órbita lunar, acoplaram-se ao módulo de comando da Apollo 11, realizaram 31 órbitas lunares e voltaram normalmente para Terra após oito dias de vôo.

Luna 15 – URSS – 13 de julho de 1969

Luna 15 foi uma tentativa mal sucedida de pouso suave, que falhou após muitas manobras de aproximação, por erro na programação dos dados ou pane no sistema de direção da nave.

Apollo 11 – EUA – 16 de julho de 1969

A nave, tripulada pelos astronautas Neil Armstrong (comandante e o primeiro homem a pisar na Lua), Michael M. Collins (comandante do módulo de comando) e Edwin Aldrin Jr. (piloto do módulo lunar e segundo homem a pisar na Lua), foi lançada pelo foguete Saturn V. Segundo a NASA, a viagem ocorreu tranquilamente, e quando entrou na órbita da Lua, foi realizado o desacoplamento entre os módulos de comando e o módulo lunar. O módulo lunar pousou no Maré Tranquillitatus no dia 20 de julho, às 15h17min e a notícia foi transmitida imediatamente. Aproximadamente seis horas após o pouso, Armstrong desceu da nave tornou-se o primeiro homem a pisar na Lua, e disse: "Este é um pequeno passo para um homem, mas um grande passo para a humanidade". Em seguida Aldrin pisou no solo da Lua. O passeio aconteceu durante cerca de duas horas e quarenta minutos, onde recolheram 21 kg de amostras do solo e rochas lunares, realizaram algumas pesquisas científicas, como por exemplo um sismógrafo e um equipamento de medição via laser da distância exata da Terra à Lua e deixaram sobre a superfície da Lua a estação científica ALSEP 11. Após 21 horas e 36 minutos do pouso o estágio superior do módulo lunar decolou, retornou à órbita lunar, acoplou novamente e voltou ao módulo de comando. Em seguida o módulo lunar foi descartado e a tripulação voltou à Terra, onde pousaram no Oceano Pacífico, após oito dias e três horas de viagem. A tripulação apelidou o módulo de comando de Columbia, e o módulo lunar de Eagle.

Zond 7 – URSS – 7 de agosto de 1969

A missão Zond 7 tinha como objetivo estudar o espaço circunlunar, obter fotos coloridas da Terra e da Lua de diversas distâncias e testar sistemas de vôo. A missão foi realizada com sucesso e a nave voltou para a Terra, pousando suavemente no dia 14 de agosto de 1969.

Apollo 12 – EUA – 14 de novembro de 1969

Tripulada pelos astronautas Charles Conrad, Richard F. Gordon (comandante do módulo de comando, e que não desceu na Lua) e Alan F. Bean, Apollo 12 realizou novo pouso lunar. O módulo desceu no dia 19 de novembro de 1969 no Oceanus Procellarum, a alguns metros da sonda não tripulada Surveyor 3. Conrad e Bean caminharam na Lua durante três horas e cinquenta e seis minutos e três horas e quarenta e nove minutos, respectivamente, recolhendo 34 kg de amostras de solo e rochas lunares, além de realizarem experiências científicas e recolherem partes da sonda Surveyor 3. Também deixaram na Lua uma estação científica, a ALSEP 12. Em seguida, após 31 horas e 31 minutos sobre a superfície da Lua, os astronautas retornaram à órbita lunar, acoplaram com o módulo de comando da Apollo 12 e voltaram à Terra depois de dez dias e quatro horas, onde realizaram 45 órbitas lunares. A tripulação apelidou o módulo de comando de Yankee Clipper, e o módulo lunar de Intrepid.

Apollo 13 – EUA – 11 de abril de 1970

Apollo 13, durante o vôo em direção à Lua, um dos tanques de oxigênio dos módulos de serviço explodiu, arrancando parte da cobertura lateral da nave, que ficou com estoque baixíssimo de oxigênio e quase sem energia elétrica. A descida a Lua foi cancelada e a tripulação, formada pelos astronautas James A. Lovell Jr., John L. Swigert Jr. (comandante do módulo de comando, substituiu Thomas Mattingly, que havia sido exposto a rubéola) e Fred W. Haise Jr., passou frio e teve que utilizar o equipamento de suporte à vida do módulo lunar. A nave Apollo 13 foi impulsionada de volta pelo motor do módulo

Lunar, já que o uso do motor do módulo de comando poderia causar uma explosão em toda a nave. A trajetória foi corrigida por um periscópio da nave e a Terra como ponto de referência. A tripulação foi recuperada após seis dias no espaço, com a realização de apenas uma órbita lunar. A tripulação apelidou o módulo de comando de Odyssey, e o módulo lunar de Aquarius.

Luna 16 – URSS – 12 de setembro de 1970

No dia 20 de setembro de 1970 a nave Luna 16 pousou na Lua enviando imagens de televisão de ótima qualidade. A nave possuía um braço mecânico equipado com uma broca para coleta de amostras do solo lunar. Após aproximadamente 24 horas de missão, o módulo superior da nave voltou a Terra trazendo uma amostra de 113 gramas de solo da Lua e o estágio inferior permaneceu na Lua transmitindo dados sobre temperatura e radiações.

Zond 8 – URSS – 20 de outubro de 1970

A missão Zond 8 tinha como objetivo testar sistemas de bordo e obter fotografias coloridas da Terra e da Lua. A nave realizou suas tarefas com sucesso e retornou à Terra pousando suavemente no Oceano Índico.

Luna 17 – URSS – 10 de novembro de 1970

A nave Luna 17 pousou suavemente na Lua no dia 15 de novembro de 1970, com uma novidade: um veículo de 8 rodas teleguiado pelo controle da missão, na União Soviética, chamado Lunokhod 1. O veículo tinha como objetivo a exploração do terreno lunar, com oito rodas de 50 cm, com tração independente. Com mais de 750 quilos e dois metros de comprimento, sua tampa quando aberta funcionava como painel solar, fornecendo energia elétrica ao veículo. Era equipado com antenas, cinco câmaras de TV e dispositivos para provocar impactos com a superfície lunar, a fim de testar a densidade e avaliar as propriedades do solo, um espectrômetro de raios-X, um telescópio de raios-X, um detector de raios cósmicos e um refletor de laser para medir a

distância da Terra à Lua com uma precisão de 40 cm. Porém, devido ao atraso dos sinais de comando em função da distância do controle da missão até o veículo, Lunokhod estava sempre alguns metros a diante do que a equipe de cinco pessoas que o comandava supunha, o que tornava a sua operação bastante difícil. Ativo durante 11 meses, o veículo explorou a área ao redor do local de pouso, percorrendo mais de dez quilômetros, e enviou 200 vistas panorâmicas e mais de 20 mil fotografias da superfície lunar, além de realizar 25 análises do solo e 500 testes mecânicos, em que os resultados mostraram que o solo da Lua foi composto por basalto vulcânico.

Apollo 14 – EUA – 31 de janeiro de 1971

Apollo 14 foi a primeira missão após o fatal acidente com Apollo 13, descendo na Lua dia 5 de fevereiro de 1971, na Cratera Fra Mauro, tripulada pelos astronautas Alan Shepard, Stuart A. Roosa (comandante do módulo de comando, que não desceu na Lua) e Edgar Mitchell. Sheppard e Mitchell caminharam na Lua por 4 horas e 49 minutos e 4 horas e 35 minutos, respectivamente, coletando 43 kg de amostras de solo e rochas lunares, realizando diversas experiências científicas e deixando a estação científica ALSEP 14 na superfície lunar. Em seguida, retornaram à órbita lunar, se acoplando com o módulo de comando da Apollo 14, realizando 34 órbitas lunares, voltando à Terra após uma missão de nove dias. A tripulação apelidou o módulo de comando de Kitty Hawk, e o módulo lunar de Antares.

Apollo 15 – EUA – 26 de julho de 1971

A tripulação formada pelos astronautas David Scott, Alfred M. Worden (comandante do módulo de comando, que não desceu na Lua) e James Irwin, quatro horas antes de entrar em órbita lunar removeu a cobertura protetora do equipamento científico do módulo de serviço. A nave levava a bordo um detector de raios Gama, um espectrômetro de massa, um espectrômetro de raios X, um espectrômetro de raios Alfa, um altímetro laser, diversas câmaras fotográficas e uma pequena base de lançamento de um sub-satélite de 36 kg,

destinado à realização de experimentos científicos. No dia 30 de julho de 1971, o módulo lunar pousou numa região próxima às Montanhas Apeninas Lunares, onde Scott e Irwin realizaram três passeios lunares de seis horas e quatorze minutos, seis horas e cinquenta e cinco minutos e quatro horas e vinte e sete minutos. Recolheram 77 kg de amostras de solo e rochas. Percorreram quase 50 km, e deixaram na superfície lunar a estação científica ALSEP 15. Foi utilizado pela primeira vez o veículo lunar de propulsão elétrica, conhecido como “jipe lunar”. Decorridas 66 horas e 55 minutos em solo lunar, Scott e Irwin voltaram à órbita, realizando novo acoplamento com o módulo de comando da Apollo 15. No dia 4 de agosto de 1971, durante a última órbita lunar, foi lançado o sub-satélite científico e realizada, por Worden e Irwin uma breve caminhada de meia hora, onde coletaram filmes de uma câmara do módulo de serviço. Após doze dias e sete horas, num total de 74 órbitas lunares realizadas, Apollo 15 retornou. A tripulação apelidou o módulo de comando de Endeavour, e o módulo lunar de Falcon.

Luna 18 – URSS – 2 de setembro de 1971

O objetivo da missão Luna 18 era realizar o teste de métodos automáticos de navegação perto da Lua e investigar o espaço circunlunar. Porém, chocou-se contra a Lua.

Luna 19 – URSS – 28 de setembro de 1971

Luna 19 mapeou a superfície da Lua, estudou sistematicamente o seu campo gravitacional, a localização de concentrações de massa e as radiações lunares, raios gama e o vento solar.

Luna 20 – URSS – 14 de fevereiro de 1972

Mais uma missão bem sucedida da série, Luna 20 conduziu investigações científicas sobre o espaço circunlunar e coletou amostras do solo.

Apollo 16 – EUA – 16 de abril de 1972

Antes de entrar em órbita lunar, a tripulação, formada pelos astronautas John W. Young, Thomas K. Mattingly (comandante do módulo de comando, que não desceu na Lua) e Charles M. Duke, removeu a cobertura protetora do equipamento científico do módulo de serviço. No dia 21 de abril de 1972 o módulo lunar desceu nas planícies da região de Descartes. Young e Duke realizaram três passeios lunares de sete horas e onze minutos, sete horas e vinte e três minutos e cinco horas e quarenta minutos, recolhendo 96 kg de amostras de solo e rochas lunares, percorrendo cerca de 27 km, utilizando o veículo lunar de propulsão elétrica. Deixaram sobre a superfície da Lua a estação científica ALSEP 16. Decorridas 71 horas em solo lunar, Young e Duke voltaram à órbita e realizaram novo acoplamento com o módulo de comando da nave. No dia 24 de abril de 1972, os astronautas lançaram um sub-satélite, da mesma forma que na Apollo 15, em órbita lunar, a fim de realizar experimentos científicos. Porém, o sub-satélite não foi lançado na órbita correta, graças a problemas no sistema de propulsão do módulo de serviço da nave, e se chocou contra a Lua cinco semanas depois. Mattingly realizou uma caminhada espacial de pouco mais de uma hora, coletando filmes de uma câmara do módulo de serviço. Após onze dias e duas horas de missão, Apollo 16 voltou à Terra, tendo realizado 65 órbitas lunares. A tripulação apelidou o módulo de comando de Casper, e o módulo lunar de Orion.

Apollo 17 – EUA – 7 de dezembro de 1972

O módulo lunar da missão Apollo 17 pousou no dia 11 de dezembro de 1972, cuja tripulação era formada pelos astronautas Eugene A. Cernan, Ronald R. Evans (comandante do módulo de comando, que não desceu na Lua) e Harrison Schmitt. Cernan e Schmitt realizaram três passeios lunares a bordo do jipe lunar durante sete horas e doze minutos, sete horas e trinta e sete minutos e sete horas e vinte e um minutos, recolhendo 110 kg de amostras de solo e rochas percorrendo aproximadamente 36 km e deixaram na superfície lunar a

estação científica ALSEP 17. Retornaram à órbita lunar, realizando acoplamento com o módulo de comando. Evans realizou uma caminhada de aproximadamente uma hora, coletando filmes de uma câmara do módulo de serviço. Após doze dias e quatorze horas a missão retornou a Terra, tendo realizado 75 órbitas lunares. A tripulação apelidou o módulo de comando de America, e o módulo lunar de Challenger.

Luna 21 – URSS – 8 de janeiro de 1973

A sonda Luna 21 pousou suavemente na Lua no dia 16 de janeiro de 1973, carregando Lunokhod 2, cujos objetivos eram a coleta de imagens da superfície da Lua, testar a luminosidade local para efeitos de observações astronômicas, observação de raios X solares, medições do campo magnético lunar, experiências com raio laser e estudo das propriedades mecânicas do solo. O Lunokhod 2 era uma versão melhorada do Lunokhod 1, pois podia desenvolver o dobro da velocidade, carregava um magnetômetro, seis câmaras de TV que enviava imagens para controle, instrumentos de análise de solo, e o principal, enquanto Lunokhod 1 tinha lentes com abertura redonda, as lentes do Lunokhod 2 tinham aberturas retangulares. Pesava aproximadamente 840 kg e media 135 cm de altura, 1,7 m de comprimento e 160 cm de largura. Possuía oito rodas com propulsão, suspensão e freios independentes. Carregava uma imagem em baixo relevo de Lênin e o brasão soviético. O veículo recebia energia elétrica através de baterias carregadas por um painel solar, da mesma forma que no Lunokhod 1. Através de uma fonte de aquecimento que utilizava polônio 210 para manter a temperatura estável durante a noite lunar, enquanto o veículo hibernava. Após o pouso, durante os quatro meses em que operou, Lunokhod 2 tirou fotografias panorâmicas da região de pouso e transmitiu mais de 80 mil imagens de TV, percorreu 37 quilômetros, executou testes mecânicos de superfície, medições empregando raios laser e outras experiências.

Luna 22 – URSS – 29 de maio de 1974

Luna 22 levou consigo câmaras de TV com o objetivo de estudar emissões gama da superfície lunar, a composição das rochas, o campo gravitacional, micrometeoritos e raios cósmicos.

Luna 23 – URSS – 28 de outubro de 1974

A missão Luna 23 falhou ao pousar rudemente na superfície lunar. Seu objetivo era o estudo do espaço circunlunar.

Luna 24 – URSS – 9 de agosto de 1976

A primeira tentativa da missão Luna 24 ocorreu no dia 16 de outubro de 1975 e não obteve sucesso. A segunda tentativa, porém, pousou suavemente e coletou 160 g de amostra do solo lunar, retornando tranquilamente a Terra. Com características similares às naves Luna 16 e 20, Luna 24 encerrou as missões da série Luna.

Hiten – Japão – 24 de janeiro de 1990

A principal finalidade da missão Hiten era de experimentar técnicas de navegação, incluindo um bamboleio orbital com a Lua. Quando a sonda Hiten se aproximou da Lua, liberou um pequeno orbitador lunar denominado de Hagoromo, que aparentemente entrou em órbita lunar.

Clementine – EUA – 25 de janeiro de 1994

A sonda tinha a finalidade de testar tecnologias espaciais, pesquisar a Lua e o asteroide 1620. Devido a um erro no seu sistema, o empuxador da sonda foi acionado fazendo-a consumir todo seu propelente, impossibilitando-a de encontrar com o asteroide 1620, porém permanecendo em órbita geocêntrica realizando testes.

AsiaSat 3 – EUA – 24 de dezembro de 1997

AsiaSat 3, com o objetivo de fornecer serviço de televisão para a Ásia, uma falha em uma de suas etapas o deixou preso em uma órbita inclinada 51°, embora ainda totalmente funcional. Utilizando um propulsor e a gravidade lunar, a órbita do apogeu foi gradativamente aumentada com diversas manobras, até que vôou pela Lua a uma distância de 6500 km da superfície em maio de 1998.

Lunar Prospector – EUA – 7 de janeiro de 1998

A nave Lunar Prospector tinha como objetivo pesquisar a Lua, sob uma órbita polar baixa. A missão mapeou a superfície lunar, detectou possíveis depósitos de gelo polar e realizou medições de campo magnético e de gravidade. A missão terminou com a colisão da nave com uma cratera próxima ao polo sul em uma tentativa de encontrar água. Com os dados da missão foi possível a elaboração de um mapa detalhado da composição da superfície lunar, que ajudou a compreender a origem, evolução e situação atual da Lua, bem como os seus recursos.

Smart 1 – Europa – 27 de setembro de 2003

O veículo orbital lunar Smart 1 foi projetado prioritariamente para testar tecnologias espaciais para futuras missões, como uma unidade de íons com energia solar, além de transportar um sistema de telecomunicações experimental do espaço profundo e um instrumento para monitorar a movimentação de íons e estudar a Lua. A missão tinha também objetivos científicos, como fornecer dados sobre a geologia, morfologia, topografia, mineralogia, geoquímica, meio ambiente e exosfera da Lua, para que possam ser estudados assuntos como origem do sistema Terra-Lua, atividades vulcânicas e tectônicas, evolução lunar, presença de gelo e água. Ler foneticament

Kaguya – Japão – 14 de setembro de 2007

A nave Kaguya tinha como principais objetivos científicos estudar a origem da Lua, sua evolução geológica e sua superfície, além de realizar medições do campo gravitacional lunar. A missão estava programada para lançamento em 2003, porém, devido a falhas no foguete, entre outras dificuldades técnicas, o lançamento ocorreu em 2007, em órbita geocêntrica estacionária.

Chang'e 1 – China – 24 de outubro de 2007

A missão Chang'e 1 tinha como principais objetivos obter imagens em três dimensões da superfície lunar, facilitando pousos suaves, além de abranger zonas próximas aos pólos norte e sul, ainda não exploradas. A China pretende explorar 14 elementos químicos na superfície lunar (potássio, tório, urânio, oxigênio, silício, magnésio, alumínio, cálcio, telúrio, titânio, sódio, manganês, cromo, lantânio), e avaliar a quantidade de hélio presente, bem como as características do solo lunar, avaliando sua profundidade. A missão também visava gravar dados sobre o vento solar e estudar o impacto da atividade solar sobre a Terra e a Lua.

Chandrayaan-1 – Índia – 22 de outubro de 2008

A primeira missão, Chandrayaan-1, não tripulada da Índia foi um grande impulso ao programa espacial, já que a Índia pesquisou e desenvolveu sua própria tecnologia para exploração lunar. A sonda transportava equipamentos de alta resolução e tinha a intenção de fazer um levantamento da superfície lunar para produzir um mapa completo das características químicas e topográficas de forma tridimensional. Devido a alguns problemas técnicos, como falha nos sensores de estrelas e proteção térmica, a nave parou de enviar sinais de rádio, alcançando 95% dos seus objetivos planejados. A sonda descobriu presença de água em solo lunar.

Lunar Reconnaissance Orbiter – EUA – 18 de junho de 2009

A nave espacial Lunar Reconnaissance Orbiter orbita a Lua com o objetivo de realizar mapeamento, numa órbita polar de baixa altitude, a fim de identificar locais para pouso seguro, localizar recursos na Lua, caracterizar a radiação ambiente e testar novas tecnologias. A sonda proporcionou algumas imagens da nave Apollo deixada na Lua.

Lunar Crater Observation and Sensing Satellite (LCROSS) – EUA – 18 de junho de 2009

A missão LCROSS tinha como principal objetivo investigar a presença de água e gelo em uma cratera sombreada na região polar. A missão, bem sucedida, encontrou água no sul da cratera lunar Cabeus.

Chang'e 2 – China – 1 de outubro de 2010

Com o objetivo de continuar a missão Chang'e 1, a Chang'e 2 entrou na órbita de transferência Terra-Lua, sem orbitar a Terra primeiro, chegando em órbita lunar em apenas 112 horas (Chang'e 1 levou doze dias). Após sucesso na missão, a China publicou imagens da superfície da Lua com resolução de menos de 1,5 m.

Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) – EUA – Previsto para 9 de setembro de 2011

A missão GRAIL composta por duas naves espaciais em órbita polar ao redor da Lua, tinha com principal objetivo estudar o campo de gravidade e a estrutura geológica lunar. O programa visava também determinar a estrutura da crosta lunar e da litosfera, estudar a assimetria térmica da Lua, o magnetismo e a estrutura interior.

Lunar Atmosphere and Dust Environment Explorer (LADEE) – EUA – Previsto para 6 de setembro de 2013

A missão terá como objetivos principais determinar a densidade global lunar bem como a composição e a variação temporal da atmosfera lunar frágil antes de ser perturbada por uma ação humana. Os objetivos secundários são compostos por determinar se os avistamentos dos astronautas da missão Apollo em dezenas de quilômetros acima da superfície foram brilho de sódio ou pó a fim de ajudar em projetos de engenharia e futuras missões robóticas.

Constellation Orion Orbiter – EUA – 2014

O programa Constellation Orion Orbiter está sendo desenvolvido para levar astronautas de volta à Lua e posteriormente à Marte. O primeiro vôo com astronautas a bordo está previsto para no máximo 2014 e o primeiro vôo à Lua para até 2020. Também não é descartada a utilização do satélite para atender a Estação Espacial Internacional em órbita terrestre baixa ou viajar a um asteroide. Com melhores características quando comparado ao projeto Apollo, o programa aumenta a probabilidade de sucesso, visto que, mesmo com forma e desempenho aerodinâmicos semelhantes, a nova cápsula possui computadores e materiais de suporte a vida e propulsão e sistema de calor mais atualizados.

Luna-Grunt – Rússia – 2014 e 2015

A missão Luna-Grunt conta com duas etapas. A primeira, com previsão de lançamento para 2014, terá um orbitador e uma sonda. A segunda etapa, prevista para 2015 tem o objetivo de coletar 1 kg de rochas e amostras da superfície lunar.

Moonlite – Reino Unido – 2014

A missão Moonlite é uma proposta britânica de uma missão espacial para explorar a Lua e desenvolver técnicas para exploração espacial no futuro. Com objetivos específicos, a missão pesquisará sobre a história da Lua e penetrará em sua superfície para estudo do interior lunar. A missão testará pela primeira

vez uma rede de telecomunicações lunar capaz de se comunicar com as estações presentes na superfície e retransmitir dados para a Terra.

Selene-2 – Japão – ~2015

A missão japonesa Selene-2 tem como objetivo suceder a missão Kaguya, lançada para orbitar a Lua em 2007.

Luna Glob-1 – Rússia – Previsto para 2015

A missão russa não tripulada, Luna Glob-1, pretende estudar a exosfera lunar. A nave também terá a bordo equipamento para a busca de água na Lua e um robô para recolher amostras de solo.

Chandrayaan-2 – Índia, Rússia – Previsto para 2015

O programa Chandrayaan-2, que conta com a mesma equipe da Chandrayaan-1, inclui um veículo construído pela Índia e uma sonda construída pela Rússia. A missão usará e testará novas tecnologias e novos experimentos com o objetivo de coletar amostras do solo lunar para análises químicas e os dados serão enviados para Terra através da sonda.

Luna Glob-2 – Rússia – Previsto para 2016

A missão está prevista para pousar no pólo sul da Lua e analisar as crateras por até um ano. Com seis rodas, o veículo é movido a energia solar, com previsão de percorrer 150 quilômetros a uma velocidade de trezentos e sessenta metros por hora.

MoonNext – Europa – Entre 2015 e 2018

A missão MoonNext, também conhecida como Lunar Lander ESA, é uma proposta para enviar uma sonda de alta capacidade de carga para a superfície lunar, com tentativa de pouso no pólo sul, afim de monitorar o ambiente e caracterizar alguns perigos como poeira, contaminação de radiação e

possibilidade de impacto, além de testar tecnologias para futura exploração humana e avaliar a estrutura interna para contribuir o estudo da composição e história geológica da Lua

APÊNDICE B – ARQUITETURA DO MODELO DO POTENCIAL GRAVITACIONAL INSERIDA NO SIMULADOR

A seguir será apresentada a arquitetura inserida no programa Spacecraft Trajectory Simulator com o modelo considerando a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar na órbita de um satélite artificial.

