



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/11.12.19.30-TDI

MANOBRAS ORBITAIS AO REDOR DE CORPOS IRREGULARES

Flaviane Cristine Faria Venditti

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Evandro Marconi Rocco, e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em 22 de novembro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3F7Q5U2>>

INPE
São José dos Campos
2013

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/11.12.19.30-TDI

MANOBRAS ORBITAIS AO REDOR DE CORPOS IRREGULARES

Flaviane Cristine Faria Venditti

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Evandro Marconi Rocco, e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em 22 de novembro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3F7Q5U2>>

INPE
São José dos Campos
2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Venditti, Flaviane Cristine Faria.

V553m Manobras orbitais ao redor de corpos irregulares / Flaviane Cristine Faria Venditti. – São José dos Campos : INPE, 2013.
xxxii + 196 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2013/11.12.19.30-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2013.

Orientadores : Drs. Evandro Marconi Rocco, e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado.

1. manobras orbitais. 2. asteroides. 3. trajetórias. 4. pequenos corpos I.Título.

CDU 629.7.017.2



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

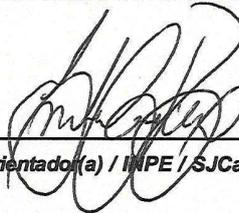
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Othon Cabo Winter



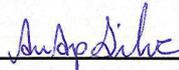
Presidente / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dr. Evandro Marconi Rocco



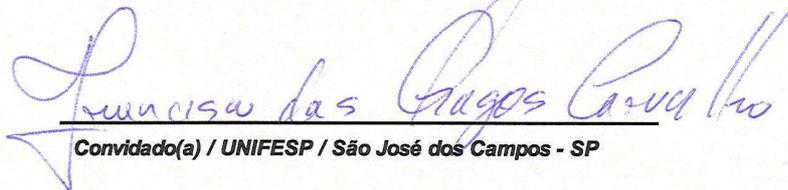
Orientado(a) / INPE / SJCampos - SP

Dra. Áurea Aparecida da Silva



Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Francisco das Chagas Carvalho



Convidado(a) / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Dr. Thierry Grégory Gil Chanut



Convidado(a) / UNESP/GUARÁ / Guaratinguetá - SP

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Flaviane Cristine Faria Venditti**

São José dos Campos, 22 de Novembro de 2013

“Aprendi na vida a transformar o medo em desejo e o desejo em confiança. Aprendi que quando se quer conseguir algo, tem-se que dominar a razão e não a força. Aprendi como é bom chegar quando se tem paciência. Aprendi que, acima de tudo, o importante é querer”.

Autor desconhecido

A meus pais, Dalva Aparecida Faria Venditti e Marco Antônio Campana Venditti.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais, que são os maiores responsáveis pela jornada até aqui. Pelo apoio e incentivo, e por nunca terem me deixado perder o foco do caminho que escolhi desde cedo.

Agradeço ao orientador Dr. Evandro M. Rocco pela grande dedicação para que este trabalho tivesse o melhor resultado possível, e ao orientador Dr. Antônio F. B. A. Prado pelos ensinamentos e todo apoio.

Agradeço a todos os membros da Banca, pelas correções e sugestões. Sem dúvida tiveram um papel muito importante para melhoria deste trabalho.

Agradeço aos amigos, família e colegas do INPE que estiveram ao meu lado, e que de alguma forma me ajudaram durante os últimos anos. Em especial: Juliana, Karina, Anne e Danilo.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

RESUMO

O objetivo principal deste trabalho foi estudar manobras ao redor de corpos irregulares. Para o controle de trajetória foi utilizada propulsão contínua controlada em malha fechada, tanto para manobras de correção, que são manobras de pequena amplitude que visam anular os efeitos das perturbações, quanto para manobras de transferência, que são manobras de grande amplitude visando alterar elementos orbitais iniciais. A modelagem para o campo gravitacional dos corpos irregulares foi desenvolvida com o auxílio do modelo de poliedros, desenvolvidos por meio de observação de dados reais dos asteroides e disponibilizados pelo JPL/NASA. Esses modelos foram adaptados para uma abordagem de concentrações de massa, o que tornou possível a realização de manobras orbitais ao redor dos asteroides selecionados. Um estudo de quatro modelos diferentes de concentrações de massa foi desenvolvido e analisado para que, assim, o modelo mais indicado fosse utilizado de acordo com objetivos desejados no trabalho.

ORBITAL MANEUVERS AROUND IRREGULAR BODIES

ABSTRACT

The main goal of this work was to study maneuvers around irregular bodies. Continuous low thrust controlled in closed loop was used for the trajectory control, both for correction maneuvers, which are maneuvers of small amplitude with the objective of nullifying the effects of perturbation, and for transfer maneuvers, which are maneuvers of large amplitude, in order to change the initial orbital elements. The model for the gravitational field of irregular bodies was developed with the assistance of the polyhedron model, developed after observation of actual data from asteroids and provided by JPL / NASA. These models were adapted to work with a mass concentrations approach, which made it possible to perform orbital maneuvers around the selected asteroids. A study of four different models of mass concentrations were developed and analyzed, so that the most suitable model could be used, according to the desired goals.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 2.1 - Limites da esfera de influência.....	4
Figura 2.2 - Potencial gravitacional em um ponto P, devido à ação da massa dM	5
Figura 2.3 - Modelagem da órbita com perturbação no campo gravitacional.	8
Figura 2.4 - Órbitas das categorias dos NEAs.	12
Figura 2.5 - Foto de Gaspia obtida pela sonda Galileo, com destino a Júpiter. Foi a primeira missão a fotografar um asteroide de perto. Fonte: JPL/NASA, 1991.	12
Figura 2.6 - Segundo asteroide que a sonda Galileo encontrou. Na passagem por Ida descobriu-se que este asteroide possui uma lua, Dactyl. Fonte: JPL/NASA, 1993.	12
Figura 2.7- Foto de Itokawa tirada pela sonda japonesa Hayabusa. Fonte: ISAS/JAXA, 2010.	13
Figura 2.8 - Asteroide Kleopatra Mapeado por radar pelo Radiotelescópio de Arecibo. Fonte: Arecibo Radio Telescope, NSF, NASA, 2000.	13
Figura 3.1 - Distâncias r_i e r_j do centro até extremidades de uma aresta.	25
Figura 4.1 - Sistema de controle da órbita. (Adaptado de Rocco, 2008).....	27
Figura 4.2 - Fluxograma de dados com os principais subsistemas do simulador orbital.	30
Figura 4.3 - Posicionamento das nove concentrações de massa.	33
Figura 4.4 - Semi-eixo maior, concentrações de massa.	34
Figura 4.5 - Excentricidade, concentrações de massa.....	34
Figura 4.6 - Inclinação, concentrações de massa.	34
Figura 4.7 - Ascensão reta do nodo ascendente, concentrações de massa. ...	35
Figura 4.8 - Argumento do periapside, concentrações de massa.	35
Figura 4.9 - Órbita ao redor do corpo hipotético, modelo de concentrações de massa.....	35
Figura 4.10 - Dimensões de um cubo	36
Figura 4.11 - Órbita ao redor de um cubo.	39
Figura 4.12 - Semi-eixo maior ao redor de um cubo, caso I.....	39
Figura 4.13 - Semi-eixo maior ao redor de um cubo, caso II.....	39
Figura 4.14 - Excentricidade ao redor de um cubo, caso I.	40
Figura 4.15 - Excentricidade ao redor de um cubo, caso II.	40
Figura 4.16 - Inclinação ao redor de um cubo, caso I.	40
Figura 4.17 - Inclinação ao redor de um cubo, caso II.	40
Figura 4.18 - Ascensão reta do nodo ascendente ao redor de um cubo, caso I.	40
Figura 4.19 - Ascensão reta do nodo ascendente ao redor de um cubo, caso II.	40
Figura 4.20 - Argumento do periapside ao redor de um cubo, caso I.....	41
Figura 4.21 - Argumento do periapside ao redor de um cubo, caso II.....	41

Figura 4.22 - Propulsão aplicada para correção ao redor de um cubo.....	41
Figura 4.23 - ΔV devido a perturbação ao redor de um cubo.....	41
Figura 4.24 - Modelo de poliedros para o asteroide Castalia.....	43
Figura 4.25 - Modelo de poliedros para o asteroide Kleopatra.....	44
Figura 4.26 - Modelo de poliedros para o asteroide Golevka.....	44
Figura 4.27 - Modelo de poliedros para o asteroide Toutatis.....	45
Figura 4.28 - Modelo de poliedros para o asteroide Geographos.....	45
Figura 4.29 - Modelo de poliedros para o asteroide Itokawa.....	46
Figura 4.30 - Modelo de poliedros para o asteroide Eros.....	46
Figura 4.31 - Modelo 1 para uma face triangular, com o baricentro em vermelho.....	48
Figura 4.32 - Modelo 2 para subfaces triangulares, com o baricentro em vermelho.....	48
Figura 4.33 - Modelo 3 para um tetraedro, com o baricentro em vermelho.....	49
Figura 4.34 - Modelo 4 para tetraedro principal dividido em cinco partes em azul, representados pelas letras <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> , <i>d</i> e <i>e</i> , com o baricentro em vermelho.	49
Figura 4.35 - Modelo 1. Baricentros das faces da superfície para o asteroide Kleopatra.....	50
Figura 4.36 - Modelo 2. Baricentros das subfaces para o asteroide Kleopatra.	50
Figura 4.37 - Modelo 3. Baricentros dos tetraedros para o asteroide Kleopatra.	50
Figura 4.38 - Modelo 4. Baricentros dos cinco volumes contidos em cada tetraedro principal para o asteroide Kleopatra.....	51
Figura 4.39 - Modelo 4, com o volume de cada parte da divisão do tetraedro.	52
Figura 4.40 - Comparação da evolução no semi-eixo maior para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 50 órbitas.....	57
Figura 4.41 - Comparação da evolução no semi-eixo maior para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 1000 órbitas.....	58
Figura 4.42 - Comparação da evolução no semi-eixo maior para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 2000 órbitas.....	59
Figura 4.43 - Comparação da evolução na excentricidade para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 50 órbitas.....	60
Figura 4.44 - Comparação da evolução na excentricidade para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 1000 órbitas.....	61
Figura 4.45 - Comparação da evolução na excentricidade para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 2000 órbitas.....	61
Figura 4.46 - Comparação da evolução na inclinação para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 50 órbitas.....	62
Figura 4.47 - Comparação da evolução na inclinação para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 1000 órbitas.....	63
Figura 4.48 - Comparação da evolução na inclinação para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 2000 órbitas.....	63
Figura 5.1 - Vista x-y de Kleopatra.....	67
Figura 5.2 - Vista x-z de Kleopatra.....	68
Figura 5.3 - Vista y-z de Kleopatra.....	68

Figura 5.4 - Distribuição das concentrações de massa para o asteroide Kleopatra.....	69
Figura 5.5 - Órbita do asteroide Kleopatra (Fonte: JPL/NASA).....	69
Figura 5.6 - Asteroide Kleopatra e raio médio em vermelho.....	70
Figura 5.7 - Raio circunscrito para órbita ao redor de Kleopatra.....	71
Figura 5.8 - Órbita equatorial próxima ao redor de Kleopatra.....	72
Figura 5.9 - Semi-eixo maior, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.....	72
Figura 5.10 - Semi-eixo maior, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.....	72
Figura 5.11 - Excentricidade, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.....	73
Figura 5.12 - Excentricidade, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.....	73
Figura 5.13 - Inclinação, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.....	73
Figura 5.14 - Inclinação, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.....	73
Figura 5.15 - Ascensão reta do nodo ascendente, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.....	73
Figura 5.16 - Ascensão reta do nodo ascendente, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.....	73
Figura 5.17 - Argumento do periapside, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.....	74
Figura 5.18 - Argumento do periapside, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.....	74
Figura 5.19 - Órbita equatorial próxima ao redor de Kleopatra em 5000 órbitas.....	75
Figura 5.20 - Semi-eixo maior em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.....	75
Figura 5.21 - Excentricidade em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.....	76
Figura 5.22 - Inclinação em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.....	76
Figura 5.23 - Ascensão reta do nodo ascendente em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.....	76
Figura 5.24 - Argumento do periapside em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.....	77
Figura 5.25 - Órbita polar próxima ao redor de Kleopatra.....	78
Figura 5.26 - Semi-eixo maior, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	78
Figura 5.27 - Semi-eixo maior, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	78
Figura 5.28 - Excentricidade, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	78
Figura 5.29 - Excentricidade, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	78
Figura 5.30 - Inclinação, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	79
Figura 5.31 - Inclinação, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	79
Figura 5.32 - Ascensão reta do nodo ascendente, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	79
Figura 5.33 - Ascensão reta do nodo ascendente, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	79
Figura 5.34 - Argumento do periapside, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	79

Figura 5.35 - Argumento do periapside, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.....	79
Figura 5.36 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $a=115$ km.....	81
Figura 5.37 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $a= 500$ km.....	81
Figura 5.38 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $a= 5000$ km.....	82
Figura 5.39 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a=115$ km.	82
Figura 5.40 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a=300$ km.	83
Figura 5.41 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 500$ km.	83
Figura 5.42 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 700$ km.	83
Figura 5.43 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 1000$ km.	84
Figura 5.44 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 5000$ km.	84
Figura 5.45 - Inclinação para Kleopatra, para $a=115$ km.....	85
Figura 5.46 - Inclinação para Kleopatra, para $a=500$ km.....	85
Figura 5.47 - Inclinação para Kleopatra, para $a= 5000$ km.....	85
Figura 5.48 - Ascensão reta para Kleopatra, para $a=115$ km.....	86
Figura 5.49 - Ascensão reta para Kleopatra, para $a=500$ km.....	86
Figura 5.50 - Ascensão reta para Kleopatra, para $a= 5000$ km.....	87
Figura 5.51 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $a=115$ km.....	87
Figura 5.52 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $a= 500$ km.....	88
Figura 5.53 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $a= 5000$ km.....	88
Figura 5.54 - Semi-eixo maior para Kleopatra, para $e= 0$	90
Figura 5.55 - Semi-eixo maior para Kleopatra, para $e= 0,3$	90
Figura 5.56 - Semi-eixo maior para Kleopatra, para $e= 0,6$	90
Figura 5.57 - Excentricidade para Kleopatra, para $e=0$	91
Figura 5.58 - Excentricidade para Kleopatra, para $e= 0,3$	91
Figura 5.59 - Excentricidade para Kleopatra, para $e= 0,6$	92
Figura 5.60 - Inclinação para Kleopatra, para $e=0$	93
Figura 5.61 - Inclinação para Kleopatra, para $e=0,3$	93
Figura 5.62 - Inclinação para Kleopatra, para $e=0,6$	93
Figura 5.63 - Ascensão reta para Kleopatra, para $e=0$	94
Figura 5.64 - Ascensão reta para Kleopatra, para $e=0,3$	94
Figura 5.65 - Ascensão reta para Kleopatra, para $e=0,6$	94
Figura 5.66 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $e=0$	95
Figura 5.67 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $e= 0,3$	96
Figura 5.68 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $e= 0,6$	96
Figura 5.69 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $i= 1^\circ$	98
Figura 5.70 - Excentricidade para Kleopatra, $i= 1^\circ$	98
Figura 5.71 - Excentricidade para Kleopatra, $i= 30^\circ$	99
Figura 5.72 - Excentricidade para Kleopatra, $i= 50^\circ$	99
Figura 5.73 - Excentricidade para Kleopatra, $i= 90^\circ$	99
Figura 5.74 - Inclinação para Kleopatra, $i= 1^\circ$	100
Figura 5.75 - Inclinação para Kleopatra, $i= 30^\circ$	100
Figura 5.76 - Inclinação para Kleopatra, $i= 50^\circ$	101
Figura 5.77 - Inclinação para Kleopatra, $i= 90^\circ$	101
Figura 5.78 - Ascensão reta para Kleopatra, $i= 1^\circ$	101
Figura 5.76 - Ascensão reta para Kleopatra, $i= 30^\circ$	102

Figura 5.80 - Ascensão reta para Kleopatra, $i = 50^\circ$	102
Figura 5.81 - Ascensão reta para Kleopatra, $i = 90^\circ$	102
Figura 5.82 - Argumento do periapside para Kleopatra, $i = 1^\circ$	103
Figura 5.83 - Argumento do periapside para Kleopatra, $i = 70^\circ$	103
Figura 5.84 - Argumento do periapside para Kleopatra, $i = 90^\circ$	104
Figura 5.85 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$	105
Figura 5.86 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\Omega = 90^\circ$	105
Figura 5.87 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$	106
Figura 5.88 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 180^\circ$	106
Figura 5.89 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 225^\circ$	107
Figura 5.90 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 315^\circ$	107
Figura 5.91 - Inclinação para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$	108
Figura 5.92 - Ascensão reta para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$	108
Figura 5.93 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 45^\circ$	109
Figura 5.94 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 90^\circ$	109
Figura 5.95 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 180^\circ$	110
Figura 5.96 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 270^\circ$	110
Figura 5.97 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$	112
Figura 5.98 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$	112
Figura 5.99 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$	113
Figura 5.100 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 90^\circ$	113
Figura 5.101 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$	113
Figura 5.102 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 315^\circ$	114
Figura 5.103 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$	114
Figura 5.104 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 45^\circ$	115
Figura 5.105 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 90^\circ$	115
Figura 5.106 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$	115
Figura 5.107 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$..	116
Figura 5.108 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$	116
Figura 5.109 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 90^\circ$	117
Figura 5.110 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$	117
Figura 5.111 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 315^\circ$	117
Figura 5.112 - Semi-eixo maior para Kleopatra, caso I.	120
Figura 5.113 - Semi-eixo maior para Kleopatra, caso II.	120
Figura 5.114 - Excentricidade para Kleopatra, caso I.	121
Figura 5.115 - Excentricidade para Kleopatra, caso II.	121
Figura 5.116 - Inclinação para Kleopatra, caso I.	121
Figura 5.117 - Inclinação para Kleopatra, caso II.	122
Figura 5.118 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, caso I. ...	122
Figura 5.119 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, caso II. ...	122
Figura 5.120 - Argumento do periapside para Kleopatra, caso I.	123
Figura 5.121 - Argumento do periapside para Kleopatra, caso II.	123
Figura 5.122 - Propulsão aplicada para correção para Kleopatra.	123
Figura 5.123 - Propulsão aplicada para correção em detalhe para Kleopatra.	124

Figura 5.124 - Perturbação para Kleopatra.....	124
Figura 5.125 - Perturbação em detalhe para Kleopatra.....	124
Figura 5.126 - Manobra de aproximação ao redor de Kleopatra.....	126
Figura 5.127 - Semi-eixo maior para Kleopatra, manobra de aproximação... ..	126
Figura 5.128 - Excentricidade para Kleopatra, manobra de aproximação.....	127
Figura 5.129 - Inclinação para Kleopatra, manobra de aproximação.....	127
Figura 5.130 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, manobra de aproximação.....	127
Figura 5.131 - Argumento do periapside para Kleopatra, manobra de aproximação.....	128
Figura 5.132 - Raio vetor da trajetória para Kleopatra, manobra de aproximação.....	128
Figura 5.133 - Propulsão aplicada para Kleopatra, manobra de aproximação.....	128
Figura 5.134 - Perturbação para Kleopatra, manobra de aproximação.....	129
Figura 5.135 - Manobra de afastamento ao redor de Kleopatra.....	130
Figura 5.136 - Semi-eixo maior para Kleopatra, manobra de afastamento... ..	130
Figura 5.137 - Excentricidade para Kleopatra, manobra de afastamento.	131
Figura 5.138 - Inclinação para Kleopatra, manobra de afastamento.....	131
Figura 5.139 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, manobra de afastamento.....	131
Figura 5.140 - Argumento do periapside para Kleopatra, manobra de afastamento.....	132
Figura 5.141 - Raio vetor da trajetória para Kleopatra, manobra de afastamento.....	132
Figura 5.142 - Propulsão aplicada para Kleopatra, manobra de afastamento.....	132
Figura 5.143 - Perturbação para Kleopatra, manobra de afastamento.	133
Figura 6.1 - Vista x-y de Geographos.....	135
Figura 6.2 - Vista x-z de Geographos.....	136
Figura 6.3 - Vista y-z de Geographos.....	136
Figura 6.4 - Distribuição das concentrações de massa para o asteroide Geographos.....	137
Figura 6.5 - Órbita do asteroide Geographos (JPL/NASA).....	137
Figura 6.6 - Asteroide Geographos e raio médio em vermelho.....	138
Figura 6.7 - Raio mínimo para órbita ao redor de Geographos.....	139
Figura 6.8 - Órbita equatorial próxima ao redor de Geographos.....	140
Figura 6.9 - Semi-eixo maior em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.....	140
Figura 6.10 - Excentricidade em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.....	141
Figura 6.11 - Inclinação em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.....	141
Figura 6.12 - Ascensão reta do nodo ascendente em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.....	142

Figura 6.13 - Argumento do periapside em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.....	142
Figura 6.14 - Raio vetor da órbita durante 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.....	143
Figura 6.15 - Órbita polar próxima ao redor de Geographos.....	144
Figura 6.16 - Semi-eixo maior em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.....	144
Figura 6.17 - Excentricidade em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.....	144
Figura 6.18 - Inclinação em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.....	145
Figura 6.19 - Ascensão reta do nodo ascendente em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.....	145
Figura 6.20 - Argumento do periapside em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.....	145
Figura 6.21 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 2,8$ km.....	147
Figura 6.22 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 4$ km.....	147
Figura 6.23 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 6$ km.....	147
Figura 6.24 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 10$ km.....	148
Figura 6.25 - Excentricidade para Geographos, $a=2,8$ km.....	148
Figura 6.26 - Excentricidade para Geographos, $a= 4$ km.....	149
Figura 6.27 - Excentricidade para Geographos, $a= 6$ km.....	149
Figura 6.28 - Excentricidade para Geographos, $a= 10$ km.....	149
Figura 6.29 - Inclinação para Geographos, $a= 4$ km.....	150
Figura 6.30 - Inclinação para Geographos, $a= 4$ km.....	150
Figura 6.31 - Inclinação para Geographos, $a= 6$ km.....	151
Figura 6.32 - Inclinação para Geographos, $a= 10$ km.....	151
Figura 6.33 - Ascensão reta para Geographos, $a= 2,8$ km.....	151
Figura 6.34 - Ascensão reta para Geographos, $a= 4$ km.....	152
Figura 6.35 - Ascensão reta para Geographos, $a= 6$ km.....	152
Figura 6.36 - Ascensão reta para Geographos, $a= 10$ km.....	152
Figura 6.37 - Argumento do periapside para Geographos, $a=2,8$ km.....	153
Figura 6.38 - Argumento do periapside para Geographos, $a= 10$ km.....	153
Figura 6.39 - Semi-eixo maior para Geographos, para $e= 0$	155
Figura 6.40 - Semi-eixo maior para Geographos, para $e= 0,3$	155
Figura 6.41 - Semi-eixo maior para Geographos, para $e= 0,5$	155
Figura 6.42 - Excentricidade para Geographos, para $e= 0$	156
Figura 6.43 - Excentricidade para Geographos, para $e= 0,5$	156
Figura 6.44 - Inclinação para Geographos, para $e= 0$	157
Figura 6.45 - Inclinação para Geographos, para $e= 0,5$	157
Figura 6.46 - Ascensão reta para Geographos, para $e= 0$	158
Figura 6.47 - Ascensão reta para Geographos, para $e= 0,5$	158
Figura 6.48 - Argumento do periapside para Geographos, para $e= 0,1$	159
Figura 6.49 - Argumento do periapside para Geographos, para $e= 0,5$	159
Figura 6.50 - Semi-eixo maior para Geographos, $i= 1^\circ$	160
Figura 6.51 - Excentricidade para Geographos, $i= 1^\circ$	161

Figura 6.52 - Excentricidade para Geographos, $i = 30^\circ$	161
Figura 6.53 - Excentricidade para Geographos, $i = 90^\circ$	162
Figura 6.54 - Inclinação para Geographos, $i = 1^\circ$	162
Figura 6.55 - Inclinação para Geographos, $i = 70^\circ$	163
Figura 6.56 - Inclinação para Geographos, $i = 90^\circ$	163
Figura 6.57 - Ascensão reta para Geographos, $i = 1^\circ$	164
Figura 6.58 - Ascensão reta para Geographos, $i = 10^\circ$	164
Figura 6.59 - Ascensão reta para Geographos, $i = 30^\circ$	164
Figura 6.60 - Ascensão reta para Geographos, $i = 90^\circ$	165
Figura 6.61 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 0^\circ$	165
Figura 6.62 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 30^\circ$	166
Figura 6.63 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 70^\circ$	166
Figura 6.64 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 90^\circ$	166
Figura 6.65 - Semi-eixo maior para Geographos, $\Omega = 1^\circ$	167
Figura 6.66 - Excentricidade para Geographos, $\Omega = 1^\circ$	168
Figura 6.67 - Inclinação para Geographos, $\Omega = 1^\circ$	169
Figura 6.68 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega = 1^\circ$	169
Figura 6.69 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega = 90^\circ$	170
Figura 6.70 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega = 180^\circ$	170
Figura 6.71 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega = 270^\circ$	170
Figura 6.72 - Semi-eixo maior para Geographos, $\omega = 1^\circ$	171
Figura 6.73 - Excentricidade para Geographos, $\omega = 1^\circ$	172
Figura 6.74 - Inclinação para Geographos, $\omega = 1^\circ$	173
Figura 6.75 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 1^\circ$	173
Figura 6.76 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 90^\circ$	174
Figura 6.77 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 180^\circ$	174
Figura 6.78 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 270^\circ$	174
Figura 6.79 - Argumento do periapside para Geographos, $\omega = 270^\circ$	175
Figura 6.80 - Semi-eixo maior para Geographos, caso I.....	177
Figura 6.81 - Semi-eixo maior para Geographos, caso II.....	177
Figura 6.82 - Excentricidade para Geographos, caso I.....	177
Figura 6.83 - Excentricidade para Geographos, caso II.....	178
Figura 6.84 - Inclinação para Geographos, caso I.....	178
Figura 6.85 - Inclinação para Geographos, caso II.....	178
Figura 6.86 - Ascensão reta do nodo ascendente para Geographos, caso I.....	179
Figura 6.87 - Ascensão reta do nodo ascendente para Geographos, caso II.....	179
Figura 6.88 - Argumento do periapside para Geographos, caso I.....	179
Figura 6.89 - Argumento do periapside para Geographos, caso II.....	180
Figura 6.90 - Propulsão aplicada para correção para Geographos.....	180
Figura 6.91 - Propulsão aplicada para correção em detalhe para Geographos.	180
Figura 6.92 - Perturbação para Geographos.....	181
Figura 6.93 - Perturbação em detalhe para Geographos.....	181
Figura 6.94 - Manobra de afastamento ao redor de Geographos.....	182
Figura 6.95 - Semi-eixo maior para Geographos, manobra de afastamento..	183
Figura 6.96 - Excentricidade para Geographos, manobra de afastamento....	183

Figura 6.97 - Inclinação para Geographos, manobra de afastamento.	183
Figura 6.98 - Ascensão reta do nodo ascendente para Geographos, manobra de afastamento.....	184
Figura 6.99 - Argumento do periapside para Geographos, manobra de afastamento.....	184
Figura 6.100 - Raio vetor da trajetória para Geographos, manobra de afastamento.....	184
Figura 6.101 - Propulsão aplicada para Geographos, manobra de afastamento.	185
Figura 6.102 - Perturbação para Geographos, manobra de afastamento.	185

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 4.1 - Elementos orbitais iniciais para simulação com concentrações de massa.....	33
Tabela 4.2 - Coordenadas de vértices de Castalia.....	42
Tabela 4.3 - Vértices relacionados a cada face triangular de Castalia.....	43
Tabela 4.4 - Elementos orbitais iniciais para o asteroide Kleopatra.....	57
Tabela 5.1 - Elementos orbitais iniciais para órbita equatorial ao redor de Kleopatra.....	72
Tabela 5.2 - Elementos orbitais iniciais para órbita polar ao redor de Kleopatra.....	77
Tabela 5.3 - Variação no semi-eixo maior para Kleopatra.....	80
Tabela 5.4 - Variação na excentricidade para Kleopatra.....	89
Tabela 5.5 - Variação na inclinação para Kleopatra.....	97
Tabela 5.6 - Variação na ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra.....	104
Tabela 5.7 - Variação no argumento do periapside para Kleopatra.....	111
Tabela 5.8 - Elementos orbitais iniciais nas manobras correções para Kleopatra.....	120
Tabela 6.1 - Elementos orbitais iniciais para órbita equatorial ao redor de Geographos.....	139
Tabela 6.2 - Elementos orbitais iniciais para órbita polar ao redor de Geographos.....	143
Tabela 6.3 - Variação no semi-eixo maior para Geographos.....	146
Tabela 6.4 - Variação na excentricidade para Geographos.....	154
Tabela 6.5 - Variação na inclinação para Geographos.....	160
Tabela 6.6 - Variação na ascensão reta do nodo ascendente para Geographos.....	167
Tabela 6.7 - Variação no argumento do periapside para Geographos.....	171
Tabela 6.8 - Elementos orbitais iniciais nas manobras correções para Geographos.....	176

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

NEOs	Near Earth Objects
YORP	Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack
Mascon	Mass concentration
STRS	Spacecraft Trajectory Simulator
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
NEAs	Near Earth Asteroids
JPL	Jet Propulsion Laboratory
PHAs	Potentially Hazardous Asteroids
NASA	National Aeronautics and Space Administration
ESA	European Space Agency

LISTA DE SÍMBOLOS

m_{Sol}	Massa do Sol
m_p	Massa do planeta
ρ_s	Raio da esfera de influência
Q_0, Q_1	Aceleração perturbadora/aceleração principal para o movimento do veículo espacial em relação ao planeta e ao Sol, respectivamente.
a	Semi-eixo maior
e	Excentricidade
m	Massa do corpo menos massivo
F	Força gravitacional
G	Constante gravitacional, igual a $6,673 \times 10^{-20} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$
r	Raio
μ	Produto da massa pela constante gravitacional
M	Massa do corpo mais massivo
U	Potencial gravitacional
ρ	Densidade
M_N	Massas secundárias do corpo perturbador
M_1	Primeira massa secundária do corpo perturbador
r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}	Coordenadas da distância entre m_1 e m
R	Distância entre M e M_1
F_{G1}	Força gravitacional perturbadora exercida por M_1
i	Inclinação
ω	Argumento do periapside
M'	Anomalia média
Ω	Ascensão reta do nodo ascendente
δ	Latitude
λ	Longitude
P_{lm}	Funções associadas de Legendre
C_{lm}, S_{lm}	Coeficientes harmônicos do campo gravitacional

r_o	Raio normalizado
F_f, E_e	Díades
L_e	Fator adimensional que soma as conexões das arestas dos poliedros
w_f	Ângulo sólido de cada face
r_i, r_j	Distâncias do centro do corpo até as extremidades de uma aresta
P_i, P_j, P_k	Vértices de uma face triangular
u	Anomalia excêntrica
Per. Rot.	Período de rotação
N orb	Número de órbitas
D	Diagonal do cubo
e_d	Aresta
F_t	Força total
A	Área
s	Semi-perímetro
M_i, A_i, V_i	Parcelas de massa, área e volume, respectivamente
M_t, A_t, V_t	Massa, área e volume total, respectivamente
N	Número de faces triangulares ou centros de massa do modelo do asteroide
V_{tetra}	Volume do tetraedro
V_1, V_2, V_3	Vértices das faces triangulares
B_x, B_y, B_z	Coordenadas do baricentro das faces triangulares
F_c	Força gravitacional devido ao campo central
F_{Gi}	Força gravitacional total de um asteroide por meio da soma das forças geradas por todos os baricentros das faces triangulares
ΔV	Variação da velocidade
V	Volume
R_{Hill}	Raio de Hill

SUMÁRIO

	Pág.
1 INTRODUÇÃO	1
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA.....	3
2.1. Trajetórias interplanetárias	3
2.2. Movimento orbital	3
2.3. Asteroides.....	3
2.4. Perturbações	15
2.5. Perturbação gravitacional em pequenos corpos irregulares	16
2.6. Perturbações não gravitacionais em pequenos corpos irregulares	18
3 MÉTODOS DE MODELAGEM DO CAMPO GRAVITACIONAL DE CORPOS IRREGULARES NA LITERATURA.....	21
3.1. Harmônicos esféricos	21
3.2. Mascons	22
3.3. Poliedros.....	23
4 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE TRAJETÓRIAS AO REDOR DE CORPOS NÃO ESFÉRICOS	27
4.1. Simulador de manobras.....	27
4.2. Modelagem do corpo irregular com centros de massa secundários.....	32
4.3. Modelagem do corpo irregular com cubos.....	34
4.4. Modelagem do corpo irregular com poliedros.....	41
4.5. Força perturbadora obtida por diferentes modelos de concentrações de massas com auxílio do modelo de poliedros.....	47
5 RESULTADOS PARA O ASTEROIDE (216) KLEOATRA	67
5.1. Modelo de poliedros do asteroide (216) Kleopatra	67
5.2. Limite de órbita para colisão	69
5.3. Órbita equatorial próxima.....	71
5.4. Órbita polar próxima	77
5.5. Variando o semi-eixo maior	80
5.6. Variando a excentricidade	89
5.7. Variando inclinação	96
5.8. Variando ascensão reta do nodo ascendente.....	104
5.9. Variando argumento do periapside.....	110
5.10. Limite de órbita para escape	118

5.11. Manobras de correção.....	118
5.12. Manobras de transferência.....	125
6 RESULTADOS PARA O ASTEROIDE GEOGRAPHOS	135
6.1. Modelo de poliedros do asteroide Geographos	135
6.2. Limite de órbita para colisão	137
6.3. Órbita equatorial próxima.....	139
6.4. Órbita polar próxima	143
6.5. Variando semi-eixo maior	146
6.6. Variando excentricidade	154
6.7. Variando na inclinação.....	159
6.8. Variando ascensão reta do nodo ascendente.....	167
6.9. Variando argumento do periapside.....	171
6.10. Limite de órbita para escape	175
6.11. Manobras de correção.....	176
6.12. Manobras de transferência.....	182
7 CONCLUSÃO.....	187
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	191

1 INTRODUÇÃO

O movimento orbital, correspondente ao campo gravitacional central, é denominado movimento Kepleriano. Este tipo de órbita é regido pelas 3 leis de Kepler: 1) a órbita dos planetas tem forma elíptica com o Sol em um dos focos; 2) o raio vetor da órbita de um planeta varre áreas iguais em tempos iguais; 3) a razão entre o quadrado do período e o cubo do semi-eixo maior da órbita de um planeta é constante.

Um veículo espacial ao redor de um corpo perfeitamente esférico possui uma órbita Kepleriana. Um corpo com distribuição de massa assimétrica, como um asteroide, possui um campo gravitacional não central que gera perturbação na trajetória de um veículo espacial ao seu redor. Diferentes métodos existentes para modelar o campo gravitacional de corpos irregulares são apresentados no capítulo 3. Considerando a dinâmica das trajetórias de um veículo dentro da região de influência de um asteroide, o objetivo deste trabalho é estudar o problema de manobrar esse veículo espacial utilizando propulsão contínua, de baixo empuxo, com controle em malha fechada da trajetória.

Neste trabalho, o asteroide é modelado com o auxílio do modelo de poliedros na forma de faces triangulares e vértices conectados às faces, criados a partir de dados coletados pelo radiotelescópio de Arecibo, e fornecidos pelo JPL/NASA. Dentre os modelos disponíveis, foram escolhidos dois asteroides para serem estudados, denominados Kleopatra e Geographos. Para a utilização destes modelos, que tornou possível trabalhar com dados reais dos asteroides, foi feita uma adaptação do modelo de poliedros para concentrações de massa. Quatro modelos de concentrações de massas são apresentados, considerando diferentes distribuições de massa, e são mostrados os resultados das análises dos testes realizados no capítulo 4. Esta adaptação do modelo de poliedros, que torna o modelo mais simples, faz-se necessária para que possam ser realizadas manobras orbitais, tanto manobras de correção como manobras de transferência de órbita, que é o objetivo final deste trabalho. Os

resultados dos estudos de trajetórias ao redor dos asteroides escolhidos e das manobras orbitais utilizando os modelos desenvolvidos para modelar o campo gravitacional destes corpos são mostrados no capítulo 5 e 6.

Conhecendo o desvio na velocidade orbital do veículo devido à deformação do campo gravitacional, é possível aplicar a correção necessária de forma a obter a órbita desejada. Por exemplo, poderíamos ter como objetivo de uma missão anular o efeito do campo gravitacional deformado do asteroide, e dessa maneira, manter o veículo espacial em uma órbita kepleriana como se ele estivesse sob a ação de um campo central. Ou ainda manobrar o veículo de forma que consiga sair de uma órbita mais externa para uma órbita próxima, por exemplo, para visualizar um determinado local específico do asteroide.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Movimento orbital

As forças que mantêm os corpos celestes em movimento são as mesmas que mantêm os satélites artificiais em movimento em torno da Terra. No sistema solar, o Sol é o centro do sistema. Já no caso dos satélites artificiais, a Terra e outros corpos celestes podem ser os corpos principais.

De acordo com a Lei da Gravitação de Newton, que se aplica apenas a objetos com distribuição de massa esfericamente simétricos (massa pontual), a força gravitacional é dada pela Equação 2.1 (TIPLER, 1994).

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} \quad (2.1)$$

Sendo $G = 6,673 \times 10^{-20} \text{ (m}^3/\text{kg.s}^2\text{)}$.

A equação de movimento do problema de dois corpos é dada pela seguinte expressão:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (2.2)$$

Para a Terra temos que $\mu = 3,986 \times 10^5 \text{ (km}^3/\text{s}^2\text{)}$.

A energia potencial gravitacional de um corpo m à distância r do centro de M , é mostrada na Equação 2.3.

$$U = -\frac{GMm}{r} \quad (2.3)$$

Quando se trata de uma distribuição de massa atraindo uma partícula, deve-se considerar a atração que cada elemento de massa de distribuição $dM (= \rho dV)$ exerce sobre a massa de prova. Assim o potencial total é dado por:

$$U = -G \int_V \frac{\rho dV}{r} \quad (2.4)$$

Sendo que ρ é a densidade e dV é um pequeno diferencial de volume.

A distância r que posiciona o ponto P , onde o potencial é calculado, é obtida pela equação 2.5.

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (2.5)$$

O potencial gravitacional num ponto P (coordenadas x , y e z) devido à ação da massa dM (coordenadas x' , y' e z'), é representado na Figura 2.1:

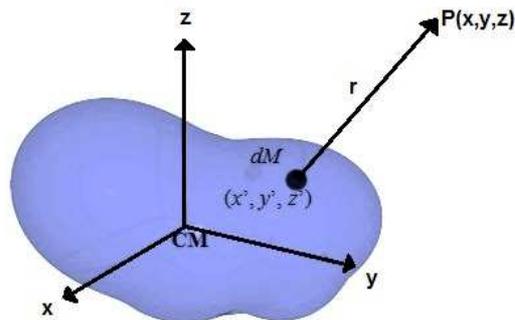


Figura 2.1 - Potencial gravitacional em um ponto P, devido à ação da massa dM .

A modelagem da perturbação gravitacional na órbita de um veículo espacial em torno de um asteroide, que foi considerada e fornecida pelo simulador de trajetórias utilizado neste trabalho, é apresentada pela Figura 2.2 e pelas Equações 2.6 a 2.17.

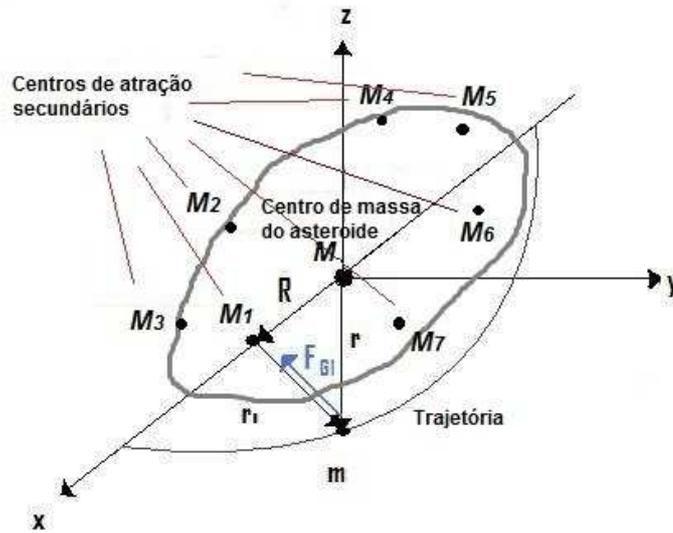


Figura 2.2 - Modelagem da órbita com perturbação no campo gravitacional.

Na Figura 2.2 temos que M é a massa total do asteroide concentrada no centro de massa do corpo irregular; M_N as massas referentes aos centros de atração secundários, sendo N igual ao número de massas secundárias que compõem o modelo; m a massa do satélite; R a distância entre M e M_N ; r_1 a distância entre M_1 e m ; e r a distância entre M e m .

As relações entre as distâncias r , r_1 e R da Figura 2.2 são mostradas a seguir:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}_1 \quad (2.6)$$

$$\vec{r}_1 = \vec{r} - \vec{R} \quad (2.7)$$

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k} \quad (2.8)$$

$$\vec{r}_1 = r_{1x} \hat{i} + r_{1y} \hat{j} + r_{1z} \hat{k} \quad (2.9)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_x \hat{i} + \vec{r}_y \hat{j} + \vec{r}_z \hat{k} \quad (2.10)$$

Da Equação 2.7, são obtidas as seguintes relações:

$$\vec{r}_1 = (r_x - R_x) \hat{i} + (r_y - R_y) \hat{j} + (r_z - R_z) \hat{k} \quad (2.11)$$

$$r_1 = [(r_x - R_x)^2 + (r_y - R_y)^2 + (r_z - R_z)^2]^{1/2} \quad (2.12)$$

$$\hat{r}_{1x} = \frac{(r_x - R_x)}{r_1} \hat{i} \quad (2.13)$$

$$\hat{r}_{1y} = \frac{(r_y - R_y)}{r_1} \hat{j} \quad (2.14)$$

$$\hat{r}_{1z} = \frac{(r_z - R_z)}{r_1} \hat{k} \quad (2.15)$$

Tem-se que a força gravitacional aplicada ao satélite devido ao centro de atração secundário de massa M_1 é dada por:

$$F_{G1} = -\frac{GmM_1}{r_1^2} \quad (2.16)$$

$$F_{G1x} \hat{i} + F_{G1y} \hat{j} + F_{G1z} \hat{k} = \left(-\frac{GmM_1}{r_{1x}^2} \hat{i} \right) + \left(-\frac{GmM_1}{r_{1y}^2} \hat{j} \right) + \left(-\frac{GmM_1}{r_{1z}^2} \hat{k} \right) \quad (2.17)$$

Sendo r_{1x} , r_{1y} , r_{1z} a distância em cada coordenada do centro de massa secundário M_1 em relação ao veículo espacial.

A Equação 2.16 e 2.17 mostram a força gravitacional exercida por um dos centros de massa secundários. Este cálculo deve ser realizado de M_1 a M_N ,

sendo N o número total de centros de massa secundários do modelo do corpo irregular.

Logo, a força gravitacional perturbadora aplicada em um veículo espacial gerada por um corpo irregular pode ser definida como a diferença da força devido ao campo central e a somatória das forças gravitacionais provenientes das concentrações de massas secundárias.

2.2. Trajetórias interplanetárias

Devido à massa do Sol ser muito maior do que o mais massivo dos planetas, um veículo espacial que se move no espaço sofre atração gravitacional do Sol, e o movimento do veículo é considerado como Kepleriano. À medida que a distância em relação ao Sol diminui, a atração gravitacional exercida pelo Sol vai aumentando.

Quando um veículo espacial se aproxima de um corpo ele passa a sofrer perturbação deste corpo, isto acontece quando, por exemplo, o veículo espacial entra na esfera de influência de um planeta, em cujo interior a influência do Sol passa a ser menor do que a do planeta. Quanto maior a distância em relação ao Sol menor é a influência deste, e conseqüentemente, maior será a influência do corpo menor. Laplace sugeriu o conceito de esfera de influência, onde a taxa de aceleração perturbadora e central são iguais. Para o caso de um planeta, por exemplo, sendo m_{Sol} a massa do Sol e m_p a massa do planeta, o raio da esfera de influência ρ_s , é dado pela Equação 2.22, e o processo de obtenção deste raio é mostrado nas Equações 2.18 a 2.21. A Figura 2.3 mostra o limite do raio de influência do planeta.

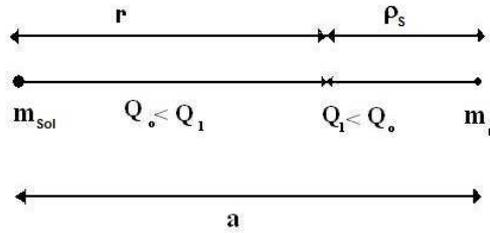


Figura 2.3 - Limites da esfera de influência.

Para o movimento do veículo espacial em relação ao planeta:

$$Q_0 = \left(\frac{m_{Sol}}{m_p} \right) \left[\frac{1}{(a - \rho_s)^2} - \frac{1}{a^2} \right] \rho_s^2 \quad (2.18)$$

Sendo Q_0 a aceleração perturbadora/aceleração principal.

Para $\rho_s \ll a$ temos que:

$$Q_0 \approx 2 \left(\frac{m_{Sol}}{m_p} \right) \left(\frac{\rho_s}{a} \right)^3 \quad (2.19)$$

Para o movimento do veículo espacial em relação ao Sol temos:

$$Q_1 = \left(\frac{m_p}{m_{Sol}} \right) \left[\frac{1}{\rho_s^2} - \frac{1}{a^2} \right] r^2 = \left(\frac{m_p}{m_{Sol}} \right) \left[\frac{1}{\rho_s^2} - \frac{1}{a^2} \right] (a - \rho_s)^2 \approx \left(\frac{m_p}{m_{Sol}} \right) \left(\frac{a}{\rho_s} \right)^2 \quad (2.20)$$

Sendo Q_1 a aceleração perturbadora/aceleração principal.

O raio da esfera de influência ρ_s é definido como sendo o raio em relação ao centro do planeta do ponto na reta que liga o Sol ao planeta, onde $Q_0 = Q_1$, Equação 2.21. Assim, temos que ρ_s é dado pela Equação 2.22 (PERRET, 1981).

$$2 \left(\frac{m_{Sol}}{m_p} \right) \left(\frac{\rho_s}{a} \right)^3 = \left(\frac{m_p}{m_{Sol}} \right) \left(\frac{a}{\rho_s} \right)^2 \quad (2.21)$$

$$\rho_s = \left(\frac{1}{2} \right)^{1/5} \left(\frac{m_p}{m_{Sol}} \right)^{2/5} a \quad (2.22)$$

A Equação 2.22 é mais comum de ser encontrada na forma mais simplificada, dada pela Equação 2.23 (BATE ET AL, 1971).

$$\rho_s = \left(\frac{m_p}{m_{Sol}} \right)^{2/5} a \quad (2.23)$$

O cálculo da esfera de influência é de grande importância no presente estudo, pois para realizar manobras orbitais será necessário definir zonas de domínio gravitacional, para sabermos em que pontos da trajetória o asteroide é o corpo dominante no movimento do veículo espacial, e em que pontos o Sol deve ser considerado como o corpo principal a reger o movimento do veículo espacial.

Um conceito muito utilizado também para delimitar a região de influência de um corpo é o raio de Hill, determinado por George William Hill. Este é o raio vetor da órbita que delimita aonde a influência gravitacional do corpo orbitado passa a ser maior que a influência gravitacional do Sol, dado pela Equação 2.24.

$$R_{Hill} = a(1-e) \left(\frac{m}{m_{Sol}} \right)^{1/3} \quad (2.24)$$

Sendo que a é o semi-eixo maior, e a excentricidade, m a massa do corpo menor sendo orbitado, e m_{Sol} a massa do Sol.