A Figura B.1 mostra a arquitetura inserida no simulador para considerar a perturbação devido ao potencial gravitacional.

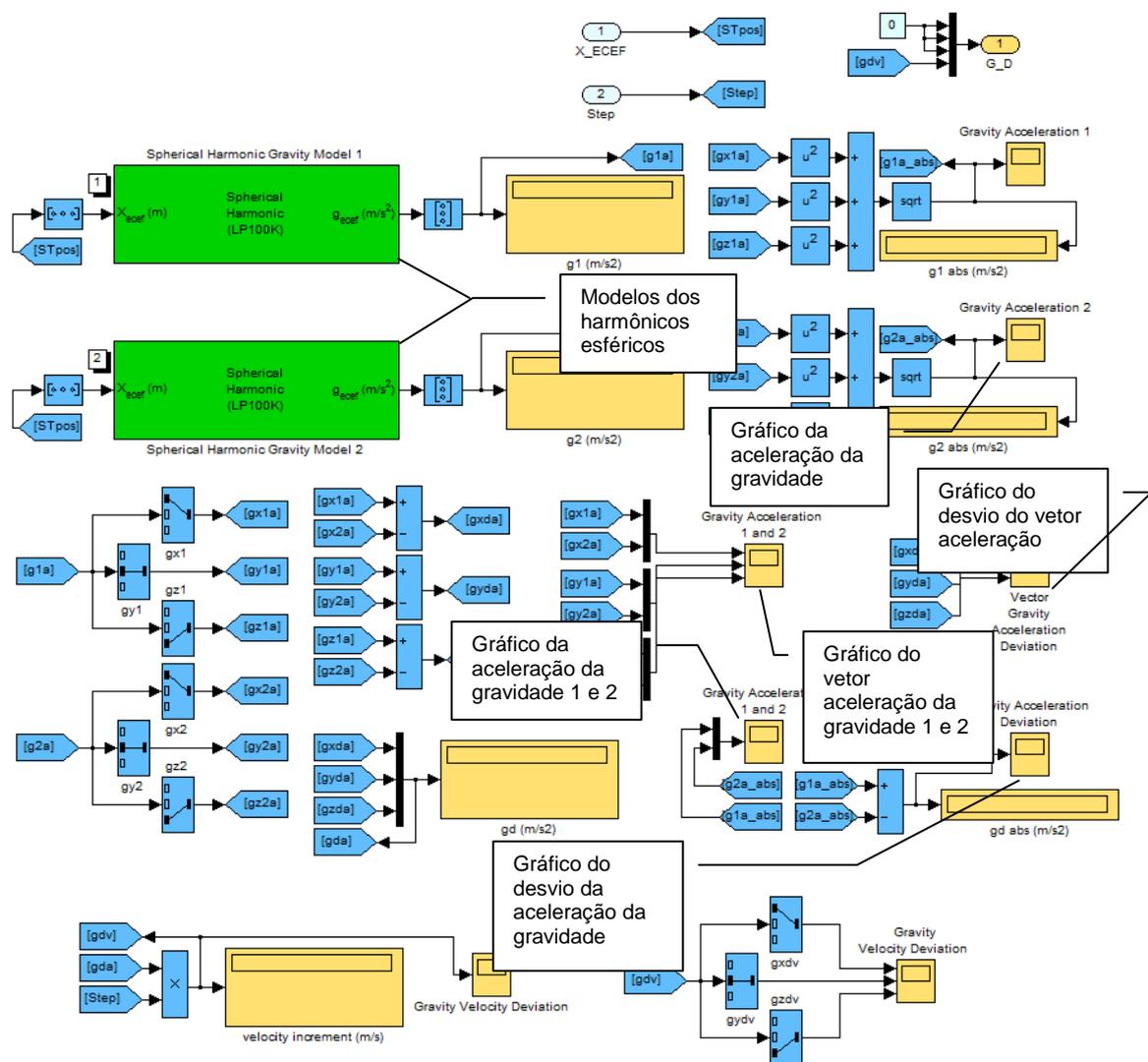


Figura B.1 – Modelo do potencial gravitacional lunar

APÊNDICE C – GRAVIDADE EM TORNO DA SUPERFÍCIE LUNAR (TABELAS)

A seguir serão expostos os resultados numéricos obtidos para a aceleração da gravidade quando variada a altitude do satélite, para o estudo realizado na seção 4.1.5, quando considerados os harmônicos esféricos até grau e ordem 100.

A Tabela C.1 apresenta os valores numéricos para o intervalo de altitude entre 2 km e 102 km; A Tabela C.2 contém os valores para o intervalo de altitude entre 102 km e 202 km; e a Tabela C.3 os valores para o intervalo entre 66202 km e 66302 km.

Tabela C.1 – Aceleração da gravidade para altitude entre 2 km e 102 km

	2 km	7 km	12 km	17 km	22 km	27 km	32 km
1	1,61936855529132	1,61010180146304	1,60091436342857	1,59180533859303	1,58277383716426	1,57381898193549	1,56493990807239
2	1,62018600227712	1,61090991962007	1,60171328545548	1,59259519492979	1,58355475603690	1,57459108939984	1,56570332805674
3	1,62007630000164	1,61080178001858	1,60160668189224	1,59249010129724	1,58345114674370	1,57448893935926	1,56560261267531
4	1,62009362843359	1,61081881264826	1,60162342459412	1,59250655981283	1,58346732668495	1,57450484621179	1,56561825180165
5	1,62014004727969	1,61086430840892	1,60166801818893	1,59255027162954	1,58351017659440	1,57454685358250	1,56565943551384
6	1,61987615922917	1,61060640896816	1,60141595490041	1,59230389633600	1,58326934530581	1,57431142634746	1,56542927629536
7	1,61968283900397	1,61041801737693	1,60123235272212	1,59212494866334	1,58309492139978	1,57414139949728	1,56526352368343
8	1,61968263049084	1,61041781461572	1,60123215554123	1,59212475689662	1,58309473488635	1,57414121808135	1,56526334721415
9	1,61982458772606	1,61055536104796	1,60136544025817	1,59225392354206	1,58321992187369	1,57426255879812	1,56538097021798
10	1,62013174141774	1,61085211862206	1,60165218183515	1,59253101431671	1,58348771274135	1,57452138695286	1,56563115972426
11	1,62004559597893	1,61076912700674	1,60157222006377	1,59245396361593	1,58341345931152	1,57444982174659	1,56556217823533
12	1,62021913446294	1,61093583236943	1,60173237976432	1,59260785225079	1,58356133922425	1,57459194360711	1,56569878159028
13	1,62037272525476	1,61108295212020	1,60187331848392	1,59274288617711	1,58369073151378	1,57471594498911	1,56581763098655
14	1,62043093904515	1,61113855423168	1,60192643304273	1,59279363108180	1,58373921876400	1,57476228099623	1,56586191686704

15	1,62040336418108	1,61111229232143	1,60190141807663	1,59276980054361	1,58371651343683	1,57474064477972	1,56584129660522
16	1,62025095093749	1,61096755135263	1,60176394285630	1,59263920715616	1,58359243926064	1,57462274725046	1,56572925205415
17	1,62028131841386	1,61099630740304	1,60179117724902	1,59266500442211	1,58361687901276	1,57464590448273	1,56575119742170
18	1,62012874791367	1,61085224623221	1,60165512847860	1,59253650144007	1,58349548359565	1,57453120499506	1,56564280713409
19	1,62023363495082	1,61095099975068	1,60174812317441	1,59262408814603	1,58357799086273	1,57460894056487	1,56571605931036
20	1,62034942021511	1,61105970161211	1,60185019341386	1,59271994855996	1,58366803533048	1,57469353696809	1,56579555131560
21	1,62016556515780	1,61088758881841	1,60168904250793	1,59256903304032	1,58352667871258	1,57456110921293	1,56567146552241
22	1,62013796529838	1,61086182433526	1,60166498669261	1,59254656824745	1,58350569568963	1,57454150648117	1,56565314880492
23	1,62008202613689	1,61080975826822	1,60161651556130	1,59250143458621	1,58346366113316	1,57450235029854	1,56561666654986
24	1,62034793995274	1,61105655575531	1,60184561985811	1,59271415926593	1,58366121891589	1,57468586104876	1,56578716461978
25	1,62027759605563	1,61099145579182	1,60178535956222	1,59265836656006	1,58360955126703	1,57463800304847	1,56574282576831
26	1,62034780393718	1,61105624253583	1,60184515757023	1,59271357264603	1,58366052967665	1,57468508821451	1,56578632482601
27	1,62032140199785	1,61103194979591	1,60182280014092	1,59269299141959	1,58364157903188	1,57466763483904	1,56577024664439
28	1,62041073509646	1,61111391448326	1,60189802272268	1,59276204339700	1,58370498203430	1,57472586510019	1,56582373906574
29	1,62047594512421	1,61117357413250	1,60195261833499	1,59281201748436	1,58375073733821	1,57476776826483	1,56586212396273
30	1,62043478423133	1,61113602450583	1,60191835411367	1,59278074302383	1,58372218433294	1,57474169315232	1,56583830558042
31	1,62075259672775	1,61142512383460	1,60218140565555	1,59302015816039	1,58394014527497	1,57494017528055	1,56601909755410
32	1,62077759338095	1,61144779663568	1,60220197640891	1,59303882695141	1,58395709265031	1,57495556420431	1,56603307516319
33	1,62082169122742	1,61148768097225	1,60223806019129	1,59307148165341	1,58398665253149	1,57498233012825	1,56605731801484
34	1,62077282714532	1,61144361288940	1,60219830561503	1,59303560780953	1,58395427112014	1,57495309264562	1,56603091157830
35	1,62070165447208	1,61137960896293	1,60214073090714	1,59298380087299	1,58390764015679	1,57491110800521	1,56599309908306
36	1,62054868753744	1,61124244397321	1,60201769711004	1,59287340819931	1,58380855924692	1,57482215249117	1,56591320986609
37	1,62055359001950	1,61124682786940	1,60202161850218	1,59287691697426	1,58381169979485	1,57482496432365	1,56591572816335
38	1,62059179588046	1,61128089089722	1,60205199789637	1,59290401993628	1,58383588754005	1,57484655738382	1,56593501106531
39	1,62069113505652	1,61136920436970	1,60213053584669	1,59297388780953	1,58389806314462	1,57490190593056	1,56598429839928
40	1,62073152204326	1,61140500596940	1,60216228361304	1,59300205041430	1,58392305396513	1,57492408970374	1,56600399705938

41	1,62065800233326	1,61134002004025	1,60210482063415	1,59295122167683	1,58387807784109	1,57488427849270	1,56596874548156
42	1,62064203929698	1,61132595059338	1,60209241566474	1,59294028033400	1,58386842398279	1,57487575758828	1,56596122190975
43	1,62086308011617	1,61152021545199	1,60226321118117	1,59309049703639	1,58400058963786	1,57499208357155	1,56606364354122
44	1,62091658619973	1,61156710515766	1,60230431819222	1,59312654804417	1,58403221832102	1,57501984271651	1,56608801555533
45	1,62078716085474	1,61145400863504	1,60220545224900	1,59304008893319	1,58395658024698	1,57495364624107	1,56603006026978
46	1,62082607420473	1,61148791522519	1,60223500790389	1,59306586205757	1,58397906367929	1,57497326747267	1,56604719025891
47	1,62092361933680	1,61157266545997	1,60230867118884	1,59312991441303	1,58403478122500	1,57502175395853	1,56608940074137
48	1,62094391428891	1,61159024797424	1,60232391003227	1,59314312737306	1,58404624227299	1,57503169939058	1,56609803444456
49	1,62074697275106	1,61142011770418	1,60217687942895	1,59301600712623	1,58393629068046	1,57493655852326	1,56601567555922
50	1,62085615306406	1,61151416391046	1,60225792397312	1,59308587713043	1,58399655235214	1,57498855500377	1,56606055919693
51	1,62081905868579	1,61148230156332	1,60223054391086	1,59306233871266	1,58397630792845	1,57497113621260	1,56604556531241
52	1,62081078328213	1,61147521482868	1,60222447233515	1,59305713452327	1,58397184521003	1,57496730762167	1,56604227929401
53	1,62087047543730	1,61152619219632	1,60226802689586	1,59309436382062	1,58400368204631	1,57499454515241	1,56606559224436
54	1,62100677289009	1,61164225671982	1,60236690750924	1,59317864324249	1,58407554904792	1,57505585552338	1,56611792018846
55	1,62099206090184	1,61162976495800	1,60235629590536	1,59316962458303	1,58406788063964	1,57504933219206	1,56611236839450
56	1,62096588155174	1,61160759993271	1,60233752065942	1,59315371313321	1,58405438979019	1,57503788831998	1,56610265637368
57	1,62113133126941	1,61174728170270	1,60245550488644	1,59325341825749	1,58413868814667	1,57510919457751	1,56616300145894
58	1,62119845708602	1,61180378914670	1,60250309725063	1,59329352182363	1,58417249785386	1,57513771205909	1,56618706674049
59	1,62127015656242	1,61186397612150	1,60255364549450	1,59333599605041	1,58420820536410	1,57516774564331	1,56621234033991
60	1,62113587513408	1,61175157927682	1,60245951872352	1,59325712968240	1,58414209204914	1,57511229543042	1,56616581029394
61	1,62120326620393	1,61180782528227	1,60250648712728	1,59329637098333	1,58417489426510	1,57513972909892	1,56618876566106
62	1,62117208519354	1,61178187500654	1,60248487880873	1,59327836876538	1,58415988857643	1,57512721471292	1,56617832361324
63	1,62116902897276	1,61177934043638	1,60248277555932	1,59327662238841	1,58415843766610	1,57512600858414	1,56617732040056
64	1,62118463318665	1,61179225200167	1,60249346495147	1,59328547686029	1,58416577614968	1,57513209389132	1,56618236921890
65	1,62101824553781	1,61165496671693	1,60238012941422	1,59319186173126	1,58408840796598	1,57506811837170	1,56612943957801
66	1,62099218286491	1,61163352390983	1,60236247771676	1,59317732281249	1,58407642630020	1,57505823874780	1,56612128877459

67	1,62108837450883	1,61171243768102	1,60242725371144	1,59323052381730	1,58412014514260	1,57509418546057	1,56615086141223
68	1,62114788556551	1,61176111893249	1,60246709888098	1,59326315539333	1,58414688428121	1,57511610857987	1,56616884603971
69	1,62108798003381	1,61171225463619	1,60242721759888	1,59323058688097	1,58412027233169	1,57509435132804	1,56615104773695
70	1,62107485852330	1,61170158273728	1,60241853283136	1,59322351505407	1,58411451050323	1,57508965408871	1,56614721616369
71	1,62118439128472	1,61179041543502	1,60249062065904	1,59328204927131	1,58416206756448	1,57512831535410	1,56617866405520
72	1,62125838505657	1,61185025334687	1,60253904031223	1,59332125318109	1,58419382884801	1,57515406232691	1,56619954798827
73	1,62111646985136	1,61173581560762	1,60244670315225	1,59324670291347	1,58413360258710	1,57510537845077	1,56616017072700
74	1,62113703483407	1,61175235130502	1,60246000730154	1,59325741368287	1,58414223081749	1,57511233331798	1,56616578018032
75	1,62132298888621	1,61190144188960	1,60257961778684	1,59335343357149	1,58421936102713	1,57517432846060	1,56621564096787
76	1,62125556152926	1,61184753522064	1,60253649311973	1,59331891247999	1,58419170961136	1,57515216574933	1,56619786637624
77	1,62111032505284	1,61173175816640	1,60244413998744	1,59324519654168	1,58413283200827	1,57510510962555	1,56616023432808
78	1,62126256512159	1,61185277160332	1,60254039504618	1,59332180861821	1,58419384930767	1,57515373793796	1,56619901401401
79	1,62137412100099	1,61194119147223	1,60261052383278	1,59337746694594	1,58423805209843	1,57518886592686	1,56622694841210
80	1,62133900150185	1,61191343477692	1,60258857160202	1,59336009375884	1,58422429367285	1,57517796295610	1,56621830259030
81	1,62121422855368	1,61181510441701	1,60251102715369	1,59329889987705	1,58417597023320	1,57513977744863	1,56618810804159
82	1,62129524175521	1,61187876638757	1,60256108859488	1,59333829332386	1,58420699013037	1,57516422024228	1,56620738124150
83	1,62131510406404	1,61189432937564	1,60257329143457	1,59334786816359	1,58421450814008	1,57517012732618	1,56621202575741
84	1,62128783704086	1,61187302424902	1,60255663299241	1,59333483387758	1,58420430247398	1,57516213091150	1,56620575604446
85	1,62131722836478	1,61189592292197	1,60257448595426	1,59334876279972	1,58421517750391	1,57517062755800	1,56621239908932
86	1,62122115615154	1,61182128787163	1,60251646295623	1,59330362210130	1,58418003395653	1,57514324774068	1,56619105284296
87	1,62125887284347	1,61185050520788	1,60253911264083	1,59332119311896	1,58419367487164	1,57515384516894	1,56619929168845
88	1,62124119022559	1,61183684550781	1,60252855302245	1,59331302414596	1,58418735077776	1,57514894580197	1,56619549336910
89	1,62112621717844	1,61174829338024	1,60246029944070	1,59326037713489	1,58414671185991	1,57511755307869	1,56617122544755
90	1,62115096877705	1,61176730475355	1,60247491252030	1,59327161769721	1,58415536456694	1,57512421858281	1,56617636387454
91	1,62111978884190	1,61174342732610	1,60245661339679	1,59325758304075	1,58414459246832	1,57511594441796	1,56617000366243
92	1,62105334957982	1,61169269279192	1,60241784174944	1,59322793095276	1,58412189771913	1,57509856148249	1,56615667928440

93	1,62113615905660	1,61175574690144	1,60246589048750	1,59326457340485	1,58414986302876	1,57511992072356	1,56617300535009
94	1,62126223015213	1,61185145933499	1,60253861248363	1,59331987089764	1,58419194392929	1,57515196882802	1,56619743151479
95	1,62110693083011	1,61173389268811	1,60244953958858	1,59325233235255	1,58414069315635	1,57511304731974	1,56616785020460
96	1,62110602925048	1,61173321401919	1,60244902808475	1,59325194639145	1,58414040160572	1,57511282685616	1,56616768332915
97	1,62133009845906	1,61190187077807	1,60257607944743	1,59334773342405	1,58421267588738	1,57516740370072	1,56620892901940
98	1,62131476991840	1,61189036652632	1,60256743819547	1,59334123732176	1,58420778841534	1,57516372352585	1,56620615568030
99	1,62121410712235	1,61181503066755	1,60251101014004	1,59329893668810	1,58417605220949	1,57513989389013	1,56618824830141
100	1,62101109160203	1,61166353109474	1,60239785920980	1,59321435677459	1,58411277656355	1,57509251727174	1,56615274673185

	37 km	42 km	47 km	52 km	57 km	62 km	67 km
1	1,55613576290419	1,54740570571898	1,53874890756303	1,53016455104398	1,52165183013788	1,51320995000000	1,50483812677926
2	1,55689061725113	1,54815211422623	1,53948698802333	1,53089441928418	1,52237360005708	1,51392373360686	1,50554403422856
3	1,55679131241760	1,54805419630076	1,53939043382705	1,53079920608886	1,52227970557521	1,51383113598190	1,50545271202541
4	1,55680668906025	1,54806931558524	1,53940530076479	1,53081382558009	1,52229408241169	1,51384527484965	1,50546661750729
5	1,55684706751949	1,54810890673569	1,53944412210199	1,53085189416342	1,52233141487639	1,51388188741851	1,50550252600201
6	1,55662204407488	1,54788889050047	1,53922898807769	1,53064152080903	1,52212568400353	1,51368068408993	1,50530573843348
7	1,55646044664666	1,54773133283906	1,53907535828288	1,53049171038080	1,52197958772956	1,51353819993727	1,50516676744406
8	1,55646027497794	1,54773116582940	1,53907519579526	1,53049155228247	1,52197943389196	1,51353805023587	1,50516662175820
9	1,55657430418441	1,54784172069203	1,53918239147807	1,53059549982540	1,52208024036951	1,51363581890915	1,50526145222081
10	1,55681616652325	1,54807555528312	1,53940848617878	1,53081413140786	1,52229167497668	1,51384031249105	1,50545925095158
11	1,55674966858557	1,54801144487901	1,53934667125627	1,53075452370652	1,52223418986152	1,51378486879415	1,50540577082105
12	1,55688098238128	1,54813768795851	1,53946805283170	1,53087124380816	1,52234643976483	1,51389283142571	1,50550962114472
13	1,55699490749328	1,54824690582387	1,53957277035155	1,53097165824713	1,52244273922497	1,51398519529593	1,50559822052703
14	1,55703723934601	1,54828737499210	1,53961146367063	1,53100865827861	1,52247812447796	1,51401904043648	1,50563059657607
15	1,55701758466505	1,54826863814745	1,53959359940295	1,53099162367797	1,52246187885582	1,51400354520493	1,50561581513402
16	1,55691108722771	1,54816739873813	1,53949734475090	1,53090009542143	1,52237483269031	1,51392075008233	1,50553705250934

17	1,55693188730913	1,54818711628128	1,53951603890327	1,53091782194603	1,52239164416803	1,51393669610174	1,50555217984464
18	1,55682944282726	1,54809027607786	1,53942448194620	1,53083124641605	1,52230976625993	1,51385924890338	1,50547891228852
19	1,55689848175335	1,54815535492712	1,53948583803123	1,53088910222272	1,52236433041127	1,51391071705846	1,50552746798077
20	1,55697319046781	1,54822558043709	1,53955186083161	1,53095118454574	1,52242271746177	1,51396563816247	1,50557913765376
21	1,55685689981068	1,54811657532685	1,53944966628589	1,53085535775141	1,52233284551518	1,51388133597408	1,50550004600484
22	1,55683978150379	1,54810057401160	1,53943470627642	1,53084136867734	1,52231976193545	1,51386909701971	1,50548859504842
23	1,55680578377176	1,54806888529491	1,53940516390935	1,53081382186409	1,52229407085406	1,51384513199592	1,50546623579377
24	1,55696422474550	1,54821615218397	1,53954207284541	1,53094112733107	1,52241247049795	1,51395527104744	1,50556871113603
25	1,55692313742256	1,54817806978977	1,53950676809738	1,53090839070277	1,52238210878802	1,51392710606737	1,50554257850662
26	1,55696333250631	1,54821522013089	1,53954111194053	1,53094014705729	1,52241147902870	1,51395427539805	1,50556771729873
27	1,55694851770431	1,54820156626696	1,53952852513650	1,53092854126101	1,52240077534201	1,51394440146420	1,50555860674372
28	1,55699766954464	1,54824674049345	1,53957005346929	1,53096672693987	1,52243589564138	1,51397670997992	1,50558833547282
29	1,55703284028337	1,54827897414746	1,53959960254617	1,53099382161955	1,52246074580489	1,51399950704897	1,50560925407818
30	1,55701107775327	1,54825908496583	1,53958142085774	1,53097719665812	1,52244554048379	1,51398559668662	1,50559652524550
31	1,55717579961480	1,54840920444612	1,53971826806545	1,53110197731673	1,52255934786373	1,51408942236404	1,50569126880599
32	1,55718849879485	1,54842074524656	1,53972875897066	1,53111151638821	1,52256802376671	1,51409731529050	1,50569845130473
33	1,55721046253996	1,54844064967155	1,53974680213708	1,53112787683220	1,52258286247054	1,51411077745033	1,50571066791621
34	1,55718660616121	1,54841909092866	1,53972731420174	1,53111025581345	1,52256692504049	1,51409635872133	1,50569761954220
35	1,55715254116338	1,54838839301866	1,53969964249435	1,53108530474735	1,52254442063415	1,51407605523458	1,50567929649854
36	1,55708077245761	1,54832389995834	1,53964167012566	1,53103317824699	1,52249753661508	1,51403387401547	1,50564133522792
37	1,55708302855317	1,54832592176833	1,53964348252935	1,53103480342404	1,52249899434463	1,51403518194140	1,50564250909423
38	1,55710025394833	1,54834131407889	1,53965724116884	1,53104710564293	1,52250999774544	1,51404502670262	1,50565131993729
39	1,55714415819452	1,54838043589582	1,53969211277964	1,53107819879251	1,52253773071397	1,51406977048935	1,50567340371488
40	1,55716165599654	1,54839598391367	1,53970593285685	1,53109048701338	1,52254866045443	1,51407949509948	1,50568205887828
41	1,55713043112238	1,54836831634718	1,53968140901382	1,53106874235592	1,52252937356122	1,51406238246654	1,50566687035868
42	1,55712378581340	1,54836244472431	1,53967621919572	1,53106415358607	1,52252531483526	1,51405879133216	1,50566369186591