No caso da excentricidade ser igual à zero, o limite da esfera de influência do corpo dado pelo raio de Hill pode ser calculado pela Equação 2.25:

$$R_{Hill} = a \left(\frac{m}{m_{Sol}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.25)$$

De acordo com Araujo (2007), a esfera de influência de Laplace define uma fronteira de regiões onde predomina um corpo ou outro. Já o raio de Hill representa um equilíbrio entre as forças dos dois corpos principais. O método utilizado para delimitar a influência dos asteroides que serão analisados nos capítulos 5 e 6 foi o método do raio de Hill.

2.3. Asteroides

O sistema solar possui uma grande quantidade de corpos com formas não esféricas denominados asteroides. Grande parte está localizada entre a órbita de Marte e Júpiter no Cinturão de Asteroides. Existem também os asteroides troianos, localizados nos pontos Lagrangeanos de Júpiter, e os Centauros, com órbitas instáveis entre Júpiter e Netuno (JPL, NASA). Os primeiros asteroides descobertos foram Ceres, Pallas e Juno, descobertos em 1801, 1802 e 1804, respectivamente. A grande maioria dos asteroides está em uma das três categorias: 75% tipo carbonáceos (C), que possuem superfície escura e são ricos em carbono, sendo que a maioria dos asteroides tipo C estão localizados na parte mais externa do cinturão de asteroides; 17% tipo silicatos (S), localizados em sua maioria na parte mais interna do cinturão de asteroides; a maioria do restante que não se encaixam nas categorias descritas anteriormente são do tipo metálico (M), compostos na sua maioria de ferro metálico, e se localizam na parte do meio do cinturão principal de asteroides.

Considerado um planeta anão, Ceres é o maior asteroide já encontrado, tem aproximadamente 950 km de diâmetro, com massa de $9,5 \times 10^{20}$ kg, que

representa 1/3 da massa de todo cinturão de asteroides. A forma praticamente esférica de Ceres é uma exceção entre os asteroides. A maioria dos pequenos corpos do sistema solar possui forma irregular. Mesmo com formas muito diferentes de um planeta, foi descoberto nos últimos anos inúmeros asteroides que possuem satélites naturais orbitando ao redor deles, e vários estudos sobre a formação e dinâmica desses sistemas vem sendo realizados (MERLINE ET AL, 2002; WINTER ET AL, 2009; DESCAMPS ET AL, 2011).

Pequenos corpos com periélio menor que 1,3 UA são chamados de *Near Earth Objects* (NEOs), que incluem asteroides e cometas. Os NEOs possuem órbitas passando próximas da órbita da Terra, e no caso dos asteroides, são chamados de *Near Earth Asteroids* (NEAs). Dentro do grupo dos NEAs existem os asteroides considerados potencialmente perigosos, ou PHAs, sigla em inglês para *Potentially Hazardous Asteroids*. Estes possuem distância mínima de interseção da órbita com a Terra de 0.05 UA, e magnitude absoluta 22, que significaria um asteroide de pelo menos 110-240 metros, dependendo do seu albedo, que é a taxa de reflexão de luz.

Os NEAs são classificados em quatro categorias (Fonte:JPL/NASA):

- Amor- Localizados entre as órbitas de Marte e Júpiter. Órbita completamente externa à órbita da Terra. Representam 32% dos NEAs;
- Apolo- Cruzam a órbita da Terra. O semi-eixo maior é maior que o da Terra. Representam 62% dos NEAs;
- Atenas- Cruzam a órbita da Terra. O semi-eixo maior é menor que o da Terra. Representam 6% dos NEAs;
- Atira- Objetos com órbita completamente dentro da órbita da Terra. Existem 6 objetos conhecidos.

A Figura 2.4 mostra um esboço das órbitas das quatro categorias de NEAs.

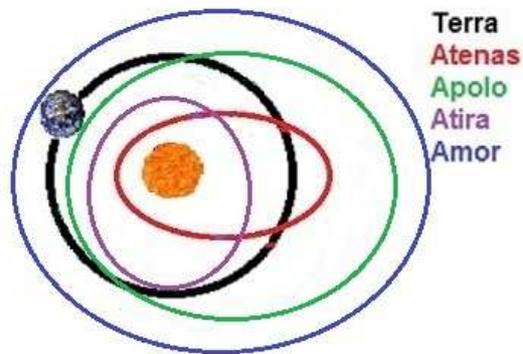


Figura 2.4 - Órbitas das categorias do NEAs.

As Figuras 2.5 a 2.8 mostram algumas imagens de asteroides existentes.



Figura 2.5 - Foto de Gaspra obtida pela sonda Galileo, com destino a Júpiter. Foi a primeira missão a fotografar um asteroide de perto.

Fonte: JPL/NASA (1991).



Figura 2.6- Segundo asteroide que a sonda Galileo encontrou. Na passagem por Ida descobriu-se que este asteroide possui uma lua, Dactyl.

Fonte: JPL/NASA (1993).

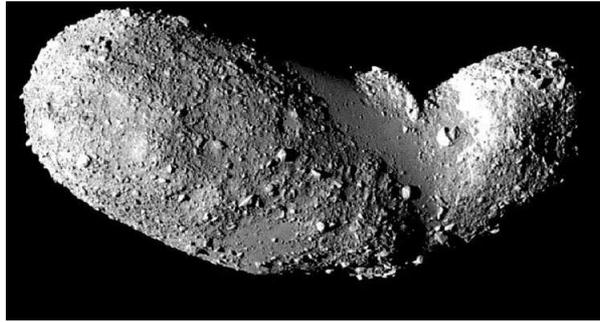


Figura 2.7- Foto de Itokawa tirada pela sonda japonesa Hayabusa.

Fonte: ISAS/JAXA (2010).

A sonda Japonesa *Hayabusa*, que fotografou de perto o asteroide Itokawa mostrado na Figura 2.7, pela primeira vez coletou material de um asteroide retornando à Terra para ser analisado. Diferente da maioria dos asteroides, Itokawa não possui grandes marcas de crateras.

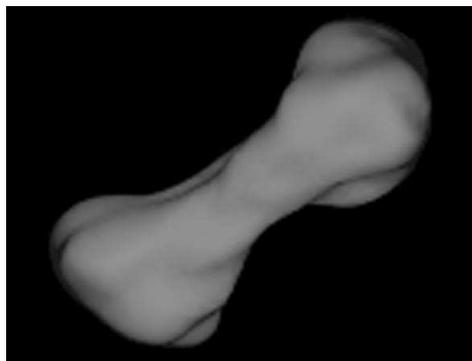


Figura 2.8- Asteroide Kleopatra Mapeado por radar pelo Radiotelescópio de Arecibo.

Fonte: Arecibo Radio Telescope, NSF, NASA (2000).

O asteroide Kleopatra, mostrado na Figura 2.8, mede por volta de 217 km de comprimento e 94 km de largura. Acredita-se que pode ser resultado de uma colisão violenta entre dois asteroides que não se esfacelaram totalmente nem se dispersaram. Este asteroide possui duas luas com diâmetros entre 5 e 10 km.

A grande maioria dos NEAs não foi batizada com um nome próprio, a denominação de todos os asteroides já encontrados se dá por um código alfanumérico. Os nomes dos asteroides são dados na seguinte ordem: o ano de descoberta; uma letra correspondente ao intervalo de duas semanas do ano a que pertence, ou seja, o ano é separado de duas em duas semanas; uma letra correspondendo à ordem de descoberta naquele período de duas semanas; e por fim, um número opcional. Por exemplo, o asteroide 1950 DA foi descoberto no ano de 1950, na segunda metade de fevereiro representado pela letra D (a letra A seria para as duas primeiras semanas do ano, B para as duas segundas semanas e assim por diante), e foi o primeiro objeto encontrado naquele intervalo, por isso a letra A. Quando mais de 26 objetos são encontrados em um período de duas semanas, a segunda letra é reutilizada seguida de um número. Por exemplo, a descoberta do objeto 2008 EZ na primeira metade de março de 2008, foi seguida pela descoberta do objeto 2008 EA2, e o próximo sendo o objeto 2008 EB2, e assim por diante.

Após o objeto ter sua órbita determinada, recebe um número de catálogo, que não tem mais relação com o ano de descoberta. Depois de receber o número de catálogo, o asteroide pode receber um nome. O asteroide da figura 2.6 recebeu o nome de Itokawa, seu número de catálogo é 25143, e o código de acordo com o ano de descoberta é 1998 SF36.

Algumas das missões visando o estudo dos asteroides ou cometas são: *Galileo* (1989) lançado pela NASA, que pela primeira vez sobrevoou um asteroide e descobriu o primeiro satélite de um asteroide; *NEAR Shoemaker* (1996), criada para orbitar o asteroide Eros durante um ano para estudá-lo; *Deep Space 1* (1998), com o intuito de testar novas tecnologias para satélites tendo como destino o asteroide Braille; *Stardust* (1999), com finalidade de investigar o cometa Wild 2, o asteroide Anne Frank e recolher poeira interestelar; *Hayabusa* (2003), sonda japonesa destinada a estudar o asteroide Itokawa, coletar material e trazer de volta à Terra; *New Horizons* (2006), tendo como objetivo estudar Plutão e seus satélites, coletando dados de asteroides durante a

viagem; *Dawn* (2007), lançada para estudar os planetas anões Ceres e Vesta; *Rosetta* (2004), uma sonda da ESA com destino ao cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko que acontecerá em 2014, sendo que durante a missão já passou por dois asteroides, Steins em 2008 e Lutetia em 2010 .

Uma das missões espaciais que pode vir a se beneficiar do presente estudo é a missão ASTER (SUKHANOV, 2010), que estuda a possibilidade do envio de uma sonda espacial a um asteroide. A proposta deste projeto é a construção de uma sonda espacial de pequeno porte cuja missão é explorar o sistema triplo 2001 SN263, obtendo dados físicos e dinâmicos do sistema. Essa missão já passou por varias etapas de estudo e o tópico de manobras orbitais é de grande importância para a realização da missão.

2.4. Perturbações

Para o caso do movimento dos satélites artificiais ao redor da Terra diversos tipos de perturbações devem ser considerados (CHOBOTOV, 2002), como a força gravitacional devido ao potencial da Terra, a atração gravitacional do Sol e da Lua; a força de arrasto; a força das marés devido à Lua e ao Sol; a força de pressão radiação e o albedo (KUGA ET AL, 2011).

A não-esfericidade da Terra causa duas perturbações importantes: o plano orbital gira ao redor do eixo de rotação da Terra numa direção oposta ao movimento do satélite, tal que para inclinação $i < 90^\circ$, o ângulo Ω , que é a ascensão reta do nodo ascendente, diminui gradativamente, enquanto i fica constante; e no semi-eixo maior da órbita, que gira no plano orbital tal que o argumento do periapside ω aumenta.

A perturbação gravitacional de um terceiro corpo (Sol ou Lua) pode ser estudada por meio do problema restrito de 3 corpos, considerando a massa do satélite como desprezível em relação a Terra (Prado, 2003). Os efeitos das atrações gravitacionais do Sol e da Lua costumam ser pequenos e periódicos.

A atração gravitacional do Sol e da Lua cria um potencial na Terra que depende da geometria entre a Terra e o corpo perturbador. Como a Terra não é perfeitamente rígida, ela se deforma sob a ação deste potencial, alterando sua distribuição de massa. A nova distribuição de massa cria um potencial no espaço diferente do inicial, sem o corpo perturbador.

A força de arrasto tem influência em um satélite que se move na atmosfera. Esta força age no sentido inverso do movimento do satélite. A trajetória é mais afetada perto do periapside, diminuindo a altitude do apoapside. A altitude do periapside mantém um valor quase constante, e a órbita elíptica contrai-se para uma órbita circular (PRADO E BROUCKE, 1995).

A força de pressão de radiação solar é causada pela troca de quantidade de movimento dos fótons solares com a superfície externa do satélite, que pode exercer efeitos significativos nas órbitas de satélites cuja razão entre a área e sua massa é muito grande. As perturbações devido a esta força são grandes quando a razão entre a área e a massa do satélite for alta. Os efeitos são periódicos e todos os elementos orbitais são afetados.

O albedo é a radiação solar refletida de volta ao espaço, e depende das propriedades refletoras da superfície. No caso da Terra a parcela de radiação devolvida é maior nos polos, onde a presença de grandes massas de gelo aumenta a refletividade, e menor no equador.

2.5. Perturbação gravitacional em pequenos corpos irregulares

Nem todas as perturbações que ocorrem em trajetórias ao redor da Terra acontecem próximo de asteroides, como por exemplo, a força de arrasto atmosférico. Neste caso, devido ao fato dos asteroides não possuírem atmosfera.

Para os asteroides muito grandes, como Ceres, Pallas, Vesta e Hygiea, a gravidade domina e o formato é relativamente próximo do equilíbrio

hidrostático, onde o corpo não está nem se expandindo nem contraindo, ou seja, o peso das camadas superiores do corpo (que faz o corpo contrair) é balanceado pela força de pressão das camadas inferiores (que faz o corpo se expandir). Para asteroides menores, da ordem de 200 a 300 km, a força de compressão da matéria se torna comparável à pressão gravitacional, fazendo com que muitos destes asteroides tenham formatos não esféricos. É a propriedade granular do asteroide que determinará sua forma, e asteroides menores, com densidade pequena, são muitas vezes referidos como uma pilha de cascalhos (*rubble piles*), como o asteroide Eros.

Uma perturbação significativa que existe nestes corpos é devido ao campo gravitacional, que por serem em sua maioria corpos assimétricos, possuem campo gravitacional não central. Mesmo assim, alguns asteroides conseguem manter satélites orbitando ao seu redor, como o asteroide Ida e sua lua Dactyl.

Existem abordagens diferentes para o estudo do potencial gravitacional dos asteroides, e desde o século XIX já se conhecem estudos do potencial gravitacional do paralelepípedo (EVEREST, 1830). Existem trabalhos sobre a modelagem analítica do potencial gravitacional, como por exemplo, estudos para algumas formas geométricas planas desenvolvidos por Kellogg (1929) e Broucke (1995), e também posteriormente foram desenvolvidos trabalhos que tratam do potencial de corpos tridimensionais, por meio do método de poliedros (Werner, 1996). Também estudos das propriedades das órbitas ao redor de objetos retangulares foram desenvolvidos (BROUCKE E PRADO, 2004). No Brasil já foi realizado um trabalho visando modelar o potencial gravitacional de corpos tridimensionais esféricos e não esféricos utilizando o método poliedral e também a simulação de algumas trajetórias ao redor desses objetos (SILVA, 2006). Os métodos mais conhecidos da literatura para modelar campo gravitacional de corpos irregulares serão mostrados no capítulo 3.

2.6. Perturbações não gravitacionais em pequenos corpos irregulares

Além da perturbação gravitacional, a forma irregular dos asteroides pode causar outros tipos de perturbações, como o efeito Yarkovsky, descoberto por Ivan Osipovich Yarkovsky. Este efeito é causado pela radiação térmica emitida por um corpo com temperatura de superfície não uniforme (SPITALE, 2000). Como a temperatura da superfície não é homogênea, mais fótons são irradiados das regiões mais quentes do corpo, que sofre uma força na direção oposta variando de intensidade, dependendo da região do asteroide. Os pontos mais quentes do corpo sofrem uma força maior. Esta emissão térmica, mesmo sendo pequena, pode causar mudanças seculares nos elementos orbitais do asteroide. A mudança mais importante é no semi-eixo maior, que pode fazer com que um asteroide saia de uma órbita estável no Cinturão Principal para uma órbita instável, podendo passar a fazer parte dos asteroides próximos a Terra, os chamados NEAs (BOTTKÉ ET AL, 2006).

Outro efeito devido à radiação térmica emitida pelo corpo, capaz de modificar a taxa de rotação dos asteroides, é o Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack, conhecido como efeito YORP (RUBINCAM, 2000). A radiação térmica gera um torque, que acelera ou desacelera a taxa de rotação de um asteroide mudando a orientação do eixo de rotação.

Estes efeitos na órbita e rotação do asteroide também podem determinar sua forma. Como a maioria dos asteroides são amontoados de cascalhos, ou *rubble piles*, os efeitos descritos podem causar mudança na estrutura do asteroide. Quando a aceleração centrífuga, devido à aceleração na rotação gerada pelo efeito YORP, exceder a gravidade do corpo e a força interna da estrutura de cascalhos, a forma do asteroide irá sofrer uma reconfiguração na distribuição de massa, que normalmente gera massa sobressalente ao redor do equador do objeto (BUSCH, 2010). Acrescentando mais momento angular, resulta em matéria no equador do asteroide excedendo a velocidade de rompimento, o que pode fazer com que a massa se desprenda do asteroide.

Esta é uma teoria para explicar a existência de inúmeros sistemas binários de asteroides, na qual um dos asteroides é muito maior que o outro corpo do sistema (SANCHEZ E SCHEERES, 2012).

3 MÉTODOS DE MODELAGEM DO CAMPO GRAVITACIONAL DE CORPOS IRREGULARES NA LITERATURA

Modelar corpos irregulares não é uma tarefa simples devido à complexidade da distribuição de massa destes corpos. Nos itens a seguir são descritos métodos existentes para modelar o potencial de corpos não esféricos.

3.1. Harmônicos esféricos

Uma maneira clássica para modelar o campo gravitacional de um asteroide é a expansão em harmônicos esféricos. Os coeficientes gravitacionais podem ser avaliados como integrais sobre um volume de um corpo, e para densidades constantes podem ser reduzidos a integrais sobre a superfície de um corpo (MACMILLAN, 1960). Os coeficientes também podem ser estimados por rastreamento radiométrico por um veículo espacial (YEOMANS ET AL, 2000).

A equação de Laplace pode ser resolvida separando as variáveis em termos das coordenadas esféricas. Denotam-se as coordenadas esféricas correspondentes ao vetor posição pelas Equações 3.1, 3.2 e 3.3:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3.1)$$

$$\text{sen } \delta = \frac{z}{r} \quad (3.2)$$

$$\tan \lambda = \frac{y}{x} \quad (3.3)$$

Sendo que δ é a latitude e λ a longitude.

A forma geral da equação de Laplace em coordenadas esféricas para o potencial gravitacional é dada pela Equação 3.4 (KAULA, 1966).

$$U(r, \delta, \lambda) = \frac{\mu}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{r_o}{r} \right)^l P_{lm}(\sin \delta) [C_{lm} \cos m\lambda + S_{lm} \sin m\lambda] \quad (3.4)$$

Sendo que μ é igual a constante gravitacional multiplicada pela massa, ou seja, $\mu = GM$; r_o é o raio normalizado; P_{lm} são as funções associadas de Legendre; C_{lm} e S_{lm} são os coeficientes harmônicos do campo gravitacional (ou coeficiente de Stokes).

Existem alguns problemas na utilização dos harmônicos esféricos para o campo gravitacional de um asteroide. A primeira é que a expansão em harmônicos é sempre uma aproximação do campo gravitacional devido ao truncamento finito da expansão em séries. O erro no truncamento aumenta quando se avalia o campo gravitacional perto do raio de convergência do modelo. A segunda desvantagem é que a mesma forma da expansão dos harmônicos exteriores não tem garantia de convergir dentro da esfera circunscrita (esfera de raio mínimo centrada no centro de massa do asteroide), e frequentemente diverge, o que não é um problema para planetas, pois possuem forma muito próxima da esférica (WERNER, 1996). Para tentar contornar o problema do modelo quando se está perto da superfície, são utilizados harmônicos elipsoidais, e ainda assim ocorrem problemas de divergência próximo da superfície, mas um pouco menos do que os gerados pelos harmônicos esféricos (SCHEERES, 2004).

Ou seja, o método dos harmônicos não é aconselhável para o estudo do campo gravitacional de um asteroide quando próximo da superfície.

3.2. Mascons

Outro método para modelar o campo gravitacional de um corpo irregular é denominado concentrações de massa, ou *mascon*, sigla em inglês para *mass concentration*. Consiste em preencher um volume com massas pontuais de forma que reproduza a distribuição de massa do asteroide da melhor forma. Cada *mascon* tem uma massa, sendo que a soma delas deve ser o valor total

da massa do asteroide (WERNER, 1996; GEISLER ET AL, 1997; SCHEERES, 1998).

No geral o volume é preenchido por massas pontuais, sendo que a força exercida em uma partícula orbitando este corpo é dada pela soma vetorial das forças geradas por cada concentração de massa.

É intuitivo notar que mesmo com uma grande quantidade de *mascons*, ainda assim existiriam espaços vazios, ou seja, a solução utópica seria uma quantidade infinita de massas, mas obviamente esta situação não existe, e quanto maior o número de massas menor será a velocidade de processamento computacional. Logo, a quantidade de concentrações de massas a serem utilizadas depende da precisão e do objetivo desejados.

Uma grande vantagem deste método é a abordagem com conceito simples, e dependendo da quantidade de massas pontuais utilizadas, a precisão pode ser considerada bem satisfatória para estudo de objetos irregulares. Mesmo quando próximo ao objeto este método pode ser utilizado, diferentemente do método dos harmônicos esféricos.

3.3. Poliedros

O estudo da modelagem de corpos irregulares por meio do método de poliedros é comum na literatura, principalmente na área da geofísica.

O potencial gravitacional obtido pelo método dos poliedros é expresso como a soma de finitos termos associados a faces e vértices. A formulação analítica para o potencial, a atração, e o gradiente da gravidade, é definida pelas Equações (3.5), (3.6) e (3.7), respectivamente (WERNER E SCHEERES, 1996).

$$U = \frac{1}{2} G\rho \left[\sum_{e \in edge} \mathbf{r}_e \mathbf{E}_e \mathbf{r}_e \cdot L_e - G\rho \sum_{f \in faces} \mathbf{r}_f \mathbf{F}_f \mathbf{r}_f \cdot w_f \right] \quad (3.5)$$

$$\nabla U = -G\rho \sum_{e \in \text{edge}} \mathbf{E}_e \mathbf{r}_e L_e + G\rho \sum_{f \in \text{faces}} \mathbf{F}_f \mathbf{r}_f w_f \quad (3.6)$$

$$\nabla \nabla U = G\rho \sum_{e \in \text{edge}} \mathbf{E}_e L_e - G\rho \sum_{f \in \text{faces}} \mathbf{F}_f w_f \quad (3.7)$$

Em que ρ é a densidade do asteroide, r_e o vetor de qualquer ponto da aresta e_d até r , e r_f o vetor de qualquer ponto da face até r .

F_f e E_e são díades, ou seja, quantidade que possui magnitude e duas direções associadas. Estes termos são formados pelas normais das faces e arestas, e são definidos pelas Equações (3.8) e (3.9).

$$F_f = \hat{n}_f \cdot \hat{n}_f \quad (3.8)$$

$$E_e = \hat{n}_f \cdot \hat{n}_e^f + \hat{n}_f \cdot \hat{n}_e^f \quad (3.9)$$

L_e é o fator adimensional que soma as conexões das arestas dos poliedros, obtido pela Equação 3.10.

$$L_e = \int_e \frac{1}{r} ds = \ln \frac{r_i + r_j + e_d}{r_i + r_j - e_d} \quad (3.10)$$

Em que r_i e r_j são as distâncias do centro do corpo até as extremidades de uma aresta, que podem ser vistas na Figura 3.1.

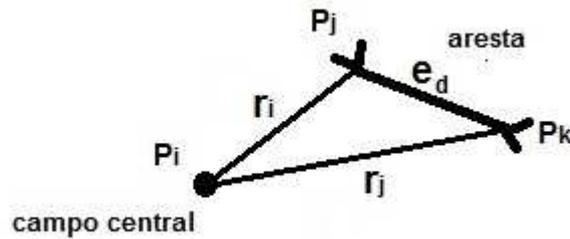


Figura 3.1 - Distâncias r_i e r_j do centro até extremidades de uma aresta.

Para uma face triangular unida pelos vértices P_i , P_j , P_k , o termo adimensional w_f , que representa o ângulo sólido de cada face, é calculado pela Equação 3.11:

$$w_f = 2 \arctan \frac{r_i \cdot r_j \times r_k}{r_i \cdot r_j \cdot r_k + r_i(r_j \cdot r_k) + r_j(r_k \cdot r_i) + r_k(r_i \cdot r_j)} \quad (3.11)$$

O método dos poliedros, comparado ao método das concentrações de massas para estudo do campo gravitacional, é um pouco mais preciso quando muito próximo da superfície do asteroide, porém depende da quantidade de faces triangulares utilizadas. Em relação ao trabalho computacional, estudos constataram que o método das concentrações de massa é um pouco mais rápido que o dos poliedros. Logo, um pouco mais de precisão pode significar um trabalho computacional mais pesado. O melhor método a ser utilizado vai depender do tipo de estudo e objetivo (ROSSI, 1999). No capítulo seguinte será descrito o modelo utilizado para a realização do estudo de evolução dos elementos orbitais e manobras ao redor de asteroides, que envolve modelo de poliedros para obtenção da forma do asteroide, porém com a abordagem do método de concentrações de massa.

4 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE TRAJETÓRIAS AO REDOR DE CORPOS NÃO ESFÉRICOS

4.1. Simulador de manobras

Em uma missão na qual o objetivo principal seja manobrar um veículo orbitando ao redor de um asteroide, é necessário conhecer a perturbação na órbita gerada pelo campo gravitacional não central, devido ao fato da distribuição de massa do asteroide ser assimétrica.

Uma órbita de referência não perturbada, por exemplo, com campo gravitacional central que resulta em uma órbita kepleriana, foi utilizada para meio de comparação com a órbita perturbada devido à assimetria do asteroide. Assim, o ambiente de simulação STRS (*Spacecraft Trajectory Simulator*), utilizado neste trabalho, é capaz de manobrar o veículo de acordo com o objetivo desejado, seja ele somente fazer a correção da perturbação devido a não esfericidade do asteroide ou realizar uma manobra orbital.

A Figura 4.1 mostra o diagrama de blocos do sistema de controle de trajetória do simulador orbital STRS desenvolvido por Rocco (2006, 2008), utilizado posteriormente em diversos trabalhos (MARCELINO, 2009; COSTA FILHO, 2010; SANTOS, 2011; OLIVEIRA, 2012; GONÇALVES, 2013), que é a base do simulador de trajetórias com perturbação no campo gravitacional utilizado.

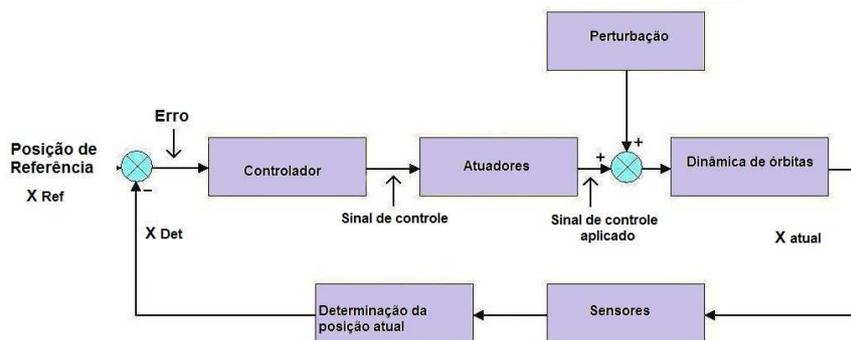


Figura 4.1 - Sistema de controle da órbita.

Fonte: Adaptado de Rocco (2008)

De acordo com Rocco (2012 e 2013), o movimento orbital pode ser simulado utilizando o ambiente de simulação STRS resolvendo a equação de Kepler para cada passo da simulação. Sendo assim, dado um estado inicial e um intervalo de tempo, o estado pode ser transformado em elementos Keplerianos, e utilizando a equação de Kepler, os elementos podem ser propagados para cada intervalo de tempo estipulado. Assim, os novos elementos Keplerianos podem ser convertidos para o novo estado.

O algoritmo implementado no simulador STRS resolve as equações de transformação dos elementos Keplerianos para estado, de forma que seja possível resolver o problema de manobrar o veículo ao redor de um asteroide aplicando as correções desejadas. A seguir são listadas as equações de transformação dos elementos Keplerianos a , e , i , Ω , ω , e M' para estado que constam no simulador:

$$R_{11} = \cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i \quad (4.1)$$

$$R_{12} = -\sin\omega\cos\Omega - \cos\omega\sin\Omega\cos i \quad (4.2)$$

$$R_{13} = \sin\Omega\sin i \quad (4.3)$$

$$R_{21} = \cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i \quad (4.4)$$

$$R_{22} = -\sin\omega\sin\Omega + \cos\omega\cos\Omega\cos i \quad (4.5)$$

$$R_{23} = -\sin\Omega\cos i \quad (4.6)$$

$$R_{31} = \sin\omega\sin i \quad (4.7)$$

$$R_{32} = \cos\omega\sin i \quad (4.8)$$

$$R_{33} = \cos i \quad (4.9)$$

$$\mathbf{R}(\Omega, i, \omega) = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$r = a(1 - e \cdot \cos u) \quad (4.11)$$

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (4.12)$$

$$r = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2} \quad (4.13)$$

$$v = (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2)^{1/2} \quad (4.14)$$

$$A_x = aR_{11} \quad (4.15)$$

$$A_y = aR_{21} \quad (4.16)$$

$$A_z = aR_{31} \quad (4.17)$$

$$B_x = a\sqrt{1-e^2} R_{12} \quad (4.18)$$

$$B_y = a\sqrt{1-e^2} R_{22} \quad (4.19)$$

$$B_z = a\sqrt{1-e^2} R_{32} \quad (4.20)$$

$$X_i = A_i(\cos u - e) + B_i \operatorname{senu} \quad (4.21)$$

$$\dot{X}_i = \frac{a_n}{r} (-A_i \operatorname{senu} + B_i \cos u) \quad (4.22)$$

O sentido inverso, ou seja, a transformação de estado em elementos Keplerianos pode ser obtida por meio das seguintes equações:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v} = (YZ - \dot{Y}Z)\hat{i} + (ZX - \dot{Z}X)\hat{j} + (XY - \dot{X}Y)\hat{k} \quad (4.23)$$

$$r\dot{r} = X\dot{X} + Y\dot{Y} + Z\dot{Z} \quad (4.24)$$

$$\Omega = \arctan\left(\frac{h_x}{-h_y}\right) \quad (4.25)$$

$$i = \arctan\left[\frac{(h_x^2 + h_y^2)^{1/2}}{h_z}\right] \quad (4.26)$$

$$f = \arcsen\left(\frac{(1-e^2)^{1/2} \operatorname{senu}}{1 - e \cos u}\right) \quad (4.27)$$

$$f = \arccos\left(\frac{\cos u - e}{1 - e \cos u}\right) \quad (4.28)$$

$$\tan \theta = \frac{-\cos i \sin \Omega_o + \cos i \cos \Omega_o + \sin i Z}{\cos \Omega_o + \sin \Omega_e} \quad (4.29)$$

$$\theta = \omega + f \quad (4.30)$$

A equação de Kepler, que fornece a anomalia média, é obtida por meio da Equação 4.31.

$$M' = u - e \cdot \sin u \quad (4.31)$$

Sendo e a excentricidade, e u a anomalia excêntrica.

Os principais subsistemas do simulador orbital STRS são mostrados na Figura 4.2 por meio de um fluxograma de dados.

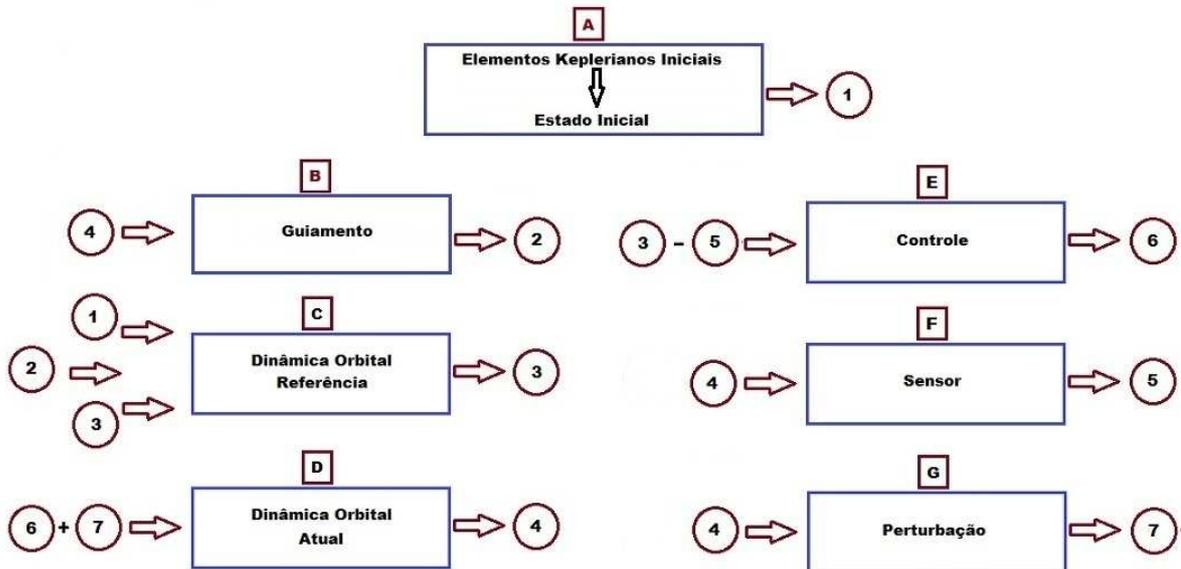


Figura 4.2 - Fluxograma de dados com os principais subsistemas do simulador orbital.

A seguir será feita uma descrição resumida dos subsistemas que compõem a Figura 4.2.

- Os elementos keplerianos iniciais em $t = 0$ devem ser fornecidos ao subsistema A que calcula o estado inicial do veículo;
- O estado inicial é fornecido aos subsistemas C e D, que contém a dinâmica orbital de referência e a dinâmica de órbita atual;
- O subsistema C fornece o estado de referência do veículo a cada intervalo de tempo. Este subsistema considera como entrada variações na velocidade orbital, definidas por meio do cálculo de possíveis manobras a serem implementadas;
- O subsistema D fornece o estado atual do veículo a cada intervalo de tempo. Neste subsistema o estado atual do veículo é controlado por meio das variações de velocidade orbital calculadas pelo sistema de controle. O estado atual deve seguir o estado de referência calculado no subsistema C;
- O subsistema E utiliza um controlador proporcional-integral-derivativo (PID), ou outro controlador de interesse, para fornecer o valor do incremento de velocidade que deve ser aplicado. Este subsistema considera não linearidades nos atuadores, tais como zona morta, saturação, e atraso de resposta, além de considerar erros de direção e magnitude dos incrementos de velocidade aplicados pelos propulsores;
- O subsistema F fornece as medidas atuais de posição e velocidade do veículo considerando não linearidades no modelo dos sensores e erros nas medidas;
- O subsistema G fornece as perturbações orbitais que agem no veículo.

A leitura das posições de cada face usando o modelo de poliedros, cálculos da força perturbadora, rotação e outros dados do asteroide, é feita dentro do subsistema G. Esses resultados são enviados ao subsistema D para

determinação do estado atual, para que assim, possam ser realizadas as manobras desejadas.

A maior contribuição deste trabalho foi o fornecimento de parâmetros de entrada para o simulador STRS, obtidos por meio da modelagem da distribuição de massa de asteroides reais, de maneira a permitir o estudo de perturbações gravitacionais em trajetórias em torno de corpos irregulares. Essas trajetórias possuem comportamento e características bastante diferentes de trajetórias geradas por campos gravitacionais centrais. Além disso, todos os resultados gerados e análises de estudo de casos que serão apresentados a seguir são contribuições originais deste trabalho.

4.2. Modelagem do corpo irregular com centros de massa secundários

Em testes preliminares considerou-se o campo gravitacional da Terra deformado por 12 centros de atração secundários posicionados fora do centro da Terra, apenas como um teste de conceito para testar o sistema de controle de trajetória em malha fechada. Assim, o campo gravitacional gerado pela distribuição não uniforme de massa não pode ser considerado como central, o que provoca perturbações na trajetória de um veículo espacial com relação à trajetória kepleriana que seria obtida caso o campo gravitacional fosse central (VENDITTI ET AL, 2012).

Depois de testar o modelo deformando o campo gravitacional da Terra por meio da alocação de centros secundários de atração, corpos menores que a Terra foram estudados para avaliar a perturbação na trajetória do veículo devido à atração gravitacional das massas posicionadas fora do centro do corpo. Simulações foram realizadas utilizando nove centros de atração como teste. Dados do asteroide Kleopatra, como massa e dimensões aproximadas, foram utilizadas como referência. Cinco concentrações de massa foram posicionadas alinhadas, e as outras quatro foram posicionadas duas em cada extremidade perpendiculares à linha das cinco massas. Foi atribuído o valor de $5,15 \times 10^{17}$ kg para cada concentração de massa, totalizando o valor da massa

do asteroide Kleopatra, de $4,64 \times 10^{18}$ kg. A Figura 4.3 mostra o posicionamento das massas como foi descrito.

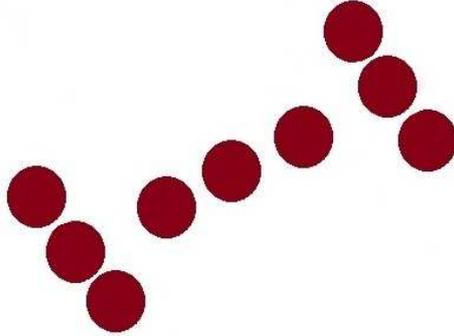


Figura 4.3 - Posicionamento das nove concentrações de massa.

Uma simulação foi feita utilizando os dados iniciais da Tabela 4.1. As Figuras 4.4 a 4.8 mostram a evolução dos elementos orbitais ao longo de 2000 órbitas, sendo que a linha magenta representa a órbita kepleriana de referência, e a linha azul a órbita perturbada. A Figura 4.9 mostra um esquema da órbita.

Tabela 4.1 - Elementos orbitais iniciais para simulação com concentrações de massa.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
300	0,0001	1	80	72	113	0	2000

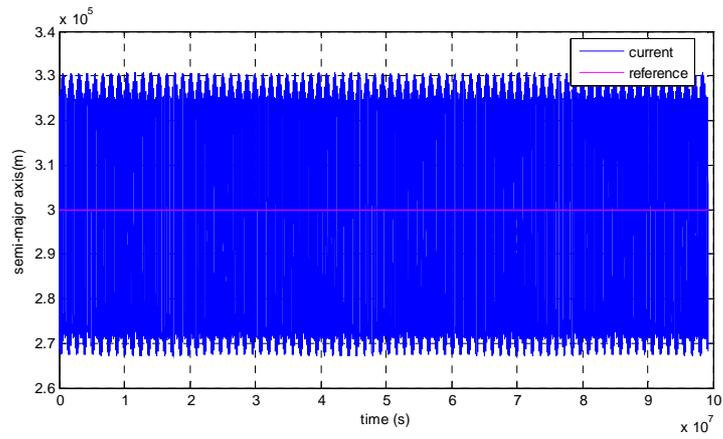


Figura 4.4 - Semi-eixo maior, concentrações de massa

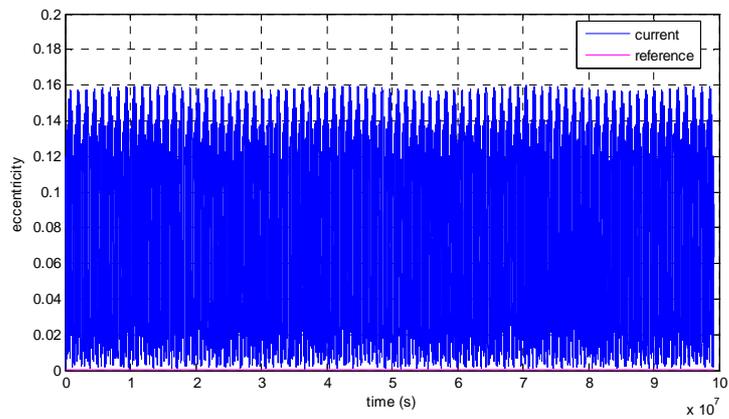


Figura 4.5 – Excentricidade, concentrações de massa.

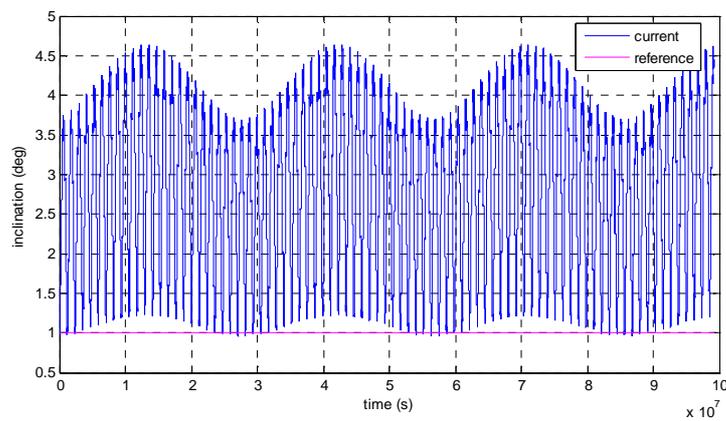


Figura 4.6 – Inclinação, concentrações de massa.

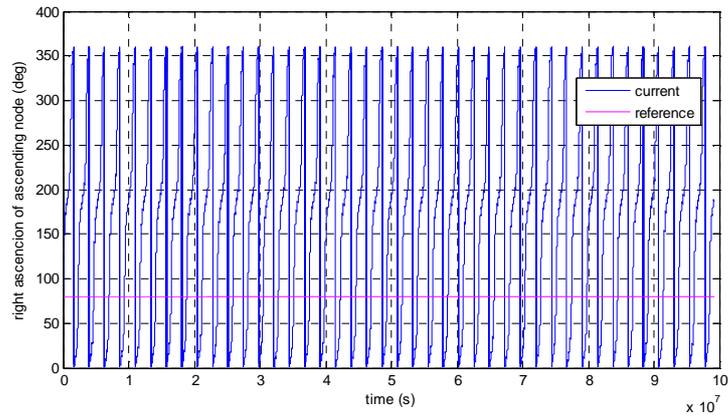


Figura 4.7 - Ascensão reta do nodo ascendente, concentrações de massa.

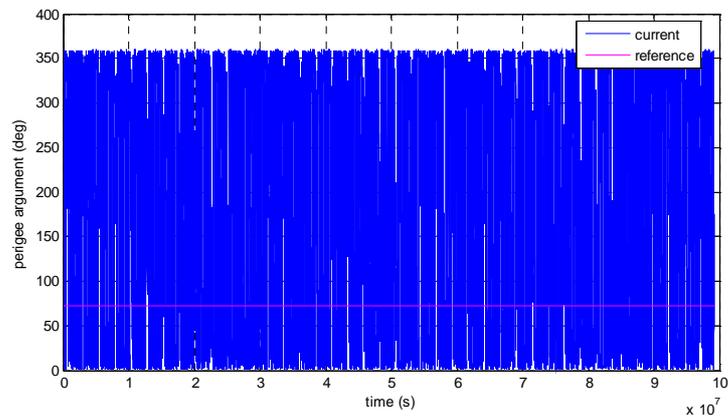


Figura 4.8 - Argumento do periapside, concentrações de massa.

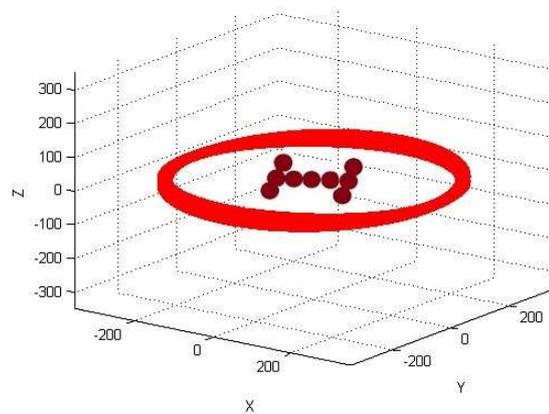


Figura 4.9 - Órbita ao redor do corpo hipotético, modelo de concentrações de massa.

4.3. Modelagem do corpo irregular com cubos

Paralelepípedo é o prisma quadrangular limitado por três pares de paralelogramos paralelos e geometricamente iguais dois a dois, e doze arestas iguais quatro a quatro.

Paralelepípedo reto é aquele em que as faces laterais e as arestas laterais são perpendiculares às bases. Portanto, as faces laterais são retângulos, e as bases são paralelogramos. Se for limitada por seis retângulos, chama-se paralelepípedo retângulo. Se for limitada por seis quadrados, chama-se cubo ou hexaedro.

A diagonal de um paralelepípedo retângulo é um segmento de reta cujos extremos são vértices que não pertencem a uma mesma face, sendo o quadrado do seu comprimento dado pela soma dos quadrados dos comprimentos das três arestas concorrentes num vértice.

Sendo e_d a aresta do cubo, a diagonal D do cubo é a hipotenusa do triângulo retângulo de catetos e_d e d , mostrados na Figura 4.10.

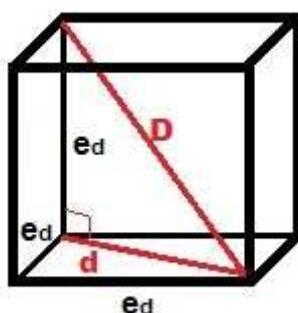


Figura 4.10 - Dimensões de um cubo

Alguns trabalhos importantes sobre a formulação do potencial de objetos retangulares foram desenvolvidos no final dos anos 50 (MACMILLAN, 1958) e continuaram a ser desenvolvidos décadas depois (WALDVODEL, 1976, 1979). Mais recentemente, alguns progressos neste assunto foram feitos (WERNER,

1994, 1996, 1997). Estudos das propriedades das órbitas ao redor de objetos retangulares também foram desenvolvidos (BROUCKE E PRADO, 2004; SCHEERES, 2012a).

O potencial para um cubo é dado pela equação 4.31 (MACMILLAN, 1958).

$$U = \frac{Gm}{r} - \frac{7e_d^4 Gm}{30r^9} [x^4 + y^4 + z^4 - 3(x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2)] \quad (4.32)$$

Derivando o potencial, foram obtidas as componentes da força para um cubo:

$$F_x = \frac{7e_d^4 Gm(x^4 - 5x^2(y^2 + z^2) + (y^4 - y^2 z^2 + z^4))}{6(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (4.33)$$

$$F_y = \frac{7e_d^4 Gm y(3x^4 + y^4 - 5y^2 z^2 + 3z^4 - x^2(5y^2 + 3z^2))}{6(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (4.34)$$

$$F_z = \frac{7e_d^4 Gm z(3x^4 + 3y^4 - 5y^2 z^2 + z^4 - x^2(3y^2 + 5z^2))}{6(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (4.35)$$

$$F_t = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (4.36)$$

Sendo G a constante gravitacional igual a $6,6738 \times 10^{-11}$ ($m^3/kg.s^2$), x , y e z são as coordenadas da posição, e e_d é a aresta do cubo.

Simulações foram obtidas considerando um objeto na forma de um cubo com densidade homogênea e arestas medindo 80 km (VENDITTI ET AL, 2013). A

Figura 4.10 mostra uma órbita ao redor desta figura. Os gráficos que serão mostrados foram gerados para dois casos diferentes:

- Caso I: mostra a órbita com perturbação gravitacional devido à forma de cubo;
- Caso II: utilizando propulsão para correção da perturbação. Ou seja, os efeitos causados pela forma do cubo são anulados para que o veículo ao redor se mantenha próximo a uma órbita Kepleriana de referência;

O caso II tem o intuito de testar a capacidade inerente do ambiente de simulação STRS de simular manobras ao redor de corpos irregulares. Devido ao fato do cubo gerar um campo gravitacional incomum, principalmente nas regiões próximas das arestas, pode-se considerar que o sistema de controle de trajetória será exigido em uma situação de pior caso. Para asteroides reais, arestas como as de um cubo dificilmente serão encontradas. Portanto, garantindo a capacidade do simulador STRS de lidar com a situação de pior caso garante-se a capacidade de estudar manobras orbitais ao redor de asteroides reais utilizando esse simulador.