43	1,55721399745783	1,54844193034775	1,53974627897677	1,53112592710035	1,52257980126221	1,51410686707328	1,50570612591201
44	1,55723540349203	1,54846073821585	1,53976281003280	1,53114046221345	1,52259258600949	1,51411811625486	1,50571602747815
45	1,55718464437126	1,54841626514945	1,53972383009913	1,53110628432293	1,52256260759511	1,51409181173228	1,50569293823628
46	1,55719960514821	1,54842933638135	1,53973525475908	1,53111627358768	1,52257134507798	1,51409945714307	1,50569963054698
47	1,55723636636065	1,54846136426756	1,53976316957140	1,53114061289348	1,52259257496896	1,51411798189982	1,50571580097502
48	1,55724386433138	1,54846787848980	1,53976883134695	1,53114553570290	1,52259685693042	1,51412170788312	1,50571904442007
49	1,55717254117066	1,54840608731218	1,53971527670178	1,53109910111199	1,52255657976172	1,51408675780795	1,50568870493471
50	1,55721130105229	1,54843957275974	1,53974421733527	1,53112412398746	1,52257822401751	1,51410548718690	1,50570491849517
51	1,55719838906874	1,54842844895108	1,53973463006700	1,53111585759249	1,52257109357636	1,51409933407668	1,50569960659253
52	1,55719556749705	1,54842602512839	1,53973254702553	1,53111406665268	1,52256955312211	1,51409800851440	1,50569846546599
53	1,55721553010788	1,54844312634338	1,53974720334952	1,53112663304334	1,52258033222015	1,51410725846933	1,50570640657418
54	1,55726021159233	1,54848129567901	1,53977982407380	1,53115452400607	1,52260418962738	1,51412767452076	1,50572388522770
55	1,55725548448253	1,54847726892346	1,53977639236153	1,53115159809366	1,52260169385215	1,51412554470432	1,50572206690769
56	1,55724723839571	1,54847026426952	1,53977043951395	1,53114653680661	1,52259738864405	1,51412188097682	1,50571894768133
57	1,55729833131561	1,54851354383948	1,53980711766195	1,53117763484317	1,52262376765590	1,51414426730880	1,50573795431101
58	1,55731864924492	1,54853070613564	1,53982162131967	1,53118989750268	1,52263414044550	1,51415304558119	1,50574538662333
59	1,55733992760755	1,54854862949161	1,53983672592273	1,53120263273932	1,52264488309229	1,51416211169185	1,50575304144452
60	1,55730086344486	1,54851581715663	1,53980915139116	1,53117944863291	1,52262538093660	1,51414569885113	1,50573922193544
61	1,55732008121536	1,54853191393366	1,53982264073403	1,53119075849695	1,52263486812435	1,51415366099344	1,50574590742973
62	1,55731136389227	1,54852463277061	1,53981655605972	1,53118567114594	1,52263061250594	1,51415009936104	1,50574292514038
63	1,55731052899182	1,54852393756187	1,53981597685591	1,53118518833138	1,52263020982655	1,51414976334031	1,50574264459825
64	1,55731472007824	1,54852741846326	1,53981886942461	1,53118759325427	1,52263221034614	1,51415142831385	1,50574403101389
65	1,55727090572172	1,54849113030167	1,53978879874650	1,53116266166846	1,52261152876568	1,51413426332960	1,50572977731120
66	1,55726417756800	1,54848557349146	1,53978420689222	1,53115886517883	1,52260838820894	1,51413166400745	1,50572762482017
67	1,55728851977494	1,54850562132799	1,53980072694479	1,53117248559489	1,52261962398453	1,51414093760361	1,50573528298060
68	1,55730328171088	1,54851774478774	1,53981068902087	1,53118067612099	1,52262636167513	1,51414648317524	1,50573984982533

69	1,55728871374287	1,54850581414482	1,53980091278108	1,53117266078686	1,52261978643114	1,51414108631406	1,50573541773667
70	1,55728558649641	1,54850326029066	1,53979882599664	1,53117095468432	1,52261839077875	1,51413994398148	1,50573448222410
71	1,55731118178201	1,54852410423881	1,53981581039374	1,53118480210972	1,52262968705474	1,51414916433431	1,50574201238762
72	1,55732813120571	1,54853786849206	1,53982699457018	1,53119389511782	1,52263708416251	1,51415518529393	1,50574691601540
73	1,55729626241823	1,54851206111793	1,53980608337198	1,53117694122522	1,52262333064006	1,51414402151928	1,50573784910336
74	1,55730078946906	1,54851571682925	1,53980903722355	1,53117932938984	1,52262526259613	1,51414558533732	1,50573911567502
75	1,55734091561198	1,54854802861892	1,53983507227513	1,53120031966982	1,52264219579154	1,51415925378075	1,50575015537352
76	1,55732665145334	1,54853657451731	1,53982586899159	1,53119292038009	1,52263624326574	1,51415446224059	1,50574629605926
77	1,55729653709336	1,54851246092510	1,53980654836900	1,53117743044109	1,52262381684205	1,51414448733131	1,50573828413924
78	1,55732748253395	1,54853717047195	1,53982629109269	1,53119321461988	1,52263644407026	1,51415459529490	1,50574638045453
79	1,55734971082997	1,54855486961560	1,53984039293928	1,53120445745401	1,52264541319692	1,51416175503921	1,50575209940518
80	1,55734285039748	1,54854942234496	1,53983606494062	1,53120101653494	1,52264267578944	1,51415957592206	1,50575036361858
81	1,55731895874762	1,54853050545460	1,53982107714515	1,53118913401406	1,52263324906840	1,51415209263505	1,50574441929725
82	1,55733416589298	1,54854251235337	1,53983056355069	1,53119663396846	1,52263918241994	1,51415678967757	1,50574814004564
83	1,55733782018319	1,54854538948097	1,53983283031826	1,53119842105233	1,52264059226466	1,51415790264993	1,50574901923533
84	1,55733290095547	1,54854152721998	1,53982979586669	1,53119603537789	1,52263871539987	1,51415642509341	1,50574785526213
85	1,55733809837490	1,54854559640732	1,53983298391823	1,53119853479712	1,52264067626355	1,51415796448327	1,50574906458195
86	1,55732144443876	1,54853259426076	1,53982282577392	1,53119059310154	1,52263446313975	1,51415310037674	1,50574525400410
87	1,55732785416668	1,54853758446867	1,53982671355604	1,53119362411487	1,52263682783308	1,51415494650244	1,50574669627079
88	1,55732490735953	1,54853529666124	1,53982493612227	1,53119224222882	1,52263575271922	1,51415410947699	1,50574604415706
89	1,55730613360244	1,54852076272951	1,53981367642698	1,53118351291603	1,52262898033370	1,51414885160752	1,50574195924455
90	1,55731009768362	1,54852382306397	1,53981604075640	1,53118534084146	1,52263039456014	1,51414994654159	1,50574280757300
91	1,55730520507053	1,54852005663091	1,53981313915333	1,53118310385997	1,52262866871554	1,51414861408159	1,50574177809243
92	1,55729498402568	1,54851221030128	1,53980711135004	1,53117846969808	1,52262510337292	1,51414586904840	1,50573966310148
93	1,55730747237978	1,54852177024163	1,53981443503773	1,53118408440941	1,52262941108180	1,51414917643423	1,50574220431576
94	1,55732610361970	1,54853599221173	1,53982529947699	1,53119239022885	1,52263576561081	1,51415404171698	1,50574593213453

95	1,55730360366387	1,54851886524368	1,53981225243844	1,53118244364063	1,52262817694914	1,51414824765355	1,50574150496181
96	1,55730347722977	1,54851876936147	1,53981217966013	1,53118238835073	1,52262813490935	1,51414821566175	1,50574148059641
97	1,55733467274898	1,54854238215419	1,53983006684593	1,53119594880589	1,52263842317531	1,51415602733140	1,50574741637169
98	1,55733258111567	1,54854080340198	1,53982887426986	1,53119504723512	1,52263774106735	1,51415551086273	1,50574702501708
99	1,55731911331002	1,54853066639236	1,53982123821394	1,53118929054822	1,52263339778112	1,51415223138485	1,50574454685631
100	1,55729248859301	1,54851068276377	1,53980622707733	1,53117800557111	1,52262490727291	1,51414583829760	1,50573972926914

	72 km	77 km	82 km	87 km	92 km	97 km	102 km
1	1,49653558743628	1,48830156956492	1,48013532121724	1,47203610073184	1,46400317656544	1,45603582712768	1,44813334061909
2	1,49723372706457	1,48899204792546	1,48081824311415	1,47271156925350	1,46467129311719	1,45669669146376	1,44878705087396
3	1,49714365926035	1,48890321390045	1,48073062264298	1,47262514249657	1,46458604061225	1,45661259411778	1,44870408995509
4	1,49715733583864	1,48891666595931	1,48074385447086	1,47263815828857	1,46459884447237	1,45662519006118	1,44871648191021
5	1,49719255569077	1,48895121222095	1,48077774182500	1,47267140105907	1,46463145663376	1,45665718524805	1,44874787342640
6	1,49700007515625	1,48876293296075	1,48059356095703	1,47249121849297	1,46445517498775	1,45648470976856	1,44857911191025
7	1,49686452134598	1,48863070322236	1,48046456496623	1,47236536861794	1,46433238620186	1,45636489956606	1,44846220022498
8	1,49686437955878	1,48863056522059	1,48046443064017	1,47236523786128	1,46433225891158	1,45636477564233	1,44846207957106
9	1,49695636787671	1,48871980406640	1,48055100942174	1,47244924284535	1,46441377334223	1,45644387985479	1,44853885110082
10	1,49714770855362	1,48890491449145	1,48073010876681	1,47262254200153	1,46458147525416	1,45660617984055	1,44869593715826
11	1,49709611730950	1,48885514048830	1,48068208326253	1,47257619903225	1,46453675151481	1,45656301457089	1,44865427203404
12	1,49719602269368	1,48895126105528	1,48077457222097	1,47266520299341	1,46462241079363	1,45664546347251	1,44873363912652
13	1,49728102080744	1,48903281362072	1,48085282782301	1,47274030342701	1,46469449139140	1,45671465341576	1,44880006174058
14	1,49731199532808	1,48906245089547	1,48088118902141	1,47276744676426	1,46472047227861	1,45673952460207	1,44882387344775
15	1,49729789295385	1,48904899464545	1,48086834763450	1,47275519057165	1,46470877311862	1,45672835573979	1,44881320949915
16	1,49722295607674	1,48897768789361	1,48080048588649	1,47269059861662	1,46464728510070	1,45666981463504	1,44875746662303
17	1,49723730885465	1,48899130775003	1,48081341211336	1,47270286829988	1,46465893324965	1,45668087430390	1,44876796902504
18	1,49716798473728	1,48892570481439	1,48075132119034	1,47264409250467	1,46460328722959	1,45662818353412	1,44871806914897

19	1,49721380015648	1,48896894153624	1,48079213085738	1,47268261746174	1,46463966111707	1,45666253184187	1,44875050973366
20	1,49726241909704	1,48901469755063	1,48083519971990	1,47272316371554	1,46467783881970	1,45669848525947	1,44878437398749
21	1,49718820283693	1,48894504392419	1,48076981681522	1,47266177902320	1,46462019789511	1,45664435048074	1,44873352340173
22	1,49717748718681	1,48893501454140	1,48076042805147	1,47265298837824	1,46461196579205	1,45663664005792	1,44872630031993
23	1,49715662209590	1,48891554004345	1,48074224801199	1,47263601354667	1,46459611329186	1,45662183291568	1,44871246703039
24	1,49725198600633	1,48900430363702	1,48082488441014	1,47271296079462	1,46466777704472	1,45668858891245	1,44877466337286
25	1,49722773405361	1,48898179237912	1,48080398462741	1,47269355317597	1,46464975140374	1,45667184346742	1,44875910408535
26	1,49725099907056	1,48900332789661	1,48082392345881	1,47271201761094	1,46466685406775	1,45668768810893	1,44877378629702
27	1,49724259099368	1,48899556640557	1,48081675724550	1,47270539956421	1,46466074091983	1,45668204011253	1,44876856693030
28	1,49726995222645	1,48902075444728	1,48083994998359	1,47272675989508	1,46468041804825	1,45670017073529	1,44878527631471
29	1,49728915172144	1,48903838028126	1,48085613494860	1,47274162525778	1,46469407457783	1,45671271963731	1,44879681007965
30	1,49727750119912	1,48902771411618	1,48084636759972	1,47273267882281	1,46468587809286	1,45670520844228	1,44878992524339
31	1,49736397899229	1,48910666715626	1,48091846869741	1,47279853902507	1,46474605249944	1,45676020146072	1,44884019533804
32	1,49737051671581	1,48911261953274	1,48092388953569	1,47280347705938	1,46475055187996	1,45676430219569	1,44884393369208
33	1,49738160599660	1,48912268819923	1,48093303394915	1,47281178425512	1,46475810049191	1,45677116328706	1,44885017150197
34	1,49736979447442	1,48911199334840	1,48092334755090	1,47280300883372	1,46475014822293	1,45676395501918	1,44884363588019
35	1,49735325400429	1,48909705781805	1,48090985744547	1,47279082086674	1,46473913364745	1,45675399811855	1,44883463261907
36	1,49731908054290	1,48906628529403	1,48088213940681	1,47276584696405	1,46471662578795	1,45673370703858	1,44881633482876
37	1,49732013440263	1,48906723169468	1,48088298955508	1,47276661087218	1,46471731240369	1,45673432436085	1,44881689001034
38	1,49732802233225	1,48907429553929	1,48088931733065	1,47277228099016	1,46472239474122	1,45673888120926	1,44882097691611
39	1,49734773825922	1,48909190300774	1,48090504671667	1,47278633696640	1,46473495920375	1,45675011586435	1,44883102556741
40	1,49735544406908	1,48909876579408	1,48091116065529	1,47279178549605	1,46473981627480	1,45675444703947	1,44883488899198
41	1,49734195887151	1,48908678897057	1,48090052001721	1,47278232890510	1,46473140926262	1,45674697071524	1,44882823820254
42	1,49733914465427	1,48908429644277	1,48089831166878	1,47278037168544	1,46472967404027	1,45674543180426	1,44882687294721
43	1,49737661199440	1,48911738976874	1,48092755159594	1,47280621568094	1,46475252422529	1,45676564177471	1,44884475373857
44	1,49738533046265	1,48912506919852	1,48093431817878	1,47281217999693	1,46475778320956	1,45677028043178	1,44884884663745

Continua

45	1,49736505617815	1,48910726029627	1,48091866928441	1,47279842424885	1,46474568731558	1,45675964037126	1,44883948392331
46	1,49737091636230	1,48911239370034	1,48092316768148	1,47280236761778	1,46474914538302	1,45676267394870	1,44884214606669
47	1,49738503698528	1,48912472896960	1,48093394733863	1,47281179132773	1,46475738673836	1,45676988393205	1,44884845604563
48	1,49738786146693	1,48912718954470	1,48093609170625	1,47281366082875	1,46475901721706	1,45677130647904	1,44884969763876
49	1,49736151403604	1,48910429998870	1,48091619851021	1,47279636509731	1,46474397404009	1,45675821750672	1,44883830469414
50	1,49737555531751	1,48911646485855	1,48092674188411	1,47280550669757	1,46475190333163	1,45676509793005	1,44884427729685
51	1,49737096775802	1,48911250126991	1,48092331602280	1,47280254442923	1,46474934090456	1,45676288049853	1,44884235765774
52	1,49736998499537	1,48911165454268	1,48092258620012	1,47280191511285	1,46474879803247	1,45676241200700	1,44884195319296
53	1,49737680533327	1,48911751474950	1,48092762354011	1,47280624692745	1,46475252467509	1,45676561933920	1,44884471470844
54	1,49739177564576	1,48913034217181	1,48093861948437	1,47281567687459	1,46476061504857	1,45677256333529	1,44885067724367
55	1,49739022258377	1,48912901509365	1,48093748501603	1,47281470664311	1,46475978492186	1,45677185277909	1,44885006877748
56	1,49738756575099	1,48912675110600	1,48093555493607	1,47281306050264	1,46475838033770	1,45677065378548	1,44884904484066
57	1,49740371022662	1,48914047060789	1,48094721892862	1,47282298136770	1,46476682231560	1,45677784049656	1,44885516561578
58	1,49741000585538	1,48914580584088	1,48095174233560	1,47282681821769	1,46477007828082	1,45678060475973	1,44885751347815
59	1,49741647210227	1,48915127060725	1,48095636286673	1,47283072673545	1,46477338601863	1,45678340533848	1,44885988573194
60	1,49740483062601	1,48914145925333	1,48094809003585	1,47282374790657	1,46476749604916	1,45677843203995	1,44885568450722
61	1,49741044688444	1,48914617955176	1,48095205920395	1,47282708705747	1,46477030651292	1,45678079863633	1,44885767827032
62	1,49740794847524	1,48914408549082	1,48095030319846	1,47282561382228	1,46476906991977	1,45677976017822	1,44885680578642
63	1,49740771413152	1,48914388963801	1,48095013943176	1,47282547681647	1,46476895524491	1,45677966414716	1,44885672532866
64	1,49740886917909	1,48914485241422	1,48095094234505	1,47282614674509	1,46476951449208	1,45678013122926	1,44885711562607
65	1,49739702689888	1,48913500856211	1,48094275551623	1,47281933456684	1,46476384329483	1,45677540754607	1,44885317919323
66	1,49739524349742	1,48913353019542	1,48094152937845	1,47281831710248	1,46476299855931	1,45677470586022	1,44885259603837
67	1,49740157097514	1,48913876096285	1,48094585578737	1,47282189737303	1,46476596290616	1,45677716150678	1,44885463132300
68	1,49740533384793	1,48914186305644	1,48094841449721	1,47282400899754	1,46476770648102	1,45677860193460	1,44885582192926
69	1,49740169208102	1,48913886906143	1,48094595172678	1,47282198211095	1,46476603744251	1,45677722683740	1,44885468840890
70	1,49740092551942	1,48913824059296	1,48094543619247	1,47282155898666	1,46476568997570	1,45677694134643	1,44885445371392

Continua

71	1,49740707876918	1,48914327150363	1,48094955175557	1,47282492760028	1,46476844871780	1,45677920186290	1,44885630698790
72	1,49741107468118	1,48914652956760	1,48095220970811	1,47282709718900	1,46477022065718	1,45678064983513	1,44885749087486
73	1,49740370654597	1,48914053849964	1,48094733556783	1,47282312950048	1,46476698902777	1,45677801624227	1,44885534345232
74	1,49740473296925	1,48914137079029	1,48094801083239	1,47282367767892	1,46476743429183	1,45677837811819	1,44885563772283
75	1,49741365475838	1,48914858521774	1,48095384804563	1,47282840332973	1,46477126226335	1,45678148071542	1,44885815383719
76	1,49741054443957	1,48914607704174	1,48095182424351	1,47282676939904	1,46476994232583	1,45678041381005	1,44885729095828
77	1,49740410530313	1,48914089882103	1,48094765752711	1,47282341460129	1,46476723963521	1,45677823518493	1,44885553374914
78	1,49741059430312	1,48914610277300	1,48095183345000	1,47282676760395	1,46476993350205	1,45678040078236	1,44885727570559
79	1,49741516523930	1,48914975840480	1,48095475885993	1,47282911008748	1,46477181035581	1,45678190547207	1,44885848275394
80	1,49741378172002	1,48914865497238	1,48095387826452	1,47282840689246	1,46477124847734	1,45678145623585	1,44885812335939
81	1,49740905686221	1,48914489702864	1,48095088747838	1,47282602516263	1,46476935059101	1,45677994296388	1,44885691601435
82	1,49741200614194	1,48914723629646	1,48095274408855	1,47282749963550	1,46477052231854	1,45678087469108	1,44885765736168
83	1,49741270110913	1,48914778599923	1,48095317917132	1,47282784421911	1,46477079540148	1,45678109124709	1,44885782920003
84	1,49741178356261	1,48914706223369	1,48095260788886	1,47282739300203	1,46477043878590	1,45678080921811	1,44885760601539
85	1,49741273421878	1,48914781004830	1,48095319653056	1,47282785665513	1,46477080422819	1,45678109743964	1,44885783348034
86	1,49740974696798	1,48914546666124	1,48095135700308	1,47282641169166	1,46476966844816	1,45678020409958	1,44885713037067
87	1,49741087449289	1,48914634872788	1,48095204751273	1,47282695260739	1,46477009246142	1,45678053669605	1,44885739143209
88	1,49741036609116	1,48914595209551	1,48095173786690	1,47282671070692	1,46476990335726	1,45678038876588	1,44885727563376
89	1,49740719024923	1,48914348130170	1,48094981427037	1,47282521209326	1,46476873503679	1,45677947732339	1,44885656410913
90	1,49740784797616	1,48914399160834	1,48095021047474	1,47282551992132	1,46476897436644	1,45677966352462	1,44885670907469
91	1,49740705201493	1,48914337576002	1,48094973364644	1,47282515047186	1,46476868791491	1,45677944127109	1,44885653651234
92	1,49740542128392	1,48914211750875	1,48094876210354	1,47282439977520	1,46476810745367	1,45677899212609	1,44885618873374
93	1,49740737523609	1,48914362100066	1,48094991981704	1,47282529187257	1,46476879536570	1,45677952296332	1,44885659865082
94	1,49741023362727	1,48914581434540	1,48095160407542	1,47282658614398	1,46476979066816	1,45678028890580	1,44885718850800
95	1,49740684835940	1,48914322385992	1,48094962031574	1,47282506589416	1,46476862477939	1,45677939413086	1,44885650130776
96	1,49740682978739	1,48914320969252	1,48094960949985	1,47282505763053	1,46476861846090	1,45677938929600	1,44885649760538

Tabela C.1 – Conclusão

97	1,49741134357449	1,48914664474118	1,48095222558032	1,47282705148695	1,46477013921662	1,45678055006569	1,44885738425479
98	1,49741104679725	1,48914641951311	1,48095205452194	1,47282692147173	1,46477004032255	1,45678047478723	1,44885732691001
99	1,49740917270534	1,48914500115120	1,48095098024524	1,47282610718690	1,46476942263932	1,45678000588452	1,44885697068422
100	1,49740553951109	1,48914225903505	1,48094890905789	1,47282454156325	1,46476823826777	1,45677910924197	1,44885629135594

Tabela C.2 – Aceleração da gravidade para altitude entre 202 km e 302 km

1	202	207	212	217	222	227	232
2	1,30268897810607	1,29599995717713	1,28936232426036	1,28277555432003	1,27623912900875	1,26975253656547	1,26331527171532
3	1,30268897810607	1,29599995717713	1,28936232426036	1,28277555432003	1,27623912900875	1,26975253656547	1,26331527171532
4	1,30321797079546	1,29652353129207	1,28988054900290	1,28328849783438	1,27674685840008	1,27025511791835	1,26381277011178
5	1,30315429789177	1,29646067260505	1,28981849207032	1,28322723041598	1,27668636847306	1,27019539367298	1,26375379994707
6	1,30316331839043	1,29646955485609	1,28982723853939	1,28323584351861	1,27669485057577	1,27020374709442	1,26376202695912
7	1,30318499162644	1,29649084107804	1,28984814562530	1,28325637916652	1,27671502230835	1,27022356226336	1,26378149274945
8	1,30307448109454	1,29638258289747	1,28974208828356	1,28315247245680	1,27661321729321	1,27012381123953	1,26368374921367
9	1,30300187029260	1,29631163487603	1,28967276084171	1,28308472456879	1,27654700907286	1,27005910390578	1,26362050505724
10	1,30300179867861	1,29631156506074	1,28967269277585	1,28308465820456	1,27654694436386	1,27005904080697	1,26362044352493
11	1,30304469058659	1,29635325955025	1,28971322622193	1,28312406578818	1,27658526011406	1,27009629764134	1,26365667328862
12	1,30312793103397	1,29643396819463	1,28979148627497	1,28319995752373	1,27665886097902	1,27016768236205	1,26372591397301
13	1,30310699014159	1,29641371641504	1,28977189924937	1,28318101181351	1,27664053402871	1,27014995246398	1,26370876023338
14	1,30314482289148	1,29645021009985	1,28980710452120	1,28321497728589	1,27667330636359	1,27018157645473	1,26373927888410
15	1,30317485237560	1,29647910222104	1,28983490511335	1,28324173022533	1,27669905365738	1,27020635832478	1,26376313384728
16	1,30318506357706	1,29648890144694	1,28984430997864	1,28325075754952	1,27670771950240	1,27021467803087	1,26377112206716
17	1,30318072670543	1,29648475026107	1,28984033608168	1,28324695294445	1,27670407657200	1,27021118951881	1,26376778106002
18	1,30315922466786	1,29646422173006	1,28982073465016	1,28322823452816	1,27668619928771	1,27019411356924	1,26375146862502
19	1,30316306700852	1,29646788067934	1,28982421939868	1,28323155378415	1,27668936130345	1,27019712616599	1,26375433921658

20	1,30314575204843	1,29645143453922	1,28980859641865	1,28321671081189	1,27667525755060	1,27018372307312	1,26374160032613
21	1,30315642853687	1,29646154924107	1,28981818022446	1,28322579284089	1,27668386525643	1,27019188234300	1,26374933557389
22	1,30316699902111	1,29647153777168	1,28982762021303	1,28323471570236	1,27669230053307	1,27019985782039	1,26375687738947
23	1,30315194454712	1,29645734868524	1,28981424473555	1,28322210527433	1,27668040960644	1,27018864366485	1,26374629991160
24	1,30314991603301	1,29645544168542	1,28981245168698	1,28322041910226	1,27667882369177	1,27018715181370	1,26374489632704
25	1,30314623214291	1,29645198739178	1,28980921214493	1,28321738046120	1,27667597302648	1,27018447706038	1,26374238622393
26	1,30316194246929	1,29646668073034	1,28982295669039	1,28323023967789	1,27668800598734	1,27019573876090	1,26375292787292
27	1,30315821487660	1,29646320340031	1,28981971224210	1,28322721197754	1,27668518005591	1,27019310068886	1,26375046474141
28	1,30316155085006	1,29646630739952	1,28982260093256	1,28322990078924	1,27668768327772	1,27019543155557	1,26375263551384
29	1,30316042618738	1,29646526363535	1,28982163206188	1,28322900126654	1,27668684798076	1,27019465575211	1,26375191483108
30	1,30316384164248	1,29646842527583	1,28982455932986	1,28323171207063	1,27668935882053	1,27019698183211	1,26375407016542
31	1,30316607762516	1,29647048977297	1,28982646588386	1,28323347312373	1,27669098580670	1,27019848526097	1,26375545969909
32	1,30316481166373	1,29646932390633	1,28982539197085	1,28323248370373	1,27669007404119	1,27019764488030	1,26375468495384
33	1,30317357846623	1,29647737678833	1,28983279068345	1,28323928286285	1,27669632358040	1,27020339046266	1,26375996834670
34	1,30317419678197	1,29647794329119	1,28983330983186	1,28323975872159	1,27669675985625	1,27020379053674	1,26376033530379
35	1,30317517536785	1,29647883757090	1,28983412725750	1,28324050606992	1,27669744329138	1,27020441566690	1,26376090723265
36	1,30317420294081	1,29647795120452	1,28983331914307	1,28323976912463	1,27669677108920	1,27020380237626	1,26376034756011
37	1,30317293236172	1,29647679604900	1,28983226866886	1,28323881361302	1,27669590174524	1,27020301123891	1,26375962742140
38	1,30317048323217	1,29647457513103	1,28983025419176	1,28323698593094	1,27669424312516	1,27020150567021	1,26375826044476
39	1,30317055373157	1,29647463889733	1,28983031188285	1,28323703813899	1,27669429038332	1,27020154845863	1,26375829919597
40	1,30317104581741	1,29647508283899	1,28983071249649	1,28323739974844	1,27669461687149	1,27020184331341	1,26375856555128
41	1,30317219335563	1,29647611544404	1,28983164193144	1,28323823654680	1,27669537046841	1,27020252216257	1,26375917722912
42	1,30317261181464	1,29647649102387	1,28983197911947	1,28323853935103	1,27669564246975	1,27020276656124	1,26375939688596
43	1,30317192857814	1,29647587937447	1,28983143140091	1,28323804874247	1,27669520289278	1,27020237259749	1,26375904370400
44	1,30317179556513	1,29647576060444	1,28983132531788	1,28323795396379	1,27669511818946	1,27020229687679	1,26375897599405
45	1,30317344794921	1,29647723226143	1,28983263640436	1,28323912234503	1,27669615970473	1,27020322557347	1,26375980433414

Continua

46	1,30317380667684	1,29647755093231	1,28983291957744	1,28323937405064	1,27669638350701	1,27020342462528	1,26375998142540
47	1,30317302835454	1,29647686129722	1,28983230833414	1,28323883212079	1,27669590288290	1,27020299824132	1,26375960304526
48	1,30317323825340	1,29647704680076	1,28983247232969	1,28323897714783	1,27669603117569	1,27020311176623	1,26375970353346
49	1,30317371011254	1,29647746274619	1,28983283910576	1,28323930067110	1,27669631663833	1,27020336372619	1,26375992599326
50	1,30317379817446	1,29647754017355	1,28983290720531	1,28323936058628	1,27669636936999	1,27020341015070	1,26375996687824
51	1,30317303177390	1,29647686805771	1,28983231757633	1,28323884314731	1,27669591513110	1,27020301126024	1,26375961647639
52	1,30317341283739	1,29647720138260	1,28983260924338	1,28323909845006	1,27669613867937	1,27020320706990	1,26375978804711
53	1,30317329666715	1,29647710002695	1,28983252078213	1,28323902121588	1,27669607122400	1,27020314813490	1,26375973653859
54	1,30317327345630	1,29647707982819	1,28983250319831	1,28323900590303	1,27669605788411	1,27020313650969	1,26375972640410
55	1,30317342378189	1,29647721030994	1,28983261649689	1,28323910431688	1,27669614339948	1,27020321084370	1,26375979104177
56	1,30317373162519	1,29647747682921	1,28983284732476	1,28323930430665	1,27669631673454	1,27020336113135	1,26375992139376
57	1,30317370183075	1,29647745110062	1,28983282509881	1,28323928509930	1,27669630012963	1,27020334677095	1,26375990896988
58	1,30317365427670	1,29647741014154	1,28983278980655	1,28323925467823	1,27669627389747	1,27020332414235	1,26375988944248
59	1,30317392389754	1,29647764177363	1,28983298888000	1,28323942583592	1,27669642111078	1,27020345080966	1,26375999847295
60	1,30317402198751	1,29647772582635	1,28983306093285	1,28323948762645	1,27669647412143	1,27020349630573	1,26376003753485
61	1,30317411599148	1,29647780617080	1,28983312963030	1,28323954638885	1,27669652440564	1,27020353935206	1,26376007439969
62	1,30317395809404	1,29647767156405	1,28983301483172	1,28323944844364	1,27669644080569	1,27020346796754	1,26376001342122
63	1,30317402916406	1,29647773199511	1,28983306623785	1,28323949219075	1,27669647805025	1,27020349968909	1,26376004044979
64	1,30317399966598	1,29647770697728	1,28983304501080	1,28323947417252	1,27669646274937	1,27020348669034	1,26376002940223
65	1,30317399708759	1,29647770479615	1,28983304316493	1,28323947260971	1,27669646142565	1,27020348556865	1,26376002845134
66	1,30317400895734	1,29647771481139	1,28983305161910	1,28323947974922	1,27669646745755	1,27020349066696	1,26376003276239
67	1,30317389540982	1,29647761925055	1,28983297116012	1,28323941197565	1,27669641034434	1,27020344251631	1,26375999215023
68	1,30317387945534	1,29647760585788	1,28983295991286	1,28323940252589	1,27669640240128	1,27020343583676	1,26375998653074
69	1,30317393226810	1,29647765007654	1,28983299695279	1,28323943356662	1,27669642842621	1,27020345766619	1,26376000484920
70	1,30317396156958	1,29647767454678	1,28983301739782	1,28323945065642	1,27669644271796	1,27020346962344	1,26376001485782
71	1,30317393511040	1,29647765250699	1,28983299903066	1,28323943534275	1,27669642994420	1,27020345896341	1,26376000595766

Continua

72	1,30317392991473	1,29647764819027	1,28983299544248	1,28323943235875	1,27669642746148	1,27020345689679	1,26376000423660
73	1,30317396882951	1,29647768043878	1,28983302217959	1,28323945453701	1,27669644586699	1,27020347217859	1,26376001693084
74	1,30317399240711	1,29647769992721	1,28983303829592	1,28323946787121	1,27669645690468	1,27020348131969	1,26376002450486
75	1,30317395184425	1,29647766648553	1,28983301071157	1,28323944510706	1,27669643810920	1,27020346579342	1,26376001167293
76	1,30317395711622	1,29647767082079	1,28983301427834	1,28323944804302	1,27669644052713	1,27020346778570	1,26376001331531
77	1,30317399986957	1,29647770588739	1,28983304305486	1,28323947166971	1,27669645993536	1,27020348373666	1,26376002643139
78	1,30317398596325	1,29647769451065	1,28983303374276	1,28323946404365	1,27669645368689	1,27020347861432	1,26376002223010
79	1,30317395910419	1,29647767259378	1,28983301584936	1,28323944942750	1,27669644174157	1,27020346884678	1,26376001423921
80	1,30317398435784	1,29647769314767	1,28983303258697	1,28323946306458	1,27669645285829	1,27020347791366	1,26376002163806
81	1,30317400095472	1,29647770662111	1,28983304353064	1,28323947195821	1,27669646008974	1,27020348379667	1,26376002642659
82	1,30317399626771	1,29647770282595	1,28983304045596	1,28323946946588	1,27669645806839	1,27020348215642	1,26376002509489
83	1,30317398133401	1,29647769076493	1,28983303070969	1,28323946158582	1,27669645169373	1,27020347699679	1,26376002091644
84	1,30317399003115	1,29647769777101	1,28983303635665	1,28323946613983	1,27669645536834	1,27020347996345	1,26376002331284
85	1,30317399194311	1,29647769930725	1,28983303759170	1,28323946713329	1,27669645616792	1,27020348060733	1,26376002383164
86	1,30317398958773	1,29647769741959	1,28983303607802	1,28323946591881	1,27669645519296	1,27020347982420	1,26376002320226
87	1,30317399186450	1,29647769923957	1,28983303753368	1,28323946708375	1,27669645612577	1,27020348057156	1,26376002380137
88	1,30317398518960	1,29647769391760	1,28983303328796	1,28323946369467	1,27669645341892	1,27020347840838	1,26376002207167
89	1,30317398754024	1,29647769578697	1,28983303477547	1,28323946487901	1,27669645436244	1,27020347916048	1,26376002267153
90	1,30317398655127	1,29647769500251	1,28983303415285	1,28323946438456	1,27669645396953	1,27020347884808	1,26376002242300
91	1,30317398078816	1,29647769044287	1,28983303054320	1,28323946152526	1,27669645170326	1,27020347705077	1,26376002099677
92	1,30317398190188	1,29647769132176	1,28983303123719	1,28323946207358	1,27669645213675	1,27020347739369	1,26376002126820
93	1,30317398064456	1,29647769033210	1,28983303045773	1,28323946145931	1,27669645165236	1,27020347701149	1,26376002096644
94	1,30317397824116	1,29647768844521	1,28983302897544	1,28323946029413	1,27669645073589	1,27020347629020	1,26376002039842
95	1,30317398092797	1,29647769054918	1,28983303062403	1,28323946158671	1,27669645174997	1,27020347708628	1,26376002102376
96	1,30317398459474	1,29647769341314	1,28983303286237	1,28323946333721	1,27669645311980	1,27020347815890	1,26376002186417
97	1,30317398054300	1,29647769025663	1,28983303040171	1,28323946141777	1,27669645162160	1,27020347698875	1,26376002094966

Continua

98	1,30317398052234	1,29647769024057	1,28983303038923	1,28323946140806	1,27669645161404	1,27020347698286	1,26376002094507
99	1,30317398522497	1,29647769388535	1,28983303321597	1,28323946360179	1,27669645331762	1,27020347830665	1,26376002197440
100	1,30317398493651	1,29647769366236	1,28983303304346	1,28323946346826	1,27669645321418	1,27020347822648	1,26376002191223

	237	242	247	252	257	262	267
2	1,25692683557122	1,25058673553719	1,24429448521341	1,23804960430292	1,23185161851998	1,22570005950000	1,21959446471104
3	1,25692683557122	1,25058673553719	1,24429448521341	1,23804960430292	1,23185161851998	1,22570005950000	1,21959446471104
4	1,25741931510845	1,25107425934490	1,24477711547079	1,23852740225534	1,23232464449527	1,22616837292446	1,22005812412514
5	1,25736108762796	1,25101676335261	1,24472033996712	1,23847133643319	1,23226927773618	1,22611369479487	1,22000412437271
6	1,25736919045677	1,25102474417963	1,24472820093013	1,23847907962724	1,23227690521460	1,22612120857017	1,22001152641748
7	1,25738831389104	1,25104353212201	1,24474666009032	1,23849721656438	1,23229472634095	1,22613872015481	1,22002873458985
8	1,25729253250696	1,25094966868801	1,24465467150841	1,23840706080991	1,23220636243333	1,22605210812901	1,21994383546878
9	1,25723071485814	1,25088924188548	1,24459560086903	1,23834931259957	1,23214990383865	1,22599690723000	1,21988986121241
10	1,25723065484989	1,25088918336010	1,24459554378654	1,23834925692114	1,23214984952658	1,22599685424771	1,21988980952434
11	1,25726588835316	1,25092345041442	1,24462887323940	1,23838167668952	1,23218138662920	1,22602753483605	1,21991965891260
12	1,25733305458879	1,25098860936264	1,24469208972575	1,23844301329055	1,23224090375589	1,22608529081387	1,21997571005847
13	1,25731645689520	1,25097254835301	1,24467654675854	1,23842797041624	1,23222634368960	1,22607119690924	1,21996206628253
14	1,25734591149647	1,25100097855428	1,24470399063722	1,23845446454377	1,23225192319461	1,22609589553783	1,21998591645598
15	1,25736887644100	1,25102308881240	1,24472528005455	1,23847496554539	1,23227166684801	1,22611491161296	1,22000423348247
16	1,25737654717228	1,25103045542844	1,24473235533377	1,23848176169913	1,23227819554701	1,22612118401260	1,22001026024670
17	1,25737334708256	1,25102738997842	1,24472941854020	1,23847894785872	1,23227549922272	1,22611860002053	1,22000778364374
18	1,25735776221622	1,25101249851180	1,24471518798932	1,23846534733753	1,23226249936076	1,22610617288506	1,21999590266599
19	1,25736049783110	1,25101510581415	1,24471767329865	1,23846771664736	1,23226475835619	1,22610832695934	1,21999795693620
20	1,25734838866791	1,25100359377306	1,24470672753870	1,23845730799227	1,23225485920060	1,22609891118065	1,21998899981149
21	1,25735572292126	1,25101054875552	1,24471332374649	1,23846356476645	1,23226079479489	1,22610454282502	1,21999434377194
22	1,25736285566594	1,25101729556871	1,24471970640518	1,23846960376853	1,23226650943724	1,22610995127661	1,21999946314237

23	1,25735287724036	1,25100788088054	1,24471082230278	1,23846121912606	1,23225859502621	1,22610247964592	1,21999240850615
24	1,25735155649608	1,25100663789625	1,24470965232141	1,23846011769245	1,23225755796724	1,22610150305203	1,21999148871410
25	1,25734920052826	1,25100442624446	1,24470757581439	1,23845816776270	1,23225572660994	1,22609978278677	1,21998987254937
26	1,25735906981725	1,25101366759724	1,24471623061838	1,23846627458338	1,23226332138960	1,22610689902892	1,21999654148963
27	1,25735676962528	1,25101151919441	1,24471422364266	1,23846439940356	1,23226156905216	1,22610526120875	1,21999501044456
28	1,25735879166420	1,25101340302863	1,24471597903182	1,23846603539609	1,23226309403867	1,22610668297134	1,21999633620234
29	1,25735812206064	1,25101278076825	1,24471540066027	1,23846549771885	1,23226259410091	1,22610621803939	1,21999590374667
30	1,25736011956884	1,25101463236322	1,24471711732900	1,23846708959641	1,23226407053841	1,22610758766641	1,21999717452846
31	1,25736140409218	1,25101582004806	1,24471821569297	1,23846810555677	1,23226501046135	1,22610845741212	1,21999797949252
32	1,25736068970886	1,25101516118866	1,24471760791802	1,23846754479162	1,23226449296539	1,22610797975068	1,21999753851113
33	1,25736554912485	1,25101963159608	1,24472172132352	1,23847133049757	1,23226797780428	1,22611118829878	1,22000049328315
34	1,25736588578001	1,25101994051886	1,24472200485988	1,23847159078985	1,23226821680931	1,22611140780436	1,22000069492302
35	1,25736640915322	1,25102041956615	1,24472244343321	1,23847199239796	1,23226858464910	1,22611174478923	1,22000100370865
36	1,25736589829265	1,25101995315278	1,24472201750216	1,23847160334671	1,23226822920358	1,22611141997318	1,22000070681587
37	1,25736524262472	1,25101935604229	1,24472147359105	1,23847110777888	1,23226777757676	1,22611100829555	1,22000033146689
38	1,25736400117849	1,25101822832431	1,24472044893446	1,23847017654048	1,23226693103654	1,22611023856631	1,21999963141294
39	1,25736403628222	1,25101826013182	1,24472047776243	1,23847020267446	1,23226695473413	1,22611026005990	1,21999965091226
40	1,25736427695471	1,25101847765366	1,24472067441068	1,23847038049729	1,23226711557433	1,22611040557593	1,21999978259705
41	1,25736482825335	1,25101897466375	1,24472112259540	1,23847078475830	1,23226748031071	1,22611073473676	1,22000007972843
42	1,25736502572653	1,25101915224145	1,24472128232485	1,23847092847173	1,23226760964832	1,22611085116729	1,22000018456744
43	1,25736470901706	1,25101886815974	1,24472102743968	1,23847069972002	1,23226740429486	1,22611066676896	1,22000001894138
44	1,25736464845320	1,25101881397249	1,24472097894406	1,23847065630608	1,23226736541931	1,22611063194774	1,21999998774309
45	1,25736538749561	1,25101947353400	1,24472156774144	1,23847118208168	1,23226783505205	1,22611105155120	1,22000036275227
46	1,25736554509582	1,25101961382975	1,24472169266940	1,23847129335769	1,23226793419676	1,22611113991270	1,22000044152601
47	1,25736520921340	1,25101931558208	1,24472142776023	1,23847105799022	1,23226772501455	1,22611095394767	1,22000027615271
48	1,25736529818946	1,25101939438911	1,24472149758180	1,23847111986969	1,23226777987194	1,22611100259452	1,22000031930506

49	1,25736549466508	1,25101956797011	1,24472165098393	1,23847125548091	1,23226789979266	1,22611110867280	1,22000041316748
50	1,25736553068313	1,25101959971075	1,24472167896407	1,23847128015389	1,23226792155624	1,22611112787609	1,22000043011698
51	1,25736522277454	1,25101932905380	1,24472144097456	1,23847107082124	1,23226773737052	1,22611096576450	1,22000028738851
52	1,25736537315717	1,25101946090890	1,24472155662311	1,23847117228869	1,23226782642503	1,22611104395012	1,22000035605407
53	1,25736532812394	1,25101942152356	1,24472152216568	1,23847114213245	1,23226780002425	1,22611102082942	1,22000033579923
54	1,25736531928594	1,25101941381353	1,24472151543734	1,23847113625879	1,23226779489495	1,22611101634864	1,22000033188364
55	1,25736537551200	1,25101946273986	1,24472155802659	1,23847117334470	1,23226782719987	1,22611104449864	1,22000035642154
56	1,25736548861358	1,25101956090914	1,24472164326544	1,23847124738257	1,23226789153138	1,22611110041596	1,22000040504222
57	1,25736547786114	1,25101955159987	1,24472163520271	1,23847124039694	1,23226788547678	1,22611109516642	1,22000040048908
58	1,25736546100363	1,25101953704179	1,24472162262577	1,23847122952753	1,23226787607963	1,22611108703916	1,22000039345755
59	1,25736555488865	1,25101961791579	1,24472169231810	1,23847128960665	1,23226792789087	1,22611113173687	1,22000043203262
60	1,25736558843929	1,25101964674384	1,24472171709778	1,23847131091460	1,23226794622043	1,22611114751031	1,22000044561148
61	1,25736562002270	1,25101967381305	1,24472174030703	1,23847133082200	1,23226796330230	1,22611116217330	1,22000045820292
62	1,25736556791255	1,25101962926376	1,24472170220651	1,23847129822394	1,23226793540111	1,22611113828293	1,22000043773888
63	1,25736559095178	1,25101964891040	1,24472171896686	1,23847131252774	1,23226794761327	1,22611114871344	1,22000044665118
64	1,25736558155864	1,25101964092065	1,24472171216806	1,23847130674001	1,23226794268426	1,22611114451405	1,22000044307198
65	1,25736558075221	1,25101964023644	1,24472171158730	1,23847130624686	1,23226794226534	1,22611114415804	1,22000044276930
66	1,25736558439912	1,25101964332284	1,24472171420043	1,23847130846022	1,23226794414086	1,22611114574795	1,22000044411766
67	1,25736555013043	1,25101961439437	1,24472168976956	1,23847128781892	1,23226792669394	1,22611113099485	1,22000043163722
68	1,25736554540068	1,25101961041176	1,24472168641461	1,23847128499149	1,23226792431006	1,22611112898409	1,22000042994045
69	1,25736556077970	1,25101962332873	1,24472169726845	1,23847129411573	1,23226793198366	1,22611113544047	1,22000043537504
70	1,25736556916104	1,25101963035050	1,24472170315383	1,23847129905081	1,23226793612372	1,22611113891511	1,22000043829249
71	1,25736556172681	1,25101962413793	1,24472169795980	1,23847129470639	1,23226793248830	1,22611113587163	1,22000043574344
72	1,25736556029287	1,25101962294265	1,24472169696301	1,23847129387474	1,23226793179412	1,22611113529193	1,22000043525912
73	1,25736557084263	1,25101963171431	1,24472170425966	1,23847129994723	1,23226793685014	1,22611113950357	1,22000043876900
74	1,25736557712122	1,25101963692150	1,24472170858032	1,23847130353396	1,23226793982902	1,22611114197876	1,22000044082661