As Figuras de 4.12 a 4.21 mostram gráficos dos elementos orbitais para 2 órbitas ao redor de um cubo para os casos I e II. O semi-eixo maior inicial utilizado na simulação foi de 86 km, excentricidade de 0.13 e inclinação de 80° . O caso II mostra a propulsão atuando para corrigir os efeitos da perturbação gravitacional, fazendo com que o veículo se mantenha o mais próximo possível de uma órbita Kepleriana de referência. Para o caso I, a linha em azul dos gráficos mostram a órbita perturbada, e em magenta uma órbita Kepleriana de referência. Para o caso II as linhas em azul mostram a órbita perturbada sendo corrigida com propulsão, e a linha magenta continua sendo a órbita Kepleriana de referência.

É possível notar nos gráficos para simulações ao redor de um cubo que existem picos, que podem ser vistos principalmente nas Figuras 4.12 e 4.14.

Esses picos acontecem devido ao fato dos elementos orbitais iniciais escolhidos para a simulação passarem muito próximos dos vértices do cubo. Na Figura 4.11 é possível notar que, principalmente em um dos vértices da parte superior do cubo, a órbita passa bastante próxima.

A Figura 4.22 mostra a quantidade de propulsão aplicada ao longo do tempo. A Figura 4.23 é o gráfico que mostra a perturbação, na qual é possível perceber que a força propulsora sendo aplicada na Figura 4.22 é contrária à perturbação mostrada na Figura 4.23, como era esperado. Dessa forma, demonstra-se a capacidade do simulador STRS de mitigar os efeitos da perturbação orbital e manobrar o veículo espacial, se assim for desejado.

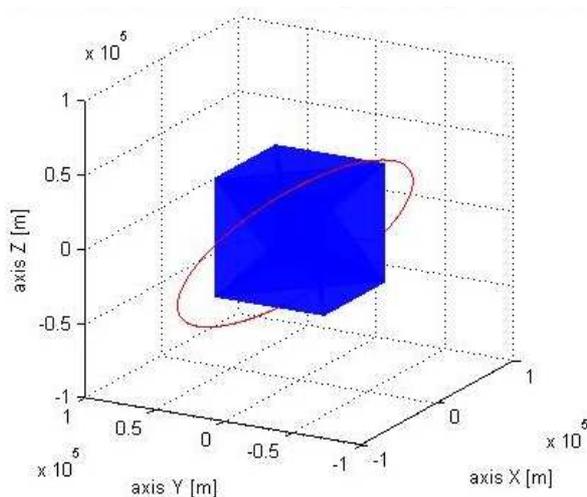


Figura 4.11 - Órbita ao redor de um cubo.

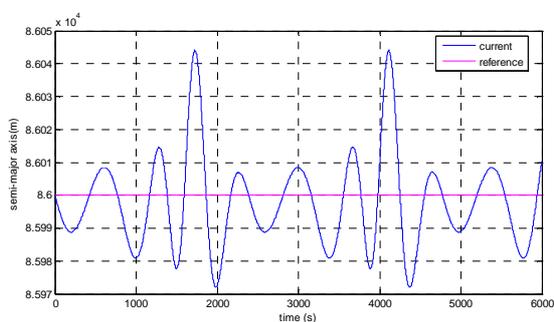


Figura 4.12 - Semi-eixo maior ao redor de um cubo, caso I.

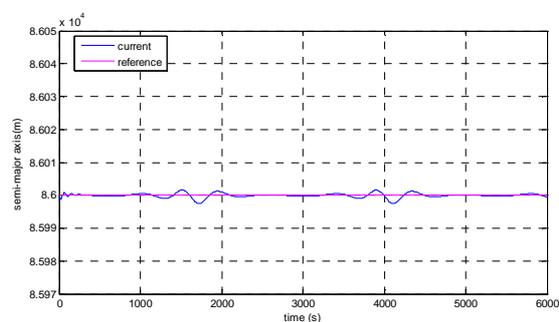


Figura 4.13 - Semi-eixo maior ao redor de um cubo, caso II.

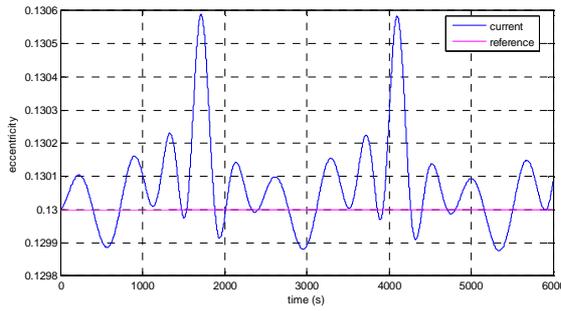


Figura 4.14 – Excentricidade ao redor de um cubo, caso I.

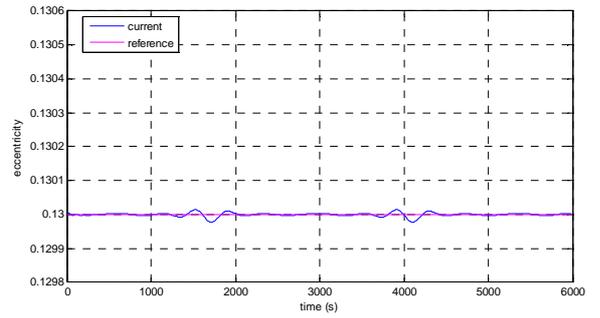


Figura 4.15 – Excentricidade ao redor de um cubo, caso II.

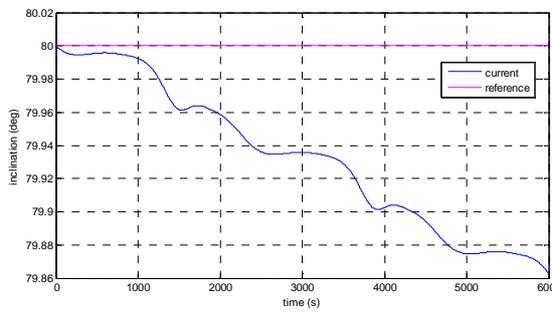


Figura 4.16 – Inclinação ao redor de um cubo, caso I.

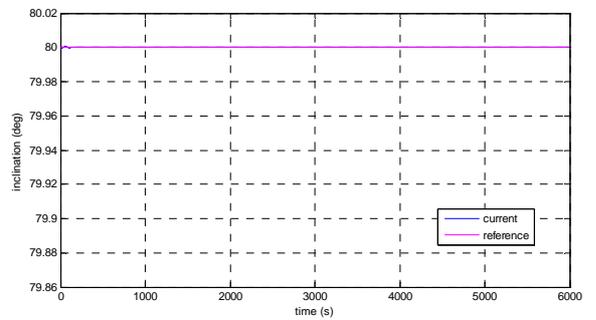


Figura 4.17 – Inclinação ao redor de um cubo, caso II.

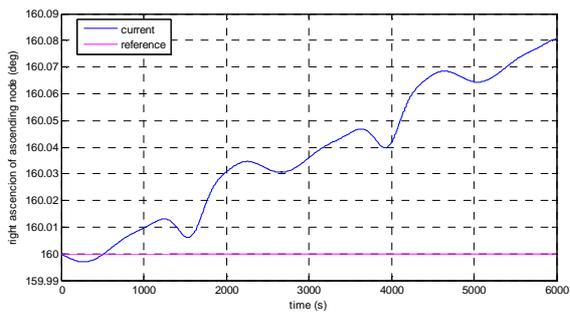


Figura 4.18 - Ascensão reta do nodo ascendente ao redor de um cubo, caso I.

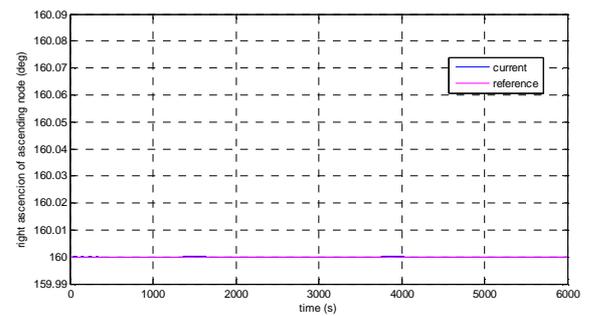


Figura 4.19 - Ascensão reta do nodo ascendente ao redor de um cubo, caso II.

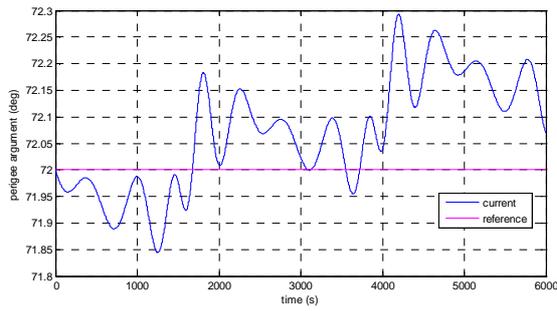


Figura 4.20 - Argumento do periapside ao redor de um cubo, caso I.

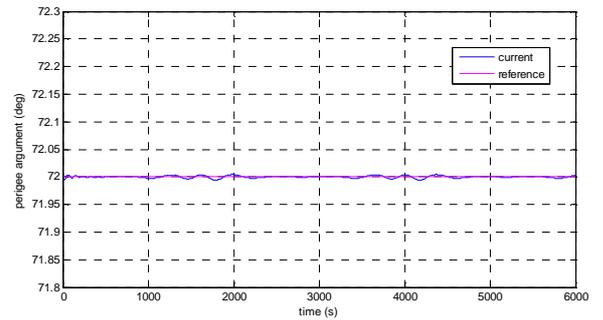


Figura 4.21 - Argumento do periapside ao redor de um cubo, caso II.

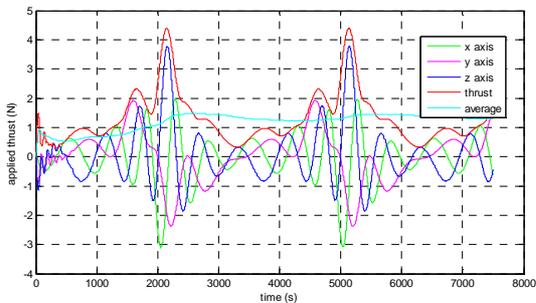


Figura 4.22 - Propulsão aplicada para correção ao redor de um cubo.

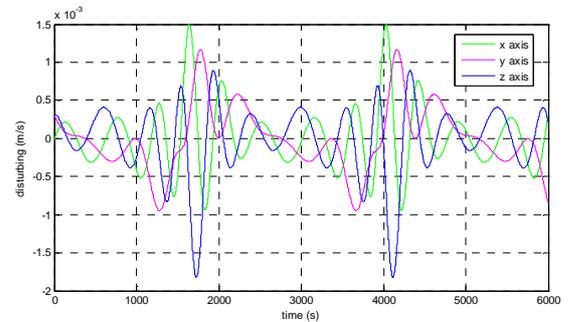


Figura 4.23 - ΔV devido a perturbação ao redor de um cubo.

Representações para pequenos corpos irregulares podem ser elaboradas utilizando cubos, e modelados por um conjunto de cubos distribuídos pelo volume do objeto, de maneira que o potencial gravitacional seja obtido por meio da somatória do potencial gerado por cada cubo individualmente (GASKELL ET AL, 2008).

4.4. Modelagem do corpo irregular com poliedros

Para se aproximar de modo mais preciso da forma real do asteroide foram desenvolvidos trabalhos que tratam do potencial de corpos tridimensionais por meio do método de poliedros (WERNER, 1994). Por meio da coleta de dados

feitas pelo rádio telescópio de Arecibo, em Porto Rico, por Ostro et al. (2000), foram criados modelos de poliedros para diversos asteroides considerando densidade constante (NEESE, 2004). Estes modelos de poliedros fornecem uma tabela de vértices com as coordenadas x, y e z de cada vértice. Também é fornecida uma tabela de faces triangulares com o número dos três vértices que formam cada uma das faces. Estes dados do modelo de poliedros disponibilizados pelo JPL/NASA têm sido usados para diversos estudos relacionados a asteroides, como para estudos de estabilidade, estudo do campo gravitacional (CHANUT, 2012), mapeamento de órbitas (CANGAHUALA, 2005), entre outras aplicações. Os modelos para alguns asteroides utilizando essas tabelas de faces e vértices são mostrados nas Figuras 4.24 a 4.30. A forma como esses dados são disponibilizados é mostrada na Tabela 4.2 e 4.3 para o asteroide Castalia.

Tabela 4.2 - Coordenadas de vértices de Castalia.

Vértice	Coordenada x(km)	Coordenada y(km)	Coordenada z(km)
1	0.000000e+00	0.000000e+00	2.893730e-01
2	7.342140e-01	0.000000e+00	0.000000e+00
3	0.000000e+00	4.104200e-01	0.000000e+00
4	-8.202460e-01	0.000000e+00	0.000000e+00
5	0.000000e+00	-4.391400e-01	0.000000e+00
6	0.000000e+00	0.000000e+00	-3.752060e-01
⋮	⋮	⋮	⋮
2048	-4.620033e-01	-4.599979e-01	-4.060331e-02

Tabela 4.3 - Vértices relacionados a cada face triangular de Castalia.

Face	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3
1	1882	652	23
2	24	1135	641
3	70	1030	581
4	1966	249	1750
5	622	1763	365
6	667	1976	199
⋮	⋮	⋮	⋮
4092	342	1214	2048

O modelo de poliedros para a forma do asteroide Castalia possui 4092 faces e 2048 vértices, mostrado na Figura 4.24.

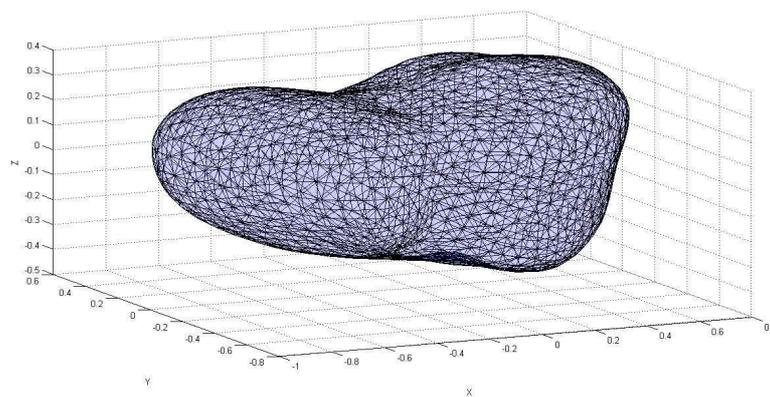


Figura 4.24 - Modelo de poliedros para o asteroide Castalia.

O modelo de poliedros para o asteroide Kleopatra possui 4092 faces e 2048 vértices, mostrados na Figura 4.25.

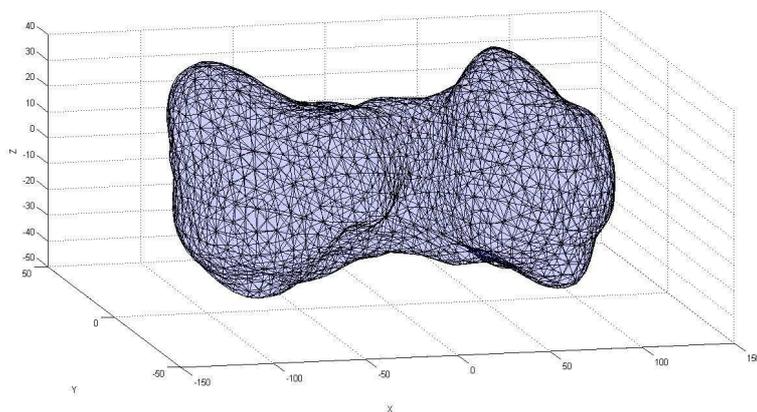


Figura 4.25 - Modelo de poliedros para o asteroide Kleopatra.

O modelo de poliedros para o asteroide Golevka possui 4092 faces e 2048 vértices, mostrados na Figura 4.26.

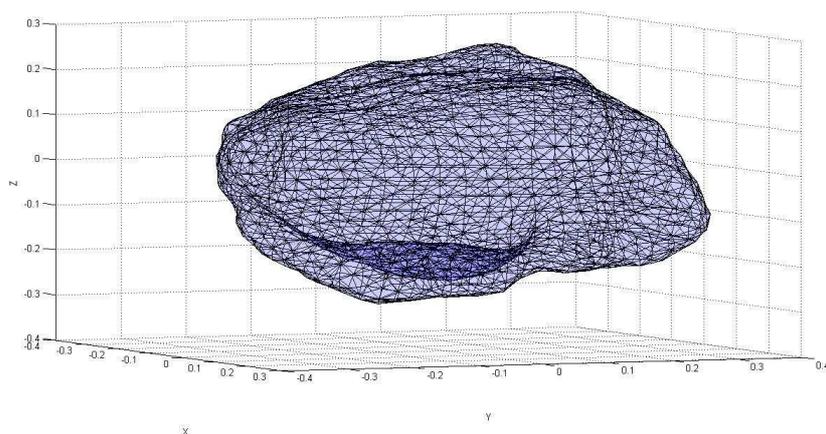


Figura 4.26 - Modelo de poliedros para o asteroide Golevka.

O modelo de poliedros para o asteroide Toutatis possui 12796 faces e 6400 vértices, mostrados na Figura 4.27. Este asteroide possui rotação em dois eixos, diferente da grande maioria que só possui rotação em um eixo.

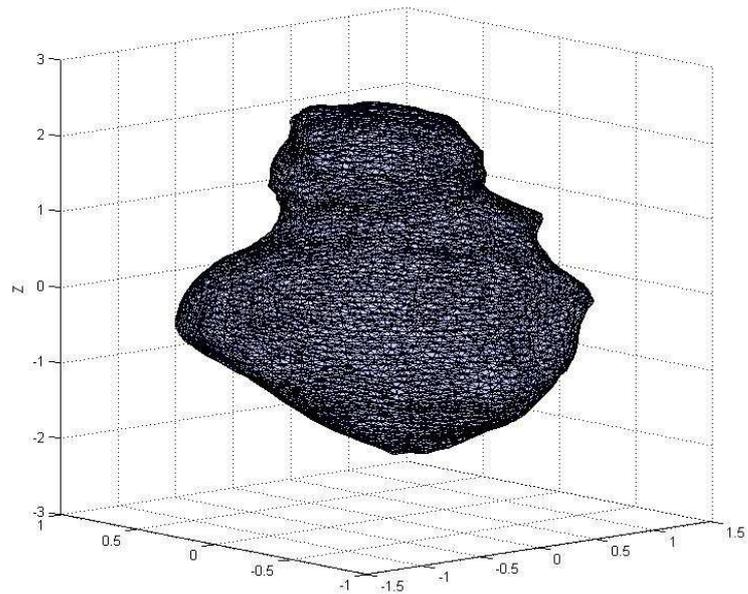


Figura 4.27 - Modelo de poliedros para o asteroide Toutatis.

O modelo de poliedros para o asteroide Geographos possui 16380 faces e 8192 vértices, mostrados na Figura 4.28.

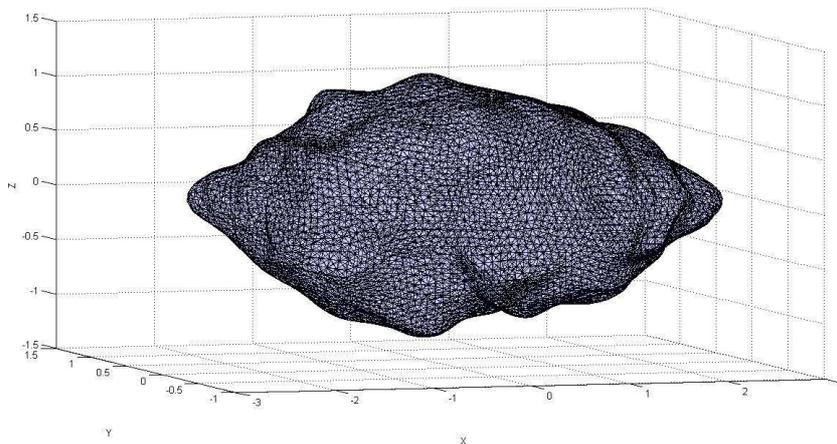


Figura 4.28 - Modelo de poliedros para o asteroide Geographos.

O modelo de poliedros para o asteroide Itokawa possui 49152 faces e 25350 vértices, mostrados na Figura 4.29.

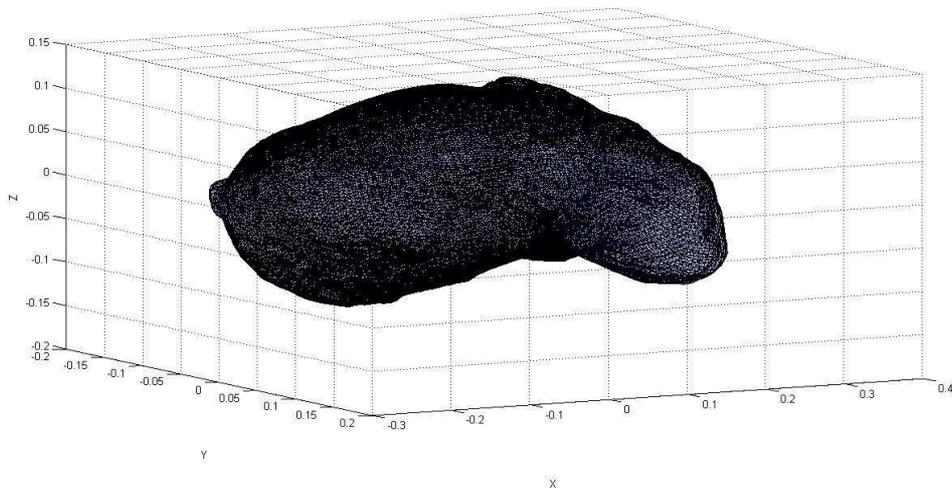


Figura 4.29 - Modelo de poliedros para o asteroide Itokawa.

O modelo de poliedros para o asteroide Eros possui 49152 faces e 25350 vértices, mostrados na Figura 4.30. O modelo de poliedros para o asteroide Eros foi desenvolvido por meio de dados observacionais feitos da sonda NEAR (GASKELL, 2007). O asteroide '(433) Eros', ou '1898 DQ' pelo código alfanumérico, foi descoberto dia 13 de agosto de 1898 por Witt, G. em Berlim, e é um NEA da categoria dos Amor, que não cruza a órbita da Terra. Possui magnitude absoluta de 11,16, albedo geométrico de 0,25 (taxa de luz refletida pelo asteroide que é recebida do Sol em um ângulo de fase zero), e período de rotação de 5,270 horas.

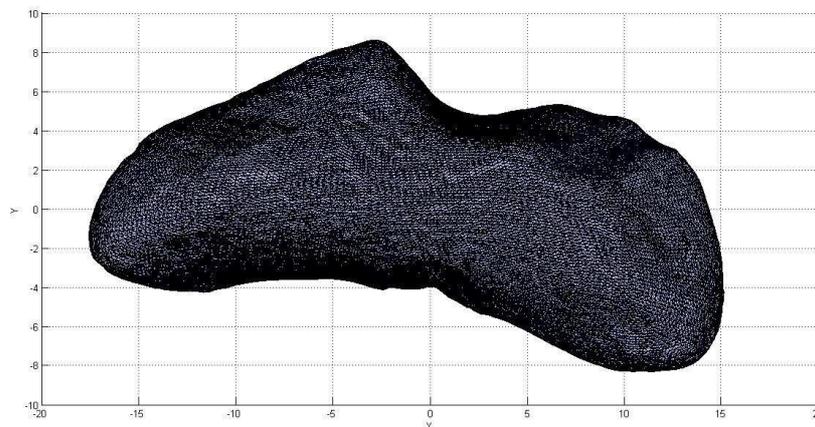


Figura 4.30 - Modelo de poliedros para o asteroide Eros.

4.5. Força perturbadora obtida por diferentes modelos de concentrações de massas com auxílio do modelo de poliedros

Utilizando os dados das tabelas de faces e vértices disponibilizadas pelo JPL/NASA com base no modelo de poliedros, quatro abordagens diferentes para o campo gravitacional de um corpo irregular foram desenvolvidas e testadas. A seguir serão descritas as características de cada caso:

- Modelo 1 - É calculado o baricentro de cada face triangular da superfície, sendo que a massa concentrada em cada baricentro do triângulo é proporcional ao tamanho da área da face. Figura 4.31;
- Modelo 2 - Cada face triangular é ligada ao centro do asteroide formando um tetraedro, que é dividido em camadas de forma a obter cinco subfaces. É calculado o baricentro de cada subface dos triângulos, sendo que a massa é proporcional ao tamanho da área da face. Figura 4.32;
- Modelo 3 - Cada face triangular é ligada ao centro do asteroide formando um tetraedro. É calculado o baricentro de cada tetraedro, sendo que a massa é proporcional ao volume. Figura 4.33;
- Modelo 4 - Cada face triangular é ligada ao centro do asteroide formando um tetraedro, que é dividido em cinco partes, de forma a obter cinco camadas de volumes dentro de cada tetraedro. É calculado o baricentro de cada figura, sendo que a massa é proporcional ao volume de cada figura. Figura 4.34.

Os quatro modelos, e seus respectivos baricentros, são representados nas Figuras de 4.31 a 4.34.

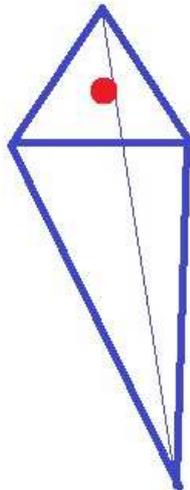


Figura 4.31 - Modelo 1 para uma face triangular, com o baricentro em vermelho.

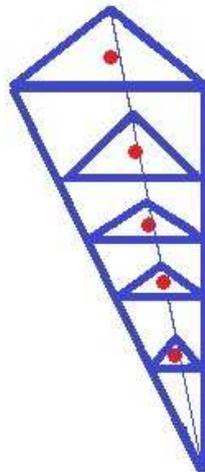


Figura 4.32 - Modelo 2 para subfaces triangulares, com o baricentro em vermelho.

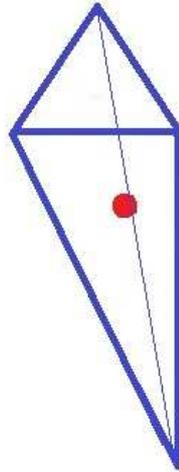


Figura 4.33 - Modelo 3 para um tetraedro, com o baricentro em vermelho.

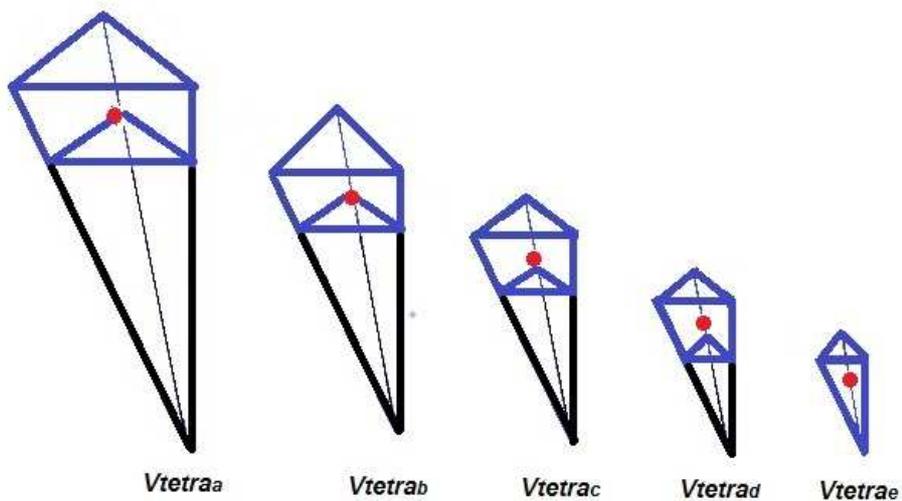


Figura 4.34 - Modelo 4 para tetraedro principal dividido em cinco partes em azul, representados pelas letras *a*, *b*, *c*, *d* e *e*, com o baricentro em vermelho.

Os quatro modelos foram montados para teste utilizando os dados de faces e vértices do asteroide Kleopatra, e são mostrados nas Figuras de 4.35 a 4.38. Os pontos nas figuras são referentes à posição dos baricentros de acordo com cada modelo.

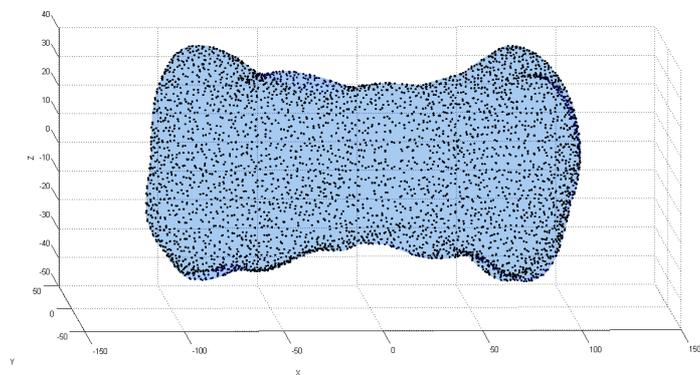


Figura 4.35 - Modelo 1. Baricentros das faces da superfície para o asteroide Kleopatra.

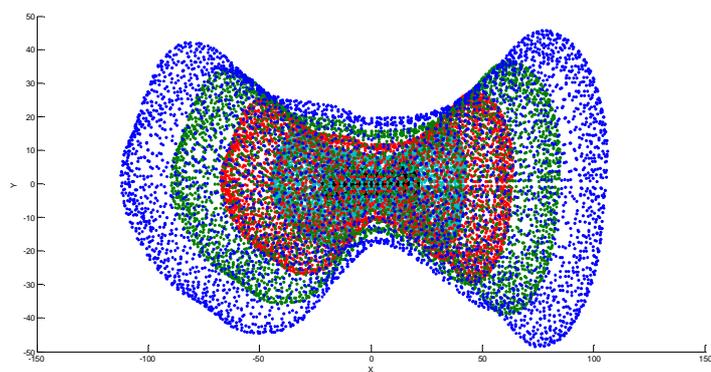


Figura 4.36 - Modelo 2. Baricentros das subfaces para o asteroide Kleopatra.

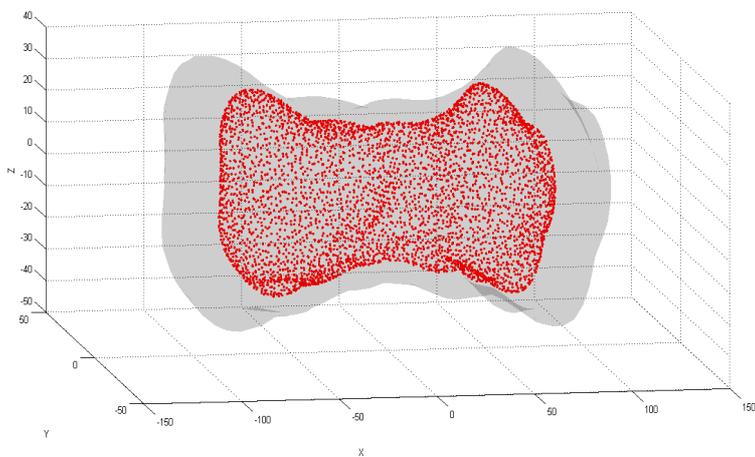


Figura 4.37 - Modelo 3. Baricentros dos tetraedros para o asteroide Kleopatra.

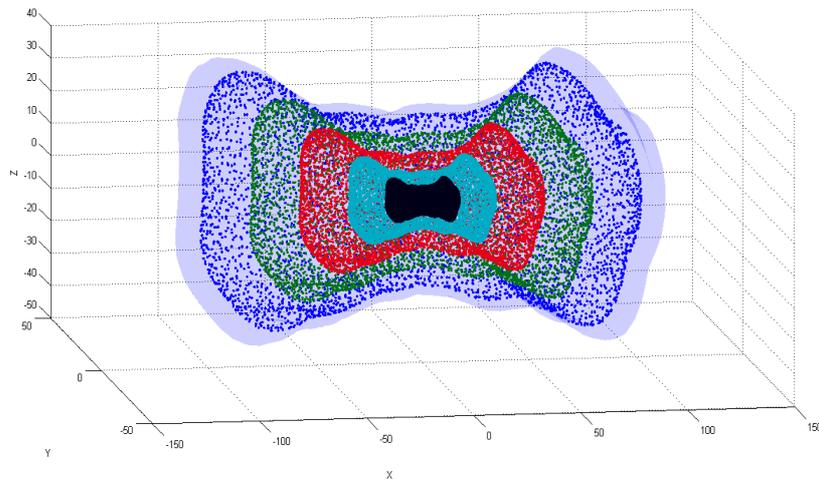


Figura 4.38 - Modelo 4. Baricentros dos cinco volumes contidos em cada tetraedro principal para o asteroide Kleopatra.

A seguir será feita a descrição de como a força perturbadora é calculada, sendo que esta força será utilizada para estudar o comportamento de órbitas ao redor dos asteroides e realizar manobras.

Primeiramente é calculada a área de cada face, sendo que essas faces triangulares são planas. Este cálculo foi feito utilizando o teorema de Heron, que fornece a área do triângulo em função das arestas, de acordo com a Equação 4.37 (HEATH, 1921).

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad (4.37)$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} \quad (4.38)$$

Sendo que a , b e c são as três arestas da face, e s é o semi-perímetro.

Após obter a área relacionada a cada face, é calculada a parcela de massa em cada face triangular, sendo que a soma das massas de todas as faces deve ser igual à massa total do asteroide, mostrado na Equação 4.39. Este resultado será necessário para o cálculo da força perturbadora exercida pelo asteroide.

$$\sum_{i=1}^N M_i = \frac{M_T}{A_T} \sum_{i=1}^N A_i \quad (4.39)$$

Sendo que M_i e A_i são as parcelas de massa e área de cada face do modelo de poliedros, respectivamente. M_T e A_T são a massa e a área total do asteroide, respectivamente. As somatórias vão de 1 à N , sendo N o número total de faces do modelo.

Para o modelo 3 foram calculados os volumes de cada tetraedro, sendo que este volume é referente a cada face triangular da superfície ligada ao centro do asteroide. Já para o modelo 4 foram calculados os volumes de cada prisma que compõe os tetraedros, e o volume do tetraedro menor ligado ao centro do corpo. O cálculo dos volumes para o modelo 4 foi realizado como mostra as Equações 4.40 a 4.44, sendo que os cinco volumes são mostrados em detalhe na Figura 4.39.

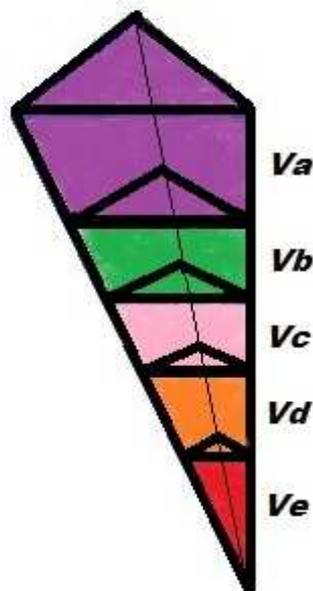


Figura 4.39 - Modelo 4, com o volume de cada parte da divisão do tetraedro.

$$V_e = Vtetra_e \quad (4.40)$$

$$V_d = Vtetra_d - Vtetra_e \quad (4.41)$$

$$V_c = Vtetra_c - V_d - Vtetra_e \quad (4.42)$$

$$V_b = Vtetra_b - V_c - V_d - Vtetra_e \quad (4.43)$$

$$V_a = Vtetra_a - V_b - V_c - V_d - Vtetra_e \quad (4.44)$$

Sendo $Vtetra_e$ o volume do tetraedro menor que se conecta ao centro do asteroide, $Vtetra_d$ o volume do segundo tetraedro em relação ao centro, $Vtetra_c$ o volume do terceiro tetraedro em relação ao centro, $Vtetra_b$ o volume do quarto tetraedro em relação ao centro, e $Vtetra_a$ o volume total do tetraedro maior. V_d , V_c , V_b e V_a são os volumes de cada subdivisão do tetraedro, mostrados na Figura 4.39 como prismas.

Da mesma forma que foi calculada as parcelas de massa relacionadas às áreas das faces triangulares para os modelos 1 e 2 pela Equação 4.37, foi calculada a parcela de massa relacionada ao volume de cada tetraedro para os modelos 3 e 4 pela Equação 4.45.

$$\sum_{i=1}^N M_i = \frac{M_T}{V_T} \sum_{i=1}^N V_i \quad (4.45)$$

Sendo que M_i e V_i são as parcelas de massa e volume de cada tetraedro ou prisma do modelo de poliedros, respectivamente. M_T e V_T são a massa e o volume total do asteroide, respectivamente. As somatórias vão de 1 à N , sendo N o número total de tetraedros ou prismas do modelo.

As faces triangulares, ou o volume que compõe essas faces, podem ser aproximados para concentrações de massa, sendo que a parcela de cada

concentração de massa é proporcional à área, ou volume abaixo de sua respectiva face. Quanto mais faces têm o modelo, mais válida será essa aproximação da face para concentrações de massa.

O próximo passo é calcular o baricentro de cada face triangular, com as Equações 4.46, 4.47 e 4.48.

$$B_x = \frac{V1_x + V2_x + V3_x}{3} \quad (4.46)$$

$$B_y = \frac{V1_y + V2_y + V3_y}{3} \quad (4.47)$$

$$B_z = \frac{V1_z + V2_z + V3_z}{3} \quad (4.48)$$

Sendo $V1$, $V2$ e $V3$ as coordenadas dos vértices das faces triangulares em cada eixo.

No caso dos modelos 3 e 4, o baricentro é calculado relativo ao volume, e não à área.

Assim, as coordenadas obtidas de cada baricentro, a partir do modelo de poliedros, são utilizadas para alocar as concentrações de massa. Com estas coordenadas é possível calcular a força gravitacional exercida por cada concentração de massa.

As Equações de 4.49 até 4.51, de acordo com as equações demonstradas no item 2.1, são utilizadas para obter a força gravitacional de cada baricentro, sendo que i vai de 1 até o número de faces contidas no modelo de poliedros utilizado para cada asteroide.

$$F_{Gix} \hat{i} = \left(-\frac{GM_i m}{r_{ix}^2} \hat{i} \right) \quad (4.49)$$

$$F_{Giy} \hat{j} = \left(-\frac{GM_i m}{r_{iy}^2} \hat{j} \right) \quad (4.50)$$

$$F_{Giz} \hat{k} = \left(-\frac{GM_i m}{r_{iz}^2} \hat{k} \right) \quad (4.51)$$

Sendo m a massa do veículo espacial, M_i a massa de cada face, e r_i a distância do veículo até o baricentro de cada face.

Tendo obtido a parcela de força de cada baricentro do modelo, é possível obter a força gravitacional total por meio da soma das forças geradas por todas as concentrações de massa pelas Equações 4.52, 4.53 e 4.54.

$$F_{GxT} = \sum_{i=1}^N F_{Gix} \quad (4.52)$$

$$F_{GyT} = \sum_{i=1}^N F_{Giy} \quad (4.53)$$

$$F_{GzT} = \sum_{i=1}^N F_{Giz} \quad (4.54)$$

Assim, a força gravitacional perturbadora do asteroide é a diferença da força devido ao campo central e da força gravitacional total do asteroide, como mostram as Equações 4.55, 4.56 e 4.57.

$$F_{Gx} = Fc - F_{GxT} \quad (4.55)$$

$$F_{Gy} = Fc - F_{GyT} \quad (4.56)$$

$$F_{Gz} = Fc - F_{GzT} \quad (4.57)$$

As equações anteriores foram consideradas no simulador STRS para que assim, órbitas ao redor dos asteroides possam ser simuladas. Conhecendo a força perturbadora é possível calcular a variação da velocidade, ou seja, o ΔV devido à perturbação. Sabendo o ΔV é possível realizar manobras de um veículo orbitando um asteroide e fazer as correções desejadas na órbita. A variação na velocidade em cada eixo é obtida por meio das Equações 4.58 a 4.60.

$$\Delta V_x = -\frac{F_{Gx} \text{passo}}{m} \quad (4.58)$$

$$\Delta V_y = -\frac{F_{Gy} \text{passo}}{m} \quad (4.59)$$

$$\Delta V_z = -\frac{F_{Gz} \text{passo}}{m} \quad (4.60)$$

Sendo que ΔV_x , ΔV_y e ΔV_z é a variação da velocidade em cada eixo; F_{Gx} , F_{Gy} e F_{Gz} a força gravitacional em cada eixo; e *passo* é a taxa de amostragem utilizada pelo simulador STRS, que equivale ao passo de integração da trajetória do veículo que foi considerada na simulação.

Para fazer uma comparação entre os quatro modelos descritos anteriormente, foram realizadas simulações do comportamento de um veículo espacial ao redor do asteroide Kleopatra durante 50, 1000 e 2000 órbitas, mostradas nas

Figuras 4.40 a 4.48. Os elementos orbitais iniciais utilizados para esse teste são mostrados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Elementos orbitais iniciais para o asteroide Kleopatra

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)
115	0,0001	1	80	72	113	5,385

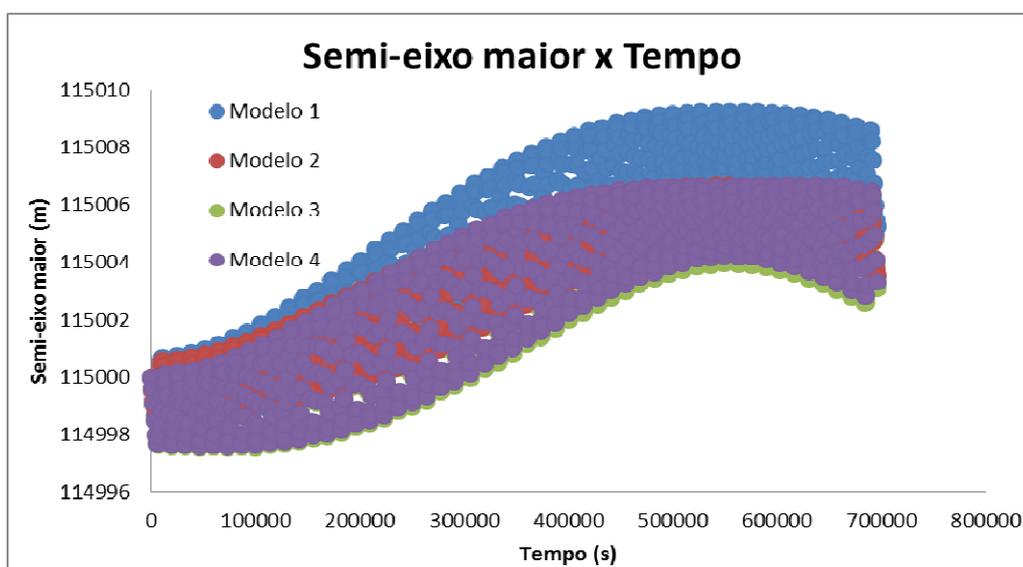


Figura 4.40 - Comparação da evolução no semi-eixo maior para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 50 órbitas.

A Figura 4.40 mostra o semi-eixo maior para os modelos de 1 a 4 durante 50 órbitas com os elementos orbitais iniciais da Tabela 4.4. Durante o período simulado, é possível notar que a diferença entre os modelos é de ordem bem pequena, com variação máxima entre os modelos que não passa de 3 metros.

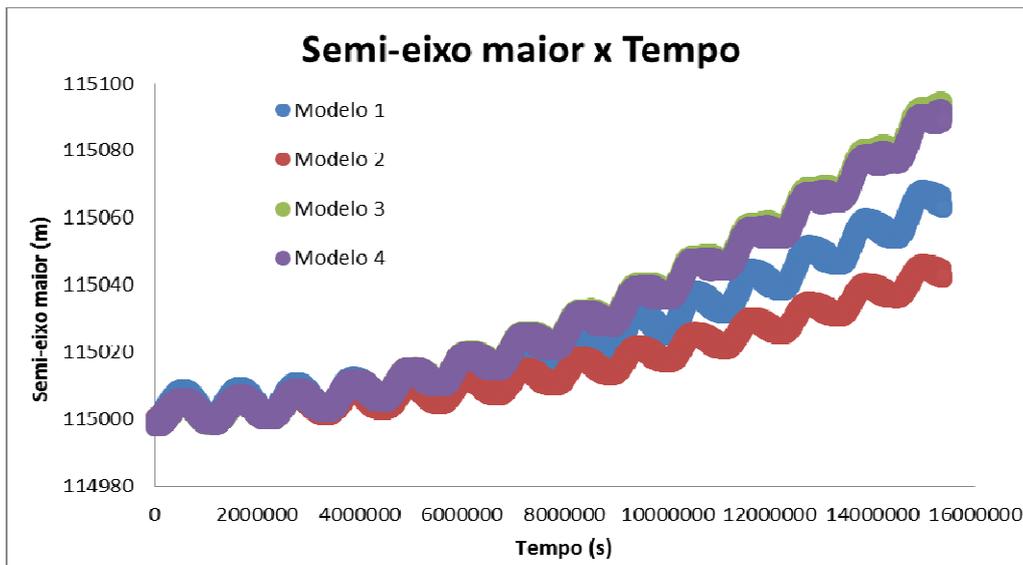


Figura 4.41 - Comparação da evolução no semi-eixo maior para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 1000 órbitas.

A Figura 4.41 mostra o semi-eixo maior para os modelos de 1 a 4 durante 1000 órbitas com os elementos orbitais iniciais da Tabela 4.4. É possível ver neste gráfico que a diferença entre os modelos é mais evidente no final das 1000 órbitas, sendo que os modelos 3 e 4 ficam praticamente sobrepostos, enquanto o modelo 1 tem uma diferença máxima no final de pouco mais de 20 metros em relação ao modelos 3 e 4. Já o modelo 2 tem uma diferença máxima de cerca de 40 metros em relação aos modelos 3 e 4, e de cerca de 20 metros em relação ao modelo 1.

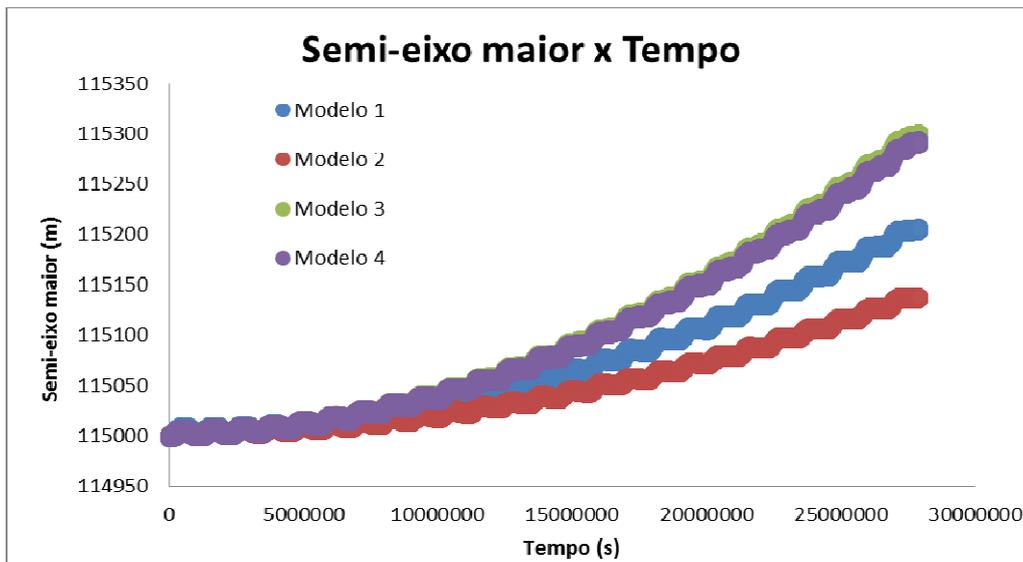


Figura 4.42 - Comparação da evolução no semi-eixo maior para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 2000 órbitas.