75	1,25736556651095	1,25101962814403	1,24472170131557	1,23847129751837	1,23226793484544	1,22611113784819	1,22000043740145
76	1,25736556786553	1,25101962926179	1,24472170223836	1,23847129828058	1,23226793547530	1,22611113836894	1,22000043783218
77	1,25736557865591	1,25101963814324	1,24472170955218	1,23847130430640	1,23226794044237	1,22611114246526	1,22000044121203
78	1,25736557520833	1,25101963531274	1,24472170722715	1,23847130239563	1,23226793887128	1,22611114117282	1,22000044014831
79	1,25736556866761	1,25101962995629	1,24472170283835	1,23847129879786	1,23226793592049	1,22611113875147	1,22000043816042
80	1,25736557470840	1,25101963489084	1,24472170687128	1,23847130209560	1,23226793861842	1,22611114095980	1,22000043996890
81	1,25736557860811	1,25101963806834	1,24472170946167	1,23847130420844	1,23226794034263	1,22611114236758	1,22000044111891
82	1,25736557752633	1,25101963718913	1,24472170874672	1,23847130362676	1,23226793986913	1,22611114198195	1,22000044080467
83	1,25736557414068	1,25101963444440	1,24472170652039	1,23847130181998	1,23226793840206	1,22611114079010	1,22000043983591
84	1,25736557607749	1,25101963601059	1,24472170778758	1,23847130284578	1,23226793923291	1,22611114146339	1,22000044038181
85	1,25736557649572	1,25101963634794	1,24472170805984	1,23847130306562	1,23226793941052	1,22611114160696	1,22000044049793
86	1,25736557598962	1,25101963594075	1,24472170773204	1,23847130280160	1,23226793919775	1,22611114143539	1,22000044035951
87	1,25736557647016	1,25101963632640	1,24472170804171	1,23847130305040	1,23226793939775	1,22611114159626	1,22000044048897
88	1,25736557508630	1,25101963521860	1,24472170715441	1,23847130233930	1,23226793882756	1,22611114113879	1,22000044012174
89	1,25736557556501	1,25101963560084	1,24472170745980	1,23847130258343	1,23226793902282	1,22611114129506	1,22000044024687
90	1,25736557536717	1,25101963544328	1,24472170733423	1,23847130248330	1,23226793894293	1,22611114123129	1,22000044019594
91	1,25736557423475	1,25101963454361	1,24472170661906	1,23847130191447	1,23226793849023	1,22611114087081	1,22000043990872
92	1,25736557444971	1,25101963471396	1,24472170675413	1,23847130202164	1,23226793857531	1,22611114093838	1,22000043996243
93	1,25736557421134	1,25101963452553	1,24472170660510	1,23847130190369	1,23226793848191	1,22611114086438	1,22000043990376
94	1,25736557376374	1,25101963417262	1,24472170632668	1,23847130168391	1,23226793830831	1,22611114072718	1,22000043979526
95	1,25736557425525	1,25101963455917	1,24472170663087	1,23847130192344	1,23226793849703	1,22611114087596	1,22000043991262
96	1,25736557491413	1,25101963507605	1,24472170703661	1,23847130224212	1,23226793874749	1,22611114107292	1,22000044006760
97	1,25736557419898	1,25101963451644	1,24472170659844	1,23847130189883	1,23226793847837	1,22611114086181	1,22000043990191
98	1,25736557419539	1,25101963451365	1,24472170659626	1,23847130189712	1,23226793847703	1,22611114086077	1,22000043990109
99	1,25736557499628	1,25101963513718	1,24472170708202	1,23847130227579	1,23226793877240	1,22611114109130	1,22000044008114
100	1,25736557494802	1,25101963509970	1,24472170705289	1,23847130225314	1,23226793875478	1,22611114107759	1,22000044007045

	272	277	282	287	292	297	302
2	1,21353437736690	1,20751934634164	1,20154892608568	1,19562267654321	1,18974016307117	1,18390095635953	1,17810463235294
3	1,21353437736690	1,20751934634164	1,20154892608568	1,19562267654321	1,18974016307117	1,18390095635953	1,17810463235294
4	1,21399344044061	1,20797386988953	1,20199896608164	1,19606828813500	1,19018140059453	1,18433787335215	1,17853728156808
5	1,21394010899065	1,20792119684146	1,20194694170558	1,19601690286841	1,19013064503893	1,18428773826991	1,17848775787928
6	1,21394740123847	1,20792838118778	1,20195402000853	1,19602387694964	1,19013751668443	1,18429450923075	1,17849442987241
7	1,21396431199178	1,20794500038238	1,20197035337521	1,19603993009276	1,19015329508502	1,18431001824955	1,17850967475276
8	1,21388108775953	1,20786341395820	1,20189036858824	1,19596151165755	1,19007640857776	1,18423463008495	1,17843575216168
9	1,21382830993406	1,20781180316838	1,20183989623132	1,19591214990002	1,19002813033283	1,18418740899076	1,17838956256017
10	1,21382825950569	1,20781175396619	1,20183984822276	1,19591210305346	1,19002808461756	1,18418736437693	1,17838951901880
11	1,21385730219955	1,20784001369055	1,20186734794847	1,19593886502308	1,19005413037015	1,18421271477197	1,17841419425921
12	1,21391170289578	1,20789281645586	1,20191860350625	1,19598862236696	1,19010243682710	1,18425961606285	1,17845973455703
13	1,21389849380490	1,20788002717270	1,20190621969769	1,19597663022289	1,19009082304012	1,18424836780880	1,17844883947635
14	1,21392152667477	1,20790227267355	1,20192770659745	1,19599738617109	1,19011087461393	1,18426774055715	1,17846755796206
15	1,21393917199655	1,20791927250087	1,20194408605654	1,19601316935151	1,19012608461376	1,18428239952608	1,17848168714252
16	1,21394496332068	1,20792483813328	1,20194943531929	1,19601831115996	1,19013102749528	1,18428715163783	1,17848625628834
17	1,21394258939278	1,20792256238428	1,20194725346036	1,19601621909956	1,19012902132961	1,18428522764179	1,17848441090697
18	1,21393122929821	1,20791169912653	1,20193686415875	1,19600628197989	1,19011951566812	1,18427613371207	1,17847570992971
19	1,21393318862001	1,20791356810815	1,20193864717414	1,19600798318120	1,19012113899741	1,18427768291247	1,17847718855585
20	1,21392466674783	1,20790545933485	1,20193093052447	1,19600063879296	1,19011414805985	1,18427102760822	1,17847085200622
21	1,21392973838254	1,20791027314691	1,20193550021144	1,19600497729343	1,19011826759723	1,18427493973189	1,17847456763022
22	1,21393458478617	1,20791486176307	1,20193984534080	1,19600909241082	1,19012216540125	1,18427863219132	1,17847806602765
23	1,21392792291900	1,20790856990200	1,20193390209373	1,19600347767089	1,19011686026669	1,18427361889055	1,17847332784915
24	1,21392705649580	1,20790775362988	1,20193313295623	1,19600275283976	1,19011617708975	1,18427297488032	1,17847272067226
25	1,21392553789589	1,20790632648420	1,20193179155064	1,19600149183000	1,19011499147665	1,18427185998675	1,17847167212169
26	1,21393178866069	1,20791218623786	1,20193728563199	1,19600664387911	1,19011982355250	1,18427639267650	1,17847592464212

27	1,21393035718936	1,20791084764073	1,20193603367525	1,19600547276127	1,19011872787344	1,18427536740884	1,17847496510464
28	1,21393159364038	1,20791200100080	1,20193710971369	1,19600647683401	1,19011966495355	1,18427624211470	1,17847578172607
29	1,21393119131987	1,20791162664832	1,20193676132277	1,19600615254655	1,19011936304855	1,18427596099785	1,17847551992013
30	1,21393237061004	1,20791272123709	1,20193777748141	1,19600709606819	1,19012023928567	1,18427677489676	1,17847627605269
31	1,21393311576125	1,20791341115218	1,20193841637683	1,19600768782926	1,19012078749331	1,18427728285202	1,17847674679919
32	1,21393270856220	1,20791303507304	1,20193806897085	1,19600736684741	1,19012049086788	1,18427700868160	1,17847649333495
33	1,21393543018871	1,20791554246230	1,20194037945631	1,19600949632233	1,19012245390807	1,18427881865753	1,17847816251400
34	1,21393561545614	1,20791571272249	1,20194053595766	1,19600964020667	1,19012258622000	1,18427894035290	1,17847827446766
35	1,21393589846388	1,20791597216050	1,20194077384015	1,19600985837136	1,19012278634399	1,18427912396701	1,17847844296951
36	1,21393562703314	1,20791572395284	1,20194054681833	1,19600965068125	1,19012259629772	1,18427895002769	1,17847828373745
37	1,21393528472822	1,20791541171145	1,20194026193519	1,19600939070034	1,19012235898876	1,18427873336492	1,17847808588043
38	1,21393464789212	1,20791483224812	1,20193973455253	1,19600891060571	1,19012192184078	1,18427833523005	1,17847772319377
39	1,21393466558651	1,20791484830851	1,20193974913332	1,19600892384636	1,19012193386733	1,18427834615642	1,17847773312292
40	1,21393478478435	1,20791495623020	1,20193984686964	1,19600901238028	1,19012201408487	1,18427841885640	1,17847779902577
41	1,21393505307134	1,20791519853437	1,20194006576260	1,19600921017369	1,19012219285723	1,18427858047710	1,17847794517653
42	1,21393514749752	1,20791528360404	1,20194014242271	1,19600927927334	1,19012225515801	1,18427863666227	1,17847799585927
43	1,21393499869288	1,20791514987681	1,20194002221337	1,19600917118696	1,19012215794652	1,18427854920871	1,17847791716373
44	1,21393497073292	1,20791512481223	1,20193999973825	1,19600915102834	1,19012213986079	1,18427853297838	1,17847790259459
45	1,21393530598099	1,20791542459840	1,20194026788790	1,19600939094623	1,19012235457815	1,18427872519470	1,17847807471459
46	1,21393537622738	1,20791548725838	1,20194032379662	1,19600944084515	1,19012239912578	1,18427876497603	1,17847811024945
47	1,21393522912273	1,20791535636619	1,20194020729639	1,19600933712459	1,19012230675654	1,18427868269235	1,17847803692930
48	1,21393526741260	1,20791539035158	1,20194023747012	1,19600936392204	1,19012233056247	1,18427870384686	1,17847805573316
49	1,21393535049123	1,20791546390767	1,20194030261481	1,19600942163451	1,19012238170593	1,18427874918249	1,17847809593238
50	1,21393536545610	1,20791547712437	1,20194031429116	1,19600943195320	1,19012239082759	1,18427875724844	1,17847810306695
51	1,21393523975331	1,20791536638139	1,20194021669697	1,19600934591974	1,19012231496182	1,18427869032801	1,17847804401894
52	1,21393530007752	1,20791541939458	1,20194026330013	1,19600938690098	1,19012235101076	1,18427872204829	1,17847807193909

53	1,21393528232744	1,20791540383443	1,20194024965527	1,19600937493177	1,19012234050804	1,18427871282941	1,17847806384453
54	1,21393527890461	1,20791540084134	1,20194024703710	1,19600937264080	1,19012233850271	1,18427871107354	1,17847806230658
55	1,21393530030122	1,20791541950515	1,20194026332266	1,19600938685596	1,19012235091484	1,18427872191494	1,17847807177918
56	1,21393534259212	1,20791545630307	1,20194029535210	1,19600941474441	1,19012237520598	1,18427874307997	1,17847809022664
57	1,21393533864159	1,20791545287419	1,20194029237495	1,19600941215856	1,19012237295922	1,18427874112717	1,17847808852875
58	1,21393533255587	1,20791544760516	1,20194028781139	1,19600940820461	1,19012236953223	1,18427873815586	1,17847808595164
59	1,21393536585919	1,20791547636769	1,20194031266126	1,19600942968184	1,19012238810124	1,18427875421619	1,17847809984716
60	1,21393537755317	1,20791548644216	1,20194032134373	1,19600943716739	1,19012239455723	1,18427875978626	1,17847810465462
61	1,21393538836982	1,20791549573770	1,20194032933505	1,19600944404006	1,19012240047004	1,18427876487515	1,17847810903601
62	1,21393537083396	1,20791548070526	1,20194031644372	1,19600943298068	1,19012239097869	1,18427875672644	1,17847810203739
63	1,21393537845201	1,20791548721955	1,20194032201634	1,19600943774958	1,19012239506136	1,18427876022297	1,17847810503307
64	1,21393537540019	1,20791548461638	1,20194031979498	1,19600943585330	1,19012239344194	1,18427875883946	1,17847810385064
65	1,21393537514276	1,20791548439733	1,20194031960853	1,19600943569452	1,19012239330669	1,18427875872419	1,17847810375236
66	1,21393537628673	1,20791548536829	1,20194032043297	1,19600943639485	1,19012239390182	1,18427875923013	1,17847810418265
67	1,21393536572446	1,20791547642567	1,20194031285852	1,19600942997661	1,19012238846107	1,18427875461613	1,17847810026820
68	1,21393536429204	1,20791547521592	1,20194031183639	1,19600942911264	1,19012238773049	1,18427875399809	1,17847809974514
69	1,21393536886852	1,20791547907142	1,20194031508587	1,19600943185252	1,19012239004166	1,18427875594845	1,17847810139170
70	1,21393537131919	1,20791548113089	1,20194031681734	1,19600943330884	1,19012239126709	1,18427875698002	1,17847810226045
71	1,21393536918330	1,20791547934040	1,20194031531574	1,19600943204898	1,19012239020958	1,18427875609199	1,17847810151442
72	1,21393536877849	1,20791547900190	1,20194031503256	1,19600943181197	1,19012239001114	1,18427875592576	1,17847810137511
73	1,21393537170486	1,20791548144287	1,20194031706956	1,19600943351262	1,19012239143160	1,18427875711272	1,17847810236740
74	1,21393537341613	1,20791548286675	1,20194031825486	1,19600943449975	1,19012239225407	1,18427875779831	1,17847810293913
75	1,21393537057458	1,20791548050828	1,20194031629643	1,19600943287277	1,19012239090182	1,18427875667389	1,17847810200373
76	1,21393537093104	1,20791548080340	1,20194031654089	1,19600943307536	1,19012239106978	1,18427875681321	1,17847810211935
77	1,21393537372106	1,20791548310763	1,20194031844481	1,19600943464925	1,19012239237148	1,18427875789028	1,17847810301097
78	1,21393537284515	1,20791548238603	1,20194031785005	1,19600943415880	1,19012239196685	1,18427875755629	1,17847810273517

Tabela C.2 - Conclusão

79	1,21393537121233	1,20791548104420	1,20194031674681	1,19600943325130	1,19012239121999	1,18427875694135	1,17847810222859
80	1,21393537269409	1,20791548225887	1,20194031774303	1,19600943406874	1,19012239189107	1,18427875749255	1,17847810268154
81	1,21393537363400	1,20791548302744	1,20194031837182	1,19600943458343	1,19012239231256	1,18427875783789	1,17847810296463
82	1,21393537337781	1,20791548281847	1,20194031820128	1,19600943444418	1,19012239219881	1,18427875774491	1,17847810288861
83	1,21393537258997	1,20791548217744	1,20194031767942	1,19600943401913	1,19012239185244	1,18427875746251	1,17847810265825
84	1,21393537303282	1,20791548253687	1,20194031797131	1,19600943425628	1,19012239204522	1,18427875761930	1,17847810278583
85	1,21393537312678	1,20791548261295	1,20194031803293	1,19600943430623	1,19012239208572	1,18427875765216	1,17847810281250
86	1,21393537301506	1,20791548252272	1,20194031796002	1,19600943424728	1,19012239203804	1,18427875761357	1,17847810278125
87	1,21393537311929	1,20791548260669	1,20194031802771	1,19600943430187	1,19012239208208	1,18427875764913	1,17847810280998
88	1,21393537282434	1,20791548236967	1,20194031783713	1,19600943414855	1,19012239195867	1,18427875754974	1,17847810272989
89	1,21393537292460	1,20791548245003	1,20194031790158	1,19600943420028	1,19012239200021	1,18427875758311	1,17847810275671
90	1,21393537288389	1,20791548241748	1,20194031787554	1,19600943417943	1,19012239198351	1,18427875756973	1,17847810274598
91	1,21393537265492	1,20791548223484	1,20194031772978	1,19600943406303	1,19012239189051	1,18427875749538	1,17847810268652
92	1,21393537269763	1,20791548226882	1,20194031775683	1,19600943408458	1,19012239190768	1,18427875750908	1,17847810269744
93	1,21393537265109	1,20791548223189	1,20194031772750	1,19600943406127	1,19012239188915	1,18427875749434	1,17847810268571
94	1,21393537256524	1,20791548216391	1,20194031767365	1,19600943401859	1,19012239185530	1,18427875746748	1,17847810266438
95	1,21393537265787	1,20791548223707	1,20194031773146	1,19600943406430	1,19012239189147	1,18427875749610	1,17847810268706
96	1,21393537277989	1,20791548233320	1,20194031780724	1,19600943412407	1,19012239193863	1,18427875753335	1,17847810271648
97	1,21393537264976	1,20791548223094	1,20194031772682	1,19600943406080	1,19012239188883	1,18427875749411	1,17847810268556
98	1,21393537264912	1,20791548223043	1,20194031772643	1,19600943406049	1,19012239188858	1,18427875749392	1,17847810268541
99	1,21393537278982	1,20791548234046	1,20194031781252	1,19600943412789	1,19012239194138	1,18427875753531	1,17847810271787
100	1,21393537278149	1,20791548233396	1,20194031780744	1,19600943412393	1,19012239193829	1,18427875753289	1,17847810271598

Tabela C.3 – Aceleração da gravidade para altitude entre 66202 km e 66302 km

	66202	66207	66212	66217	66222	66227	66232
2	0,00106216775586	0,00106201143403	0,00106185514670	0,00106169889388	0,00106154267554	0,00106138649167	0,00106123034228
3	0,00106216775586	0,00106201143403	0,00106185514670	0,00106169889388	0,00106154267554	0,00106138649167	0,00106123034228
4	0,00106216810754	0,00106201178561	0,00106185549818	0,00106169924525	0,00106154302681	0,00106138684284	0,00106123069334
5	0,00106216810633	0,00106201178440	0,00106185549697	0,00106169924405	0,00106154302560	0,00106138684164	0,00106123069214
6	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
7	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
8	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
9	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
10	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
11	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
12	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
13	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
14	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
15	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
16	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
17	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
18	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
19	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
20	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
21	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
22	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
23	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214
24	0,00106216810634	0,00106201178441	0,00106185549698	0,00106169924405	0,00106154302561	0,00106138684164	0,00106123069214

APÊNDICE D – GRAVIDADE EM TORNO DA SUPERFÍCIE LUNAR (FIGURAS)

A seguir serão expostos os resultados obtidos para a aceleração da gravidade quando variada a altitude do satélite, para o estudo realizado na seção 4.1.5, quando considerados os harmônicos esféricos até grau e ordem 100.