A Figura 4.42 mostra a evolução no semi-eixo maior ao longo de 2000 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra. É possível notar que os modelos com resultados mais próximos em relação ao semi-eixo maior são os modelos 3 e 4. No modelo 1 e 2 a força perturbadora é calculada considerando o baricentro das faces triangulares do modelo de poliedros. Já nos modelos 3 e 4, a força perturbadora é calculada considerando volumes. Uma diferença maior só é possível ser notada a partir da metade da simulação, por volta de 1000 órbitas. Ao final de 2000 órbitas, os modelos 3 e 4 ficam extremamente próximos, com uma diferença de cerca de 100 metros no semi-eixo maior em relação ao modelo 1, e cerca de 200 metros em relação ao modelo 2. Os modelos 1 e 2, que são relacionados às áreas das faces, terminam com uma diferença de cerca de 100 metros no semi-eixo maior.

A seguir serão mostrados gráficos da evolução na excentricidade para os mesmo elementos orbitais da Tabela 4.4.

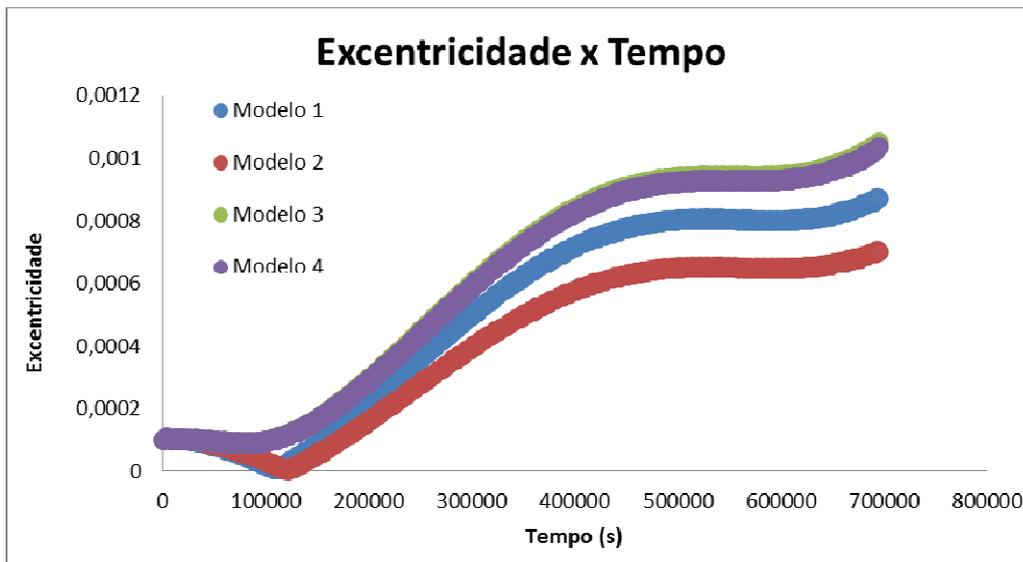


Figura 4.43 - Comparação da evolução na excentricidade para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 50 órbitas.

A Figura 4.43 mostra a excentricidade ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra para os quatro modelos. É possível notar que os modelos 3 e 4 ficam praticamente iguais, que são os modelos relacionados à volumes, enquanto que o modelo 1 termina com uma diferença máxima de cerca de 0,0002, e o modelo 4 tem uma diferença máxima de cerca de 0,0004 comparado aos modelos 3 e 4. Durante 50 órbitas pode ser considerado que os quatro modelos são muito parecidos, sendo que a diferença de resultado na excentricidade não é significativa para o período de 50 órbitas.

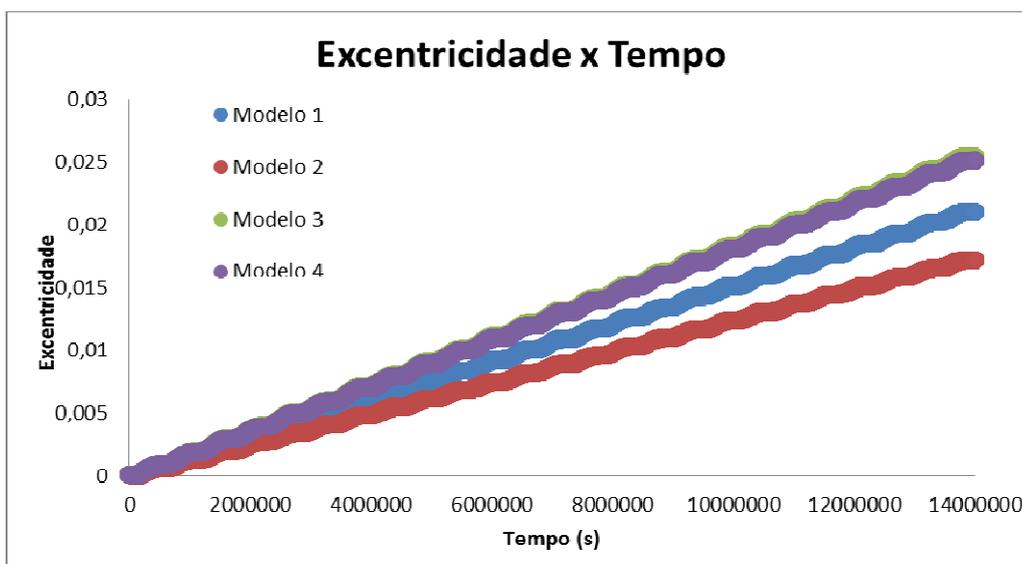


Figura 4.44 - Comparação da evolução na excentricidade para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 1000 órbitas.

A Figura 4.44 mostra o comportamento da excentricidade durante 1000 órbitas ao redor do asteroide. Ainda para este caso, os modelos 3 e 4 ficam sobrepostos, sendo que o modelo 1 continua tendo uma diferença de valor máximo pequena, com diferença que chega a 0,005 no final das 1000 órbitas.

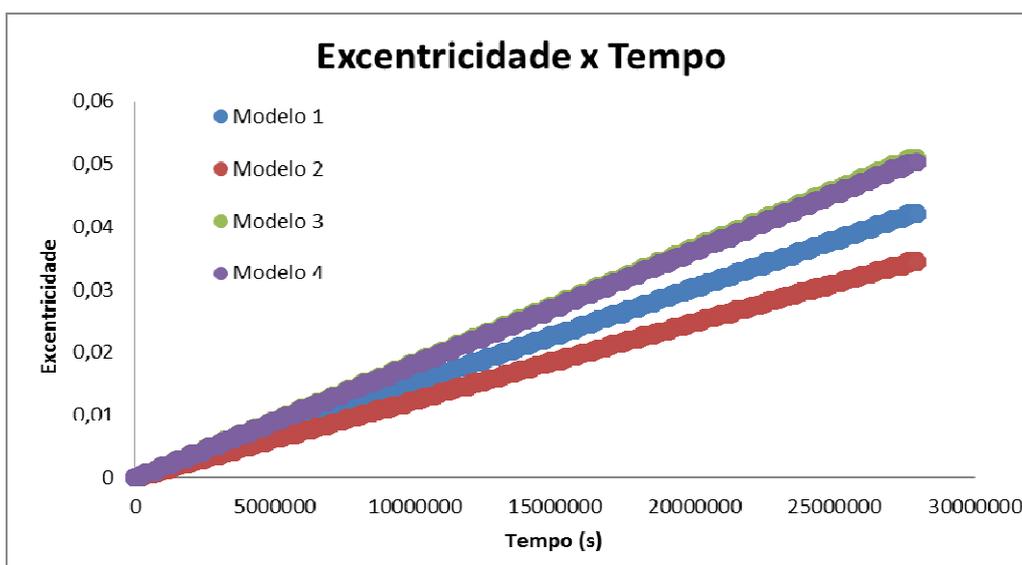


Figura 4.45 - Comparação da evolução na excentricidade para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 2000 órbitas.

A Figura 4.45 mostra a evolução na excentricidade ao longo de 2000 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra. Para a excentricidade, ocorre a mesma semelhança entre os modelos 3 e 4, que ficam praticamente sobrepostos nos gráficos. A diferença na excentricidade entre os modelos 3 e 4 comparados com o modelo 1 não passa de 0,01 no valor final, enquanto que o modelo 2 fica com uma diferença máxima no final de 0,02. Entre os modelos que consideram áreas de faces triangulares, os modelos 1 e 2, a diferença máxima ao final de 2000 órbitas é de 0,01 na excentricidade.

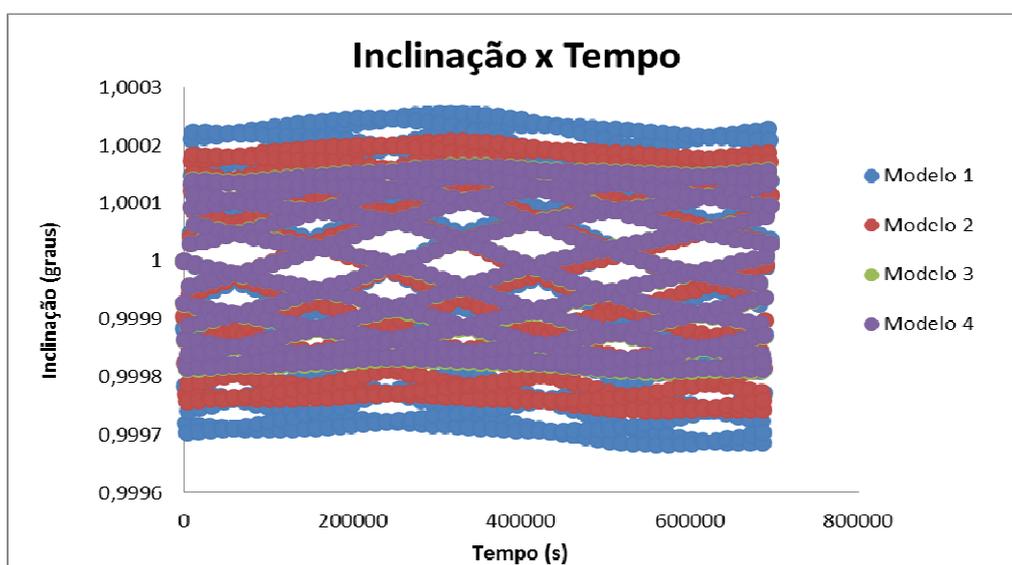


Figura 4.46 - Comparação da evolução na inclinação para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 50 órbitas.

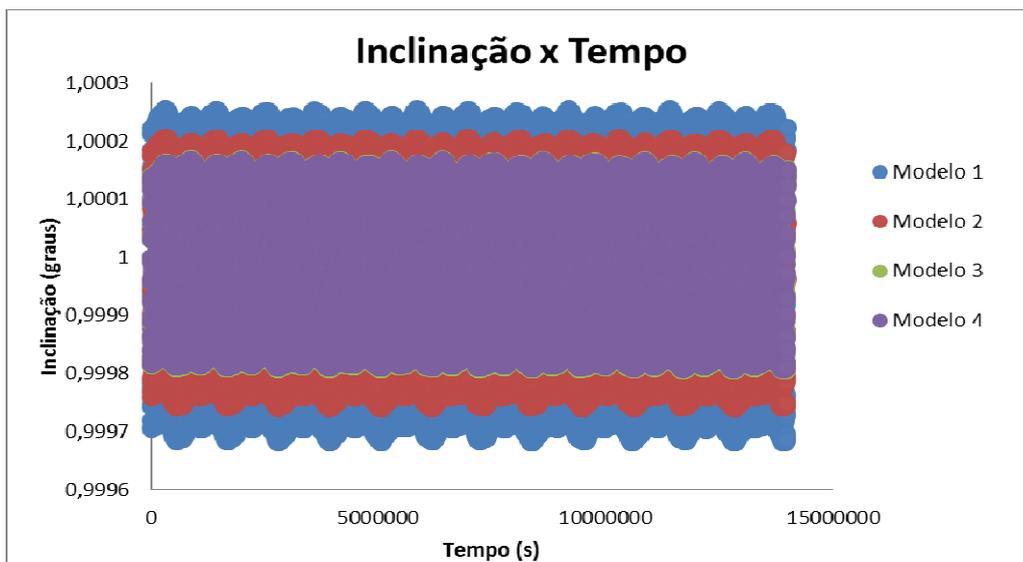


Figura 4.47 - Comparação da evolução na inclinação para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 1000 órbitas.

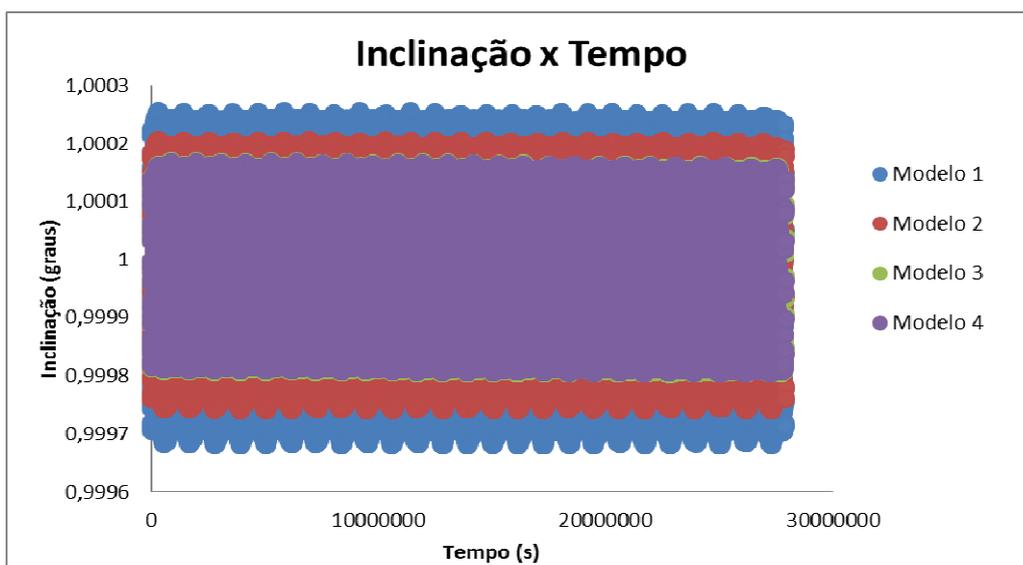


Figura 4.48 - Comparação da evolução na inclinação para os modelos do campo gravitacional do asteroide Kleopatra ao longo de 2000 órbitas.

As Figuras 4.46 a 4.48 mostram a evolução na inclinação ao longo de 50, 1000, e 2000 órbitas, respectivamente, ao redor do asteroide Kleopatra. Nas três figuras, a variação na inclinação entre os quatro modelos só tem diferença na

amplitude da variação ao redor do valor inicial, mas se mantém fixa ao longo do tempo. A maior oscilação ocorre no modelo 1, na qual a inclinação tem uma variação fixa com diferença de amplitude de $0,0005^\circ$, enquanto que a menor oscilação ocorre nos modelos 3 e 4, na qual a inclinação tem uma variação de amplitude de $0,0004^\circ$. Tanto para a figura com simulação durante 50 órbitas quanto para 1000 e 2000 órbitas, a variação da inclinação não é significativa, logo para nenhum dos casos o modelo a ser utilizado vai gerar diferença nos resultados que justifique a escolha de um ou outro modelo.

Analisando os resultados da comparação dos quatro modelos, mostrados nas Figuras de 4.40 a 4.48, a conclusão é que para simulações durante 50 órbitas, a diferença entre os modelos não é significativa, praticamente não influenciando nos resultados. A partir de 1000 órbitas começam a aparecer diferenças nos valores de semi-eixo maior e excentricidade de um modelo para outro. Apesar de ainda serem valores pequenos, com diferenças de 0,005 na excentricidade, e de cerca de 20 metros no semi-eixo maior entre os modelos. Para simulações acima de 2000 órbitas, a diferença entre os modelos começa a ser mais significativa, com variações nos modelos de cerca de 100 metros no semi-eixo maior, e 0,01 na excentricidade. Baseado nos testes realizados, é recomendado que, para simulações acima de 1000 órbitas, seja utilizado o modelo 3 ou 4, que consideram os volumes dos poliedros.

Como mencionado anteriormente, quanto maior o número de faces triangulares o modelo de poliedros possuir, mais correta fica a aproximação do modelo para concentração de massa. Porém, quanto mais faces possui o modelo maior será o trabalho computacional. Para reproduzir a forma do asteroide, uma quantidade muito grande de faces não é um problema. Porém, este trabalho visa o estudo de trajetórias e manobras ao redor dos asteroides, o que exige uma memória computacional maior do que somente gerar uma figura com o formato do asteroide em faces triangulares. O objetivo do trabalho também é realizar manobras de correção das perturbações, e isso quer dizer que os

cálculos são feitos repetidas vezes em intervalos de tempo curtos (passo da simulação).

Dentre os quatro tipos de modelos para o campo gravitacional de Kleopatra, os modelos 1 e 3 são os que contém menor quantidade de dados. Para os testes apresentados, esses modelos possuem 4092 concentrações de massa. Já nos modelos 2 e 4, como as faces da superfície são divididas em 5 subcamadas, a quantidade de dados passa a ser cinco vezes maior, resultando em um modelo com 20460 concentrações de massas. Do ponto de vista físico, o modelo 4 seria o que representa o campo gravitacional do corpo irregular com maior fidelidade, já que considera vários volumes das figuras e não a área das faces da superfície dos tetraedros, além de possuir maior distribuição de pontos ao longo do corpo. Nas simulações de teste apresentadas, nota-se que o modelo 3 ficou muito próximo do modelo 4, porém o modelo 3 possui uma quantidade cinco vezes menor de dados para serem utilizadas nas simulações. De acordo com a conclusão em relação aos testes realizados de comparação dos modelos, para simulações acima de 1000 órbitas, o modelo mais indicado é o modelo 3. Já para simulações de até 1000 órbitas, a escolha do modelo a ser utilizada não gera influência significativa nos resultados.

Considerando que neste trabalho o foco principal foi estudar manobras ao redor dos corpos irregulares, que requer correções em intervalos de tempo curtos, o teste feito para 2000 órbitas foi suficiente para a escolha do modelo a ser utilizado. Sendo assim, nos capítulos seguintes, a evolução das órbitas ao longo do tempo e as manobras realizadas para até 1000 órbitas, foram geradas utilizando o modelo 1. Para este caso, o modelo 1 mostrou ser muito próximo do modelo 3 e 4 que, teoricamente, seriam os mais precisos, com a vantagem de ser mais simples de ser trabalhado e com menor quantidade de cálculos necessários.

Em relação aos modelos de poliedro disponíveis pelo JPL/NASA, a escolha de quais asteroides que seriam usados para a simulação de trajetórias foi

realizada considerando também o trabalho computacional possível. Os modelos com menor quantidade de faces triangulares disponíveis possuem 4092 faces. Dentre estes, foi escolhido o modelo do asteroide Kleopatra. Para obter uma fidelidade maior em relação aos resultados, e como meio de teste, também foi escolhido um asteroide com modelo que possui maior quantidade de faces. Quando foram testados modelos com mais de 10.000 faces claramente a lentidão nas simulações foi notada. Ainda assim foi possível utilizar um modelo com 16.380 faces do asteroide Geographos. Existem modelos disponíveis para os asteroides Eros e Itokawa com até 3.145.728 faces (GASKELL, 2008a e 2008b), porém para a finalidade do estudo deste trabalho, não é viável utilizar um modelo com essa quantidade de dados.

5 RESULTADOS PARA O ASTEROIDE (216) KLEOATRA

5.1. Modelo de poliedros do asteroide (216) Kleopatra

Localizado no cinturão de asteroides entre as órbitas de Marte e Júpiter, (216) Kleopatra é um asteroide com forma peculiar que lembra um osso, descoberto em 1880 por Palisa. Este asteroide tem massa de $4,64 \pm 0,02 \times 10^{18}$ kg, dimensões de 217x94x81 km, magnitude absoluta de 7,3, albedo geométrico de 0,1164, densidade de $3,6 \pm 0,4$ g/cm³, período de rotação de 5,385 horas, utilizado em todas as simulações (DESCAMPS TE AL, 2011). Kleopatra possui duas luas, que receberam nomes de Alexhelios e Cleoselene.

O modelo de poliedro utilizado para o asteroide (216) Kleopatra possui 2048 vértices e 4092 faces triangulares (OSTRO ET AL, 2004). A força perturbadora devido à forma do asteroide é calculada considerando a soma das forças de cada baricentro das faces triangulares do modelo. Devido ao fato de possuir 4092 faces, existe a mesma quantidade de concentrações de massa utilizadas para calcular a força perturbadora.

As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 representam as três vistas do asteroide (216) Kleopatra com o modelo com faces triangulares:

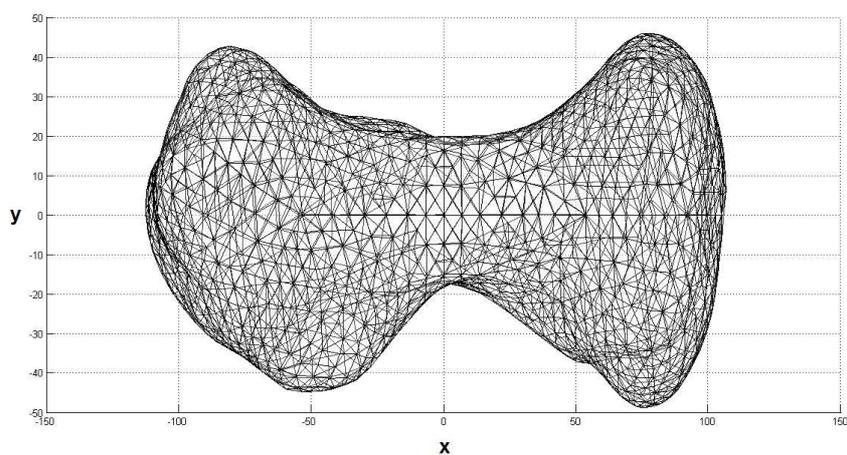


Figura 5.1 - Vista x-y de Kleopatra (km).

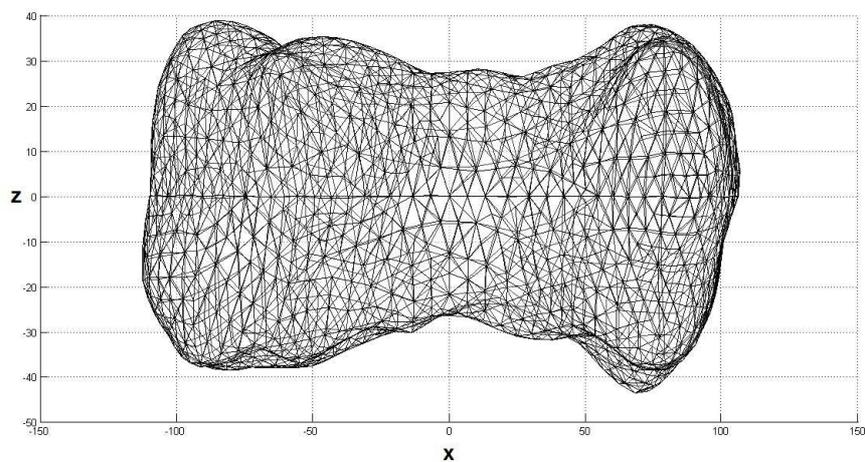


Figura 5.2 - Vista x-z de Kleopatra (km).

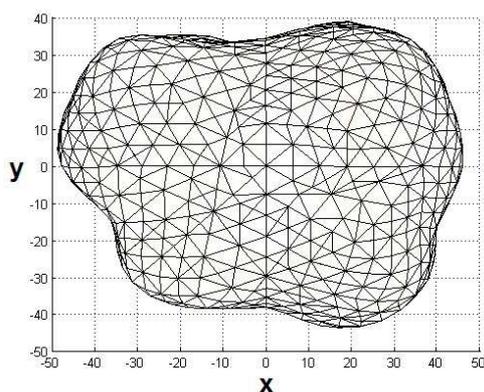


Figura 5.3 - Vista y-z de Kleopatra (km).

Foi calculado o baricentro de cada face do modelo de poliedros do asteroide Kleopatra. Cada baricentro representa uma concentração de massa utilizada para o cálculo da força perturbadora (modelo 1 descrito no item 4.5 do capítulo 4), utilizado em todas as simulações, exceto para 1000 e 5000 órbitas, na qual foi utilizado o modelo 3, que considera o baricentro de cada tetraedro. A Figura 5.4 mostra as 4092 concentrações de massa de acordo com o modelo 1 para Kleopatra.

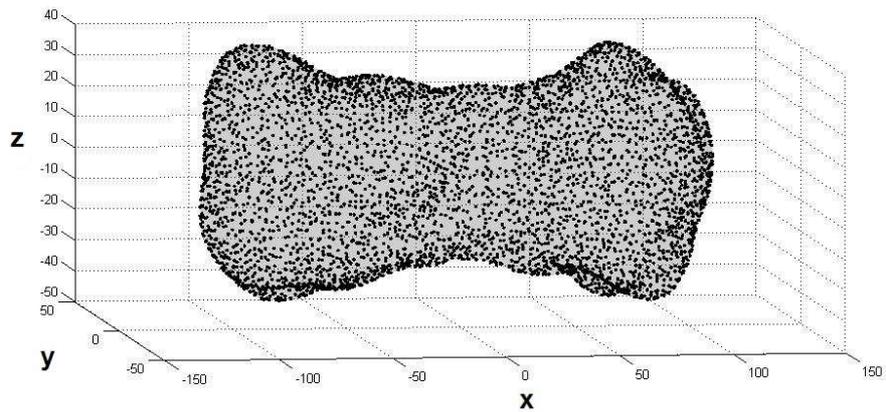


Figura 5.4 - Distribuição das concentrações de massa para o asteroide Kleopatra.

Um esquema da órbita do asteroide (216) Kleopatra no sistema solar é mostrado na Figura 5.5.

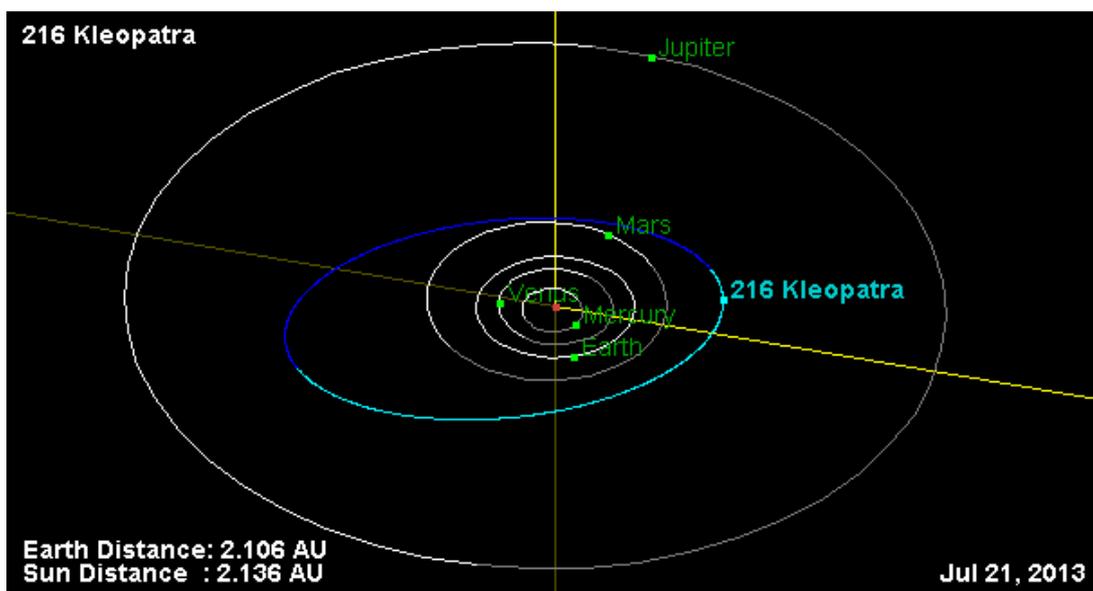


Figura 5.5 - Órbita do asteroide Kleopatra

Fonte: JPL/NASA (2013).

5.2. Limite de órbita para colisão

A definição da proximidade máxima que um veículo poderia chegar de um corpo pode ser definida pelo raio médio (SCHEERES, 2012b). Este é o raio de

uma esfera de volume igual ao corpo irregular. O volume utilizado para Kleopatra foi de $1,228 \times 10^{21} \text{ cm}^3$. Sendo esta medida dependente do volume, consequentemente depende da densidade, e é dada por:

$$R = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} \quad (5.1)$$

Sendo V o volume, que é a razão da massa do asteroide por sua densidade, podemos escrever a equação da forma:

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3} \quad (5.2)$$

Utilizando para o asteroide (216) Kleopatra os valores para massa de $4,64 \pm 0,2 \times 10^{18} \text{ kg}$, e a densidade de $3,6 \pm 0,4 \text{ g/cm}^3$ (DESCAMPS, 2011), este raio médio, ou raio equivalente, é de 67,51 km.

Devido à peculiaridade da forma deste asteroide, a determinação de raio médio aproximado para órbitas próximas possíveis por meio da Equação 5.2 não é aplicável para quaisquer condições iniciais. Como pode ser visto na Figura 5.6, órbitas próximas à órbita polar de raio mínimo R são praticáveis, porém para órbitas equatoriais este raio mínimo causaria colisão com o asteroide.

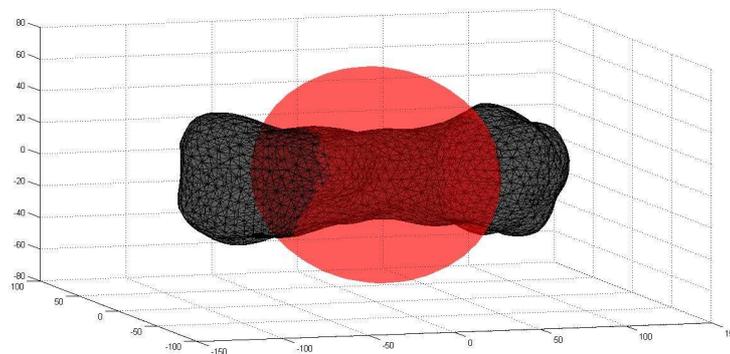


Figura 5.6 - Asteroide Kleopatra e raio médio em vermelho.

Para órbitas próximas evitando risco de colisão, considerar o limite máximo de aproximação como sendo o maior raio do asteroide pode ser uma regra geral. No caso do modelo utilizado, o raio circunscrito é de aproximadamente 115 km, mostrado na Figura 5.7. Foi estipulado que no geral, se o raio da órbita for menor que 115 km, considera-se que o veículo colidiu com o asteroide.

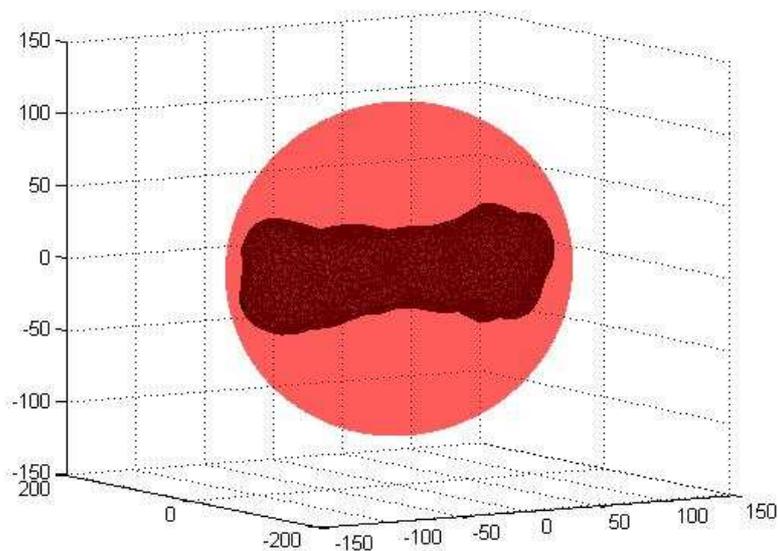


Figura 5.7 - Raio circunscrito para órbita ao redor de Kleopatra.

Ainda assim este raio mínimo está sujeito a falhar dependendo das condições iniciais, como por exemplo, para órbitas muito excêntricas.

5.3. Órbita equatorial próxima

Simulações foram realizadas utilizando os elementos orbitais da Tabela 5.1 para órbita muito próxima. Para cada elemento orbital é mostrado um gráfico com simulação para 2 períodos orbitais e ao lado uma comparação com 1000 períodos orbitais ao redor do asteroide Kleopatra.

Nos gráficos para 2 períodos orbitais com escala reduzida, é possível ver a oscilação periódica dos elementos orbitais. Já nas simulações para 1000

períodos orbitais, começa-se a notar a tendência de evolução dos elementos orbitais gerada pela perturbação gravitacional do asteroide.

Tabela 5.1 - Elementos orbitais iniciais para órbita equatorial ao redor de Kleopatra.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
115	0,0001	1	80	72	113	5,385	1000

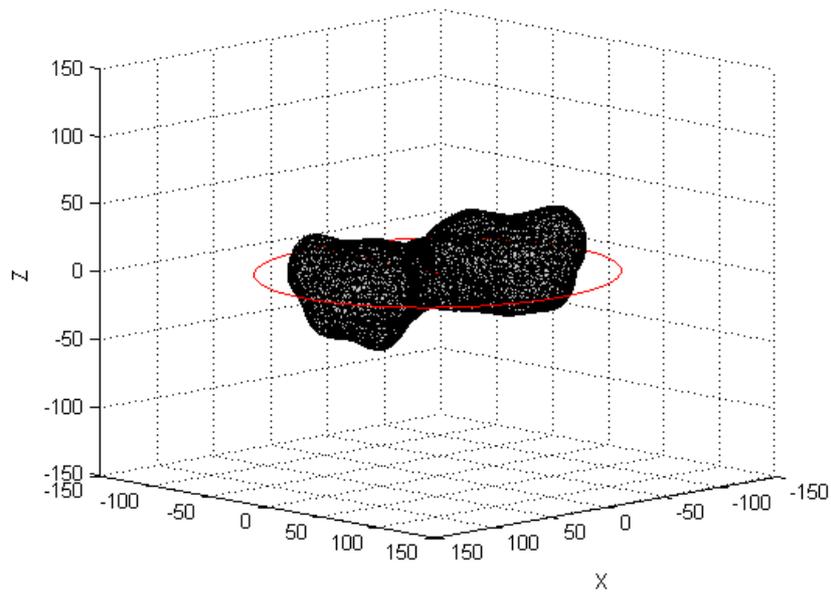


Figura 5.8 - Órbita equatorial próxima ao redor de Kleopatra.

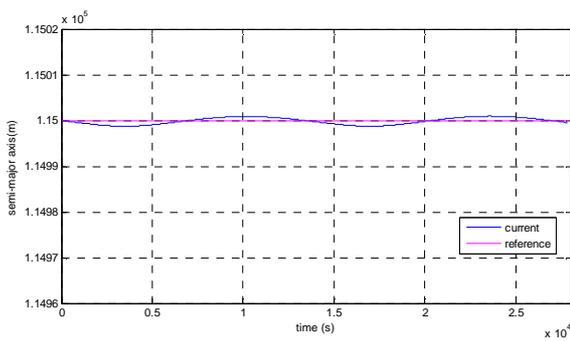


Figura 5.9 - Semi-eixo maior, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.

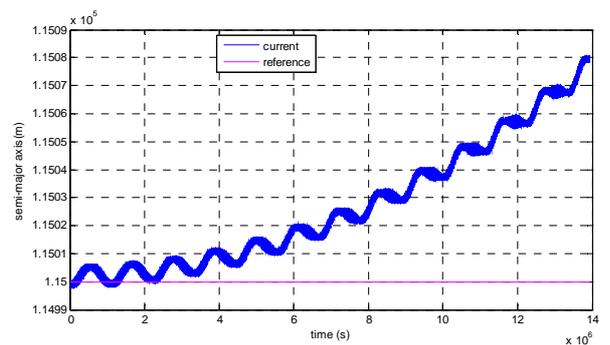


Figura 5.10 - Semi-eixo maior, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.

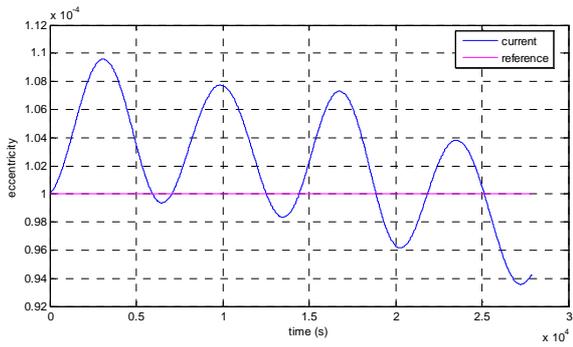


Figura 5.11 - Excentricidade, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.

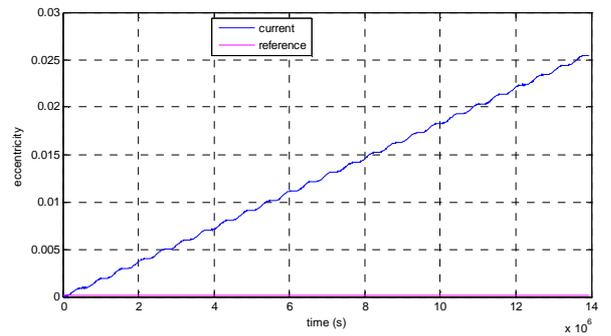


Figura 5.12 - Excentricidade, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.

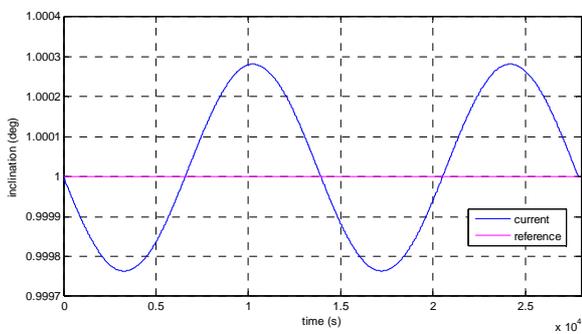


Figura 5.13 - Inclinação, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.

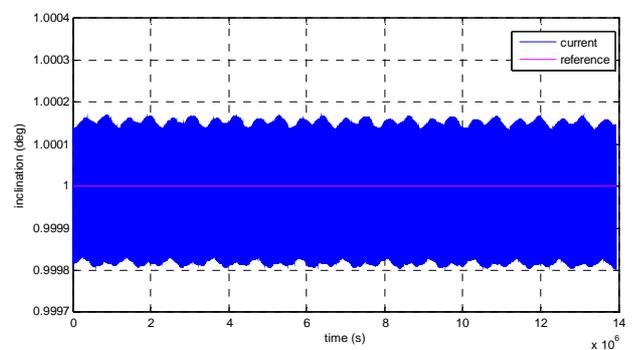


Figura 5.14 - Inclinação, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.

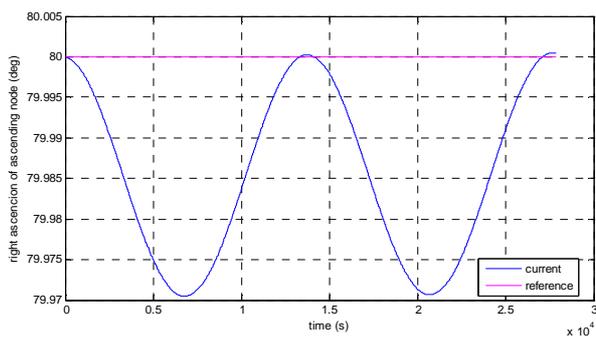


Figura 5.15 - Ascensão reta do nodo ascendente, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.

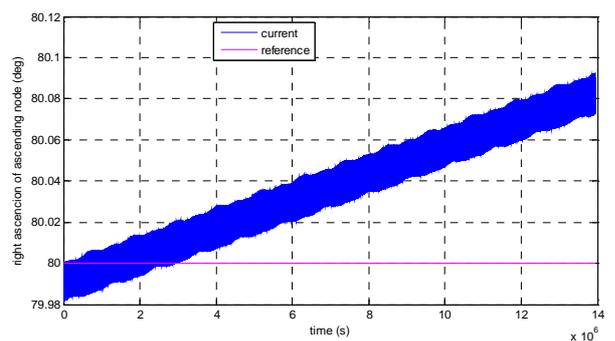


Figura 5.16 - Ascensão reta do nodo ascendente, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.

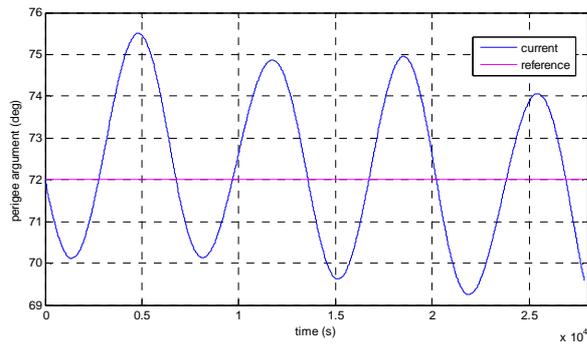


Figura 5.17 - Argumento do periapside, 2 órbitas ao redor de Kleopatra.

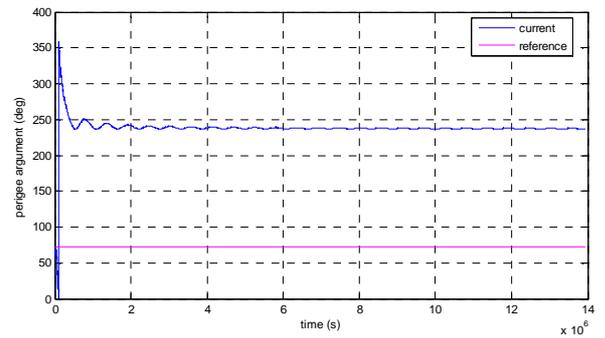


Figura 5.18 - Argumento do periapside, 1000 órbitas ao redor de Kleopatra.

Nos gráficos para 2 órbitas equatoriais ao redor do asteroide Kleopatra, mostrados nas Figuras 5.9, 5.11, 5.13, 5.15 e 5.17, notam-se principalmente as oscilações de curto período, devido ao formato do asteroide. Nos gráficos de comparação para 1000 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra já notam-se oscilações de maior período, provavelmente devido à rotação do asteroide. Como a órbita é na mesma direção da rotação do asteroide, após uma quantidade de órbitas a posição do satélite retorna ao ponto inicial e o ciclo se repete. Esse ciclo, de acordo com os gráficos para órbitas parece ser por volta de 100 órbitas para os dados iniciais utilizados.

Com os mesmos elementos orbitais iniciais da Tabela 5.1 foram realizadas simulações para 5000 órbitas. Um esquema da órbita ao redor do asteroide é mostrado na Figura 5.19. Os gráficos gerados para os elementos orbitais durante as 5000 órbitas são mostrados nas Figuras de 5.20 a 5.24, sendo eles: o semi-eixo maior, a excentricidade, a inclinação, a ascensão reta do nodo ascendente, e o argumento do periapside.

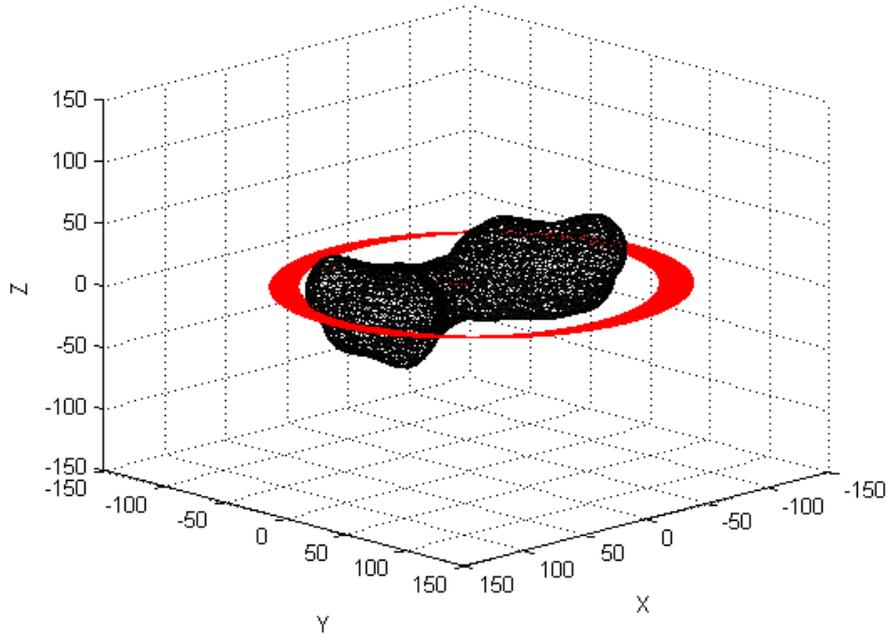


Figura 5.19 - Órbita equatorial próxima ao redor de Kleopatra em 5000 órbitas.

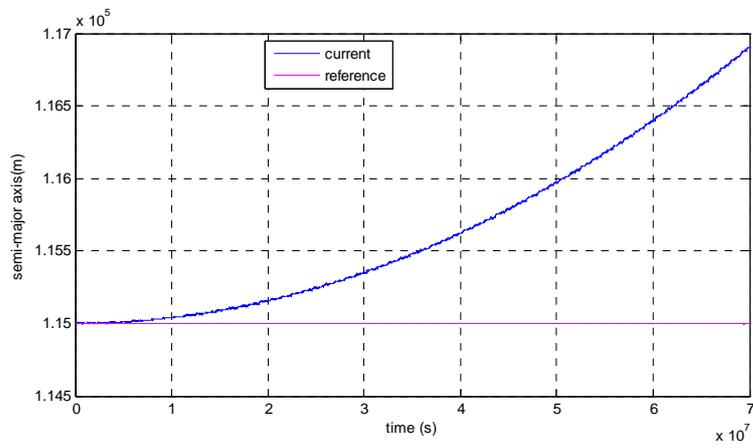


Figura 5.20 - Semi-eixo maior em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.

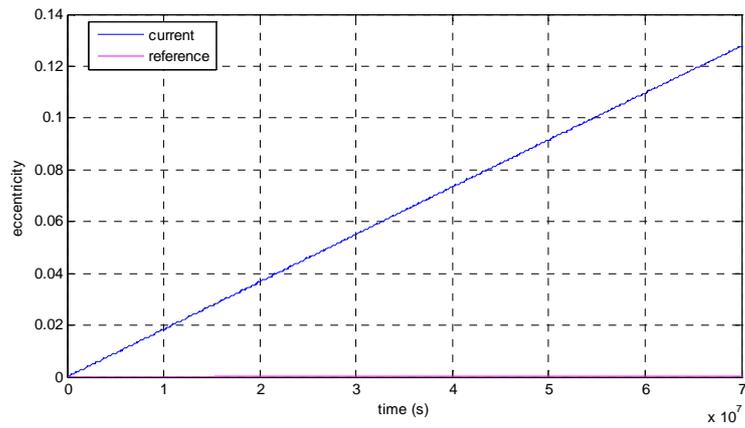


Figura 5.21 - Excentricidade em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.

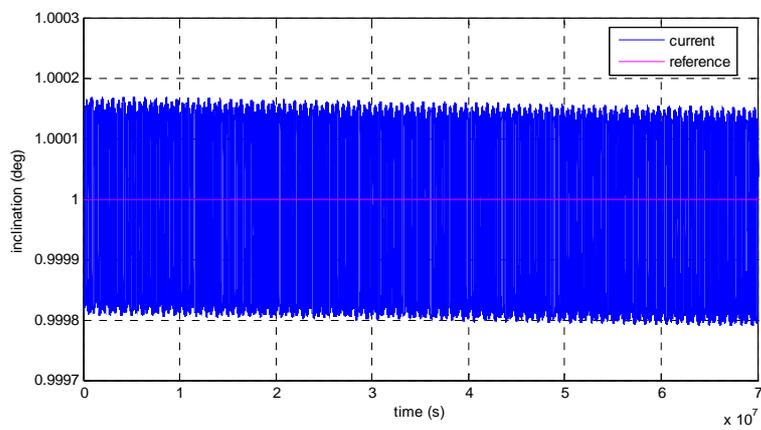


Figura 5.22 - Inclinação em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.

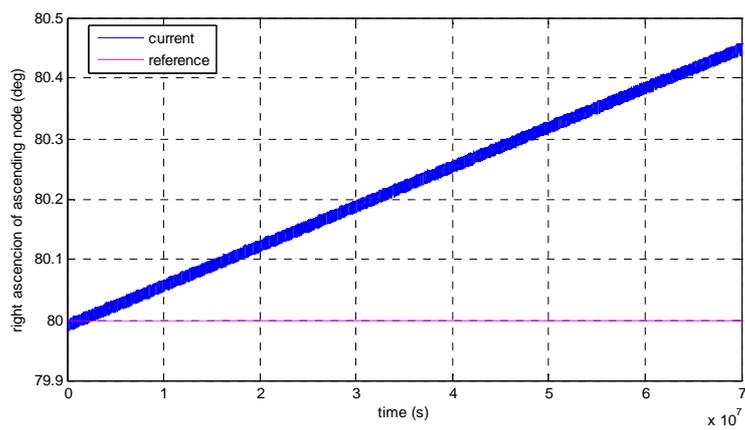


Figura 5.23 - Ascensão reta do nodo ascendente em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.

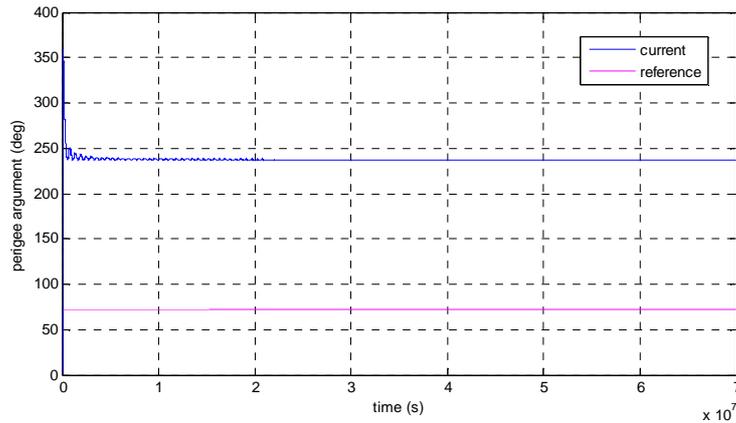


Figura 5.24 - Argumento do periapside em 5000 órbitas ao redor de Kleopatra no plano equatorial.

Após 5000 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra, são mostradas nas Figuras de 5.20 a 5.24, as variações nos elementos orbitais iniciais durante este período. As mudanças mais significativas são: semi-eixo maior sofre um aumento de 2 km; a órbita que, inicialmente era circular, passou a ser levemente excêntrica, com excentricidade de 0,13; a ascensão reta do nodo ascendente aumentou em quase 0,5°; argumento do periapside passou de 72° para quase 240°; a inclinação sofreu variação periódica, oscilando praticamente ao redor do mesmo valor inicial, com uma tendência muito sutil a diminuir ao final das 5000 órbitas.

5.4. Órbita polar próxima

A seguir são mostradas simulações para órbitas polares próximas. Os elementos orbitais iniciais constam na Tabela 5.2. O esquema da órbita é mostrado na Figura 5.25.

Tabela 5.2 - Elementos orbitais iniciais para órbita polar ao redor de Kleopatra.

a(km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
115	0,0001	90	80	72	113	5,385	1000

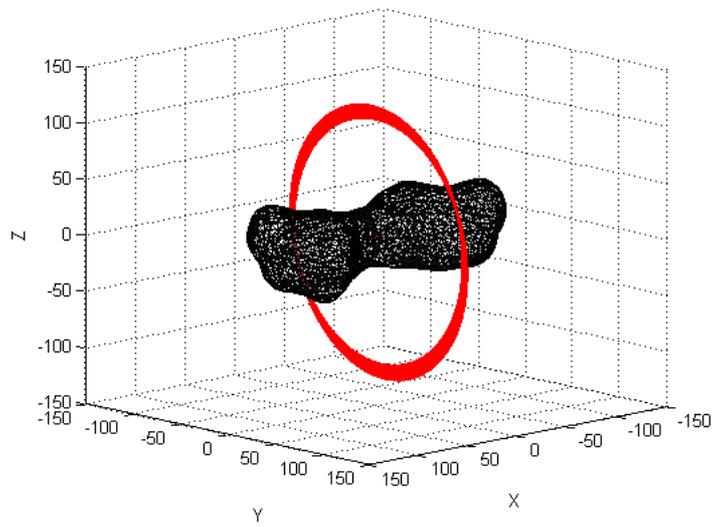


Figura 5.25 - Órbita polar próxima ao redor de Kleopatra.

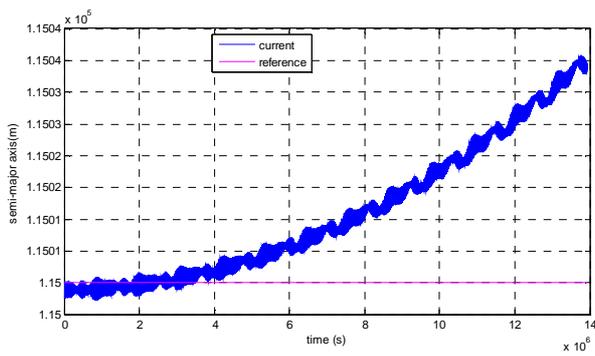


Figura 5.26 - Semi-eixo maior, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

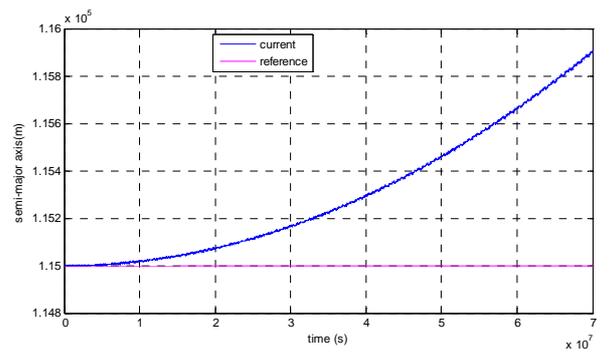


Figura 5.27 - Semi-eixo maior, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

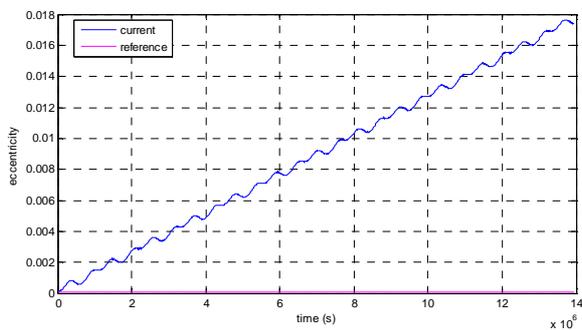


Figura 5.28 - Excentricidade, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

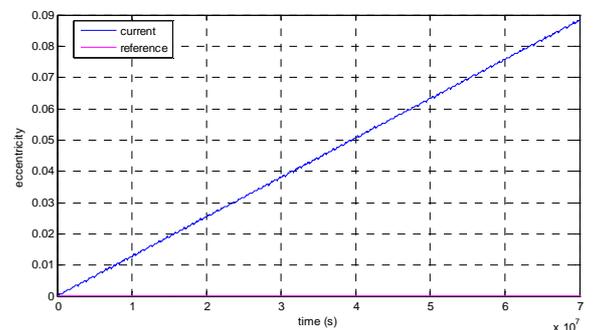


Figura 5.29 - Excentricidade, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

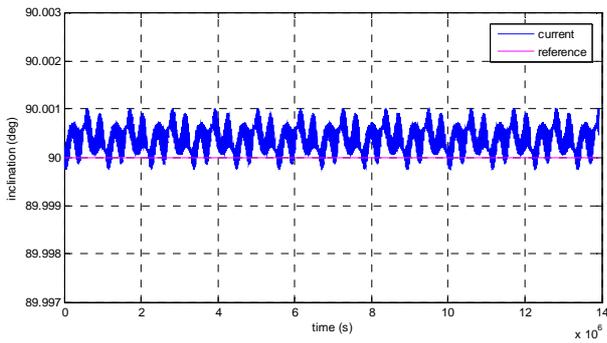


Figura 5.30 - Inclinação, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

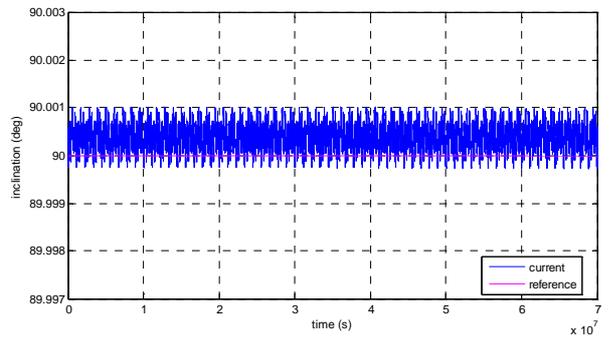


Figura 5.31 - Inclinação, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

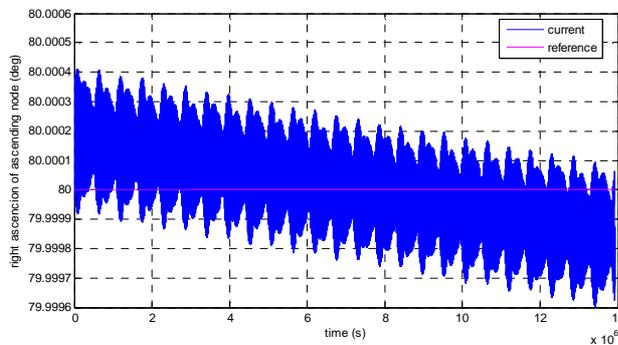


Figura 5.32 - Ascensão reta do nodo ascendente, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

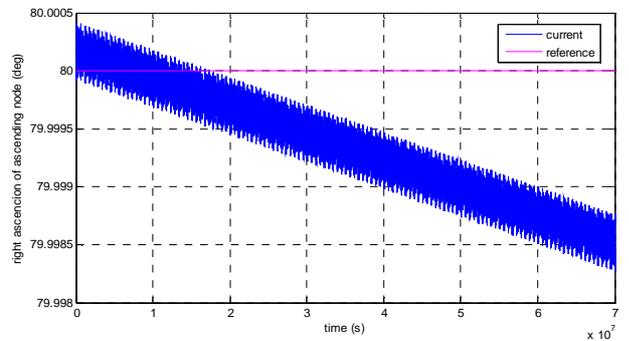


Figura 5.33 - Ascensão reta do nodo ascendente, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

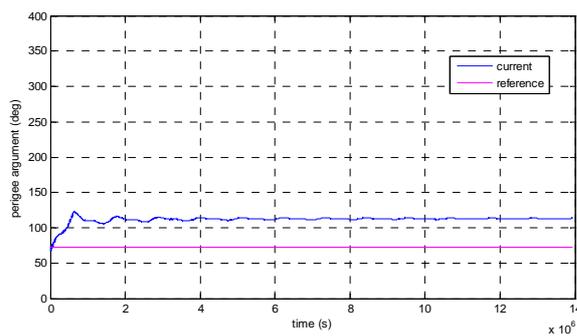


Figura 5.34 - Argumento do periapside, 1000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

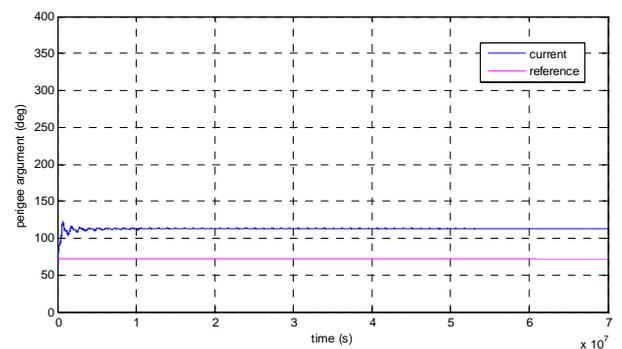


Figura 5.35 - Argumento do periapside, 5000 órbitas polares ao redor de Kleopatra.

Os mesmos elementos orbitais iniciais da Tabela 5.2 foram utilizados para simular 1000 e 5000 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra em órbita polar,

sendo que a evolução nos elementos orbitais é mostrada nas Figuras de 5.26 a 5.35. As mudanças mais significativas após 5000 órbitas são: semi-eixo maior sofre um aumento de cerca de 900 m; a excentricidade era zero e chegou a quase 0,1; a ascensão reta do nodo ascendente diminui 0,0013°; o argumento do periapside passou de 72° para cerca de 120°; a inclinação só sofreu a variação periódica, oscilando ao redor do mesmo valor inicial, assim como no caso da simulação para órbita equatorial.

5.5. Variando o semi-eixo maior

A seguir será mostrada uma sequência de gráficos com os elementos orbitais iniciais da Tabela 5.3 durante 50 órbitas, na qual é variado a cada simulação o semi-eixo maior, enquanto que os outros elementos orbitais são mantidos fixos. Os dados iniciais mostrados na Tabela 5.3 são: semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, anomalia média, período de rotação do asteroide, e número de órbitas. A linha azul dos gráficos mostra a órbita atual, e a linha magenta mostra uma órbita Kepleriana de referência. Quando não houver variação significativa, serão mostrados gráficos só para alguns valores iniciais de semi-eixo maior.

Tabela 5.3 - Variação no semi-eixo maior para Kleopatra.

a(km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
115	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
500	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
700	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
1000	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
2000	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
5000	0,0001	1	80	72	113	5,385	50

- Semi-eixo maior

Os gráficos de 5.36 a 5.38 mostram o comportamento do semi-eixo maior ao longo de 50 órbitas ao redor de Kleopatra para cada semi-eixo maior inicial mostrado na Tabela 5.3. É possível perceber as oscilações periódicas, que parecem ser devido ao formato do asteroide junto com o período de rotação do asteroide. Também nota-se que, à medida que o veículo se distancia, menor é a influência na órbita devido à irregularidade do corpo, sendo que muito distante do asteroide o comportamento da órbita acaba sendo muito próximo de uma órbita ao redor de um corpo esférico.

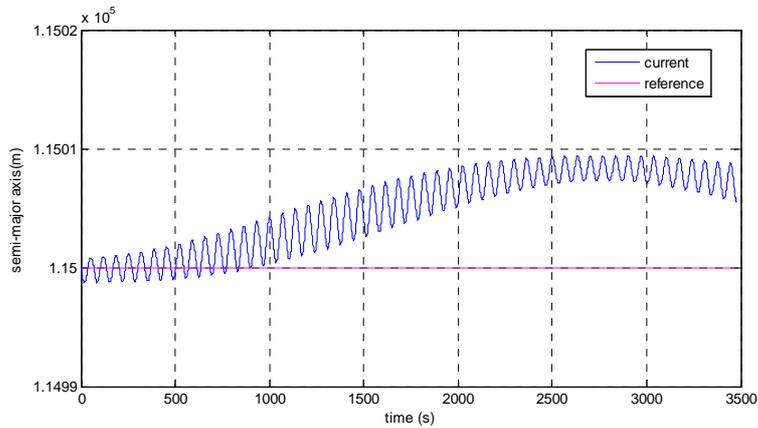


Figura 5.36 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $a=115$ km.

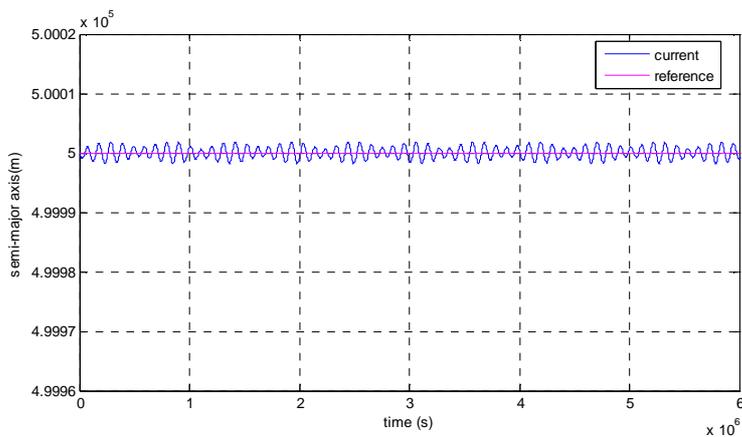


Figura 5.37 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $a= 500$ km.

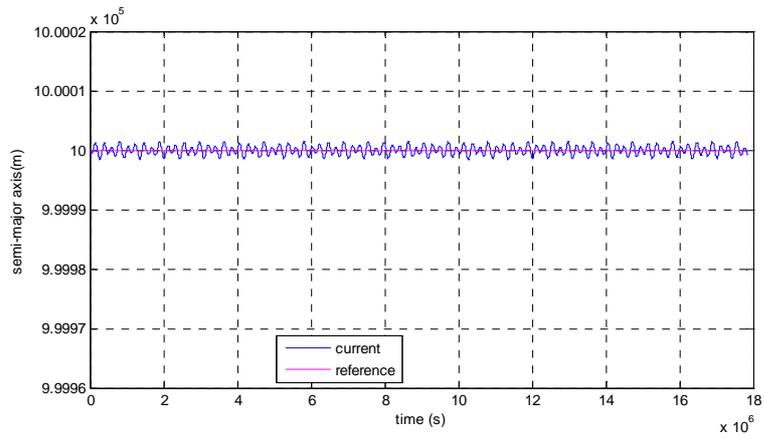


Figura 5.38 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $a= 5000$ km.

- Excentricidade

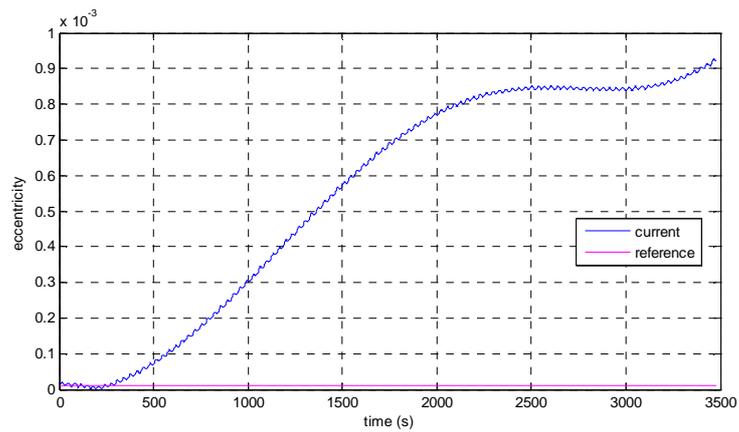


Figura 5.39 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a=115$ km.

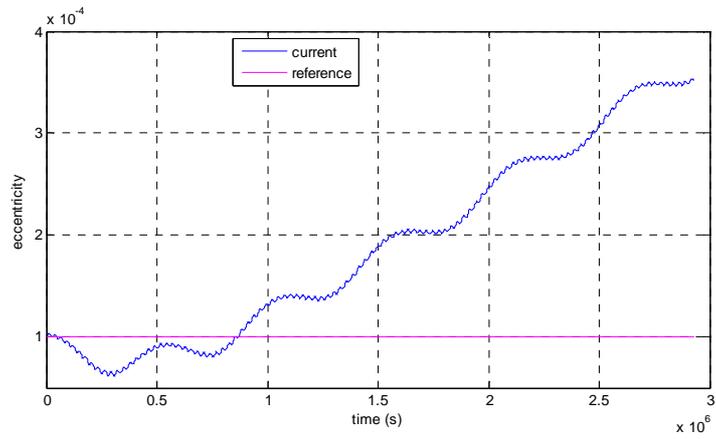


Figura 5.40 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a=300$ km.

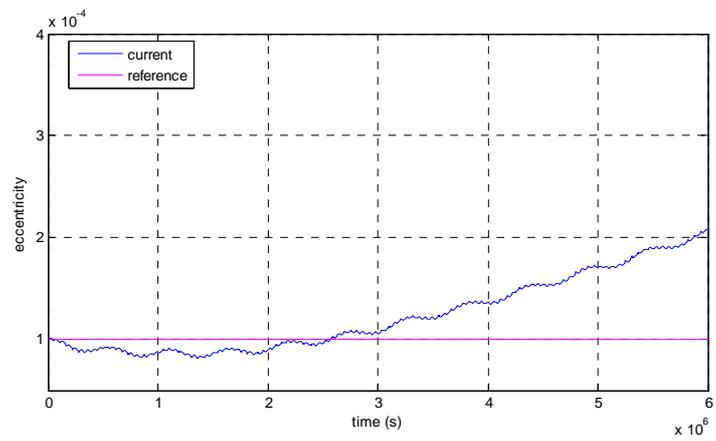


Figura 5.41 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 500$ km.

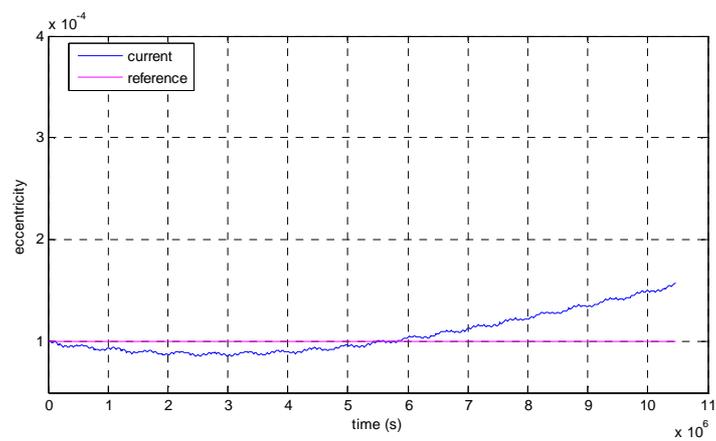


Figura 5.42 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 700$ km.

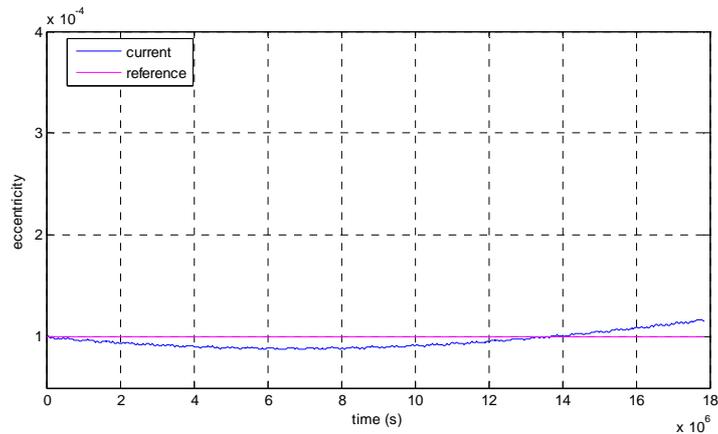


Figura 5.43 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 1000$ km.

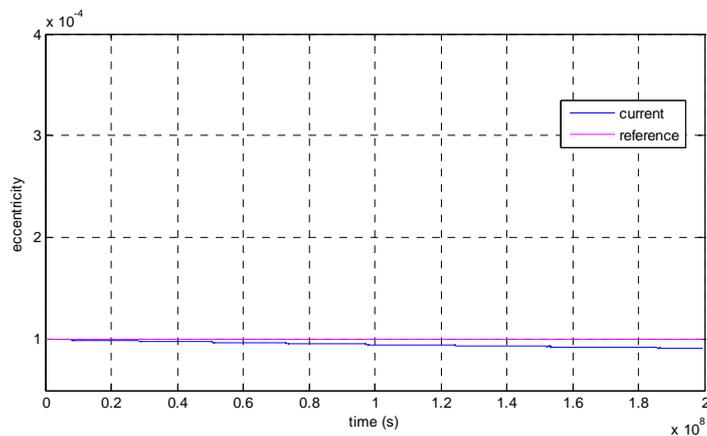


Figura 5.44 - Excentricidade no tempo para Kleopatra, para $a= 5000$ km.

Os gráficos das Figuras de 5.39 a 5.44 mostram o comportamento da excentricidade ao longo de 50 órbitas ao redor de Kleopatra para cada semi-eixo maior inicial mostrado na Tabela 5.3. É possível perceber as oscilações periódicas, devido à forma do asteroide em conjunto com o período de rotação do asteroide. Principalmente nos gráficos de excentricidade para semi-eixo maior igual a 300 km e 500 km, nota-se essas oscilações de médio período. É possível perceber pela variação na excentricidade ao longo das 50 órbitas que, a medida que o veículo se distancia do asteroide, menor é a influência na órbita devido à irregularidade do corpo.

- Inclinação

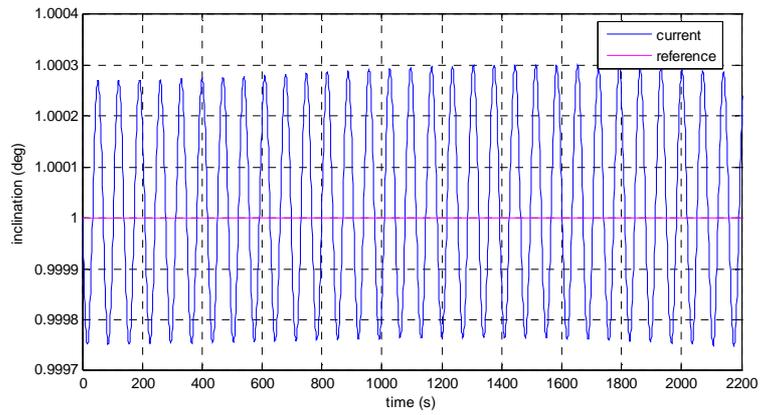


Figura 5.45 - Inclinação para Kleopatra, para $a=115$ km.

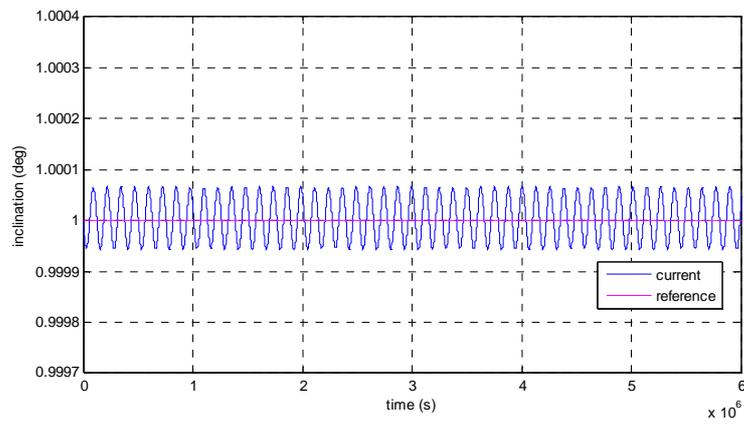


Figura 5.46 - Inclinação para Kleopatra, para $a=500$ km.

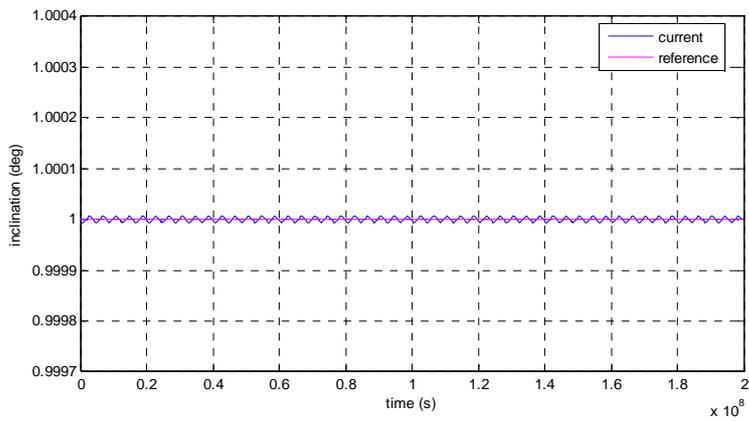


Figura 5.47 - Inclinação para Kleopatra, para $a= 5000$ km.

Os gráficos de inclinação com variação no semi-eixo maior inicial mostrados nas Figuras 5.45 a 5.47, possuem a mesma escala para meio de comparação. Notam-se oscilações periódicas em todos os gráficos, porém esta variação é de maior intensidade para órbitas com semi-eixo maior menores. A não ser por essas oscilações periódicas, a órbita não sofre variação da inclinação a longo prazo, somente variando de valor ao redor da inclinação inicial.

- Ascensão reta do nodo ascendente

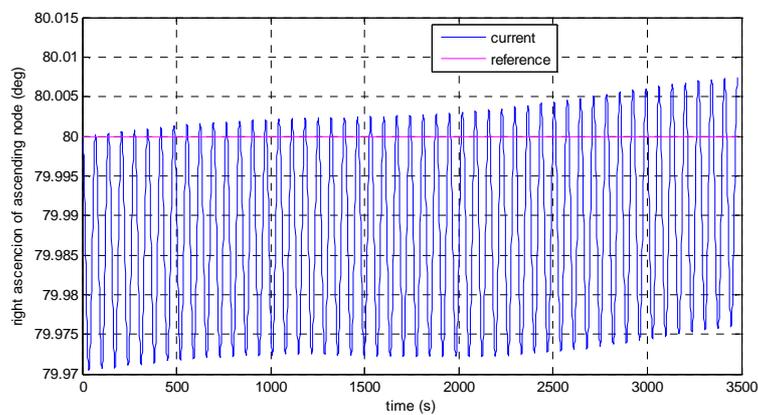


Figura 5.48 - Ascensão reta para Kleopatra, para $a=115$ km.

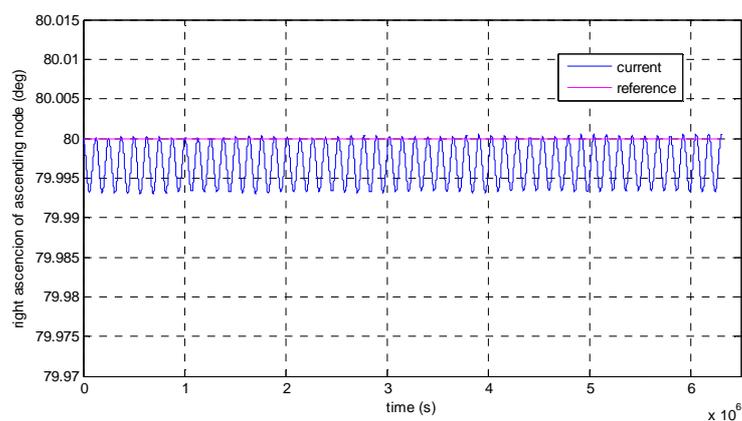


Figura 5.49 - Ascensão reta para Kleopatra, para $a=500$ km.

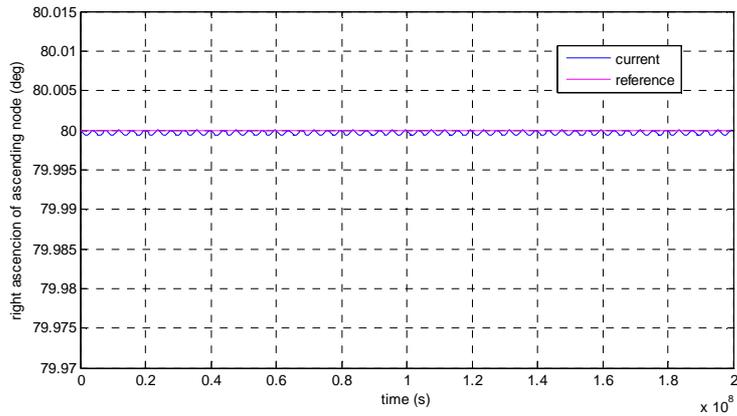


Figura 5.50 - Ascensão reta para Kleopatra, para $a= 5000$ km.

As Figuras de 5.48 a 5.50 mostram a evolução da ascensão reta do nodo ascendente para os diferentes valores de semi-eixo maior iniciais ao longo de 50 órbitas. As figuras mostram oscilações cíclicas durante o período de tempo analisado, somente para o semi-eixo maior de 115 km parece haver um leve aumento na ascensão reta no final do período simulado.

- Argumento do periapside

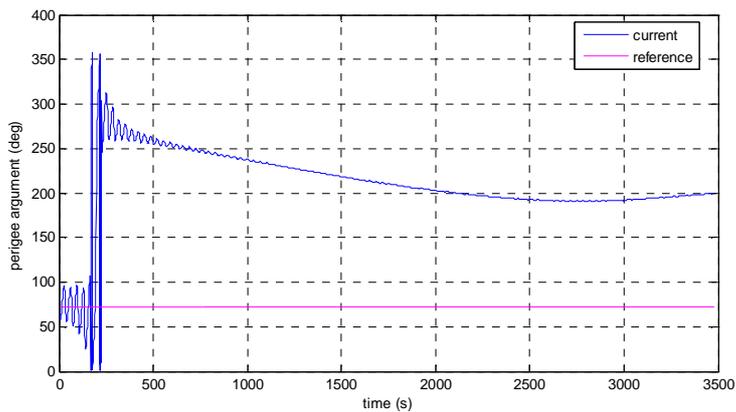


Figura 5.51 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $a=115$ km.

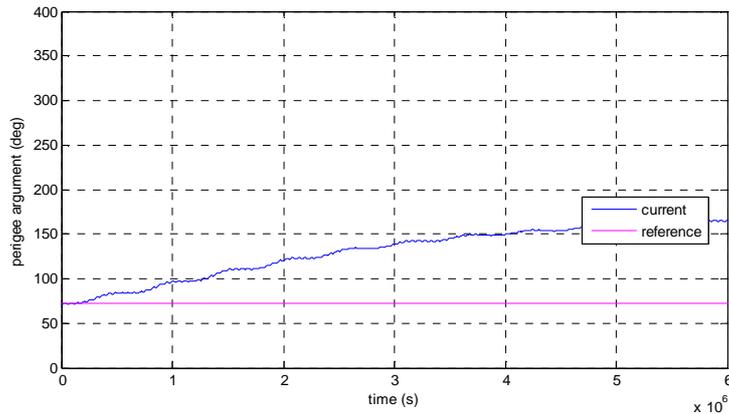


Figura 5.52 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $a= 500$ km.

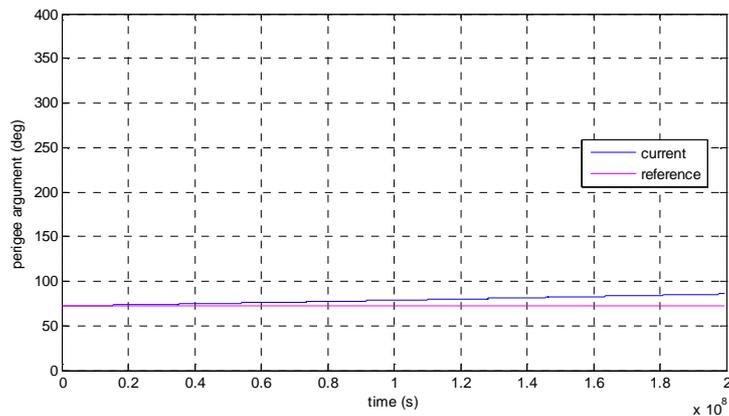


Figura 5.53 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $a= 5000$ km.

As Figuras 5.51 a 5.53 mostraram gráficos da evolução do argumento do periapside para três valores iniciais de semi-eixo maior, 115 km, 500 km e 5000 km. Em cada série de simulações, ou seja, cada bloco de gráficos de um elemento orbital variando somente o semi-eixo maior, as escalas dos gráficos foram mantidas iguais para meio de comparação. É possível perceber para todos os elementos orbitais que, à medida que o semi-eixo maior aumenta, a variação em relação aos dados orbitais iniciais é menor. Isso mostra que, quanto mais distante do corpo irregular, mais parecida com uma órbita Kepleriana será a tendência. Ou seja, quando muito distante do corpo, próximo

ao limite da esfera de influência do corpo, o comportamento de uma órbita ao redor de um asteroide é muito parecido com o de uma órbita ao redor de um corpo esférico.

5.6. Variando a excentricidade

A Tabela 5.4 mostra os dados iniciais utilizados para os gráficos a seguir, na qual é variada a cada simulação a excentricidade para 50 órbitas, enquanto que os outros elementos orbitais iniciais são mantidos fixos. Os dados iniciais mostrados na Tabela 5.4 são: semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, anomalia média, período de rotação do asteroide e número de órbitas. A linha azul mostra a órbita atual, e a linha magenta a órbita inicial de referência. Para o semi-eixo maior utilizado de 300 km, o maior valor de excentricidade simulado, sem que ocorra colisão com o asteroide, foi de 0,6. Ou seja, a partir do valor de 0,7 para a excentricidade, o veículo espacial colide com o asteroide.

Tabela 5.4 - Variação na excentricidade para Kleopatra.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
300	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
300	0,1	1	80	72	113	5,385	50
300	0,2	1	80	72	113	5,385	50
300	0,3	1	80	72	113	5,385	50
300	0,4	1	80	72	113	5,385	50
300	0,5	1	80	72	113	5,385	50
300	0,6	1	80	72	113	5,385	50

- Semi-eixo maior

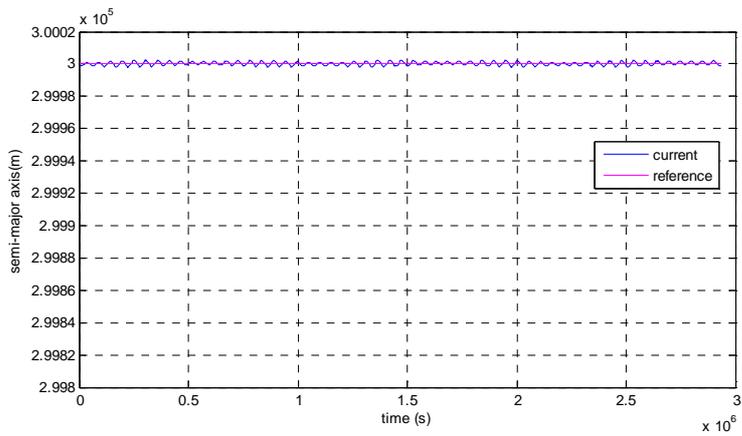


Figura 5.54 - Semi-eixo maior para Kleopatra, para $e= 0,0001$.

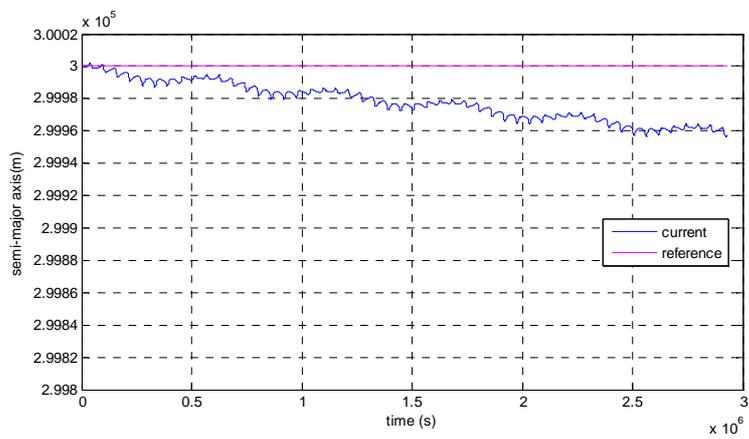


Figura 5.55 - Semi-eixo maior para Kleopatra, para $e= 0,3$.

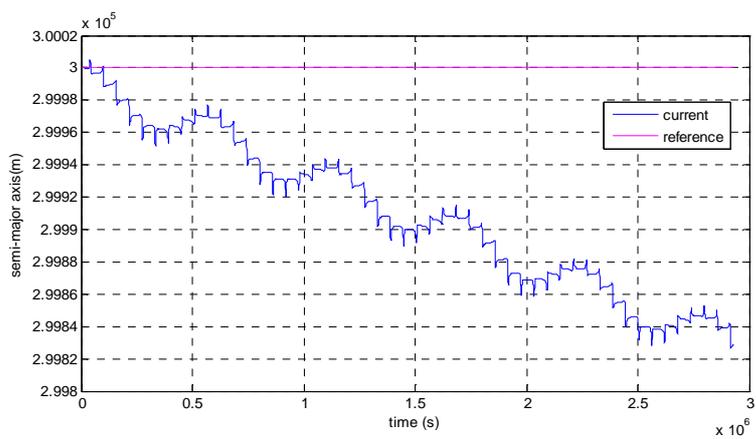


Figura 5.56 - Semi-eixo maior para Kleopatra, para $e= 0,6$.

As Figuras 5.54 a 5.56 mostram, para os elementos orbitais iniciais da Tabela 5.4, o semi-eixo maior ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra. Nos gráficos, que estão todos em mesma escala, é perceptível a dependência do semi-eixo maior com a excentricidade. Para excentricidade igual a zero, só ocorrem as oscilações de curto período, já à medida que a excentricidade aumenta, a variação no semi-eixo maior vai aumentando proporcionalmente.

- Excentricidade

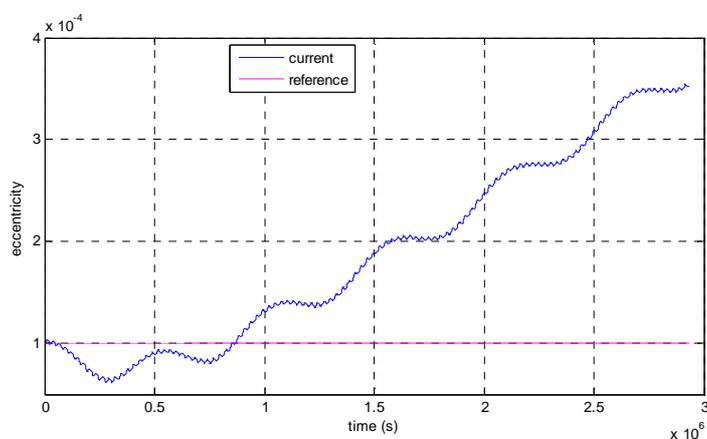


Figura 5.57 - Excentricidade para Kleopatra, para $e=0,0001$.

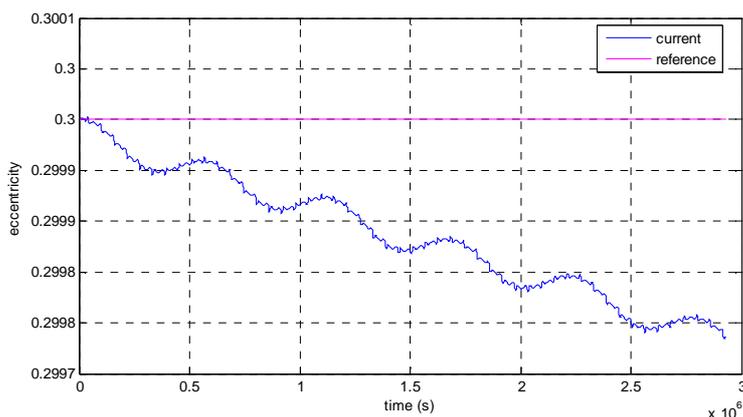


Figura 5.58 - Excentricidade para Kleopatra, para $e= 0,3$.

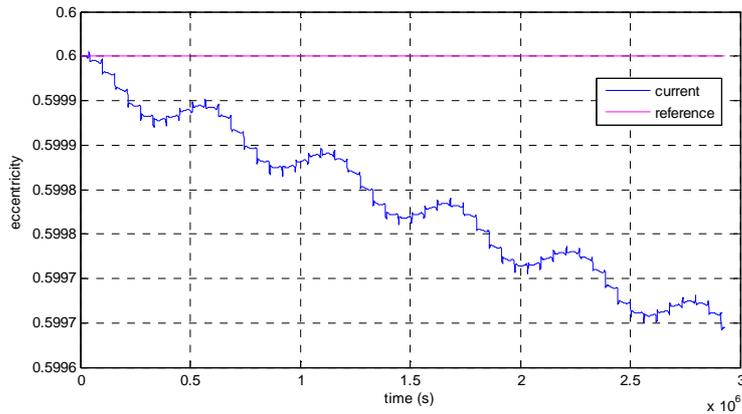


Figura 5.59 - Excentricidade para Kleopatra, para $e=0,6$.

As Figuras 5.57 a 5.59 mostram gráficos da excentricidade ao longo de 50 órbitas ao redor de Kleopatra para cada valor inicial de excentricidade. A excentricidade tende a aumentar quando a excentricidade inicial é igual a zero. Porém, quando a excentricidade inicial da órbita foi maior que zero, ou seja, nas simulações com excentricidade inicial de 0,1 a 0,6, o valor da excentricidade da órbita foi diminuindo.

- Inclinação

A seguir serão mostrados gráficos da inclinação ao longo do tempo, com valores iniciais para a excentricidade de 0,0001, 0,3 e 0,6, representados nas Figuras 5.60, 5.61 e 5.62, respectivamente.

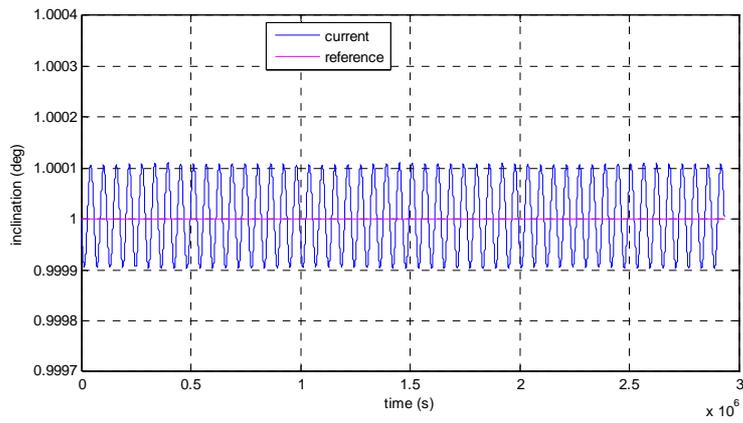


Figura 5.60 - Inclinação para Kleopatra, para $e=0,0001$.

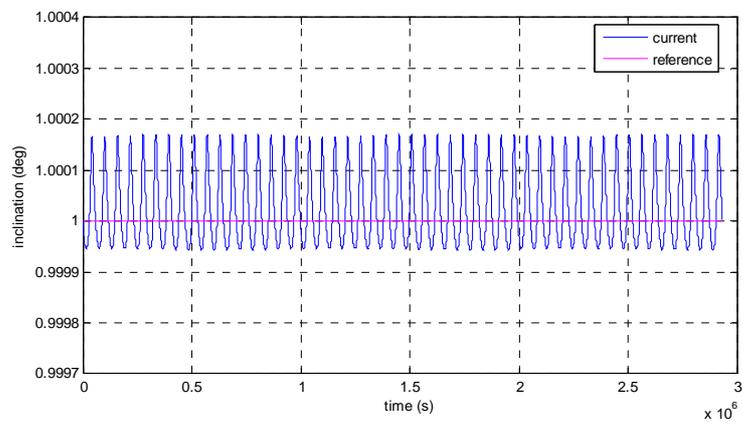


Figura 5.61 - Inclinação para Kleopatra, para $e=0,3$.