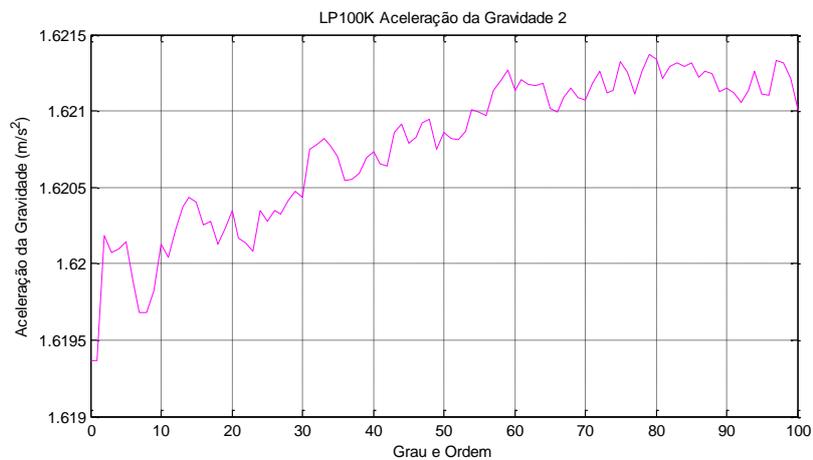


Figura D.1 – Aceleração da gravidade a 2 km de altitude

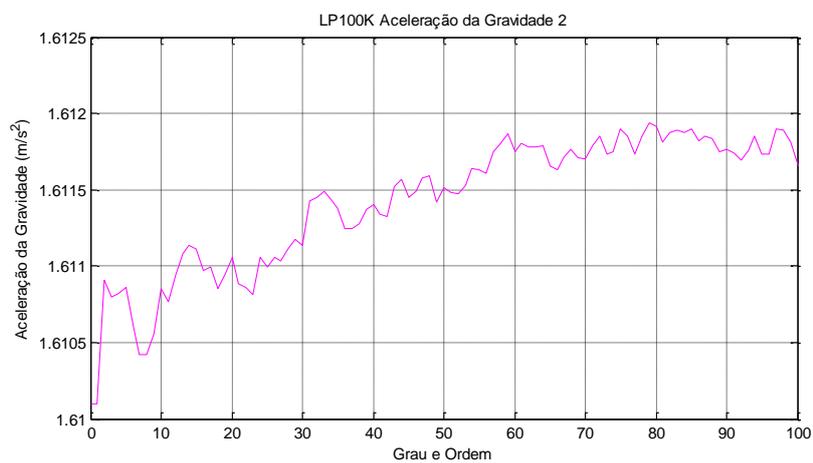


Figura D.2 – Aceleração da gravidade a 7 km de altitude

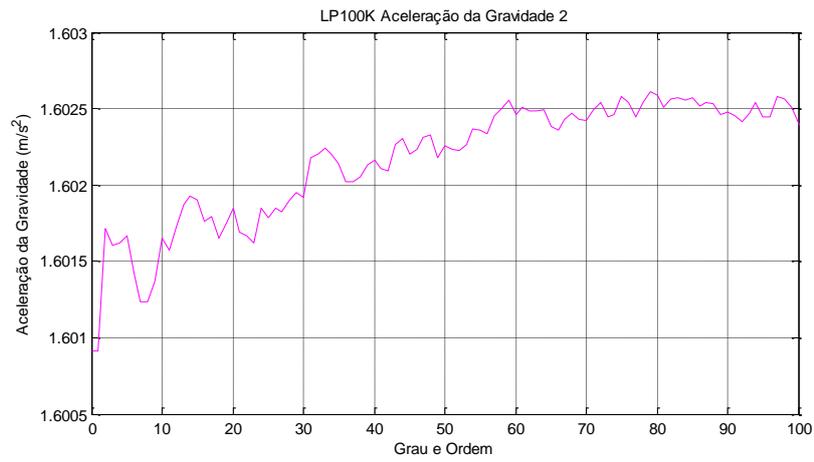


Figura D.3 – Aceleração da gravidade a 12 km de altitude

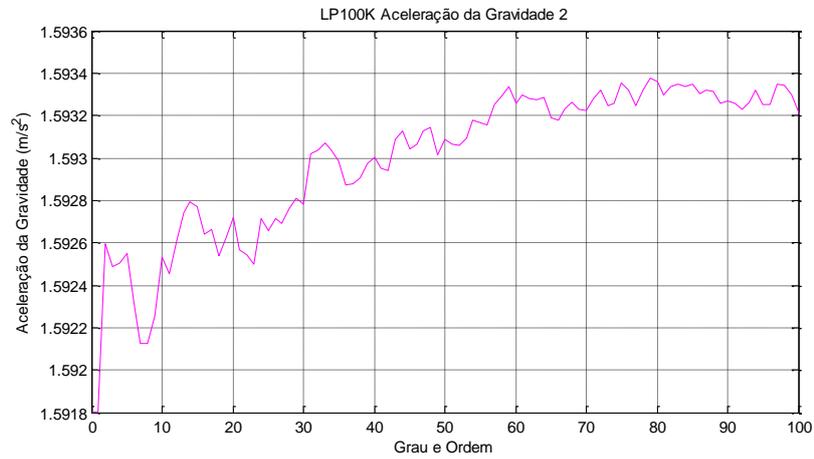


Figura D.4 – Aceleração da gravidade a 17 km de altitude

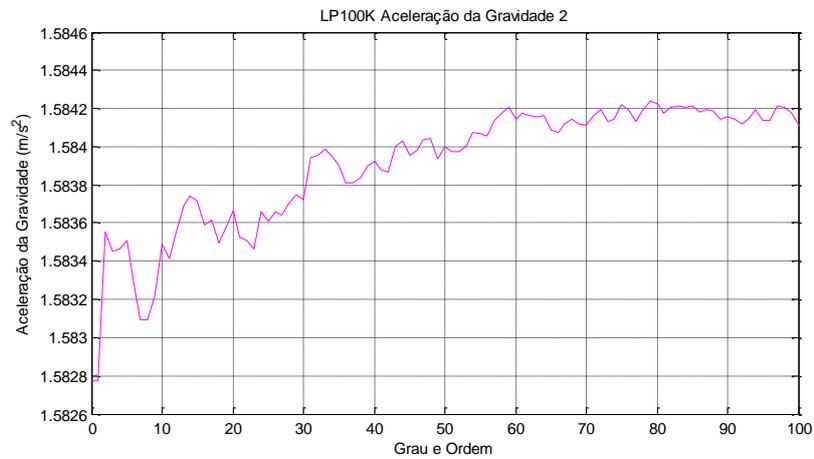


Figura D.5 – Aceleração da gravidade a 22 km de altitude

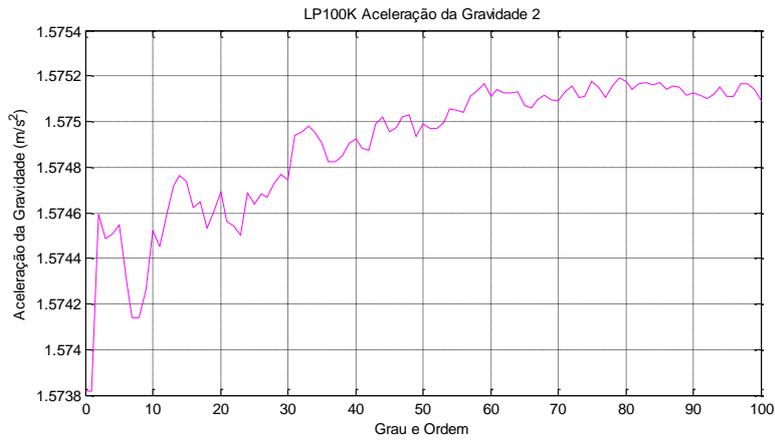


Figura D.6 – Aceleração da gravidade a 27 km de altitude

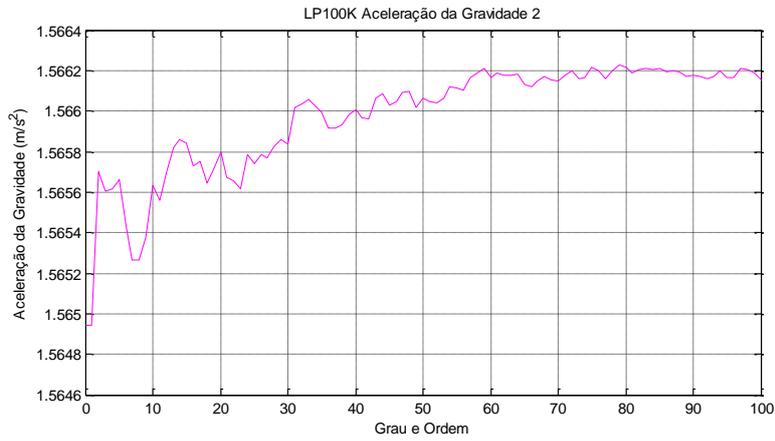


Figura D.7 – Aceleração da gravidade a 32 km de altitude

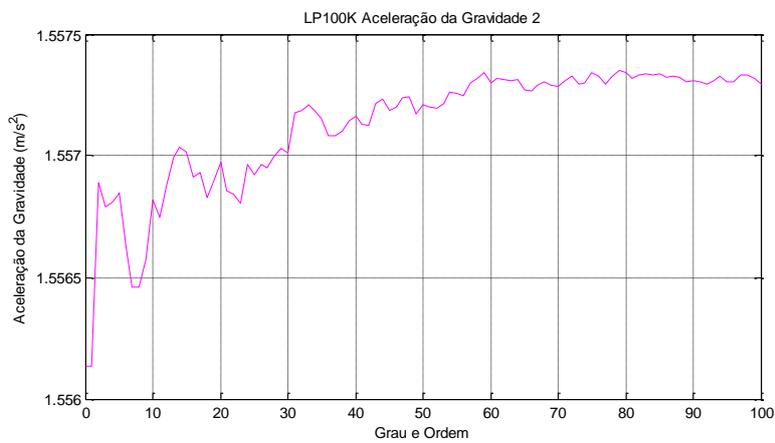


Figura D.8 – Aceleração da gravidade a 37 km de altitude

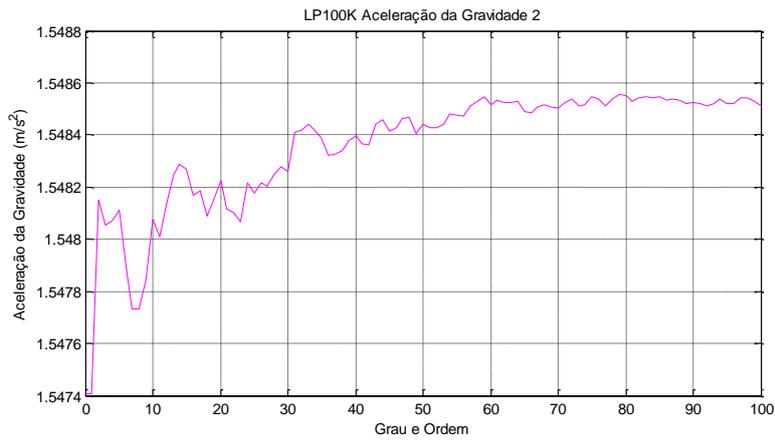


Figura D.9 – Aceleração da gravidade a 42 km de altitude

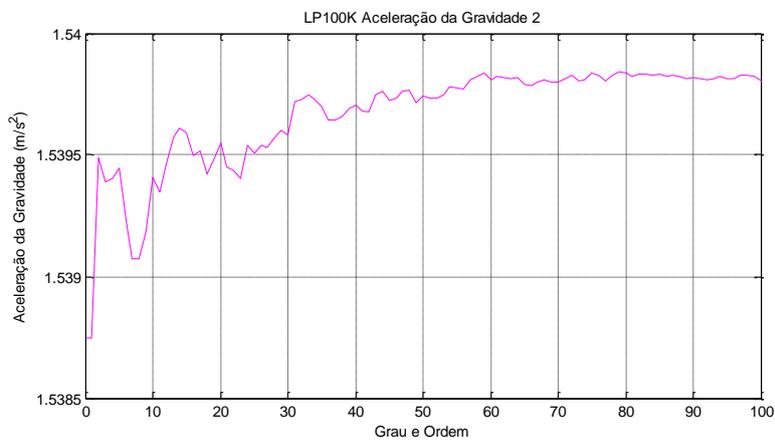


Figura D.10 – Aceleração da gravidade a 47 km de altitude

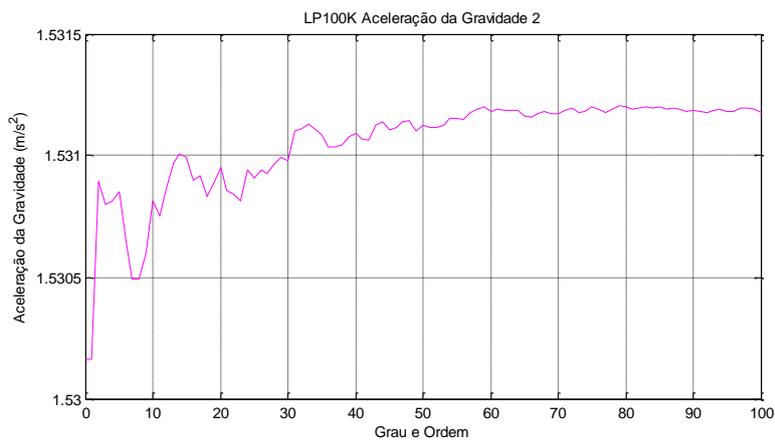


Figura D.11 – Aceleração da gravidade a 52 km de altitude

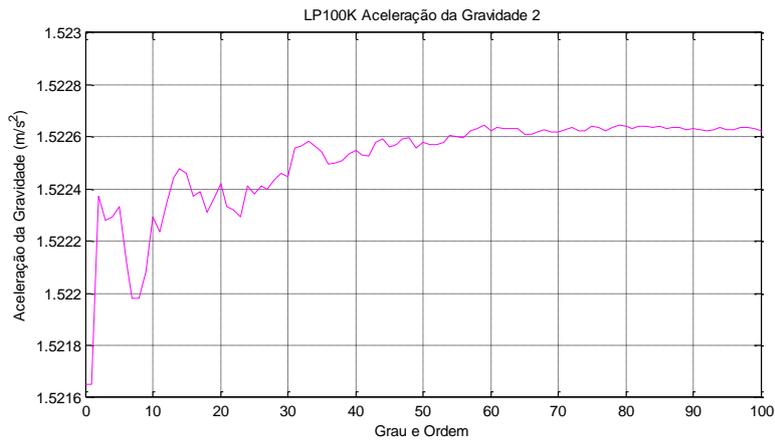


Figura D.12 – Aceleração da gravidade a 57 km de altitude

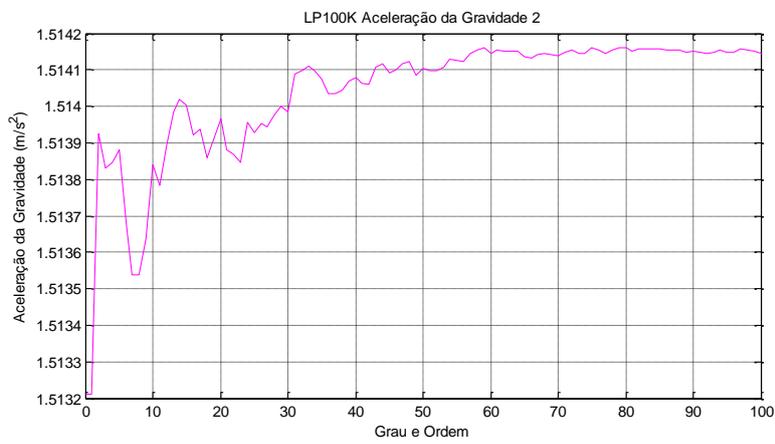


Figura D.13 – Aceleração da gravidade a 62 km de altitude

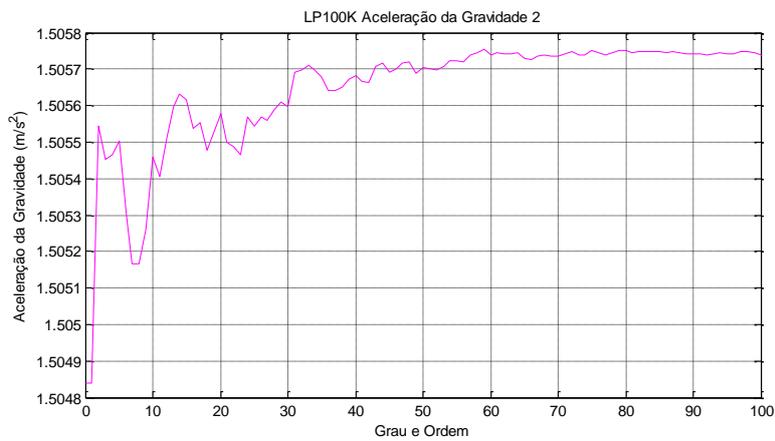


Figura D.14 – Aceleração da gravidade a 67 km de altitude

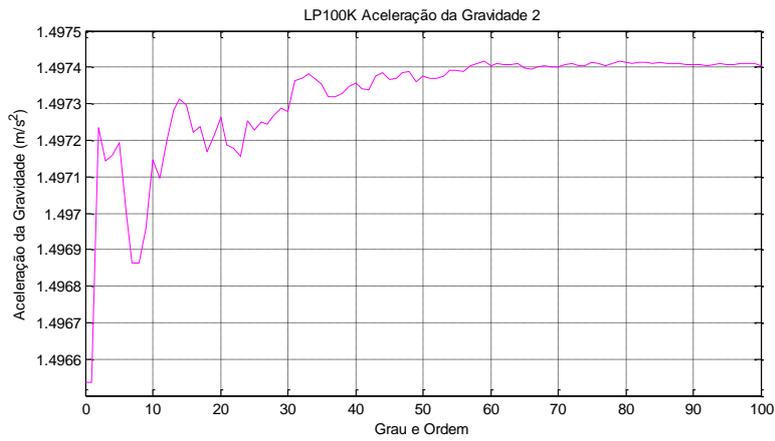


Figura D.15 – Aceleração da gravidade a 72 km de altitude

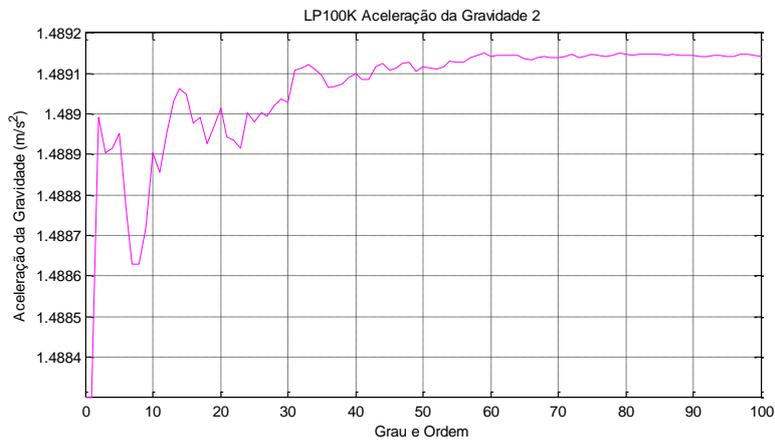


Figura D.16 – Aceleração da gravidade a 77 km de altitude

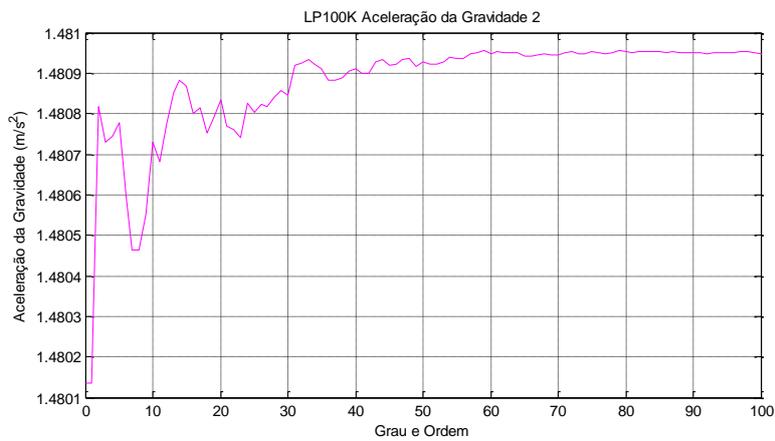


Figura D.17 – Aceleração da gravidade a 82 km de altitude

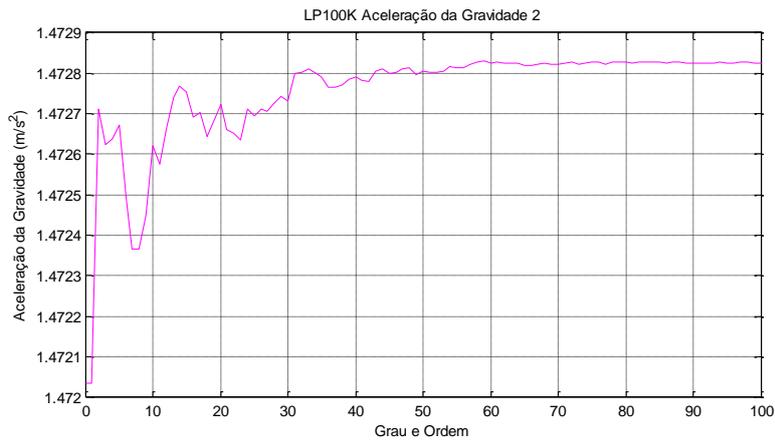


Figura D.18 – Aceleração da gravidade a 87 km de altitude

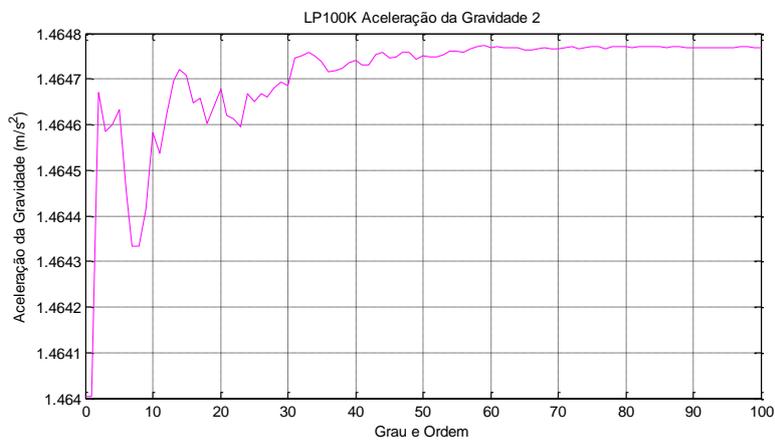


Figura D.19 – Aceleração da gravidade a 92 km de altitude

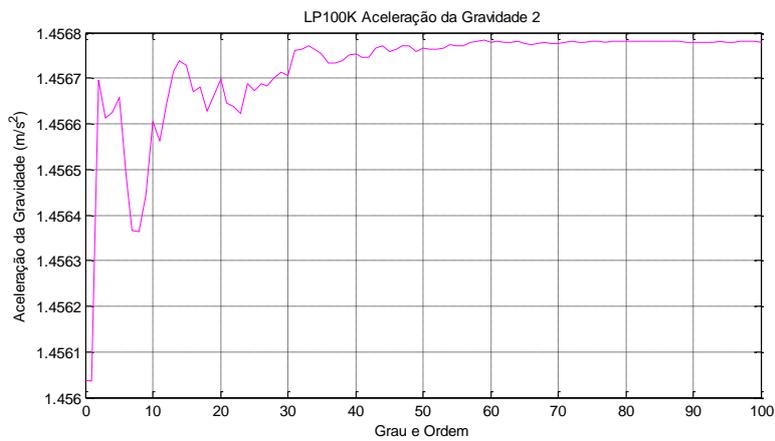


Figura D.20 – Aceleração da gravidade a 97 km de altitude

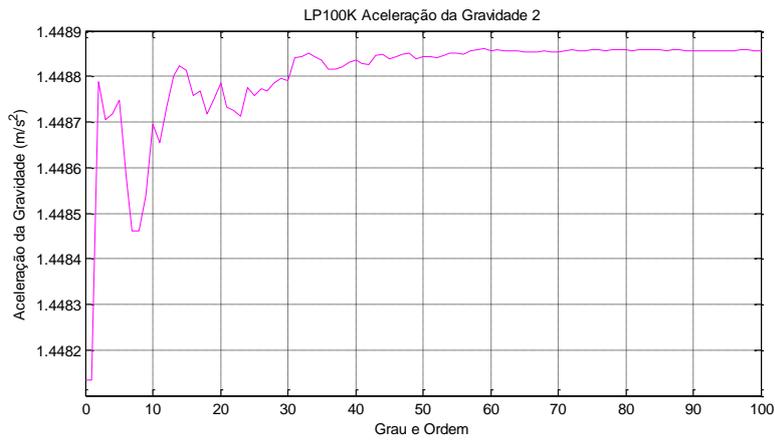


Figura D.21 – Aceleração da gravidade a 102 km de altitude

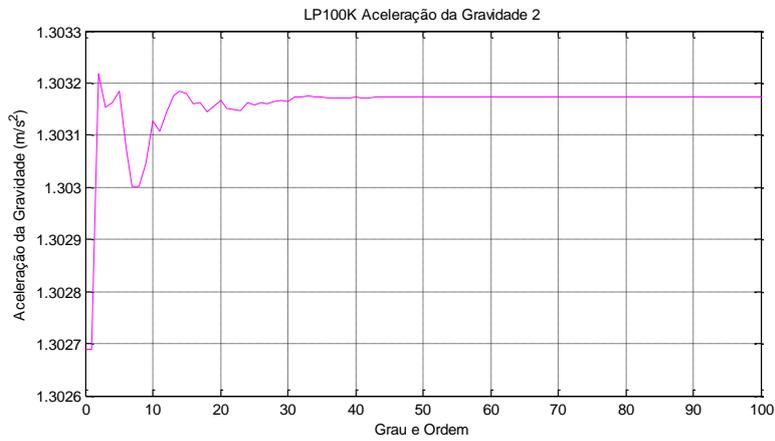


Figura D.22 – Aceleração da gravidade a 202 km de altitude

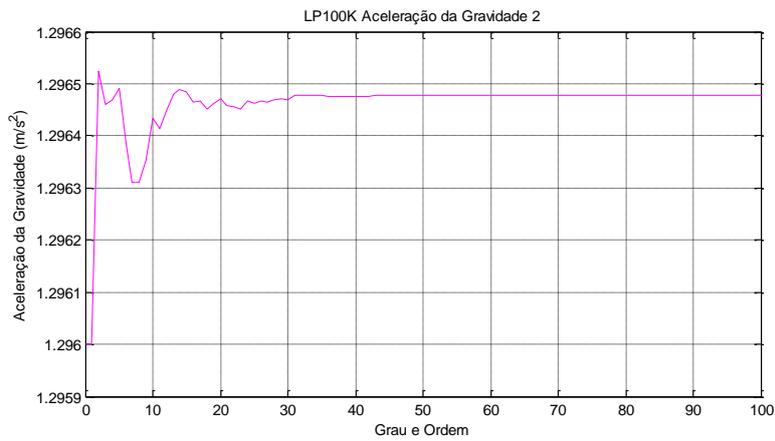


Figura D.23 – Aceleração da gravidade a 207 km de altitude

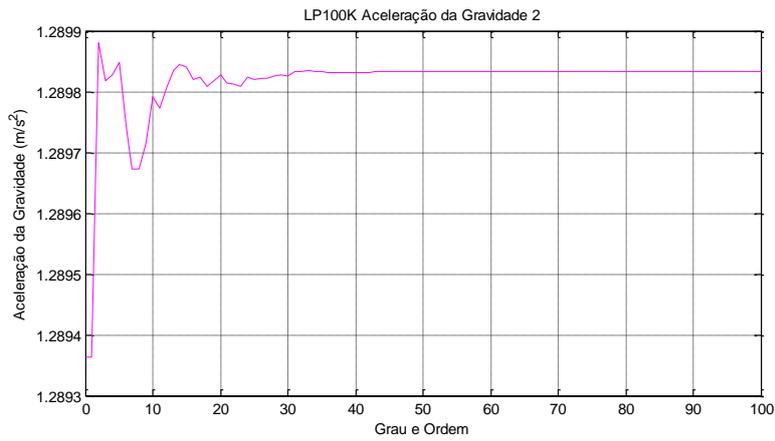


Figura D.24 – Aceleração da gravidade a 212 km de altitude

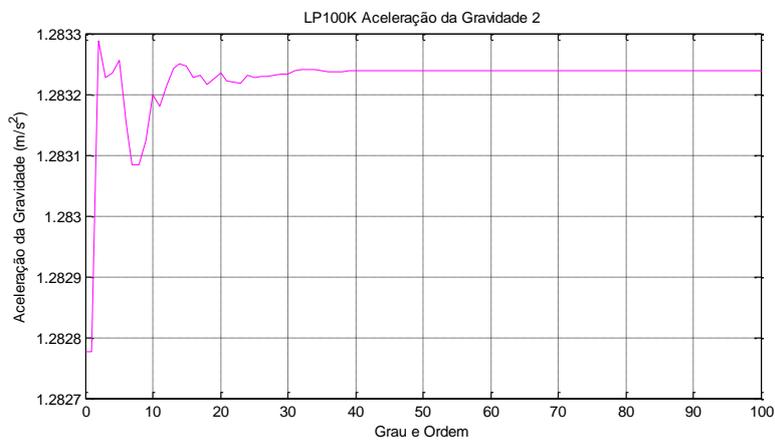


Figura D.25 – Aceleração da gravidade a 217 km de altitude

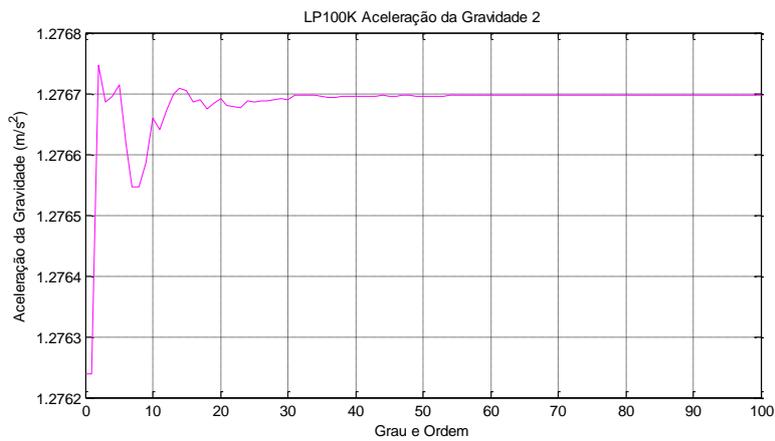


Figura D.26 – Aceleração da gravidade a 222 km de altitude

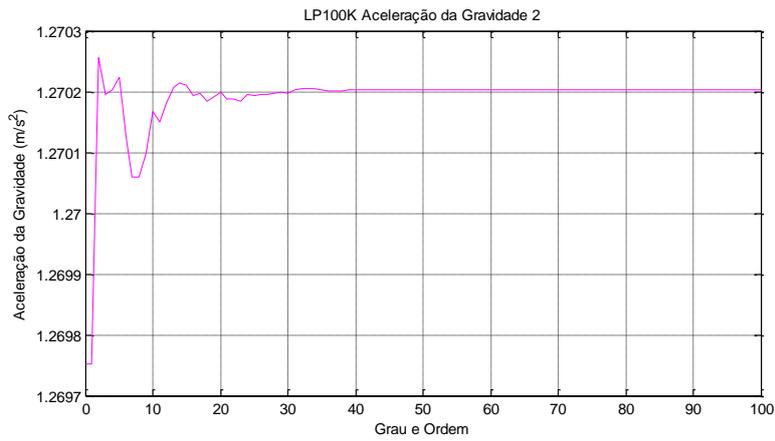


Figura D.27 – Aceleração da gravidade a 227 km de altitude

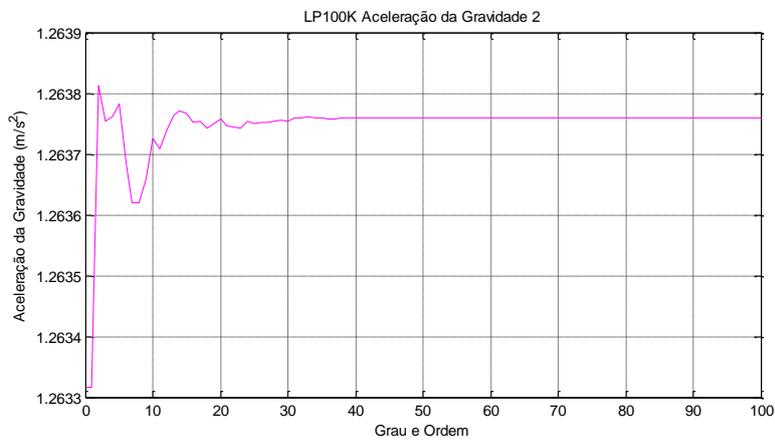


Figura D.28 – Aceleração da gravidade a 232 km de altitude

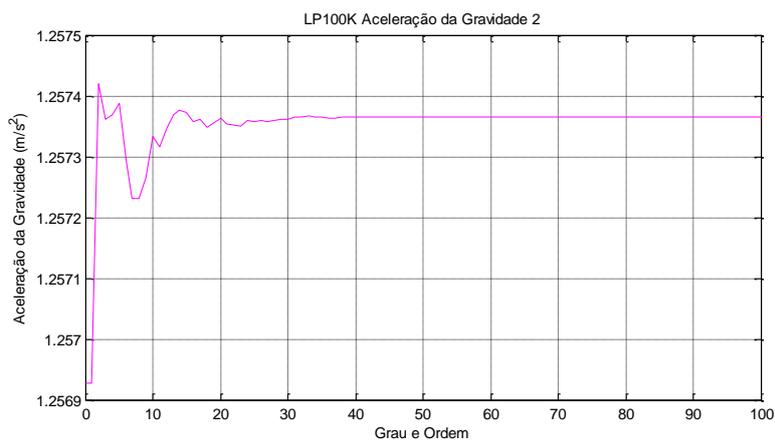


Figura D.29 – Aceleração da gravidade a 237 km de altitude

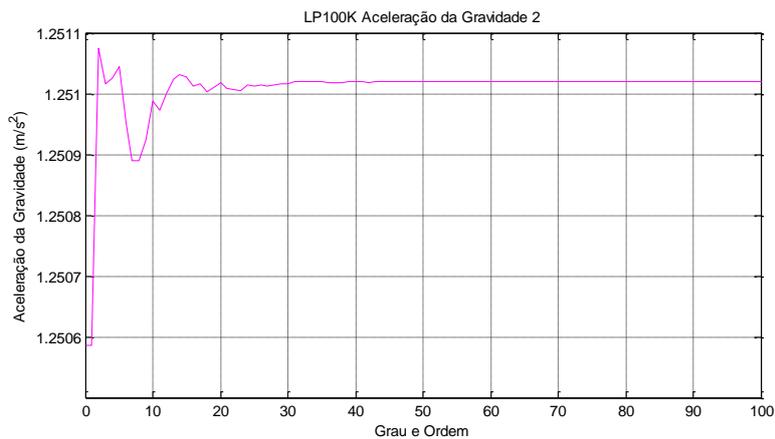


Figura D.30 – Aceleração da gravidade a 242 km de altitude

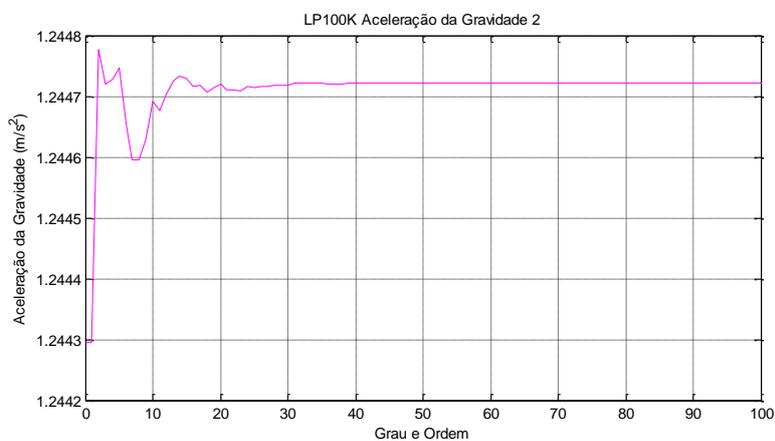