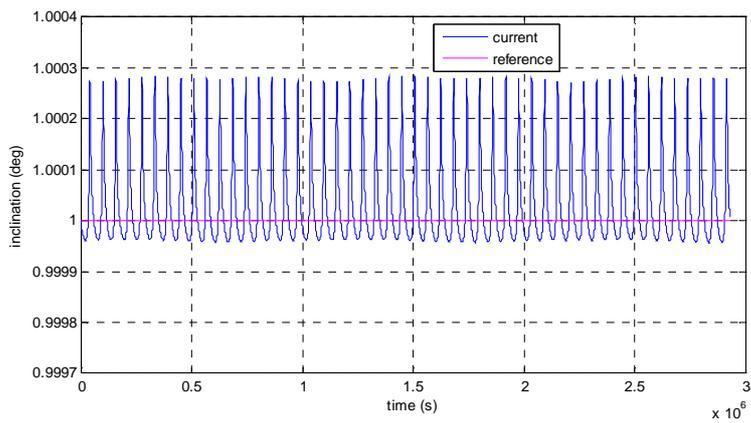


Figura 5.62 - Inclinação para Kleopatra, para $e=0,6$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

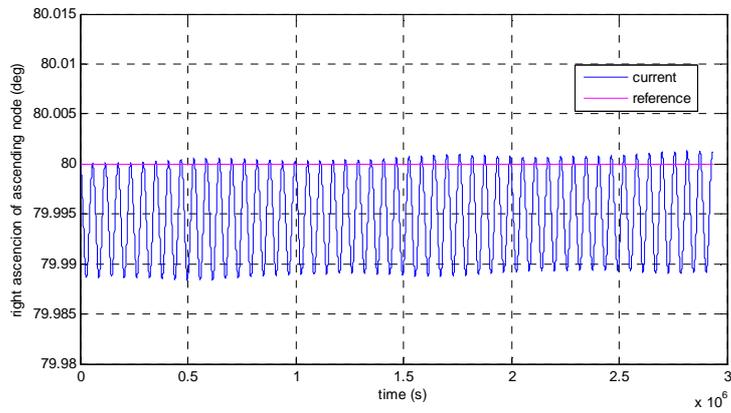


Figura 5.63 - Ascensão reta para Kleopatra, para $e=0,0001$.

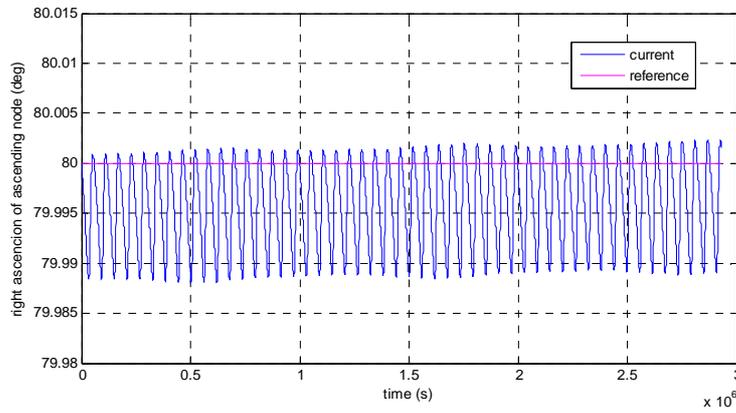


Figura 5.64 - Ascensão reta para Kleopatra, para $e=0,3$.

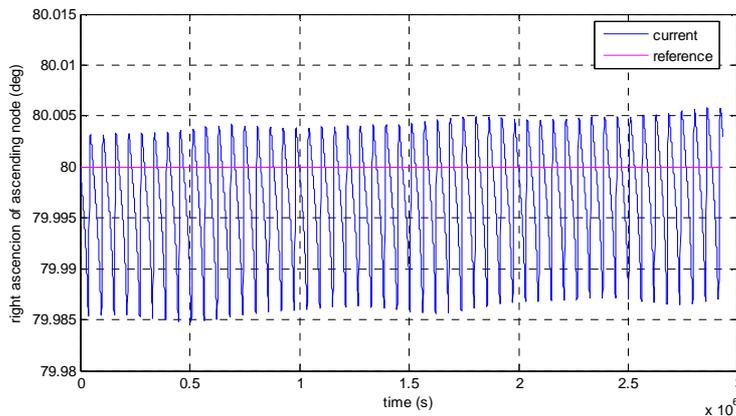


Figura 5.65 - Ascensão reta para Kleopatra, para $e=0,6$.

Os gráficos anteriores nas Figuras de 5.60 a 5.62 e 5.63 a 5.65 mostram, respectivamente, a variação da inclinação e da ascensão reta do nodo ascendente ao longo de 50 órbitas para cada valor inicial de excentricidade. A inclinação e ascensão reta do nodo ascendente ficaram levemente maiores quanto maior a excentricidade inicial, porém essa diferença foi de ordem muito pequena e periódica. Para a inclinação, a variação máxima foi de cerca $0,0003^\circ$, e para a ascensão reta do nodo ascendente foi de $0,018^\circ$. O argumento do periapside sofreu alteração significativa para a órbita com excentricidade igual a zero, saindo de 72° do valor inicial para 180° .

- Argumento do periapside

As Figuras 5.66, 5.67 e 5.68 mostram a evolução no argumento do periapside para valores iniciais da excentricidade de 0,0001, 0,3 e 0,6, respectivamente. É possível notar que quando a órbita inicial é circular, visto na Figura 5.66, a variação do argumento do periapside é muito maior do que para órbitas excêntricas, passando de 72° para quase 180° após 50 órbitas.

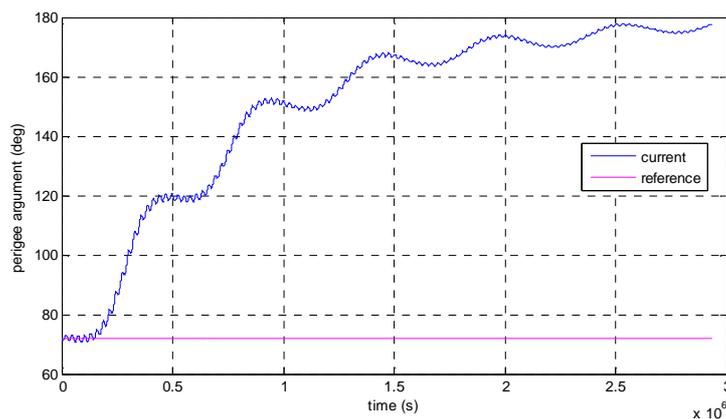


Figura 5.66 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $e=0,0001$.

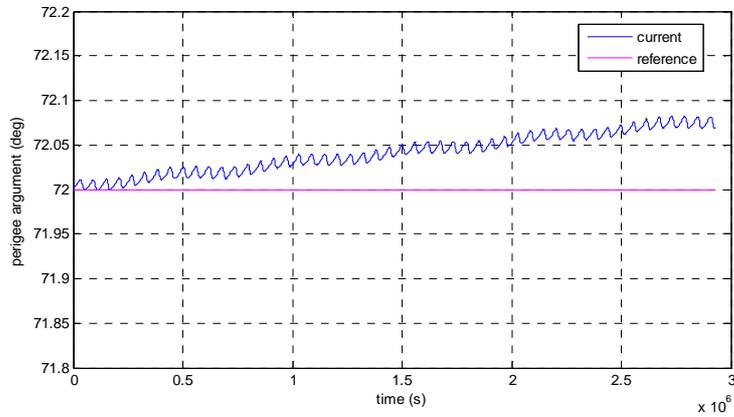


Figura 5.67 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $e=0,3$.

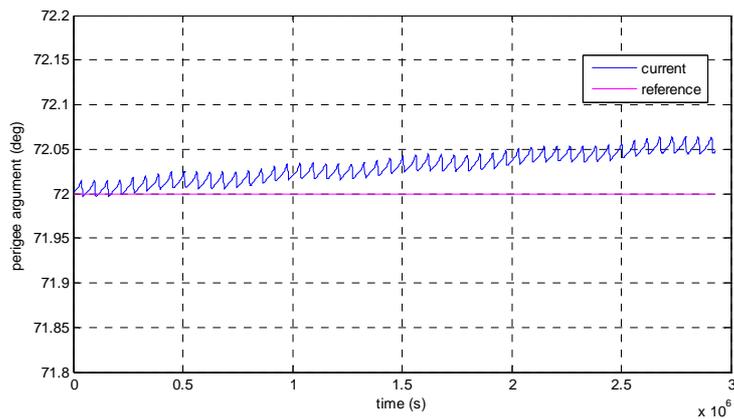


Figura 5.68 - Argumento do periapside para Kleopatra, para $e=0,6$.

As Figuras 5.54 a 5.68 mostraram gráficos de cada elemento orbital para três valores iniciais de excentricidade: 0,0001, 0,3 e 0,6. Acima da excentricidade 0,6 ocorre colisão com o asteroide. Em cada série de simulações, ou seja, cada bloco de gráficos de um elemento orbital variando somente a excentricidade, as escalas dos gráficos foram mantidas iguais para meio de comparação.

5.7. Variando inclinação

A Tabela 5.5 mostra os dados iniciais utilizados para os gráficos deste item, com inclinação variando em 1°, 10°, 30°, 50°, 70° e 90°, enquanto os outros elementos orbitais são mantidos fixos. Os dados iniciais mostrados na Tabela 5.5 são: semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, anomalia média, período de rotação do asteroide, e número de órbitas.

Tabela 5.5 - Variação na inclinação para Kleopatra.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
300	0,0001	1	80	72	113	5,385	50
300	0,0001	10	80	72	113	5,385	50
300	0,0001	30	80	72	113	5,385	50
300	0,0001	50	80	72	113	5,385	50
300	0,0001	70	80	72	113	5,385	50
300	0,0001	90	80	72	113	5,385	50

- Semi-eixo maior

O gráfico da figura 5.69 mostra o semi-eixo maior ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra, na qual é utilizado um valor inicial de inclinação de 1°. Nota-se nos gráficos principalmente as oscilações periódicas decorrentes do formato e da rotação do asteroide, porém o valor do semi-eixo maior não sofre aumento ou diminuição. Simulações para todos os elementos orbitais iniciais da Tabela 5.5 geraram resultados praticamente iguais ao mostrado na Figura 5.69.

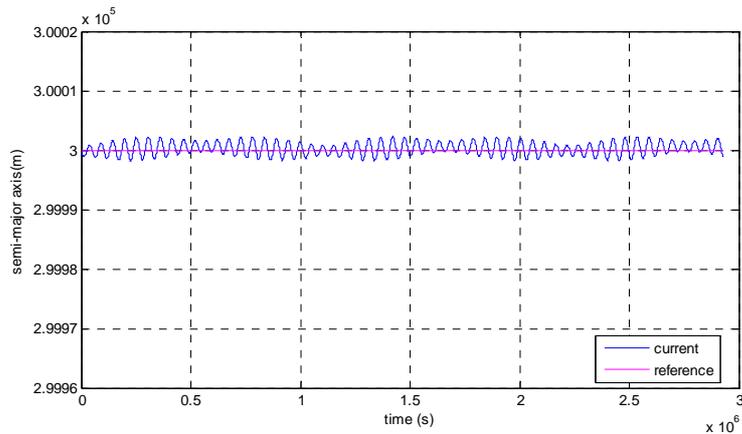


Figura 5.69 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $i = 1^\circ$.

- Excentricidade

Os gráficos das Figuras 5.70 a 5.73 mostram a excentricidade ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra, na qual em cada gráfico é utilizado um valor inicial de inclinação diferente. As escalas dos gráficos são mantidas iguais para meio de comparação. A maior variação na excentricidade ocorre quando a inclinação é igual a 1° , que representa uma órbita equatorial, e é a inclinação na qual o veículo espacial passa mais próximo do asteroide.

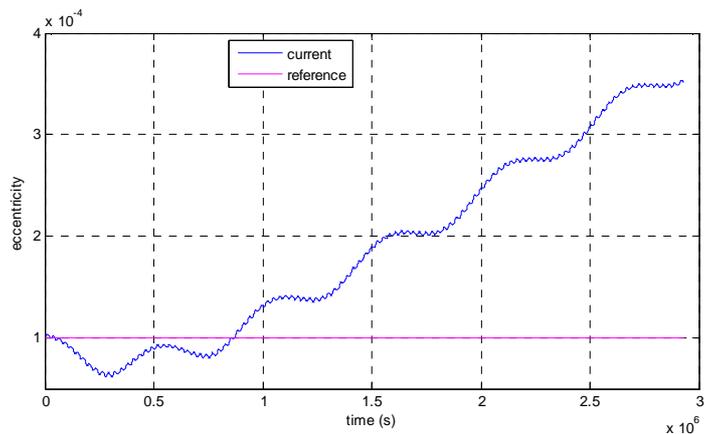


Figura 5.70 - Excentricidade para Kleopatra, $i = 1^\circ$.

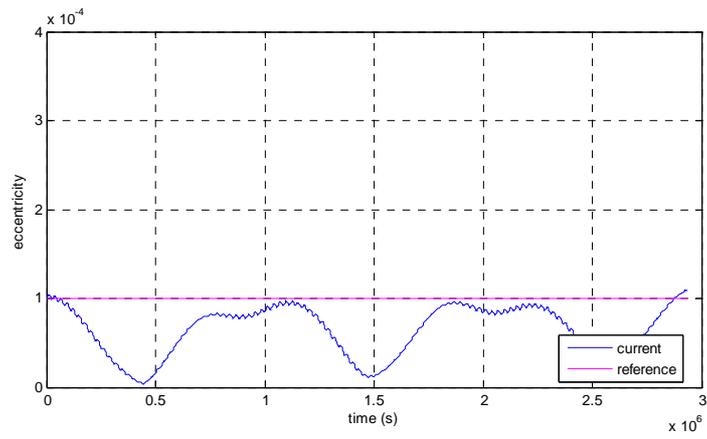


Figura 5.71 - Excentricidade para Kleopatra, $i = 30^\circ$.

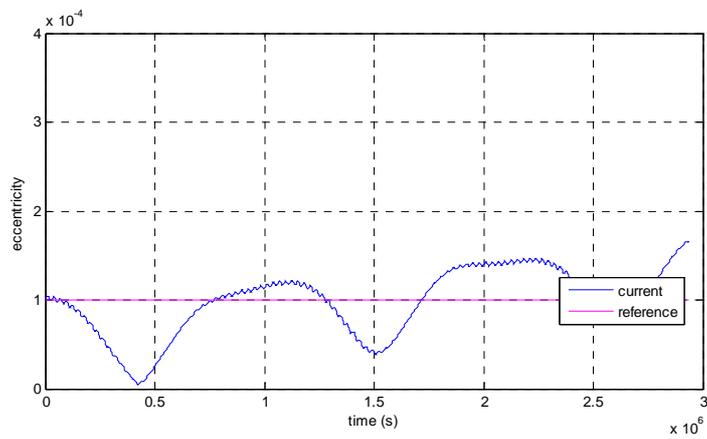


Figura 5.72 - Excentricidade para Kleopatra, $i = 50^\circ$.

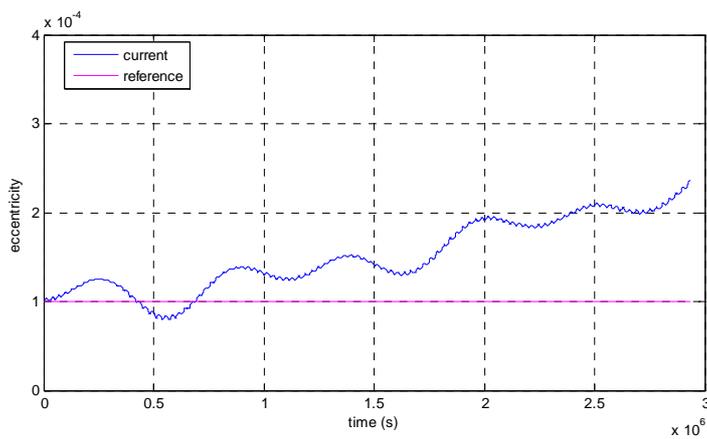


Figura 5.73 - Excentricidade para Kleopatra, $i = 90^\circ$.

- Inclinação

As Figuras 5.74 a 5.77 mostram inclinação ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra, na qual em cada gráfico é utilizado um valor inicial de inclinação diferente. Quando a inclinação varia nota-se que as oscilações periódicas são diferentes de um gráfico para outro. A irregularidade do corpo é claramente notada nestes gráficos, na qual a forma do corpo irá afetar diferentemente em cada local que o veículo estiver passando.

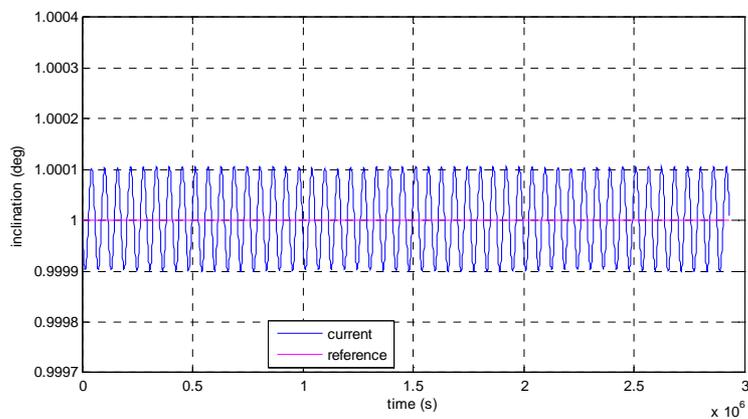


Figura 5.74 - Inclinação para Kleopatra, $i = 1^\circ$.

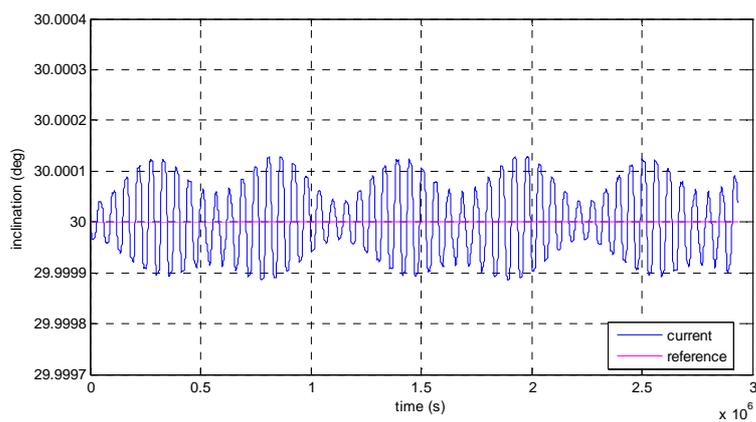


Figura 5.75 - Inclinação para Kleopatra, $i = 30^\circ$.

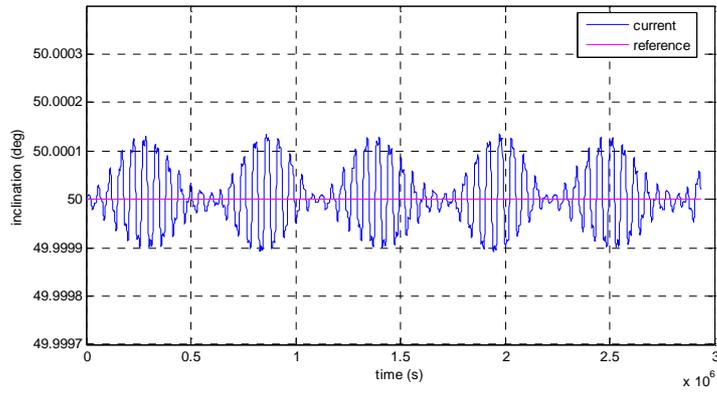


Figura 5.76 - Inclinação para Kleopatra, $i = 50^\circ$.

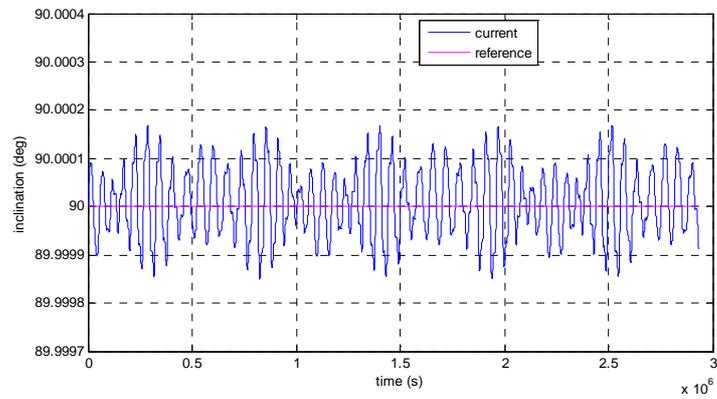


Figura 5.77 - Inclinação para Kleopatra, $i = 90^\circ$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

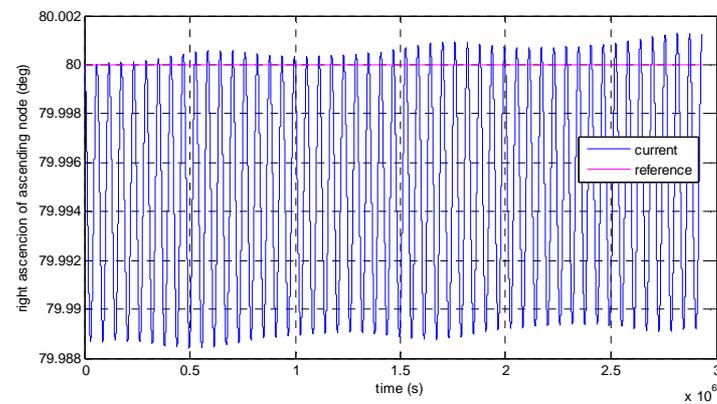


Figura 5.78 - Ascensão reta para Kleopatra, $i = 1^\circ$.

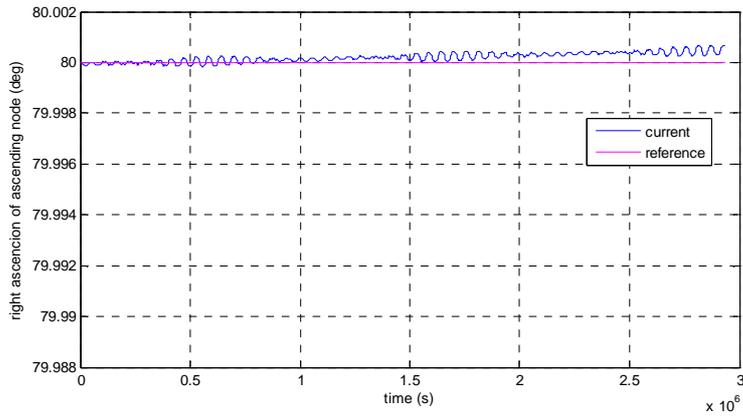


Figura 5.79 - Ascensão reta para Kleopatra, $i= 30^\circ$.

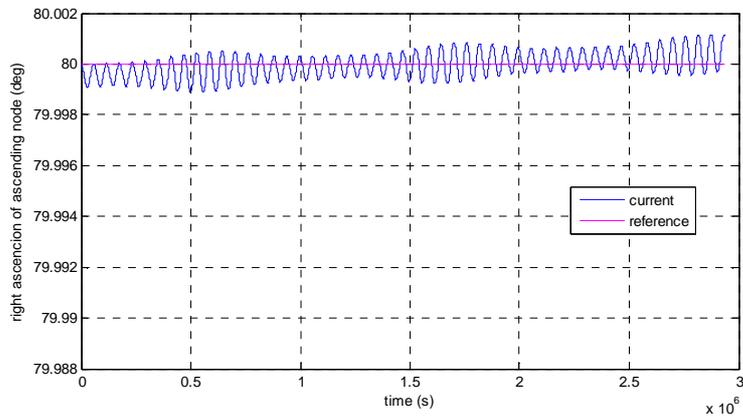


Figura 5.80 - Ascensão reta para Kleopatra, $i= 50^\circ$.

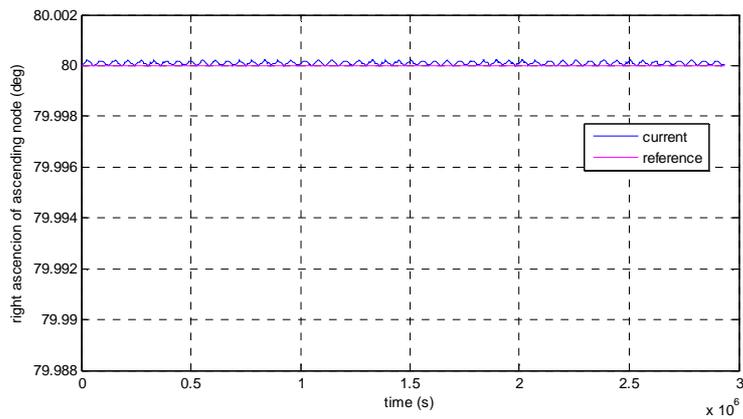


Figura 5.81 - Ascensão reta para Kleopatra, $i= 90^\circ$.

- Argumento do periapside

As simulações durante 50 órbitas com inclinação nos valores de 1° , 10° , 30° , 50° , 70° e 90° , não mostraram uma variação significativa nos elementos orbitais. Na ascensão reta do nodo ascendente, mostradas nas figuras 5.78 a 5.81, verificou-se que a variação em relação ao valor inicial é periódica para todos os valores de inclinação, porém é maior no caso de inclinação igual a 1° . Nas figuras 5.82 a 5.84, ao final das 50 órbitas, para todos os valores de inclinação inicial mostrados, o argumento do periapside terminou por volta de 150° .

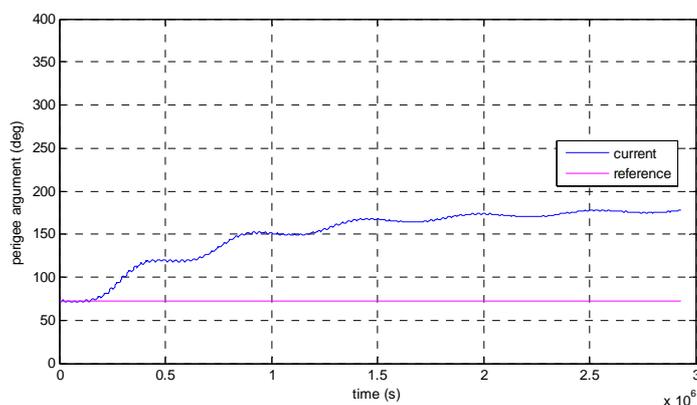


Figura 5.82 - Argumento do periapside para Kleopatra, $i = 1^\circ$.

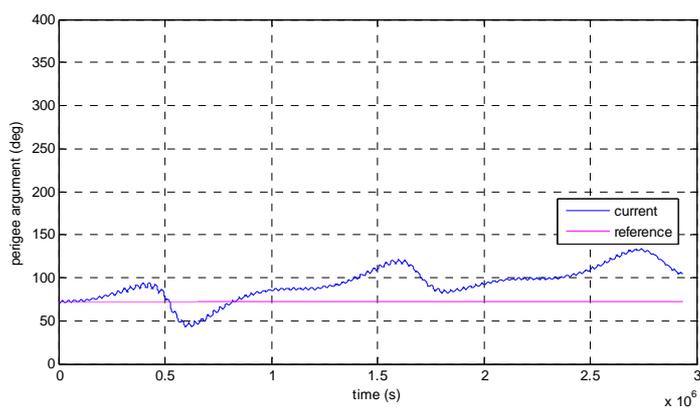


Figura 5.83 - Argumento do periapside para Kleopatra, $i = 70^\circ$.

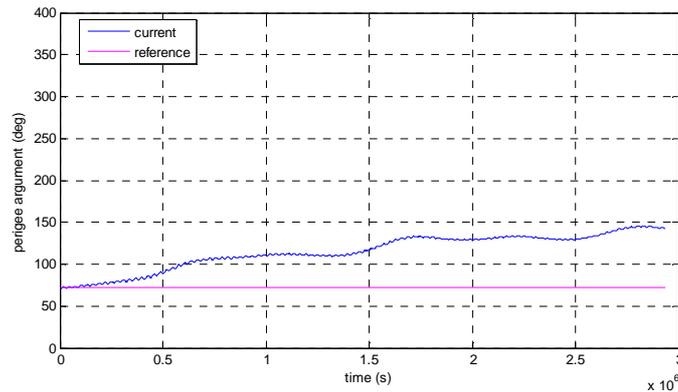


Figura 5.84 - Argumento do periapside para Kleopatra, $i = 90^\circ$.

5.8. Variando ascensão reta do nodo ascendente

A Tabela 5.6 mostra os dados iniciais utilizados para os gráficos a seguir, na qual é alterada a ascensão reta do nodo ascendente a cada 45° . Os outros elementos orbitais são mantidos fixos, durante as 50 órbitas simuladas. Os dados iniciais mostrados na Tabela 5.6 são: semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, anomalia média, período de rotação do asteroide, e número de órbitas. A linha azul mostra a órbita atual, e a linha magenta a órbita Kepleriana de referência.

Tabela 5.6 - Variação na ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra.

a (km)	e	i ($^\circ$)	Ω ($^\circ$)	ω ($^\circ$)	M' ($^\circ$)	Per. Rot. (h)	N orb
300	0,0001	1	1	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	45	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	90	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	135	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	180	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	225	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	270	72	113	5,385	50
300	0,0001	1	315	72	113	5,385	50

- Semi-eixo maior

Foram realizadas simulações do comportamento do semi-eixo maior ao longo de 50 órbitas ao redor de Kleopatra para cada valor inicial de ascensão reta do nodo ascendente mostrado na Tabela 5.6. É possível perceber as oscilações periódicas de curto período, enquanto que outros tipos de variações não se mostram significativas para o número de órbitas ao redor do asteroide analisado. Para todos os valores iniciais de ascensão reta do nodo ascendente mostrado na Tabela 5.6, os gráficos ficaram iguais aos que são mostrados nas Figuras 5.85 e 5.86.

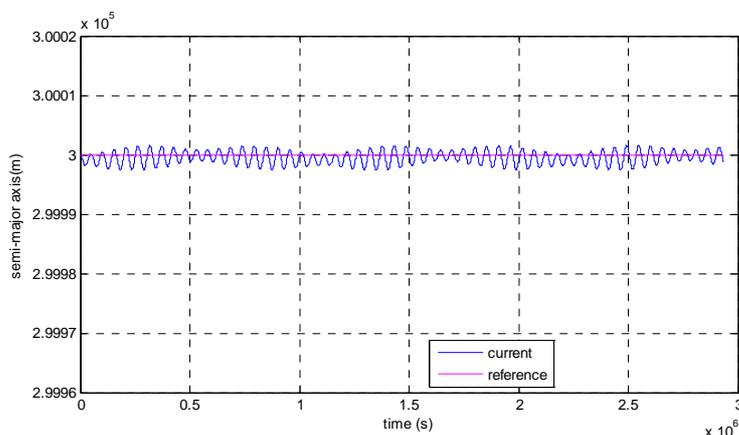


Figura 5.85 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$.

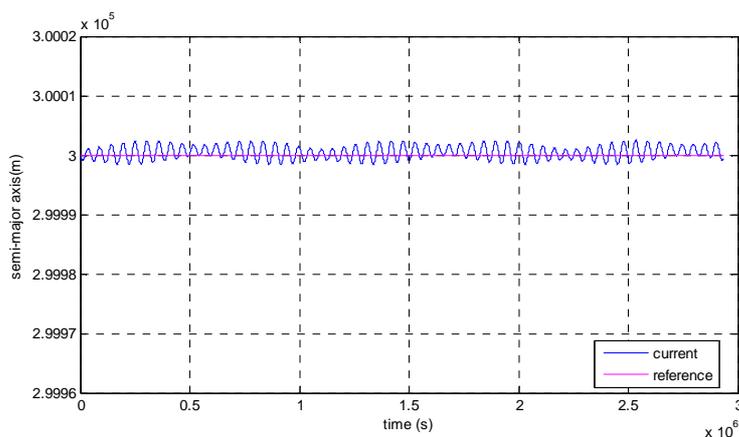


Figura 5.86 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\Omega = 90^\circ$.

- Excentricidade

Os gráficos das Figuras 5.87 a 5.90 mostram a excentricidade ao longo do tempo para diferentes valores de ascensão reta do nodo ascendente. As maiores variações, ainda que de ordem pequena, ocorrem para valores de ascensão reta do nodo ascendente entre 180° e 225° . Notam-se oscilações periódicas em todos os gráficos.

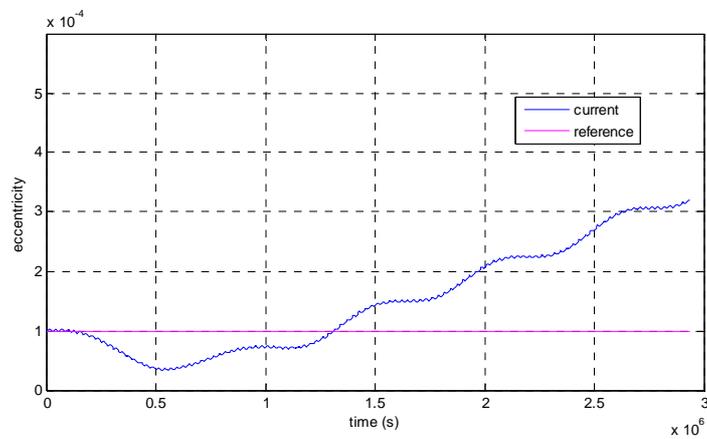


Figura 5.87 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$.

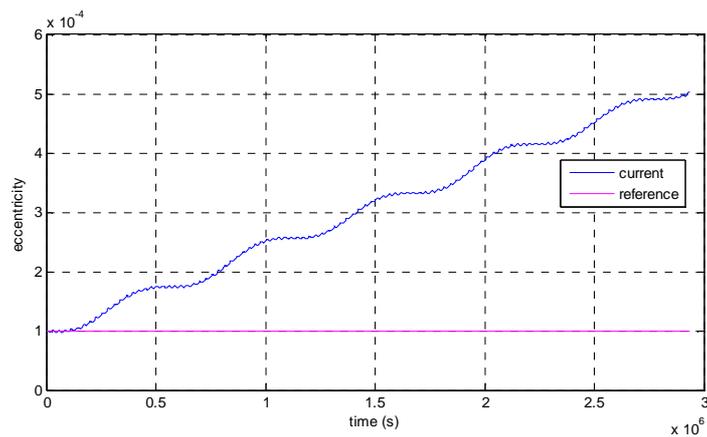


Figura 5.88 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 180^\circ$.

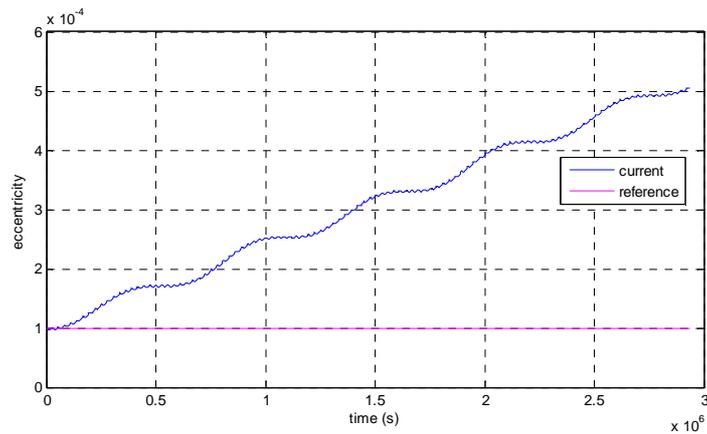


Figura 5.89 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 225^\circ$.

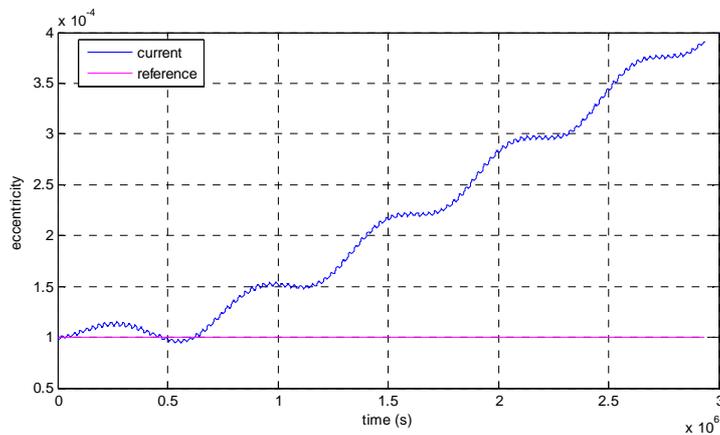


Figura 5.90 - Excentricidade para Kleopatra, $\Omega = 315^\circ$.

- Inclinação

O gráfico apresentado na Figura 5.91 mostra a inclinação ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra para ascensão reta do nodo ascendente inicial de 1° . As simulações para todos os outros valores da Tabela 5.6 geraram resultados iguais a Figura 5.91. Conclui-se que não existe variação notável na inclinação quando o valor da ascensão reta do nodo ascendente é alterado.

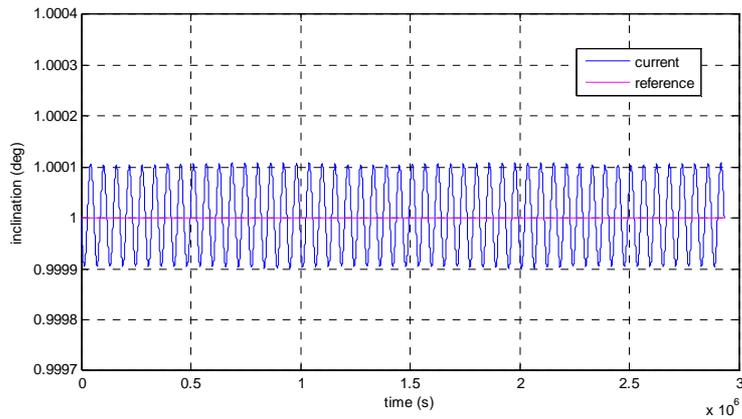


Figura 5.91 - Inclinação para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

O gráfico apresentado na Figura 5.92 mostra o comportamento da ascensão reta do nodo ascendente quando este elemento orbital inicial é igual a 1° , durante 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra. Para todos os valores iniciais da Tabela 5.6 não existem diferenças significativas para a ascensão reta do nodo ascendente quando se varia o valor inicial deste elemento orbital.

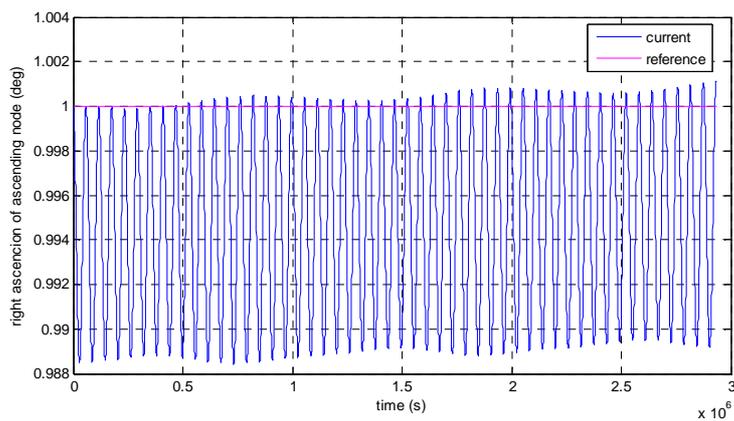


Figura 5.92 - Ascensão reta para Kleopatra, $\Omega = 1^\circ$.

- Argumento do periapside

As simulações de órbitas ao redor do asteroide Kleopatra com alteração na ascensão reta do nodo ascendente foram realizadas com valores iniciais de 1° a 315° . No semi-eixo maior e na inclinação não houve alteração de uma simulação para outra. Para a excentricidade, nota-se um aumento maior quando a ascensão reta está entre 135° e 270° . O argumento do periapside, sendo que alguns dos resultados podem ser vistos nos gráficos das Figuras 5.93 a 5.96, tem aumento maior quando a ascensão reta é igual a 45° , passando de 72° para quase 225° .

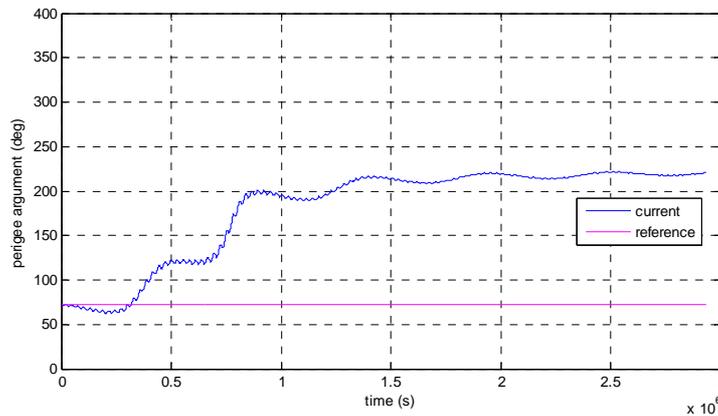


Figura 5.93 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 45^\circ$.

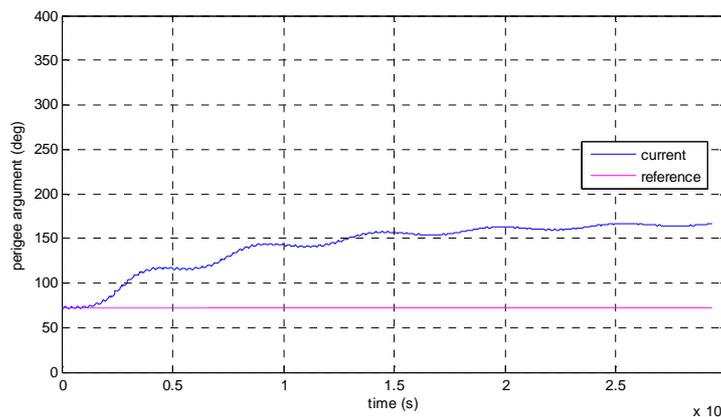


Figura 5.94 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 90^\circ$.

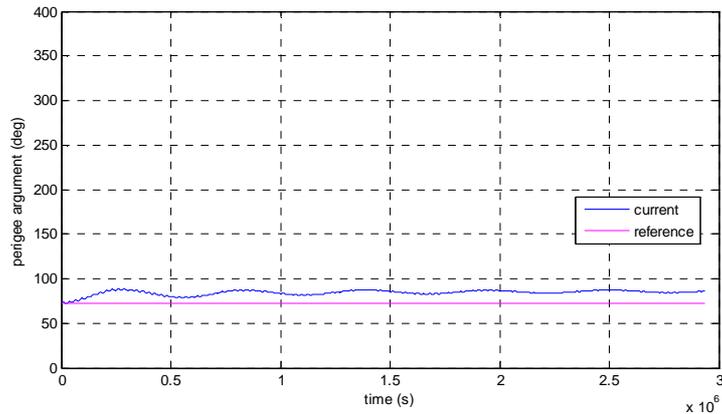


Figura 5.95 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 180^\circ$.

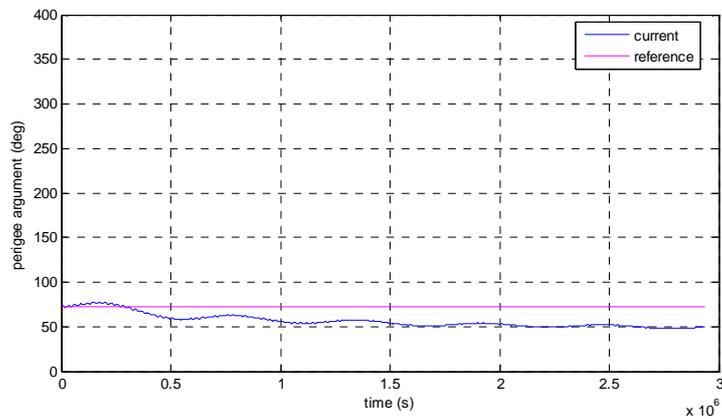


Figura 5.96 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\Omega = 270^\circ$.

5.9. Variando argumento do periapside

A seguir será mostrada uma sequência de gráficos com os elementos orbitais iniciais da Tabela 5.7 durante 50 órbitas, na qual é variado, a cada simulação, o argumento do periapside, enquanto que os outros elementos orbitais são mantidos fixos. Os dados iniciais mostrados na Tabela 5.7 são: semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, anomalia média, período de rotação do asteroide, e número de órbitas.

Tabela 5.7 - Variação no argumento do periapside para Kleopatra.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
300	0,0001	1	80	1	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	45	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	90	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	135	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	180	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	225	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	270	113	5,385	50
300	0,0001	1	80	315	113	5,385	50

- Semi-eixo maior

As Figuras 5.97 e 5.98 mostram o semi-eixo maior ao longo de 50 órbitas ao redor do asteroide Kleopatra, para valores iniciais do argumento do periapside de 1° e 180° . Nos gráficos é possível notar as oscilações de curto período devido ao formato e rotação do asteroide. O fato de alterar o valor do argumento do periapside não causa alteração significativa na órbita, e para todos os valores iniciais da Tabela 5.7 a evolução do semi-eixo maior fica praticamente igual.

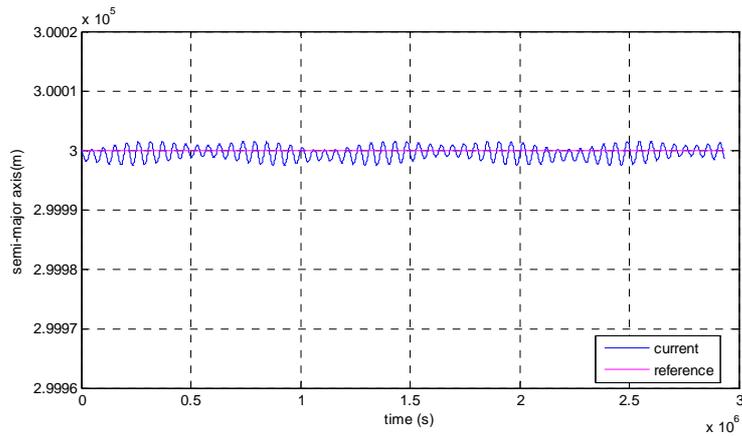


Figura 5.97 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$.

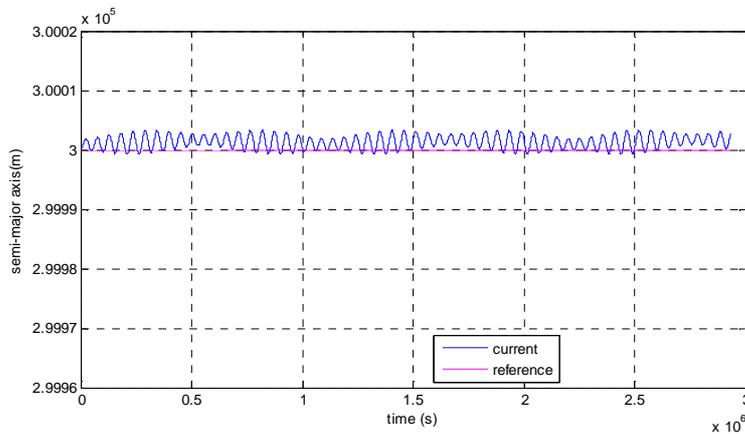


Figura 5.98 - Semi-eixo maior para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$.

- Excentricidade

Os gráficos das Figuras 5.99 a 5.102 mostram para diferentes valores de argumento do periapside o comportamento da excentricidade ao longo do tempo. As oscilações periódicas de curta e longa duração devido às características do asteroide constam em todos os gráficos. Um aumento levemente maior no valor da excentricidade pode ser percebido para valores do argumento do periapside de 180° .

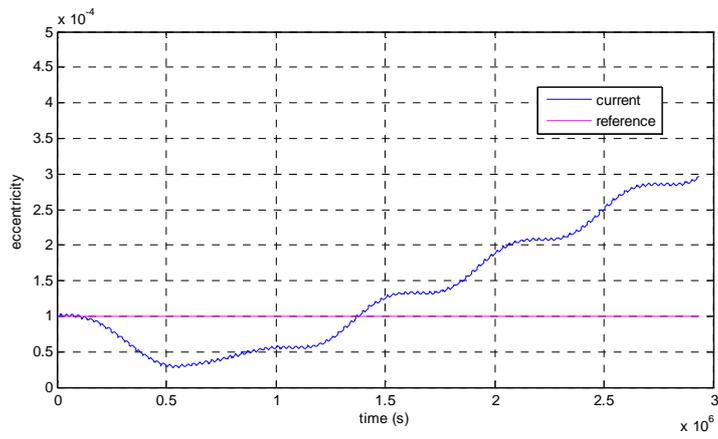


Figura 5.99 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$.

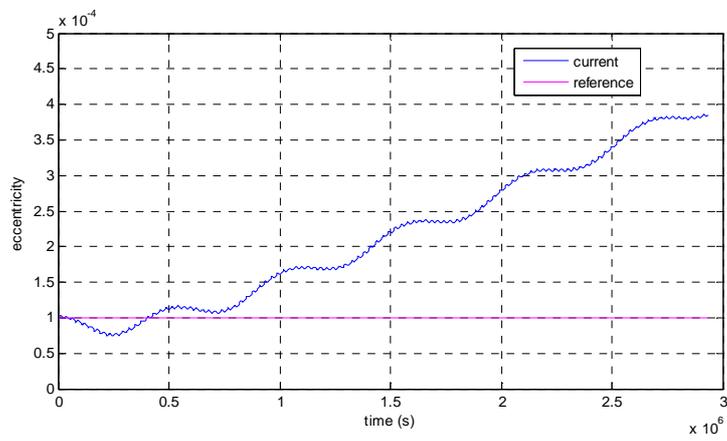


Figura 5.100 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 90^\circ$.

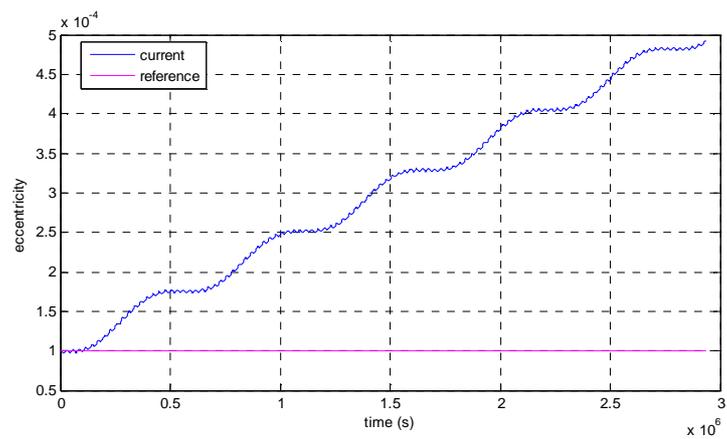


Figura 5.101 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$.

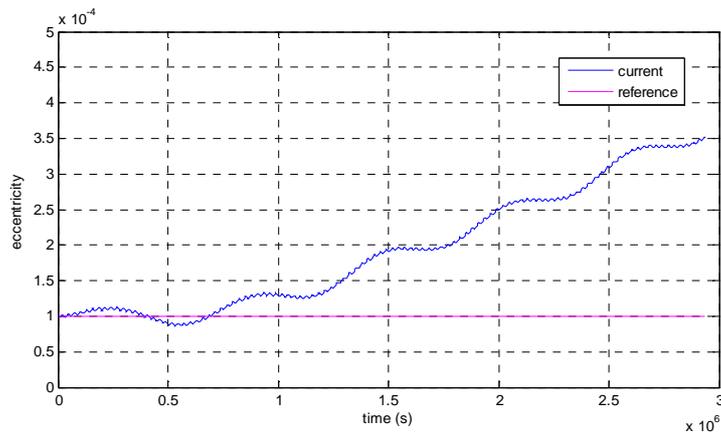


Figura 5.102 - Excentricidade para Kleopatra, $\omega = 315^\circ$.

- Inclinação e ascensão reta do nodo ascendente

Os gráficos de inclinação ao longo do tempo mostrados nas Figuras de 5.103 a 5.106, com variação no argumento do periapside inicial, mostram a mesma oscilação periódica em todos os gráficos, com um leve deslocamento ao redor do valor inicial da inclinação de 1° para mais ou menos dependendo do valor do argumento do periapside inicial. O mesmo acontece nas simulações da ascensão reta do nodo ascendente, que possuem somente oscilação periódica ao redor do valor inicial de 80° , como pode ser visto na Figura 5.107.

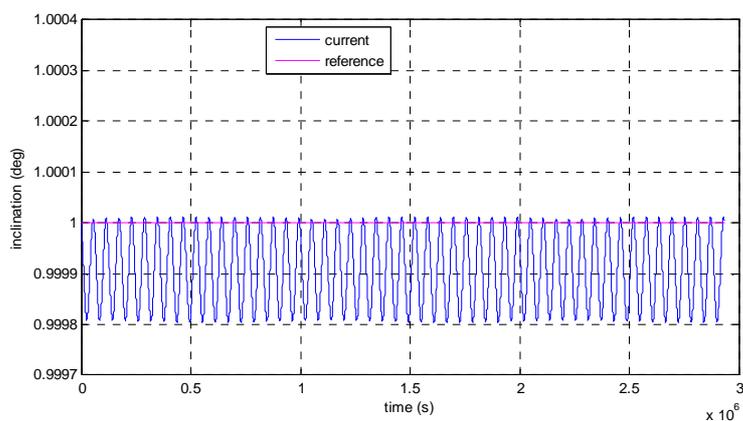


Figura 5.103 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$.

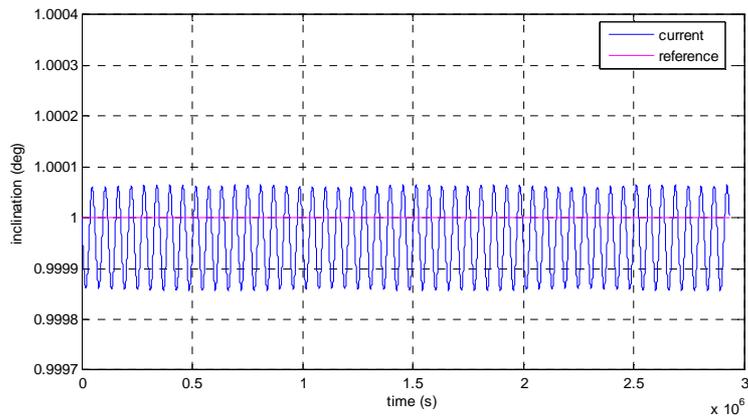


Figura 5.104 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 45^\circ$.

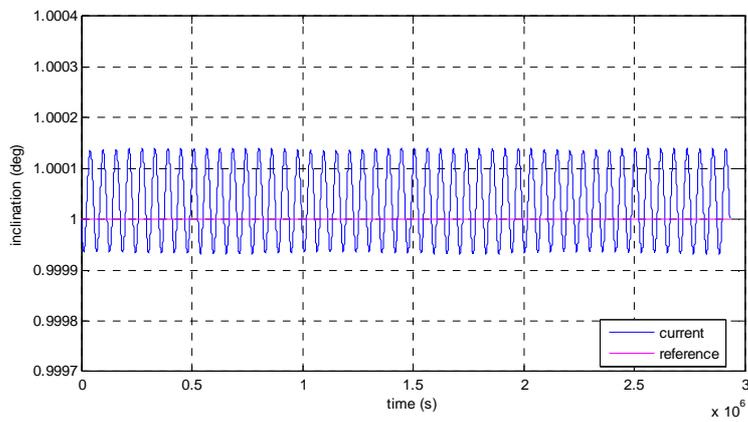


Figura 5.105 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 90^\circ$.

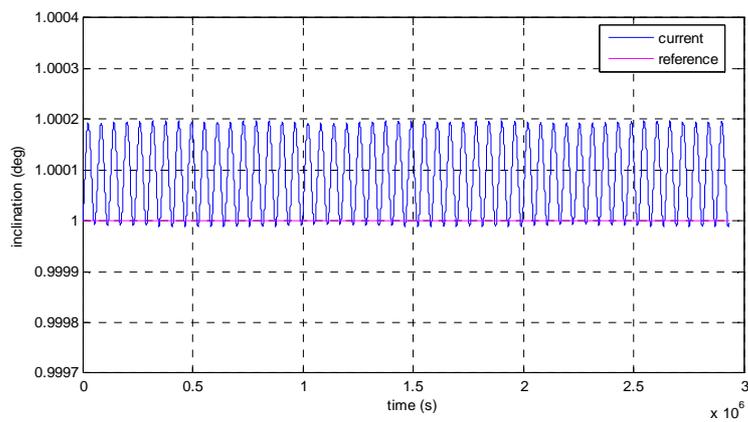


Figura 5.106 - Inclinação para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$.

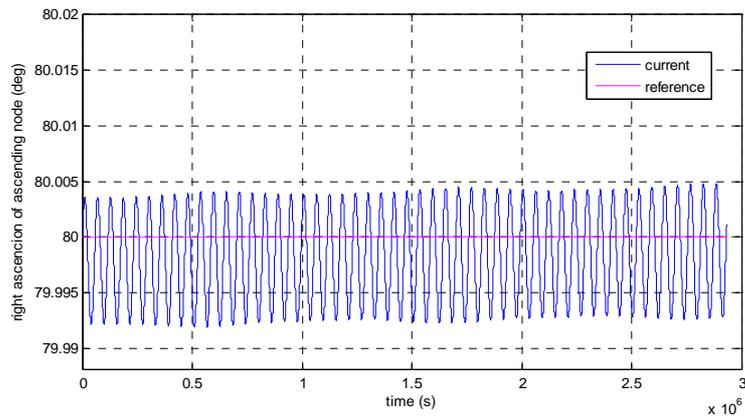


Figura 5.107 - Ascensão reta do nodo ascendente, $\omega = 1^\circ$.

- Argumento do periapside

As Figuras de 5.108 a 5.111 mostram o comportamento do argumento do periapside quando este elemento orbital é variado nos dados iniciais. A menor variação no argumento do periapside ocorre quando o argumento do periapside é igual 180° .

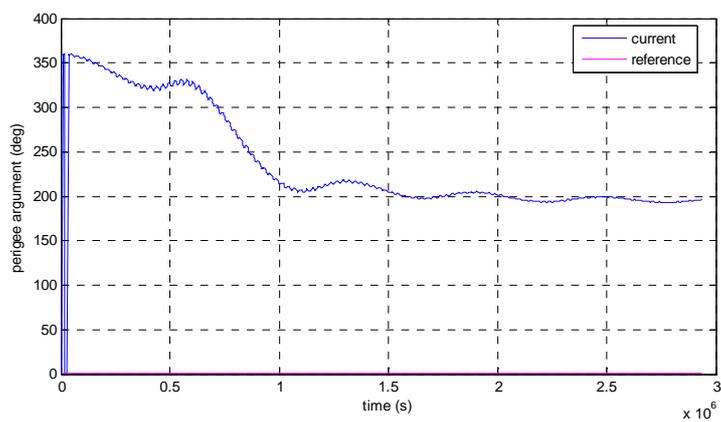


Figura 5.108 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 1^\circ$.

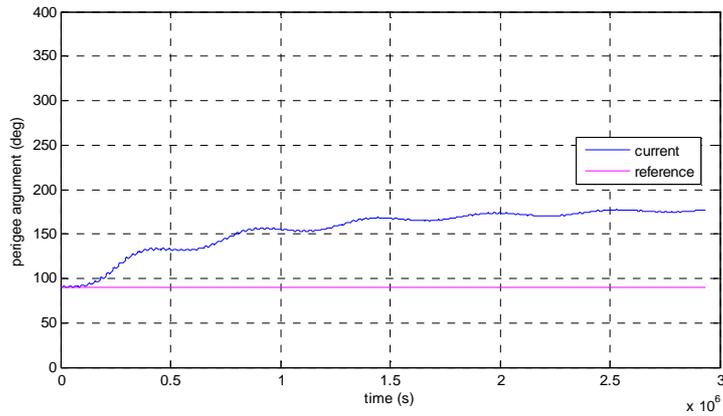


Figura 5.109 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 90^\circ$.

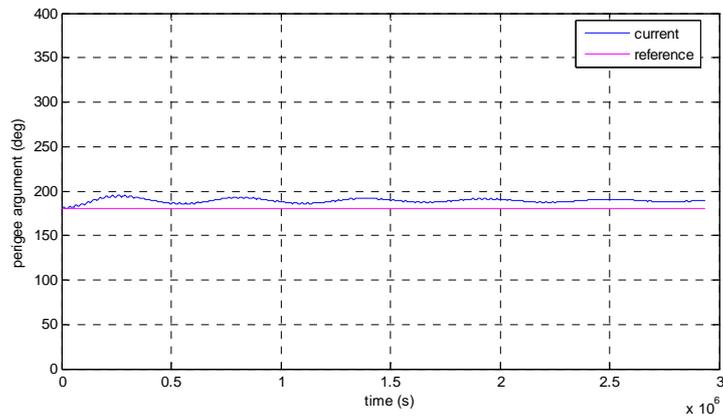


Figura 5.110 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 180^\circ$.

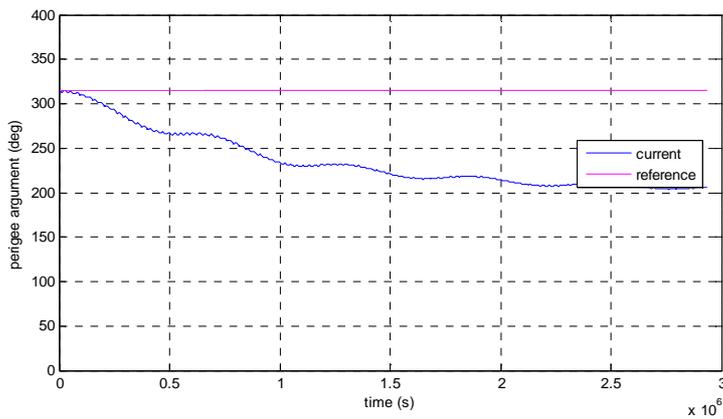


Figura 5.111 - Argumento do periapside para Kleopatra, $\omega = 315^\circ$.

As simulações de órbitas ao redor do asteroide Kleopatra com alteração no argumento do periapside foram realizadas com valores iniciais variando de 1° a 315° , com alguns resultados mostrados nas Figuras 5.108 a 5.111. As escalas foram mantidas iguais em todos os gráficos para comparação. No semi-eixo maior, inclinação e ascensão reta do nodo ascendente a alteração é periódica e praticamente de mesma intensidade, porém ocorrendo um leve deslocamento ao redor do valor inicial para mais ou menos, dependendo do valor inicial do argumento do periapside. Para a excentricidade, o aumento é maior quando o argumento do periapside é de 180° e 225° .

5.10. Limite de órbita para escape

O raio de Hill foi utilizado nas simulações como critério para delimitar a esfera de influência do asteroide orbitado, descrito no item 2.2 do capítulo 2. Quando o raio da órbita é maior que o raio de Hill, foi considerado que o satélite escapa da atração gravitacional do asteroide.

Para o asteroide (216) Kleopatra, o raio de Hill calculado é de 28.890,340 km. Ou seja, a aproximadamente 29.000 km, um satélite passaria a estar sujeito à atração gravitacional do Sol, e não mais a do asteroide.

Uma simulação para um veículo orbitando o asteroide Kleopatra perto do limite da esfera de influência foi realizado para testar a perturbação gerada. Os elementos orbitais iniciais praticamente não sofreram alteração comparando com os dados orbitais iniciais utilizados. Isso comprova que, quando muito distante do corpo, mesmo este possuindo forma irregular, considerar o corpo como massa pontual é uma aproximação aceitável, já que os efeitos gerados pelo campo gravitacional do asteroide em órbitas muito distantes se comportam de modo muito parecido com uma órbita ao redor de um corpo esférico.

5.11. Manobras de correção

Manobras orbitais visam transferir um veículo de uma órbita inicial para outra, alterando seu estado inicial. As manobras de correção de trajetórias são manobras de pequena amplitude, que visam anular os efeitos das perturbações que agem no veículo. Já as manobras de transferência são manobras de grande amplitude, que visam alterar significativamente os elementos orbitais iniciais.

A órbita de um veículo ao redor de um corpo irregular, de acordo com resultados mostrados nos itens anteriores, não se comporta como uma órbita ao redor de um corpo esférico. Sendo assim, deve-se considerar essas perturbações quando o objetivo é orbitar um corpo irregular, principalmente para órbitas próximas do corpo.

As simulações que serão mostradas a seguir consideram um veículo ao redor do asteroide Kleopatra em uma órbita muito próxima. Utilizando propulsão contínua controlada em malha fechada, são realizadas manobras para corrigir o efeito da perturbação gerada pela não esfericidade do asteroide, mantendo o veículo em uma órbita próxima a órbita Kepleriana de referência, com o objetivo de cancelar o efeito da perturbação.

As Figuras de 5.112 a 5.121 mostram os elementos orbitais ao longo de 50 órbitas próximas ao redor do asteroide Kleopatra. As simulações geraram gráficos pra dois casos diferentes:

- Caso I: mostra a órbita com perturbação gravitacional devido à forma irregular do asteroide;
- Caso II: utilizando propulsão para correção da perturbação, ou seja, os efeitos causados pela forma do asteroide são anulados para que o veículo que está orbitando este corpo se mantenha o mais próximo possível de uma órbita Kepleriana de referência;

As simulações foram feitas utilizando os elementos orbitais iniciais da Tabela 5.8.

Tabela 5.8 - Elementos orbitais iniciais nas manobras de correções para Kleopatra

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)
115	0,0001	1	80	72	113	5,385

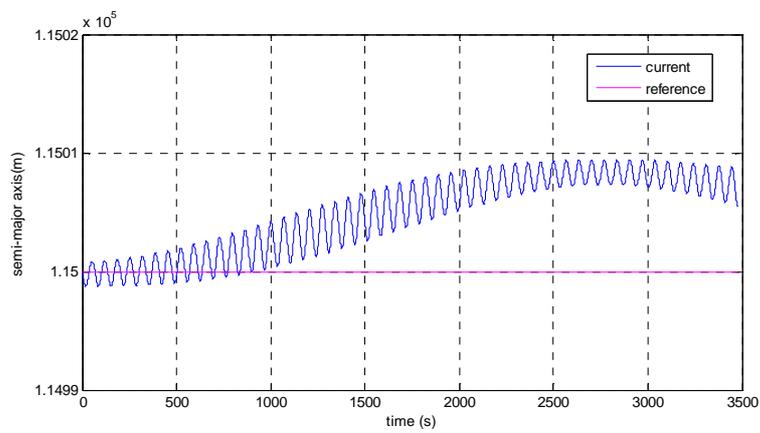


Figura 5.112 - Semi-eixo maior para Kleopatra, caso I.

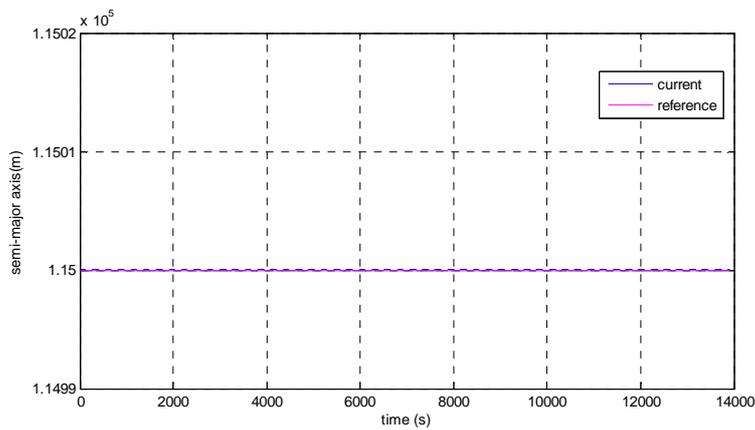


Figura 5.113 - Semi-eixo maior para Kleopatra, caso II.

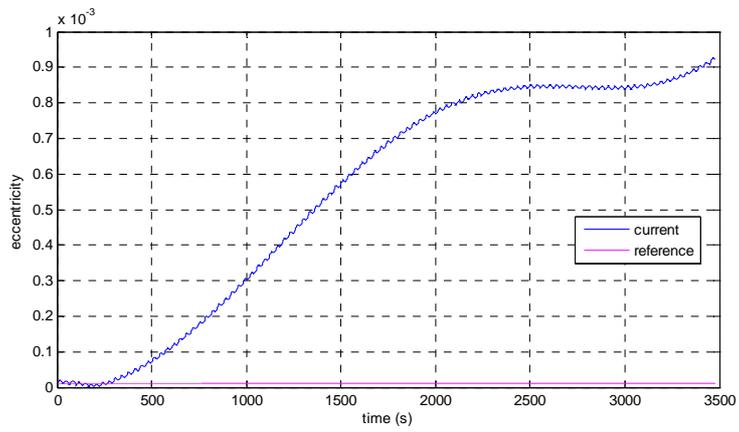


Figura 5.114 - Excentricidade para Kleopatra, caso I.

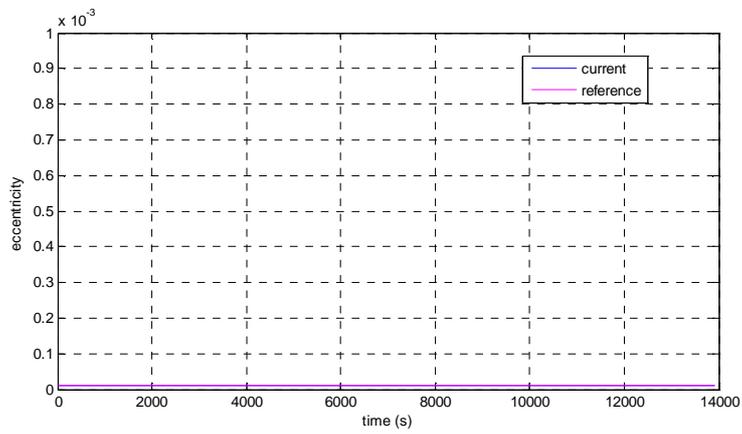


Figura 5.115 - Excentricidade para Kleopatra, caso II.

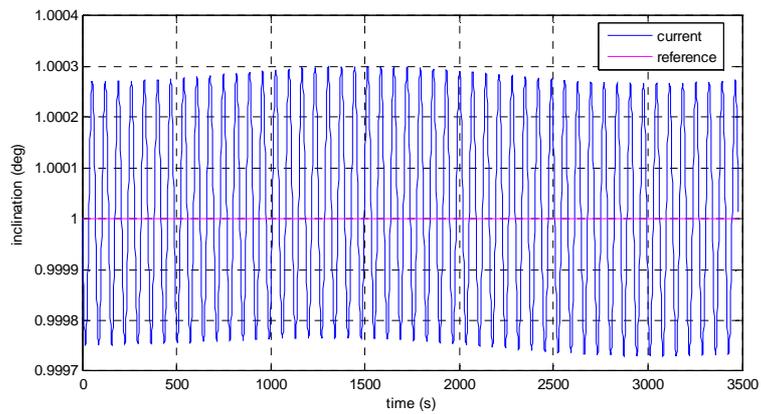


Figura 5.116 - Inclinação para Kleopatra, caso I.

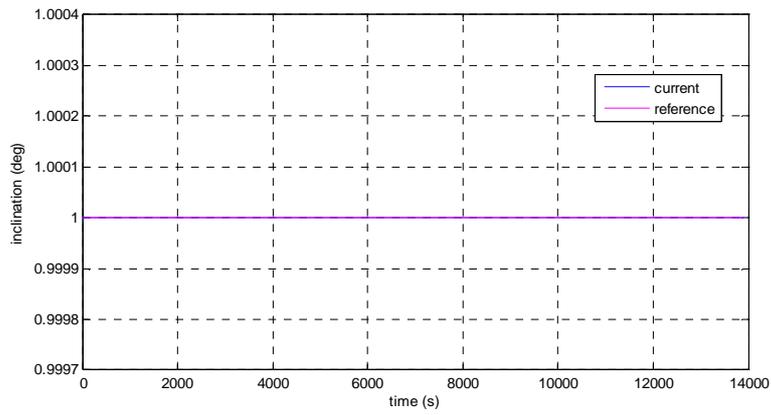


Figura 5.117 - Inclinação para Kleopatra, caso II.

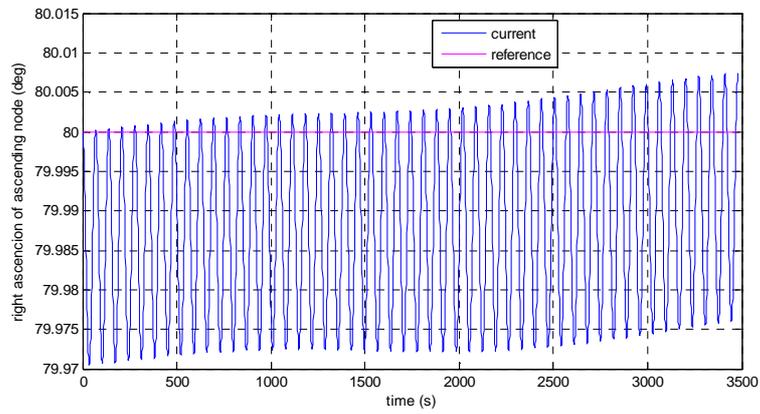


Figura 5.118 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, caso I.

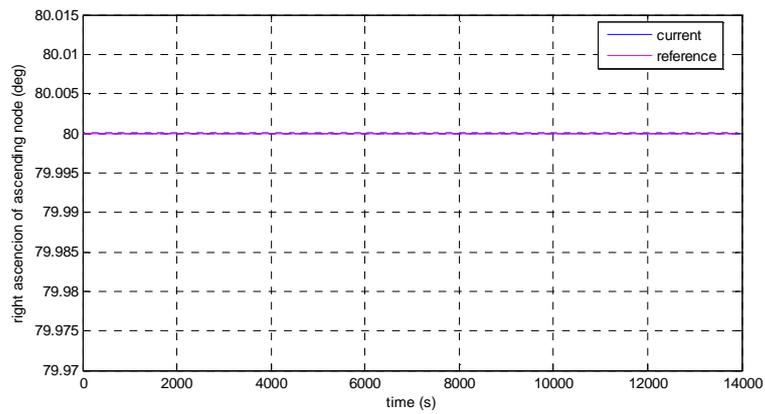


Figura 5.119 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, caso II.

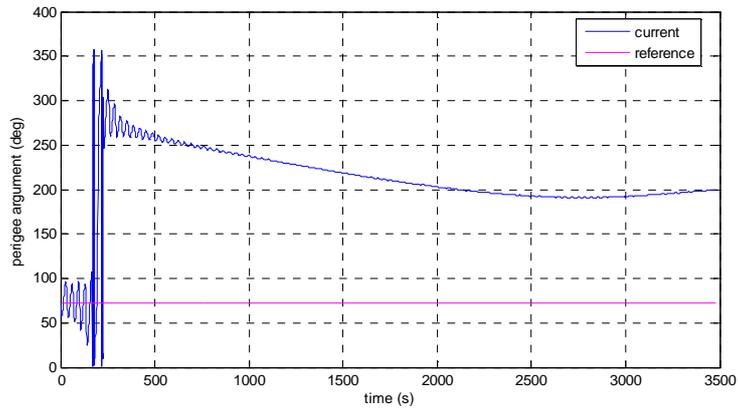


Figura 5.120 - Argumento do periapside para Kleopatra, caso I.

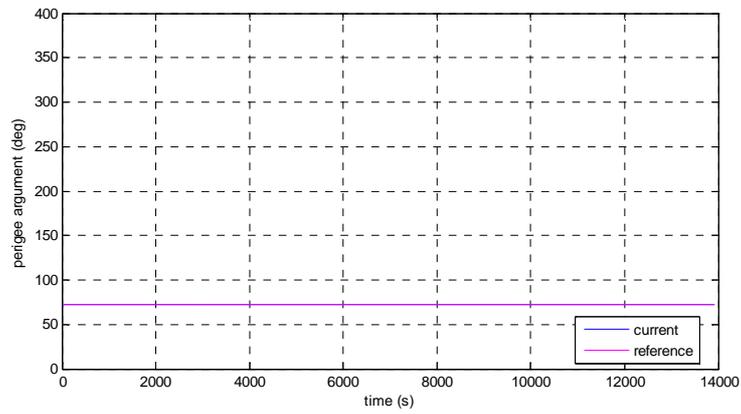


Figura 5.121 - Argumento do periapside para Kleopatra, caso II.

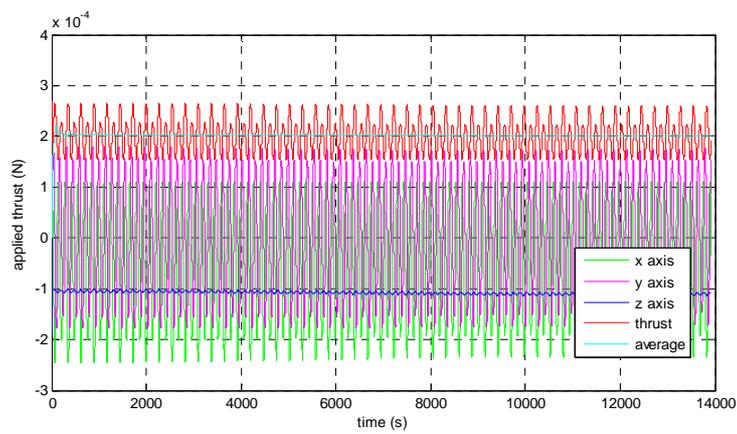


Figura 5.122 - Propulsão aplicada para correção para Kleopatra.

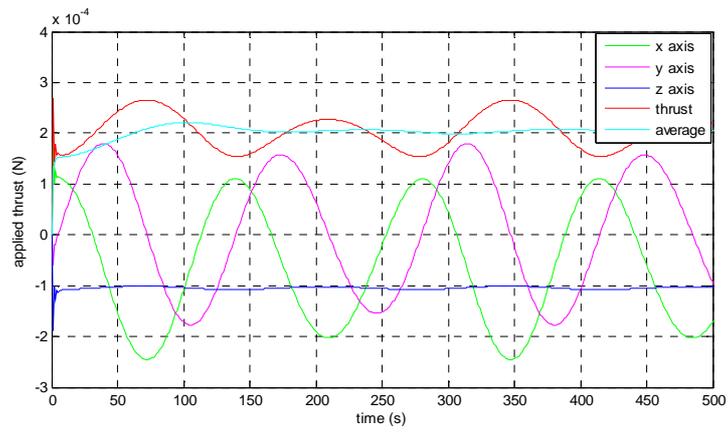


Figura 5.123 - Propulsão aplicada para correção em detalhe para Kleopatra.

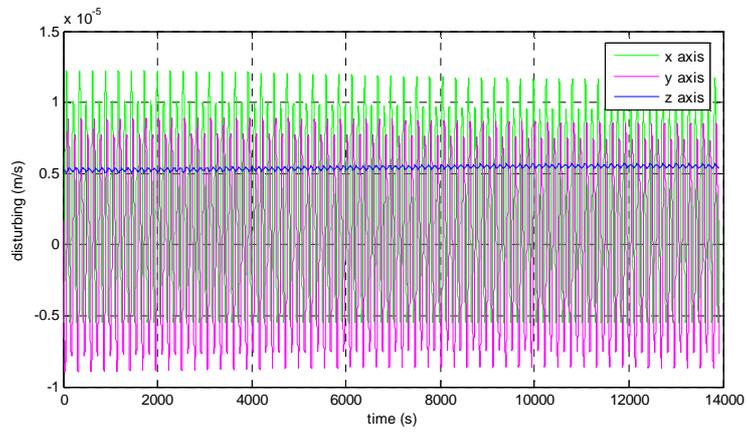


Figura 5.124 - Perturbação para Kleopatra.

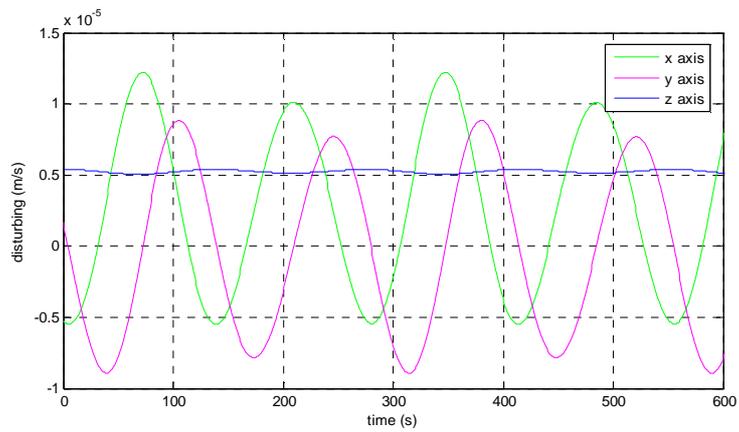


Figura 5.125 - Perturbação em detalhe para Kleopatra.

As Figuras de 5.112 a 5.121 mostraram gráficos de semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente e argumento do periapside para os casos I e II. Quando os propulsores foram ligados, mostrado nos gráficos para o caso II, a perturbação na órbita passou a ser corrigida, e foi comprovada a eficácia do sistema de controle utilizado, praticamente cancelando a perturbação.

A Figura 5.122 mostra um gráfico da propulsão aplicada durante as 50 órbitas, e um trecho em detalhe na Figura 5.123. A Figura 5.124 mostra o gráfico da perturbação, onde é possível perceber que a propulsão aplicada na Figura 5.122 é contrária à perturbação, mostrando a atuação do sistema de controle. Em detalhe, a Figura 5.125 mostra um trecho do gráfico de perturbação.

5.12. Manobras de transferência

Manobra de aproximação

Foi realizada uma manobra de aproximação de um veículo de uma órbita circular mais distante, com semi-eixo maior de 400 km, para uma órbita excêntrica bem próxima do asteroide, com semi-eixo maior de 250 km e excentricidade 0,6. A manobra pode ser vista na figura 5.126. As Figuras 5.127 a 5.236 mostram o comportamento desta manobra com uma órbita antes de ser realizada a manobra, e duas órbitas na órbita final após a realização da manobra.

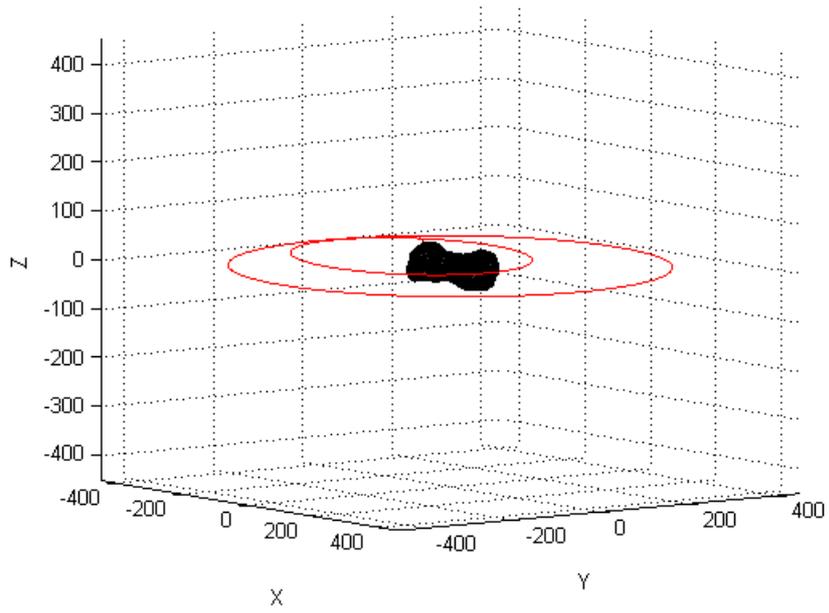


Figura 5.126 - Manobra de aproximação ao redor de Kleopatra.

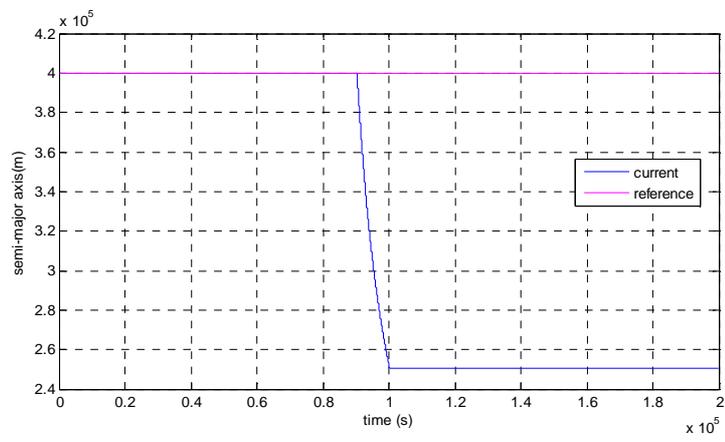


Figura 5.127 - Semi-eixo maior para Kleopatra, manobra de aproximação.

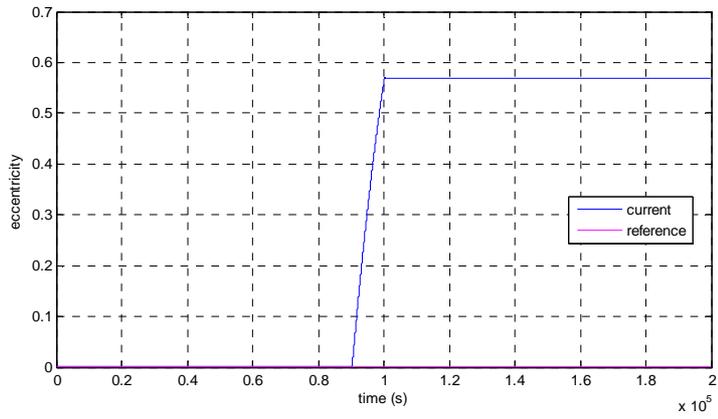


Figura 5.128 - Excentricidade para Kleopatra, manobra de aproximação.

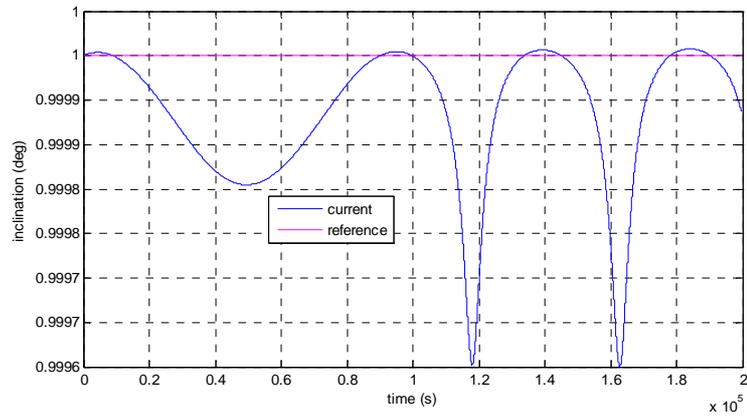


Figura 5.129 - Inclinação para Kleopatra, manobra de aproximação.

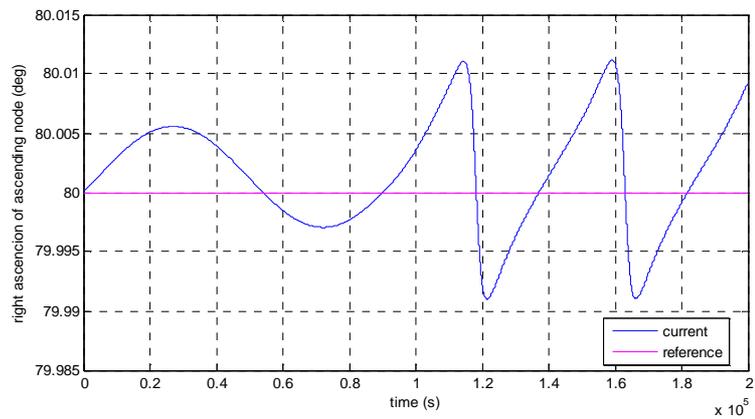


Figura 5.130 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, manobra de aproximação.

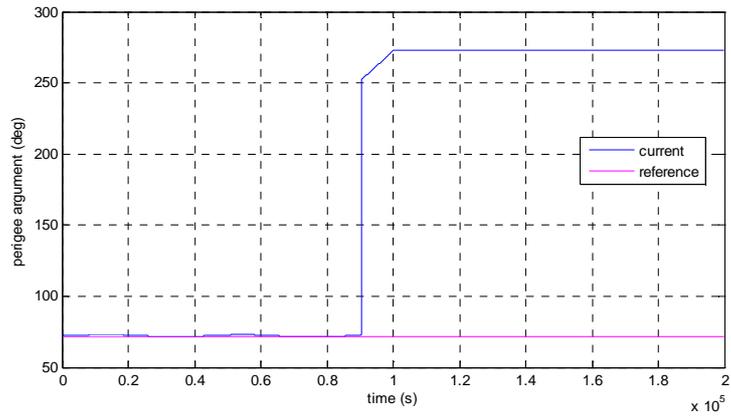


Figura 5.131 - Argumento do periapside para Kleopatra, manobra de aproximação.

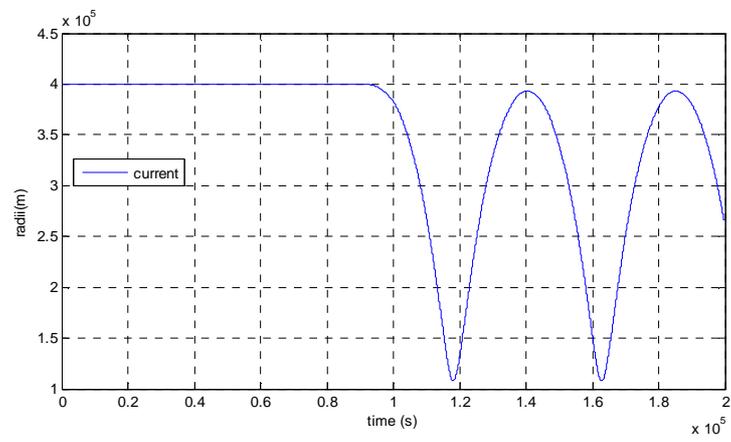


Figura 5.132 - Raio vetor da trajetória para Kleopatra, manobra de aproximação.

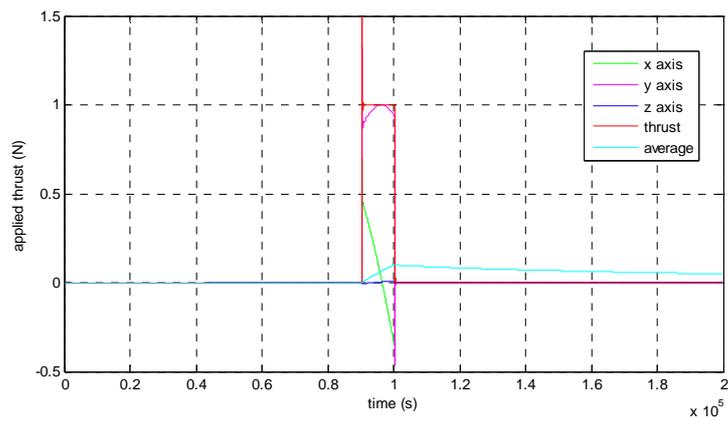


Figura 5.133 - Propulsão aplicada para Kleopatra, manobra de aproximação.

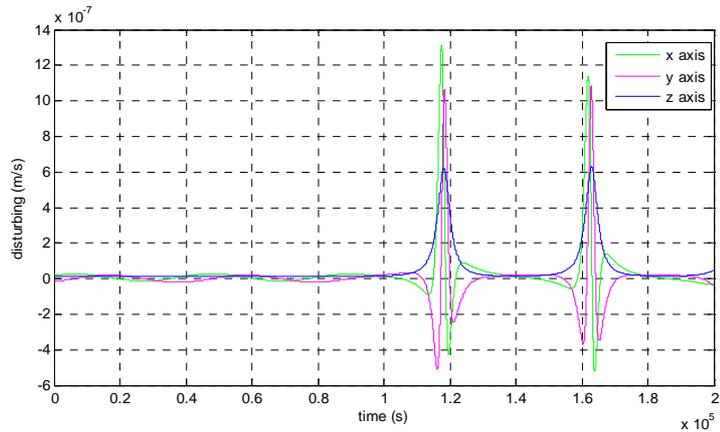


Figura 5.134 - Perturbação para Kleopatra, manobra de aproximação.

As Figuras 5.127 a 5.132 mostram gráficos da manobra de aproximação para o semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, e raio vetor da órbita, respectivamente. De acordo com os gráficos apresentados, os propulsores ficaram ligados cerca de 2,78 horas, tempo necessário para o veículo sair da órbita inicial e chegar na órbita final de destino. O gráfico de excentricidade da Figura 5.128 mostra que a órbita inicial era circular, passando a ser uma órbita elíptica após a manobra, fato que também pode ser visto na Figura 5.132 que mostra o raio vetor da órbita. O objetivo da manobra foi atingido com sucesso. A propulsão aplicada durante a manobra pode ser vista no gráfico da Figura 5.133, e a perturbação antes e após a manobra na Figura 5.134.

Manobra de afastamento

Foi realizada uma manobra de afastamento de um veículo de uma órbita circular mais baixa, com semi-eixo maior de 115 km, para uma órbita excêntrica mais distante do asteroide, com semi-eixo maior de 400 km e excentricidade de aproximadamente 0,43. As Figuras 5.136 a 5.241 mostram o comportamento desta manobra, com uma órbita antes da transferência, e uma órbita na trajetória final mais afastada. A manobra pode ser vista na Figura 5.135.

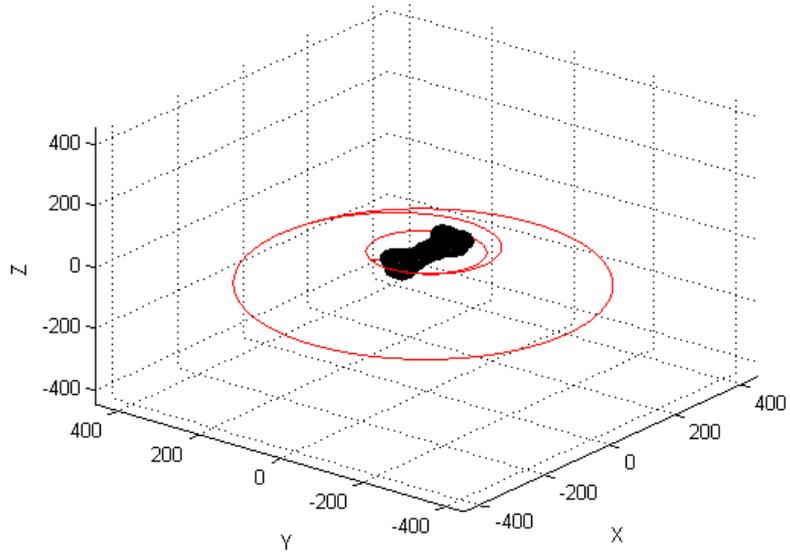


Figura 5.135 - Manobra de afastamento ao redor de Kleopatra.

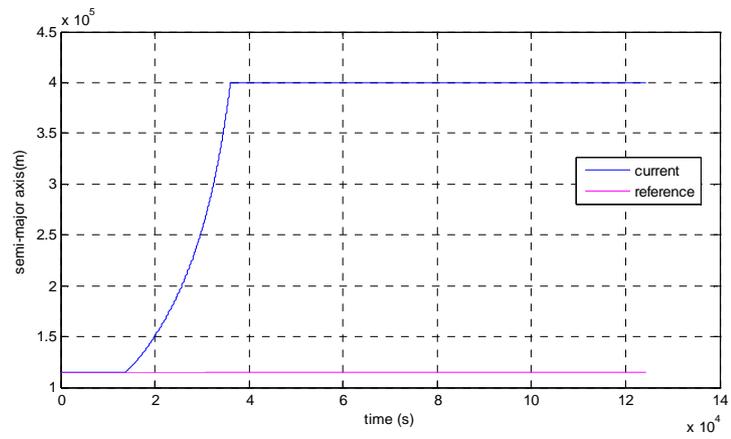


Figura 5.136 - Semi-eixo maior para Kleopatra, manobra de afastamento.

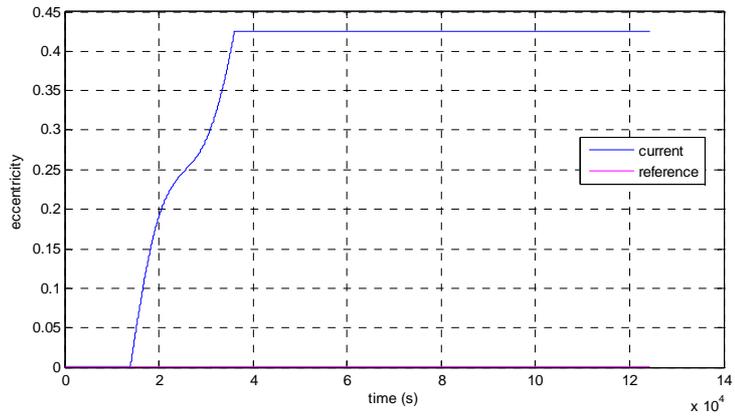


Figura 5.137 - Excentricidade para Kleopatra, manobra de afastamento.