Figura D.31 – Aceleração da gravidade a 247 km de altitude

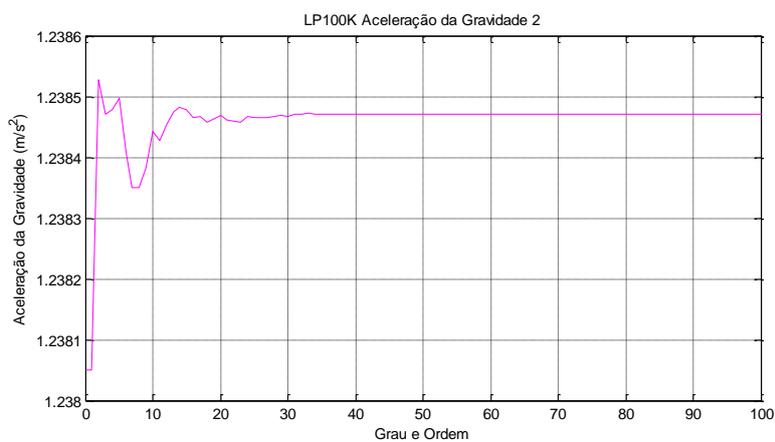


Figura D.32 – Aceleração da gravidade a 252 km de altitude

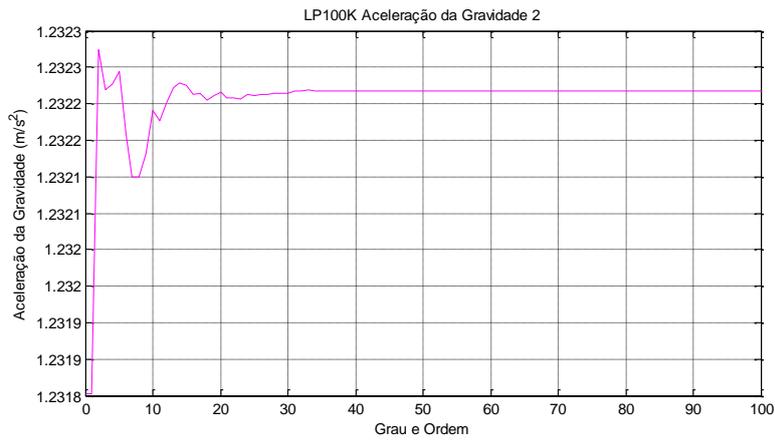


Figura D.33 – Aceleração da gravidade a 257 km de altitude

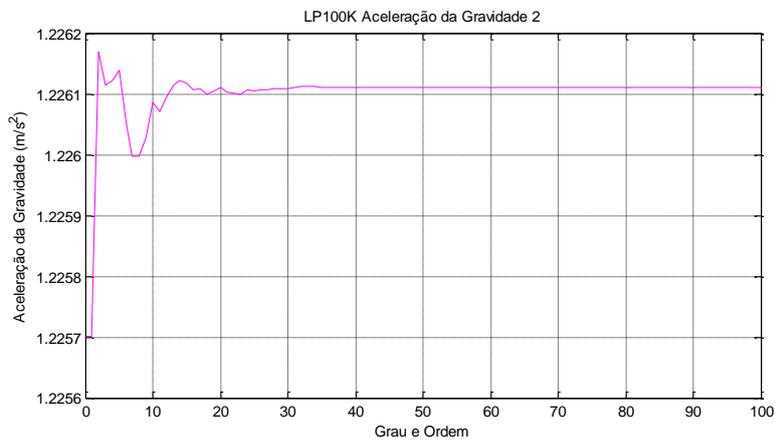


Figura D.34 – Aceleração da gravidade a 262 km de altitude

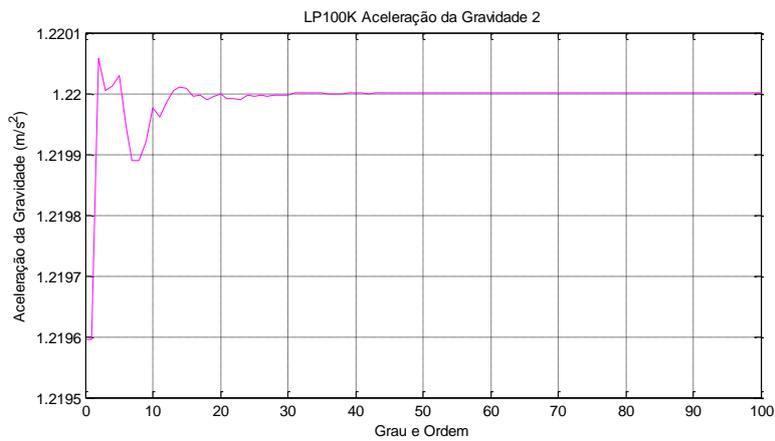


Figura D.35 – Aceleração da gravidade a 267 km de altitude

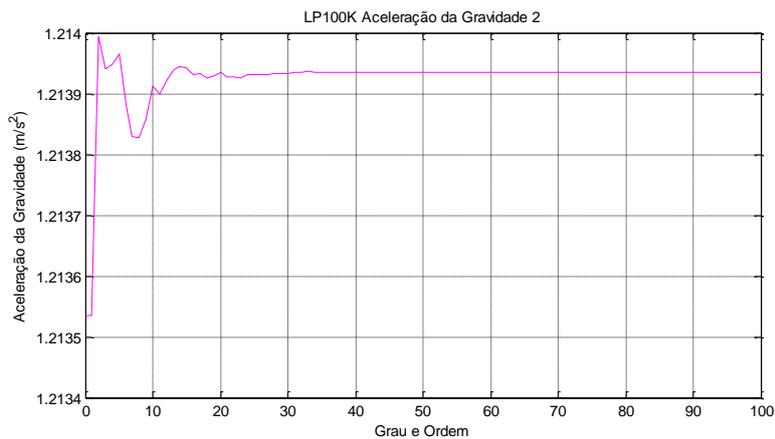


Figura D.36 – Aceleração da gravidade a 272 km de altitude

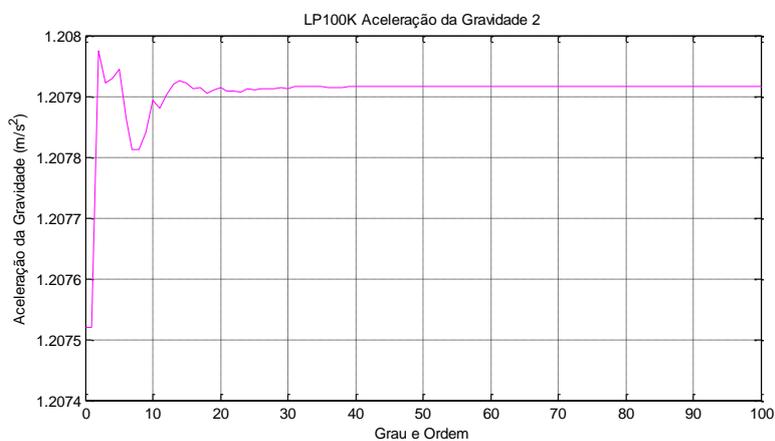


Figura D.37 – Aceleração da gravidade a 277 km de altitude

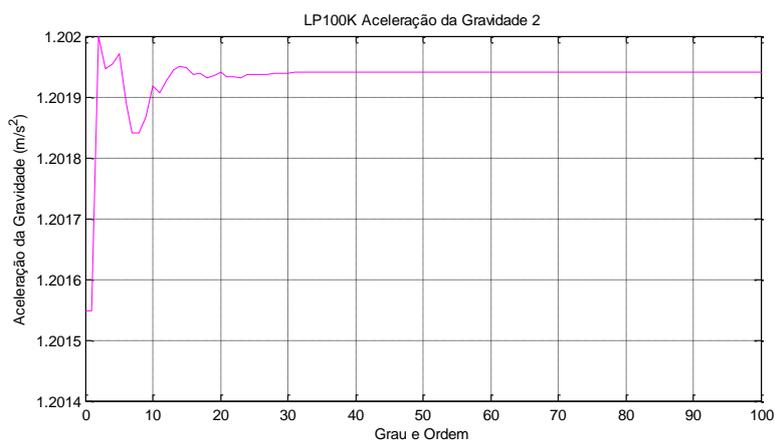


Figura D.38 – Aceleração da gravidade a 282 km de altitude

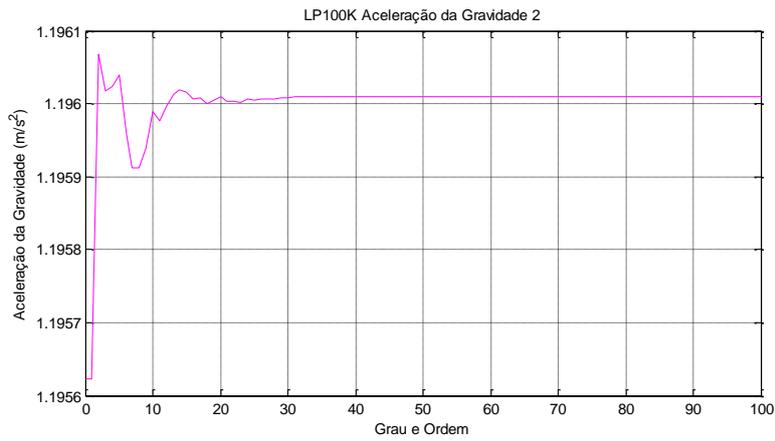


Figura D.39 – Aceleração da gravidade a 287 km de altitude

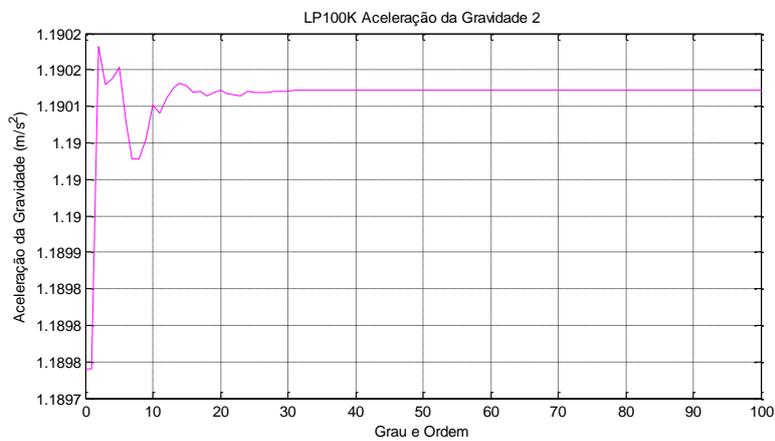


Figura D.40 – Aceleração da gravidade a 292 km de altitude

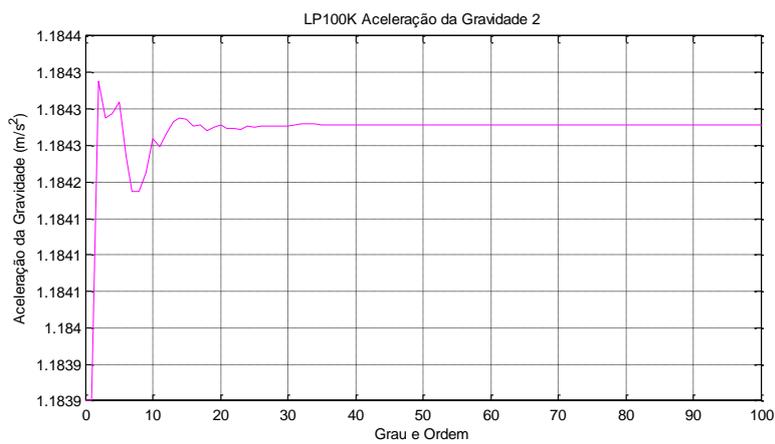


Figura D.41 – Aceleração da gravidade a 297 km de altitude

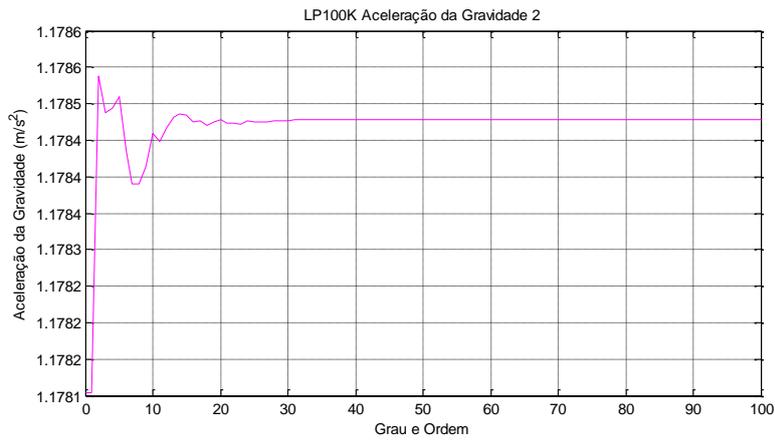


Figura D.42 – Aceleração da gravidade a 302 km de altitude

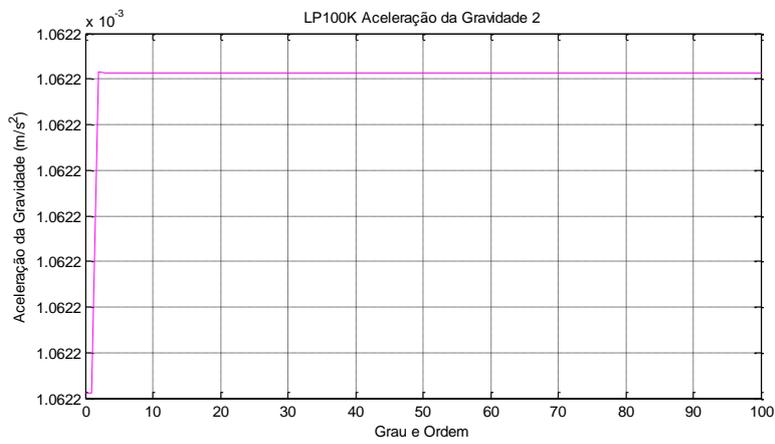


Figura D.43 – Aceleração da gravidade a 66202 km de altitude

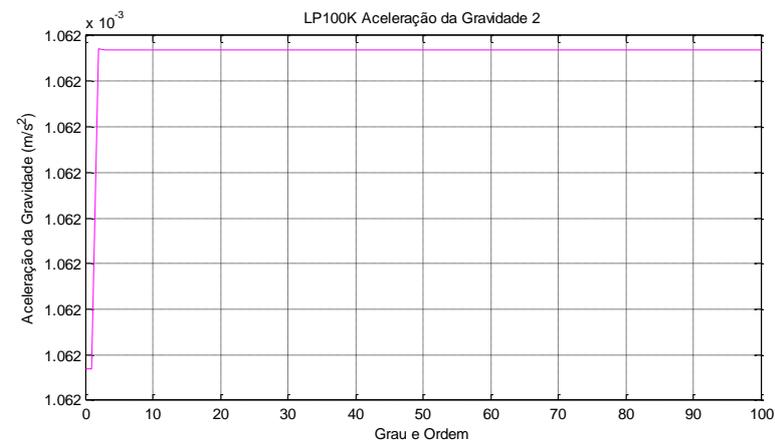


Figura D.44 – Aceleração da gravidade a 66207 km de altitude

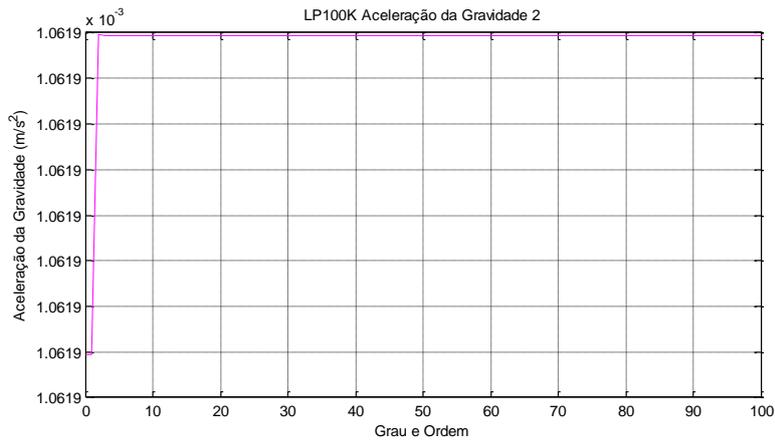


Figura D.45 - Aceleração da gravidade a 66212 km de altitude

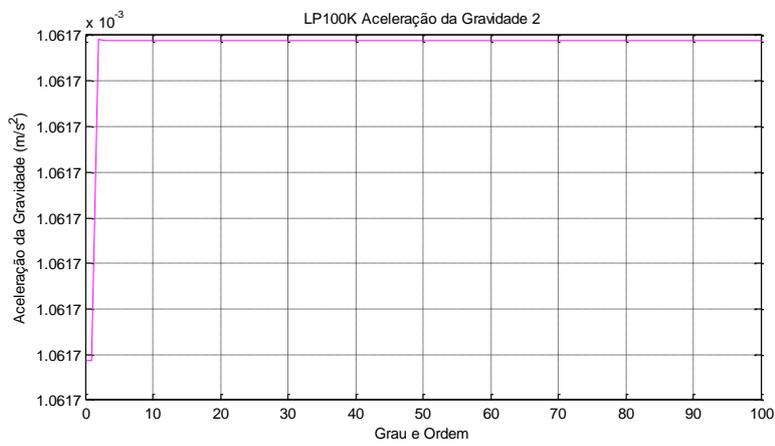


Figura D.46 – Aceleração da gravidade a 66217 km de altitude

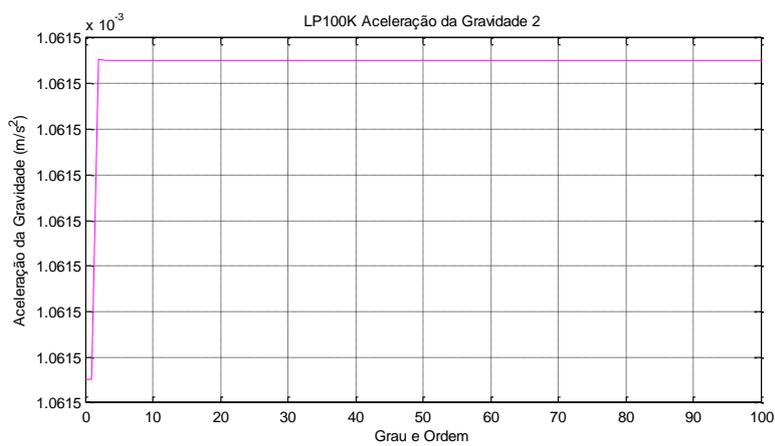


Figura D.47 – Aceleração da gravidade a 66222 km de altitude

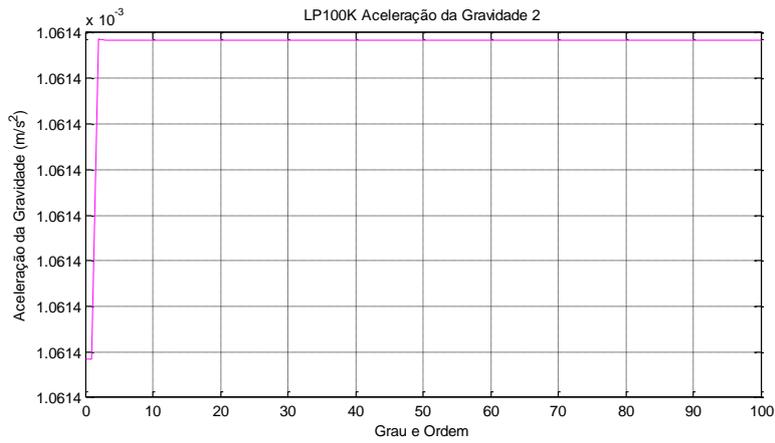


Figura D.48 – Aceleração da gravidade a 66227 km de altitude

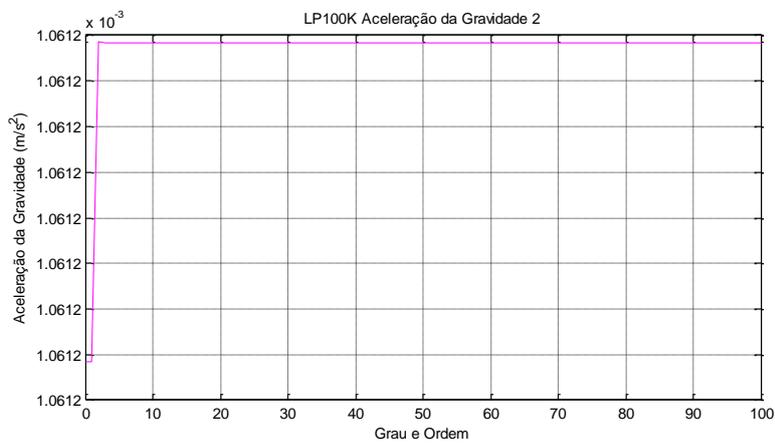


Figura D.49 – Aceleração da gravidade a 66232 km de altitude

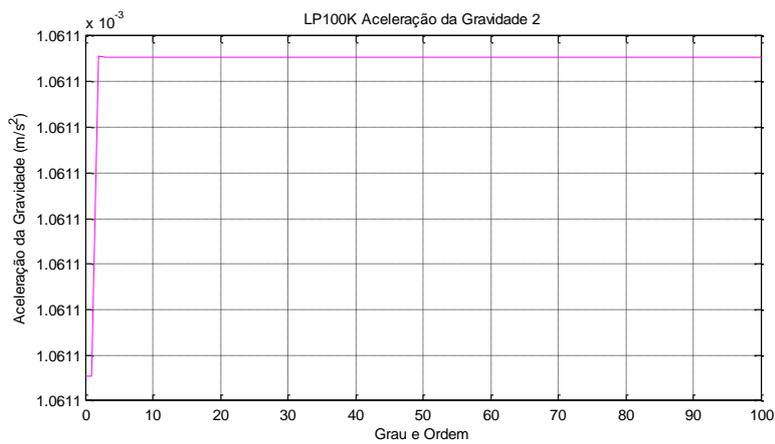


Figura D.50 – Aceleração da gravidade a 66237 km de altitude

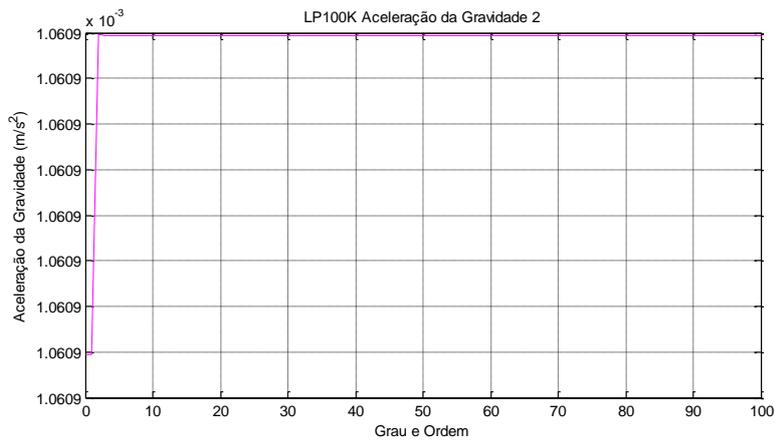


Figura D.51 – Aceleração da gravidade a 66242 km de altitude

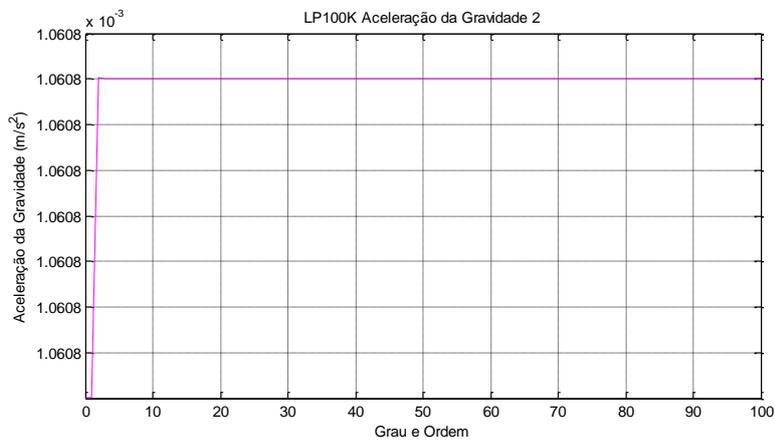


Figura D.52 – Aceleração da gravidade a 66247 km de altitude

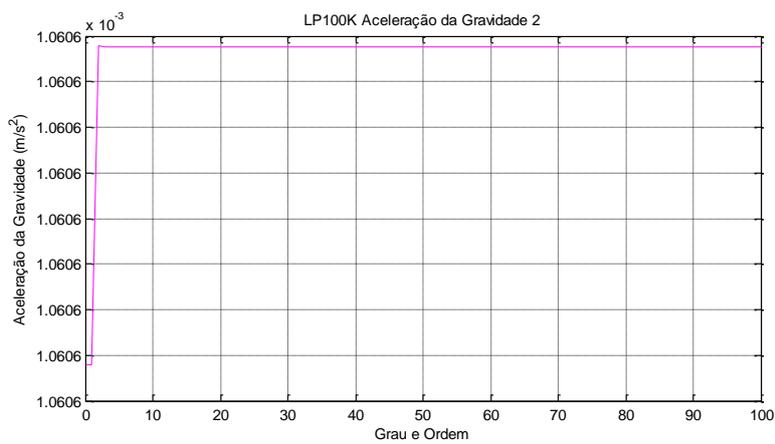


Figura D.53 – Aceleração da gravidade a 66252 km de altitude

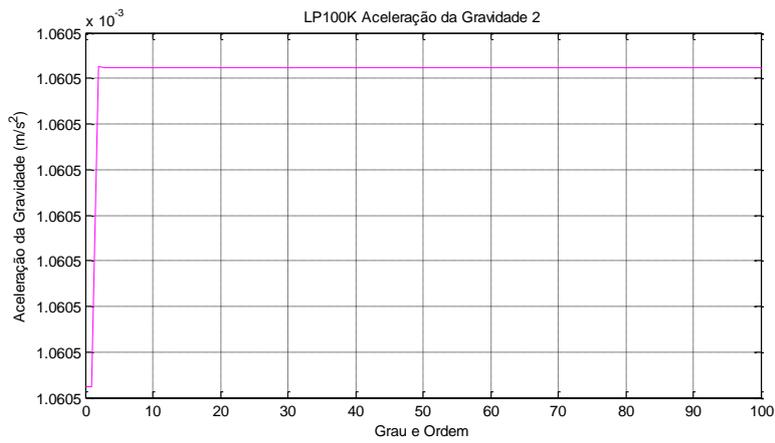


Figura D.54 – Aceleração da gravidade a 66257 km de altitude

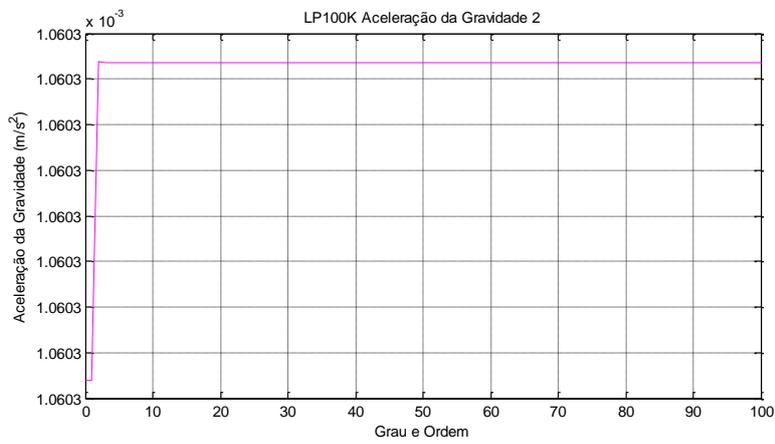


Figura D.55 – Aceleração da gravidade a 66262 km de altitude

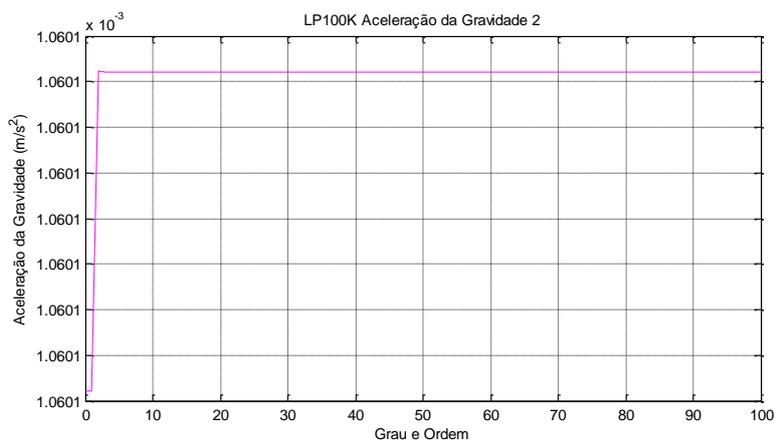


Figura D.56 – Aceleração da gravidade a 66267 km de altitude

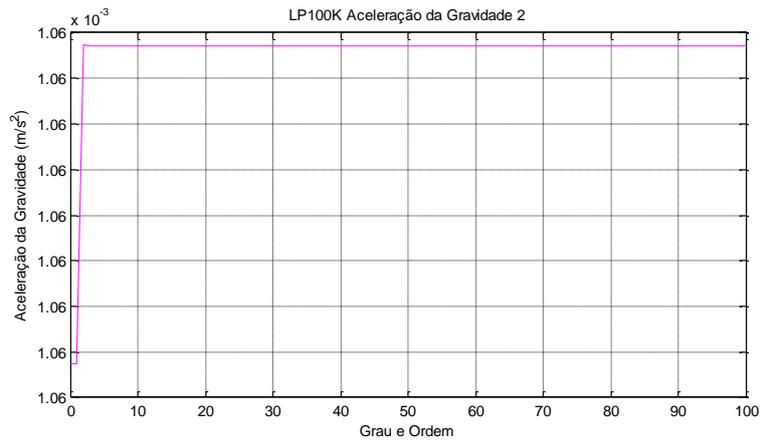


Figura D.57 – Aceleração da gravidade a 66272 km de altitude

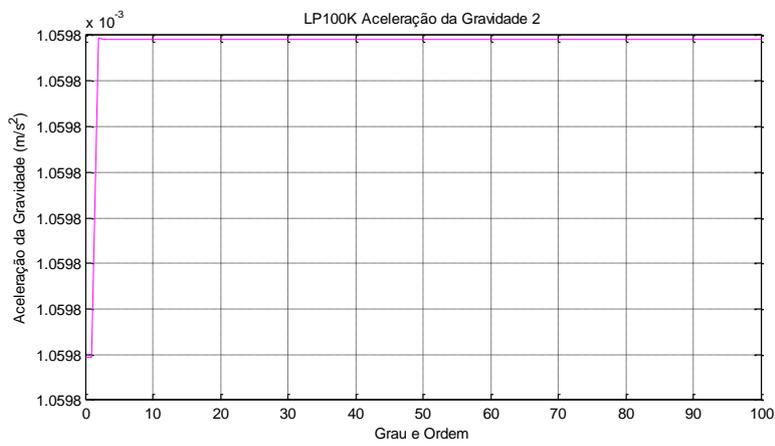


Figura D.58 – Aceleração da gravidade a 66277 km de altitude

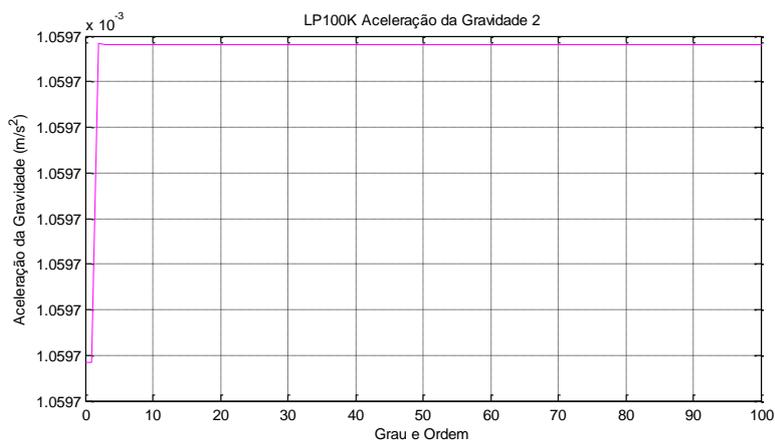


Figura D.59 – Aceleração da gravidade a 66282 km de altitude

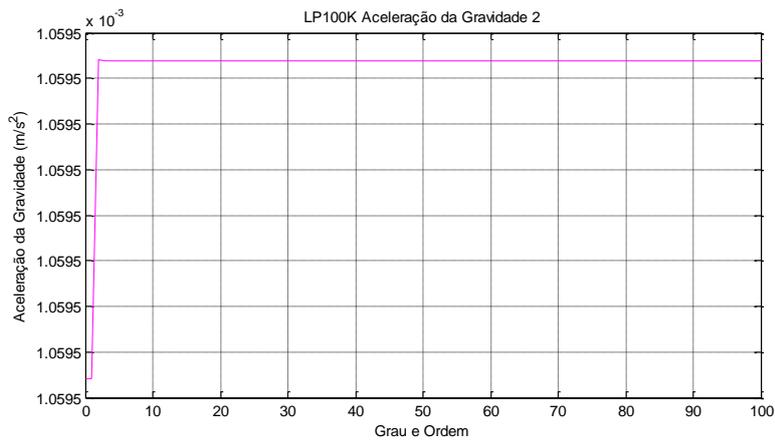


Figura D.60 – Aceleração da gravidade a 66287 km de altitude

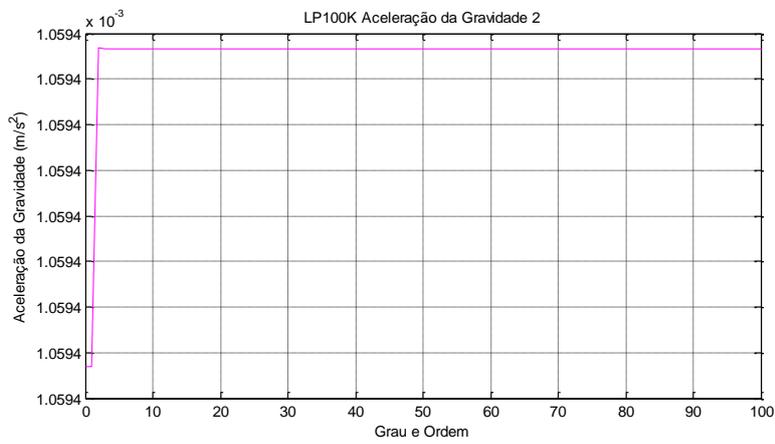


Figura D.61 – Aceleração da gravidade a 66292 km de altitude

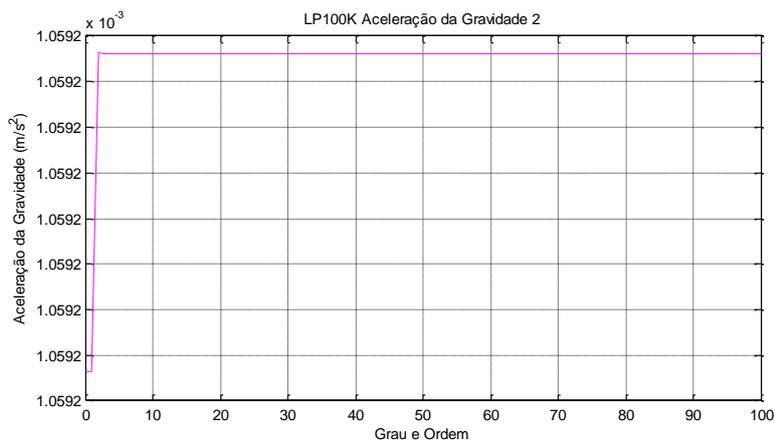


Figura D.62 – Aceleração da gravidade a 66297 km de altitude

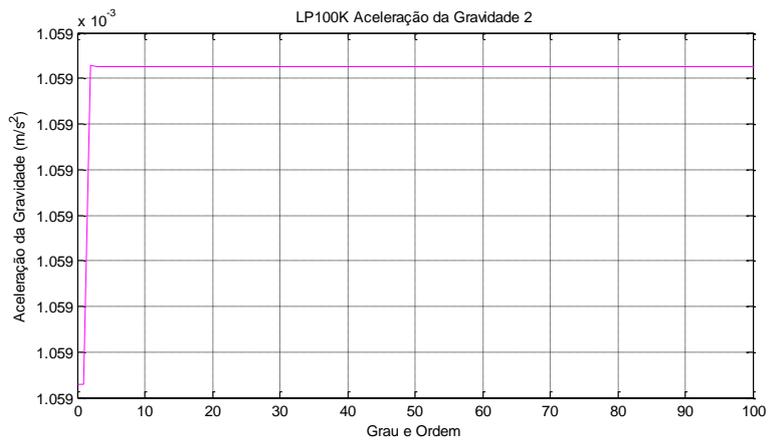


Figura D.63 – Aceleração da gravidade a 66302 km de altitude

APÊNDICE E – ORGANIZAÇÃO DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS

As simulações realizadas para o presente trabalho podem ser organizadas e divididas em 4 fases, detalhadas na Tabela E.1.

A Fase 1, composta pelas simulações 1 e 2, objetiva testar o simulador para a realização de estudos considerando um satélite artificial ao redor da superfície da Lua. Foi testado se o sistema de controle seria capaz de controlar o satélite artificial quando consideradas as perturbações devido ao potencial gravitacional e ao albedo lunar.

Na Fase 2 foram realizadas as simulações 3 e 4, em que foi considerada apenas a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar.

A Fase 3, em que foram realizadas as simulações 5 e 6, considerou apenas a perturbação devido ao albedo lunar.

Na Fase 4 foram considerados os efeitos das duas perturbações simultaneamente.

Um resumo com as principais características de cada simulações é apresentado na Tabela E.1.

Tabela E.1 – Principais características das simulações realizadas

Simulação 1	É considerada apenas perturbação devido ao potencial gravitacional
	É considerado apenas o termo J2
	Objetiva aumentar o semi-eixo maior
	Utiliza propulsão contínua
	São realizadas manobras de correção
Simulação 2	É considerada apenas perturbação devido ao potencial gravitacional
	É considerado apenas o termo J2
	Objetiva aumentar o semi-eixo maior

	Utiliza 1 arco propulsivo
	São realizadas manobras de correção
Simulação 3	É considerada apenas perturbação devido ao potencial gravitacional
	São considerados os termos até J100 e C100
	Utiliza propulsão contínua
	Não são realizadas manobras
Simulação 4	É considerada apenas perturbação devido ao potencial gravitacional
	São considerados os termos até J100 e C100
	Objetiva aumentar o semi-eixo maior
	Utiliza propulsão contínua
	São realizadas manobras de correção
Simulação 5	É considerada apenas perturbação devido ao albedo
	É utilizada a matriz de 51840 elementos
	Utiliza propulsão contínua
	São realizadas manobras de correção
	A altitude média é de 15 km
Simulação 6	É considerada apenas perturbação devido ao albedo
	É utilizada a matriz de 51840 elementos
	Utiliza propulsão contínua
	São realizadas manobras de correção
	A altitude média é de 115 km
Simulação 7	São consideradas as perturbações devido ao albedo e ao potencial gravitacional
	É utilizada a matriz de 51840 elementos e os termos até J100 e C100
	Utiliza propulsão contínua
	São realizadas manobras de correção
	A altitude média é de 15 km

Simulação 8	São consideradas as perturbações devido ao albedo e ao potencial gravitacional
	É utilizada a matriz de 5760 elementos e os termos até J2 e C22
	Utiliza propulsão contínua
	São realizadas manobras de correção
	A altitude média é de 15 km