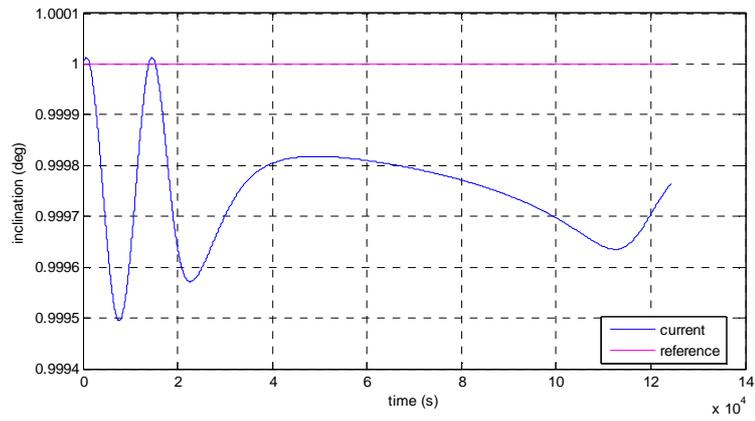


Figura 5.138 - Inclinação para Kleopatra, manobra de afastamento.

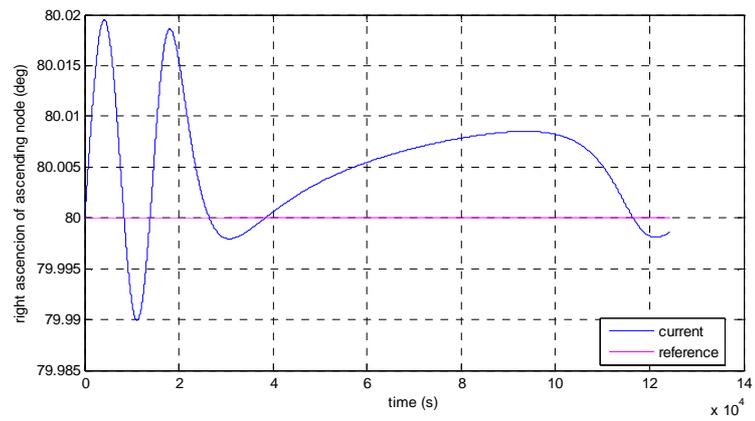


Figura 5.139 - Ascensão reta do nodo ascendente para Kleopatra, manobra de afastamento.

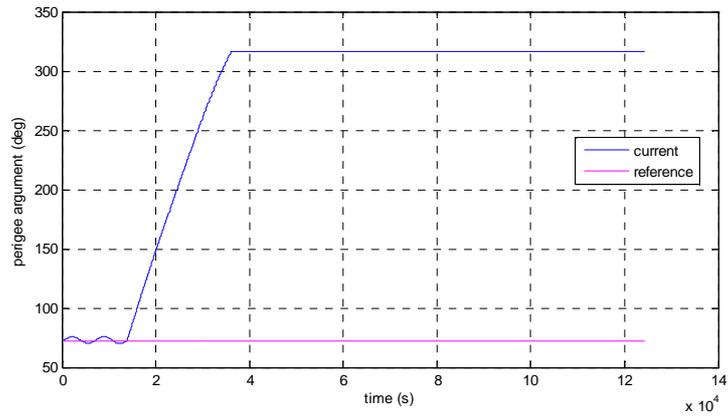


Figura 5.140 - Argumento do periapside para Kleopatra, manobra de afastamento.

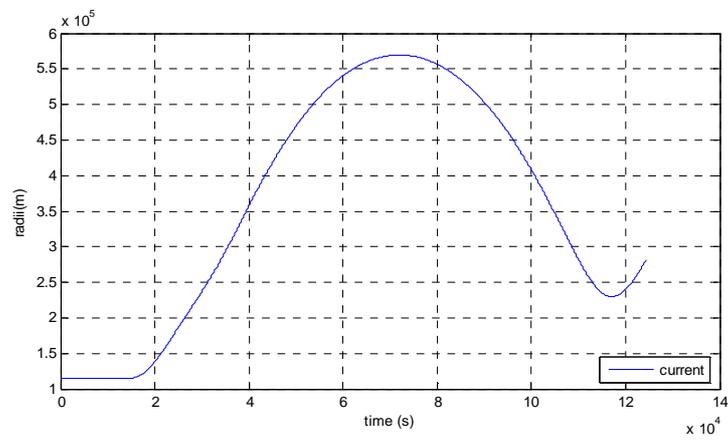


Figura 5.141 - Raio vetor da trajetória para Kleopatra, manobra de afastamento.

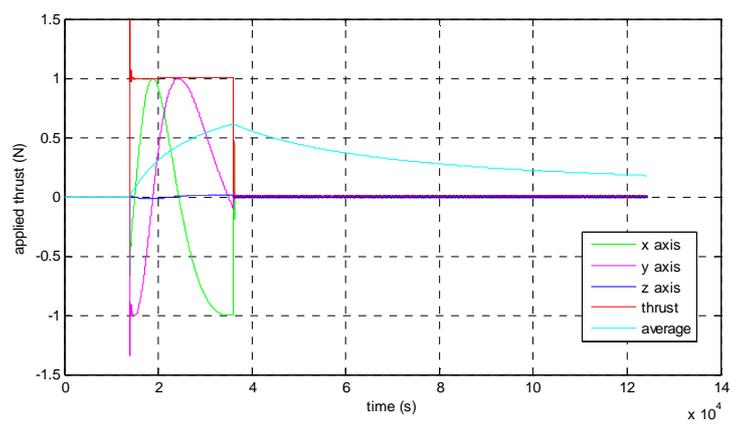


Figura 5.142 - Propulsão aplicada para Kleopatra, manobra de afastamento.

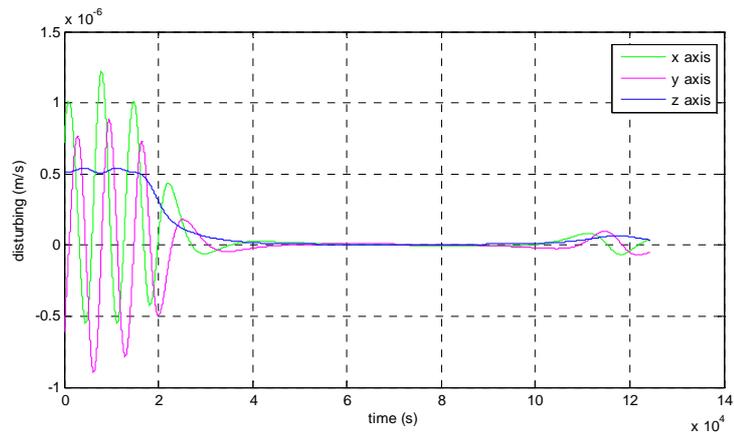


Figura 5.143 - Perturbação para Kleopatra, manobra de afastamento.

As Figuras 5.136 a 5.141 mostram gráficos da manobra de afastamento para o semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, e raio vetor da órbita. De acordo com os gráficos apresentados, os propulsores ficaram ligados por volta de 6 horas, tempo necessário para o veículo sair da órbita inicial e chegar até a órbita final de destino. O gráfico de excentricidade da Figura 5.137 mostra que a órbita inicial era circular, passando a ser uma órbita elíptica após a manobra com excentricidade de aproximadamente 0,43, fato que também pode ser visto na Figura 5.141 que mostra o raio vetor da órbita. O sistema de controle foi eficaz na realização da manobra de transferência de afastamento. A propulsão aplicada, necessária para a manobra de afastamento, é mostrada na Figura 5.142, sendo esta aplicada contrária à perturbação, mostrada na Figura 5.143.

6 RESULTADOS PARA O ASTEROIDE GEOGRAPHOS

6.1. Modelo de poliedros do asteroide Geographos

O asteroide '1620 Geographos (1951 RA)', é um NEA do tipo Apolo. Foi descoberto em 14 de setembro de 1951 por Wilson, A. G. e Minkowski, R. no observatório de Palomar. Seu nome quer dizer geógrafo, e foi escolhido em homenagem a *National Geographic Society* pelo suporte no *Palomar Mountain Sky Survey*, que foi um grande projeto de fotografia do céu noturno no observatório de Palomar, concluído em 1958.

Este asteroide, além de fazer parte dos asteroides próximos da Terra (NEAs), também está na lista dos asteroides potencialmente perigosos, ou PHAs, sigla em inglês. Possui massa de $2,6 \pm 0,02 \times 10^{13}$ kg, dimensões de $5 \times 2 \times 2,1$ km, magnitude absoluta de 16,60, albedo geométrico de 0,3258, densidade de $2,5 \text{ g/cm}^3$, e período de rotação de 5,222 horas, valor utilizado em todas as simulações.

O modelo de poliedros utilizado para Geographos possui 8192 vértices e 16380 faces triangulares (OSTRO ET AL, 2004). Sendo assim, a quantidade de concentrações de massa utilizadas para calcular a força perturbadora é de 16380. As Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 representam as três vistas do asteroide Geographos com o modelo com faces triangulares.

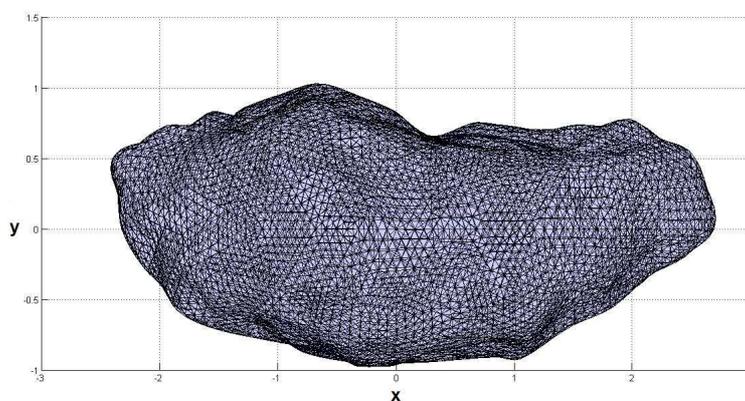


Figura 6.1 - Vista x-y de Geographos (km).

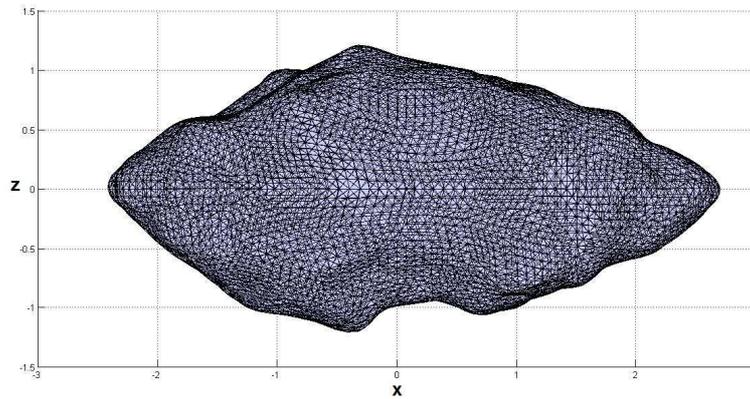


Figura 6.2 - Vista x-z de Geographos (km).

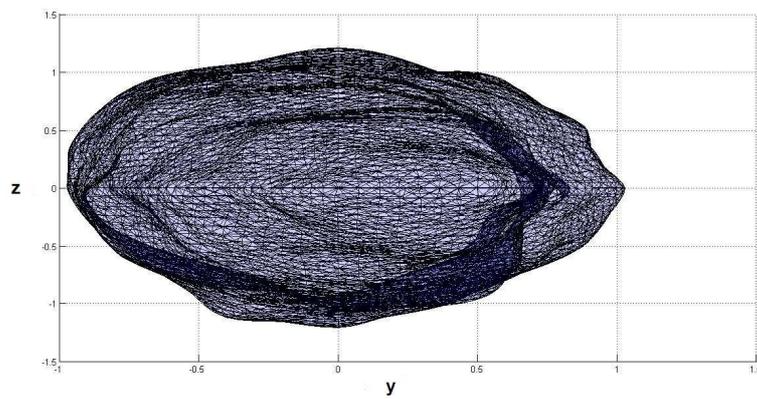


Figura 6.3 - Vista y-z de Geographos (km).

Foi calculado o baricentro de cada face do modelo de poliedros do asteroide Geographos. Cada baricentro representa uma concentração de massa utilizada para o cálculo da força perturbadora. Em todas as simulações que serão mostradas para Geographos foi utilizado o modelo 1, que considerada o baricentro das faces triangulares, descrito no item 4.5 do capítulo 4. A Figura 6.4 mostra as 16380 concentrações de massa do modelo deste asteroide.

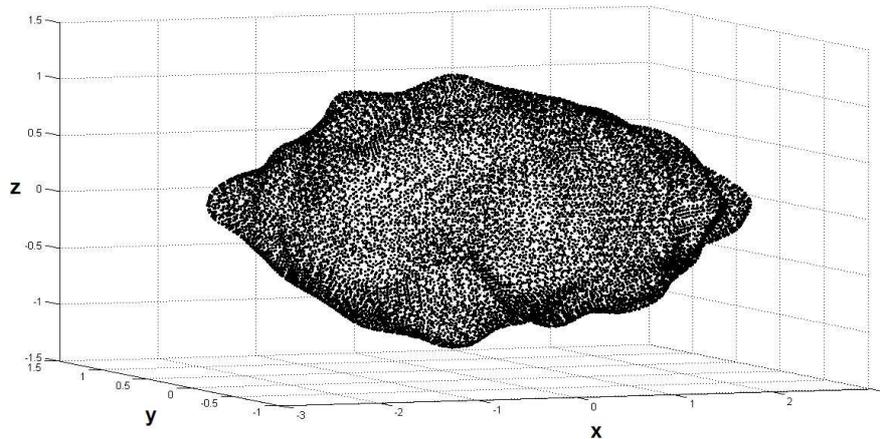


Figura 6.4 - Distribuição das concentrações de massa para o asteroide Geographos.

A figura 6.5 mostra a órbita do asteroide Geographos no sistema solar.

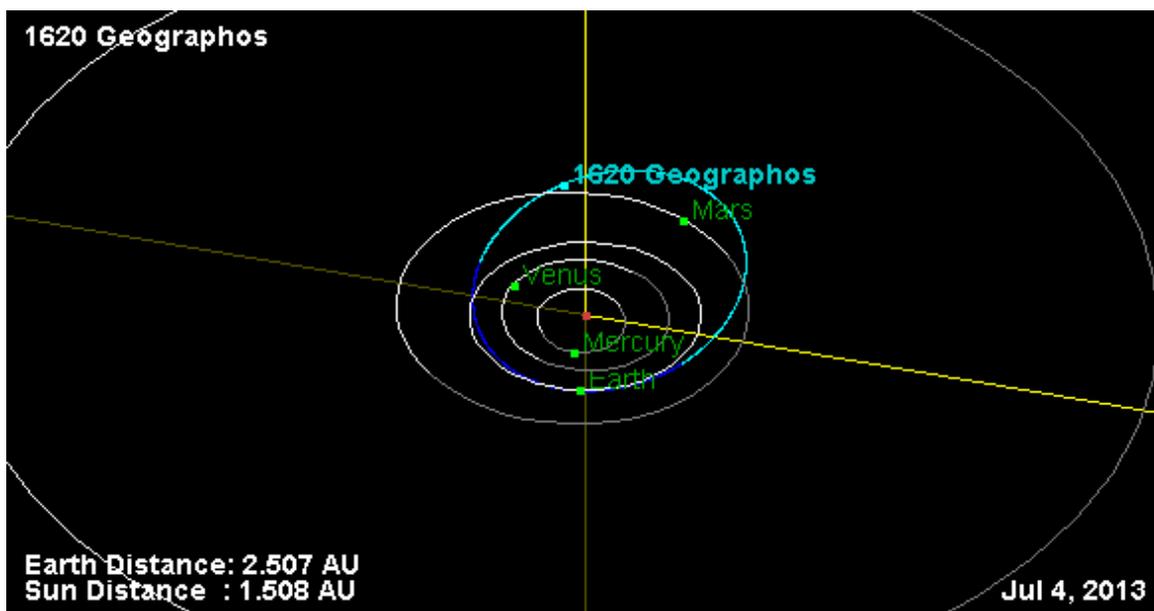


Figura 6.5 - Órbita do asteroide Geographos (JPL/NASA).

6.2. Limite de órbita para colisão

Como foi definida para o asteroide Kleopatra no capítulo 5, a proximidade máxima que um veículo poderia chegar de um corpo definida pelo raio médio é

o raio de uma esfera de volume igual ao corpo irregular, sendo este raio a média geométrica do menor e maior raio do objeto. Lembrando que esta medida depende do volume do asteroide. O raio médio para o asteroide Geographos é mostrado na Figura 6.6.

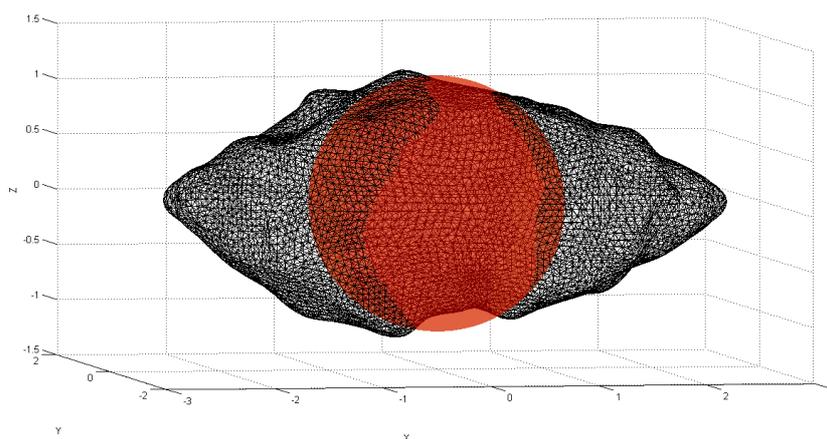


Figura 6.6 - Asteroide Geographos e raio médio em vermelho.

Utilizando para o asteroide Geographos os valores para massa de $2,6 \times 10^{13}$ kg, e a densidade de $2,5 \text{g/cm}^3$, este raio médio, ou raio equivalente, é de 1,15 km.

Devido à peculiaridade da forma deste asteroide, a determinação de raio médio aproximado para órbitas próximas possíveis por meio da Equação 5.2 não é aplicável para quaisquer condições iniciais.

Para órbitas próximas evitando risco de colisão, considerou-se o limite máximo de aproximação como sendo o maior raio do asteroide, assim como no capítulo 5. O valor deste raio é de aproximadamente 2,8 km, e pode ser visto na Figura 6.7.

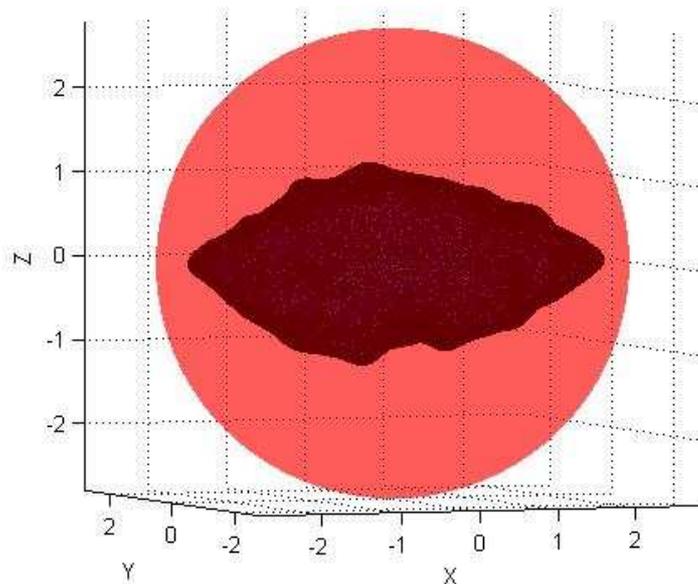


Figura 6.7 - Raio mínimo para órbita ao redor de Geographos

O raio mínimo não é válido para órbitas muito excêntricas, e está sujeito a falhar, levando à colisão.

6.3. Órbita equatorial próxima

Simulações foram realizadas utilizando os elementos orbitais da Tabela 6.1, com semi-eixo maior inicial para órbita muito próxima. Esta órbita próxima é mostrada na Figura 6.8.

Tabela 6.1 - Elementos orbitais iniciais para órbita equatorial ao redor de Geographos.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot (h)
2,8	0,0001	1	80	72	113	5,222

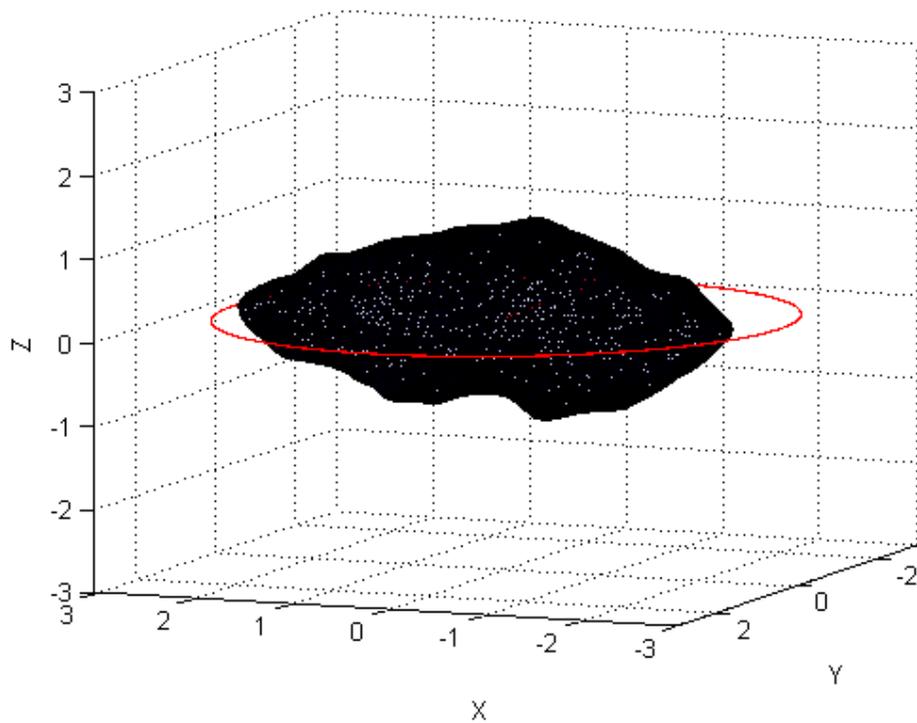


Figura 6.8 - Órbita equatorial próxima ao redor de Geographos.

A variação dos elementos orbitais iniciais ao longo de 100 órbitas é mostrada nas Figuras 6.9 a 6.13.

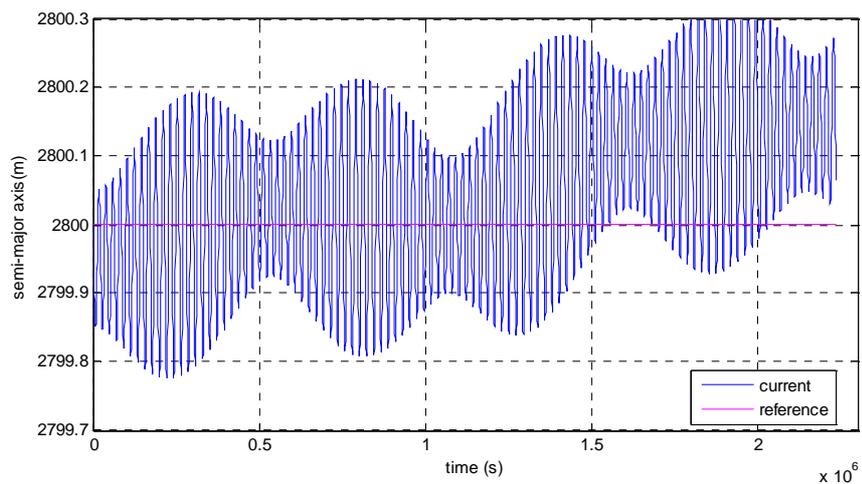


Figura 6.9 - Semi-eixo maior em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.

A Figura 6.9 mostra o semi-eixo maior ao longo de 100 órbitas ao redor do asteroide Geographos. Existe uma oscilação periódica a cada cerca de 5×10^5 segundos, além de oscilações de curto período, devido à irregularidade da forma do asteroide e sua rotação.

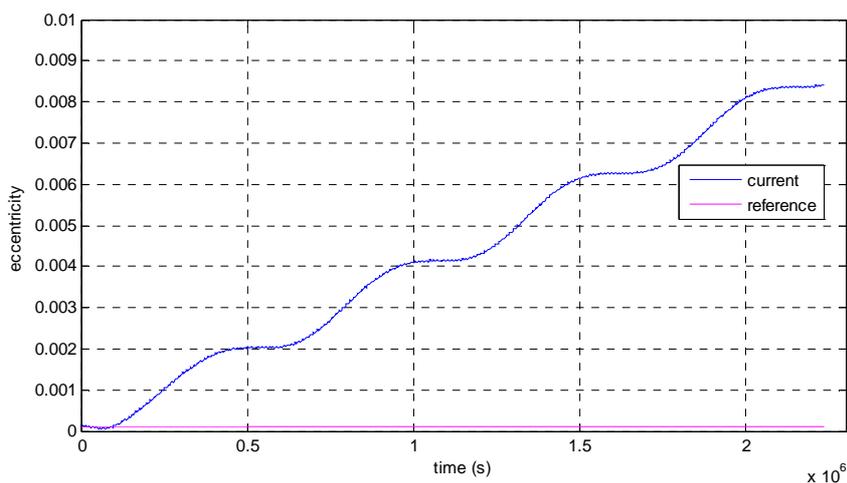


Figura 6.10 - Excentricidade em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.

A Figura 6.10 mostra a evolução da excentricidade para 100 órbitas ao redor de Geographos. Além das oscilações de curto e longo período, a excentricidade sofre um leve aumento progressivo, indo de zero a 0,01.

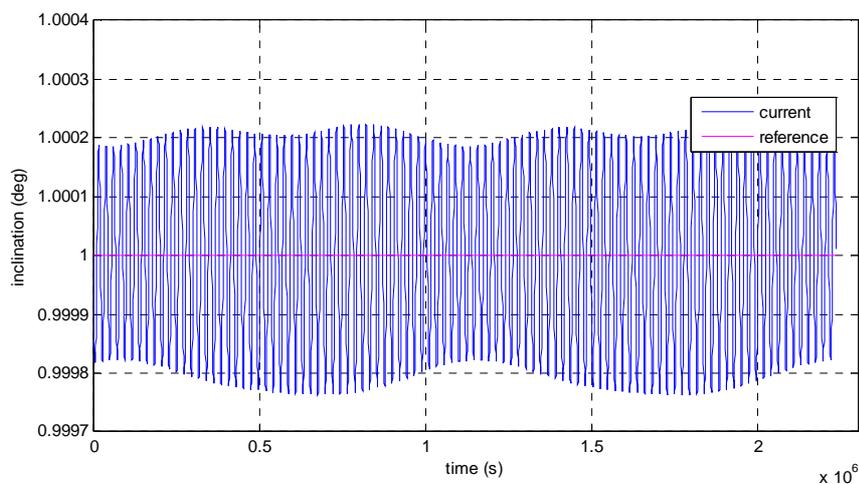


Figura 6.11 - Inclinação em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.

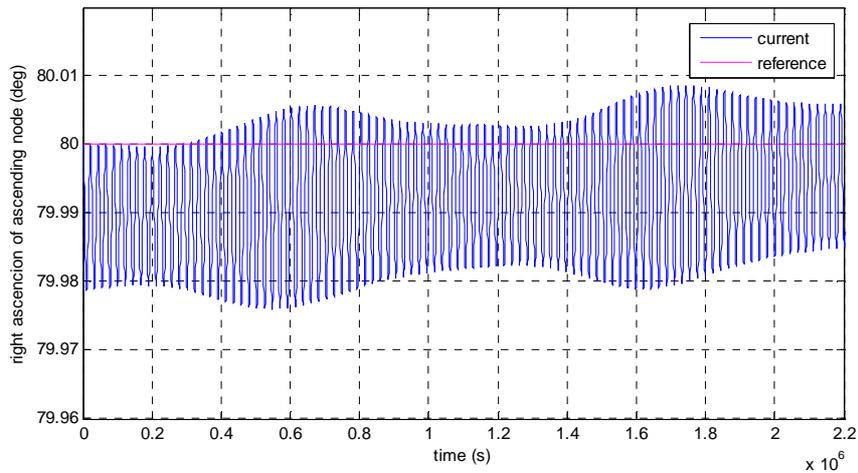


Figura 6.12 - Ascensão reta do nodo ascendente em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.

As Figuras 6.11 e 6.12 mostram a inclinação e ascensão reta do nodo ascendente, respectivamente, ao longo de 100 órbitas. Para ambos os elementos orbitais notam-se oscilações periódicas. No caso da inclinação, para o período simulado não se nota aumento ou diminuição em relação ao valor inicial, somente as oscilações ao redor do valor inicial da inclinação são percebidas. Para a ascensão reta do nodo ascendente é possível perceber um leve aumento no valor que tende a crescer com o tempo.

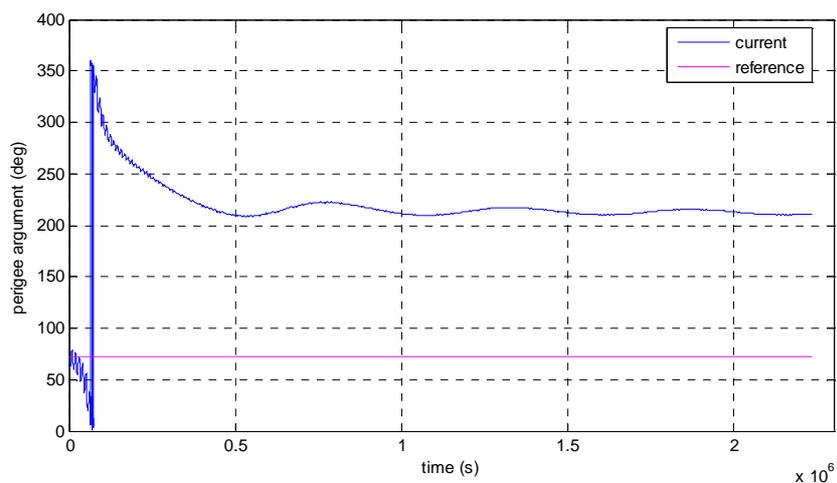


Figura 6.13 - Argumento do periapside em 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.

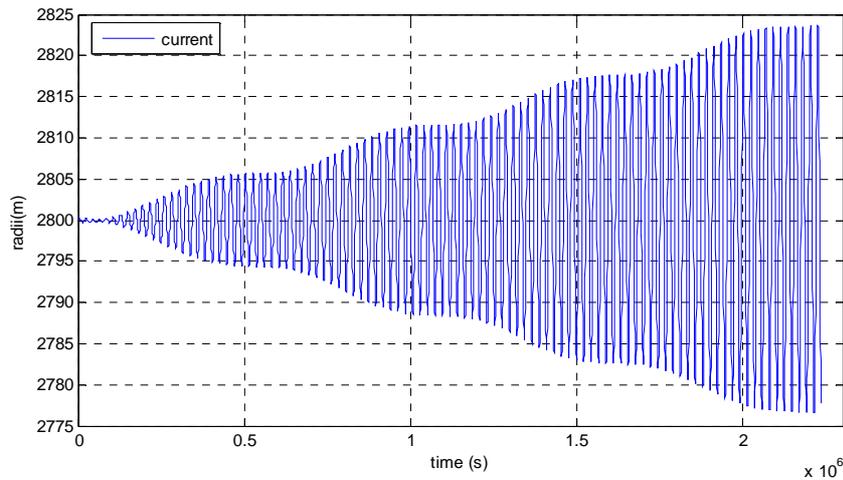


Figura 6.14 - Raio vetor da órbita durante 100 órbitas ao redor de Geographos no plano equatorial.

A Figura 6.13 mostra a evolução no argumento do periapside durante 100 órbitas. A Figura 6.14 mostra a evolução do raio vetor da órbita, que perceptivelmente sofre aumento ao longo do tempo. Durante as 100 órbitas testadas ao redor do asteroide Geographos ocorreu uma oscilação da ordem de 46 m.

6.4. Órbita polar próxima

A seguir são mostradas simulações para órbitas polares próximas. Os elementos orbitais iniciais constam na Tabela 6.2. A Figura 6.15 mostra 50 órbitas ao redor de Geographos.

Tabela 6.2 - Elementos orbitais iniciais para órbita polar ao redor de Geographos.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot (h)
2	0,0001	90	80	72	113	5,222

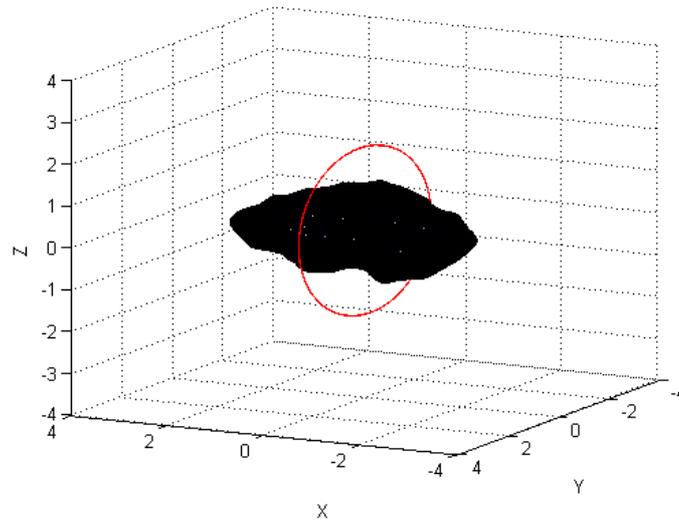


Figura 6.15 - Órbita polar próxima ao redor de Geographos.

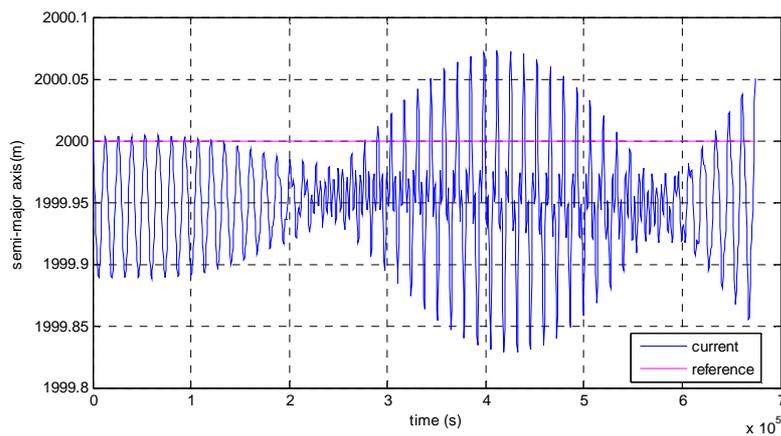


Figura 6.16 - Semi-eixo maior em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.

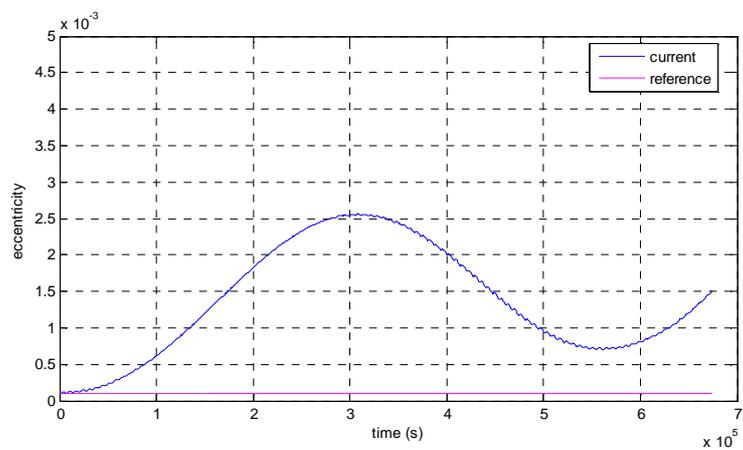


Figura 6.17 - Excentricidade em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.

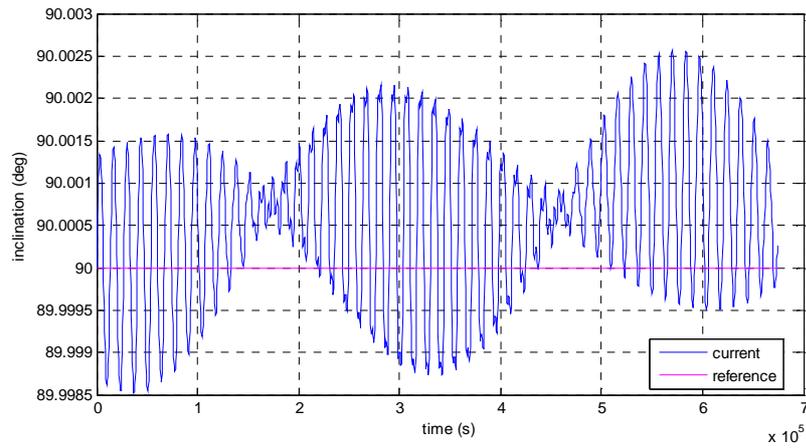


Figura 6.18 - Inclinação em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.

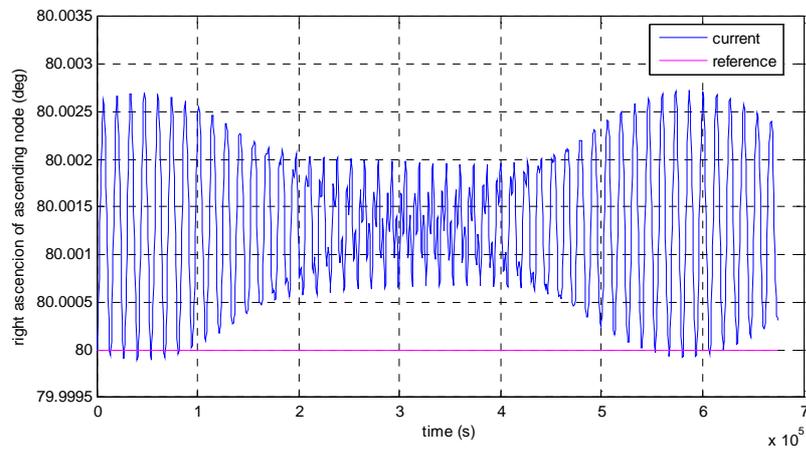


Figura 6.19 - Ascensão reta do nodo ascendente em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.

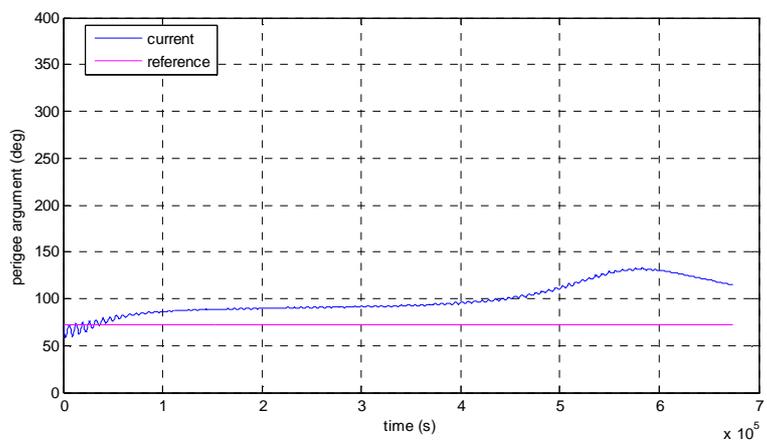


Figura 6.20 - Argumento do periapside em 50 órbitas ao redor de Geographos para órbita polar.

As Figuras de 6.16 a 6.20 mostram gráficos para semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente e argumento do periapside, para órbita polar durante 50 órbitas ao redor do asteroide Geographos. Existe uma oscilação de curto período perceptível em todos os gráficos, além de oscilações cíclicas de período maior. No gráfico de semi-eixo maior, a oscilação de longo período se repete a cada 3×10^5 segundos.

6.5. Variando semi-eixo maior

A seguir será mostrada uma sequência de gráficos com os elementos orbitais iniciais da Tabela 6.3 durante 50 órbitas, na qual é variado a cada simulação o semi-eixo maior, enquanto que os outros elementos orbitais são mantidos fixos.

Tabela 6.3 - Variação no semi-eixo maior para Geographos.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
2,8	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
4,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
5,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
6,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
7,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
10,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50

- Semi-eixo maior

As Figuras 6.21 a 6.24 mostram a variação no semi-eixo maior quando este elemento orbital inicial é alterado nos valores de 2,8 km, 4 km, 6 km e 10 km. Para todos os casos ocorrem somente oscilações periódicas, porém se mantendo sempre ao redor do valor inicial.

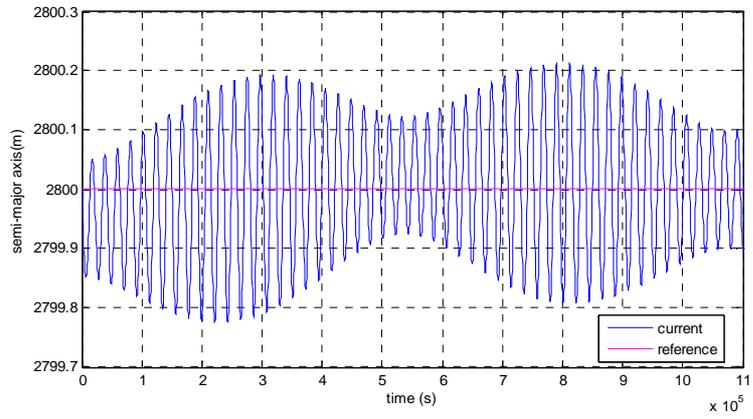


Figura 6.21 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 2,8$ km.

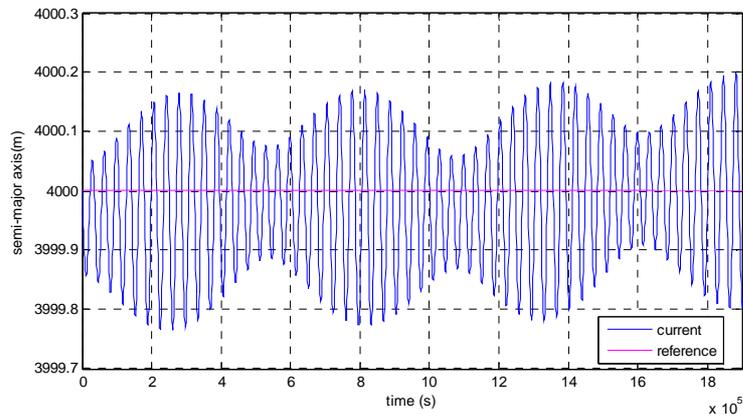


Figura 6.22 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 4$ km.

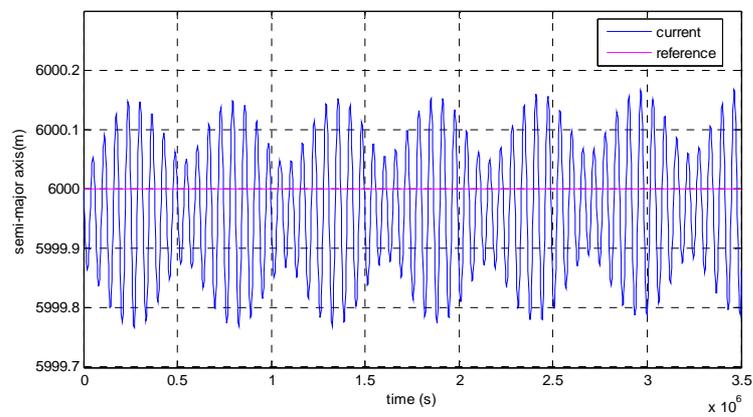


Figura 6.23 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 6$ km.

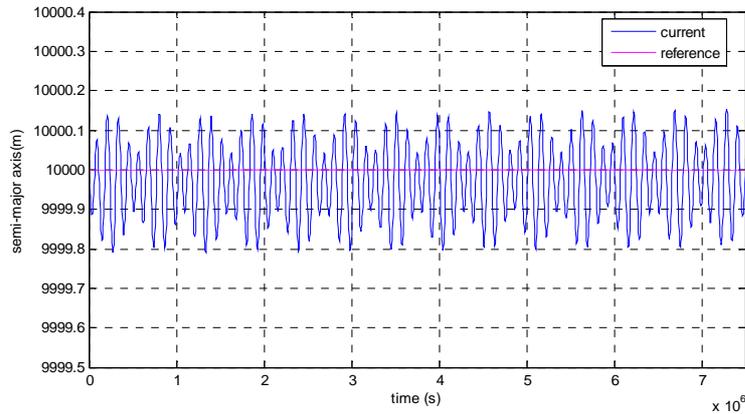


Figura 6.24 - Semi-eixo maior para Geographos, $a= 10$ km.

- Excentricidade

Os gráficos das Figuras 6.25 a 6.28 mostram a evolução na excentricidade quando o semi-eixo maior inicial é alterado. Quando mais perto do asteroide o veículo espacial está, ou seja, para semi-eixo maior igual a 2,8 km na Figura 6.25, maior é a alteração na excentricidade, aumentando cerca de 0,004 ao final das 50 órbitas. Já para o semi-eixo maior inicial de 10 km o aumento foi de 0,001, que pode ser visto na Figura 6.28.

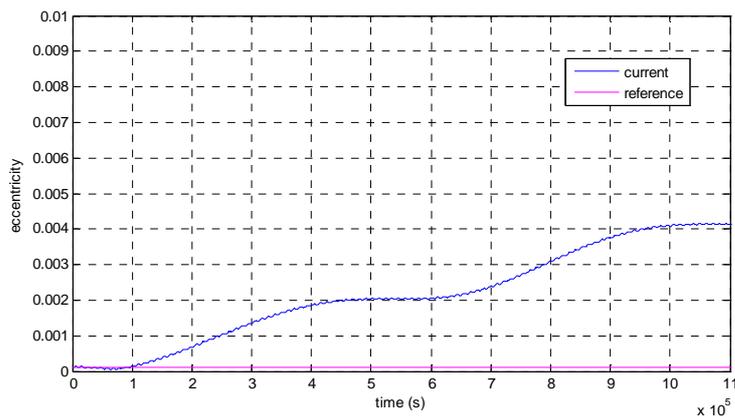


Figura 6.25 - Excentricidade para Geographos, $a=2,8$ km.

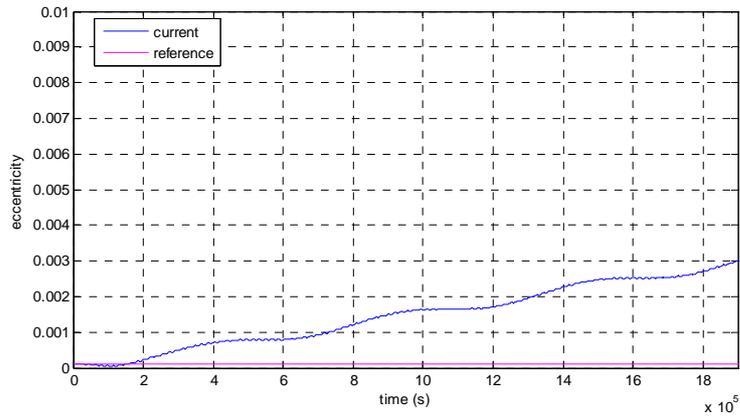


Figura 6.26 - Excentricidade para Geographos, $a = 4$ km.

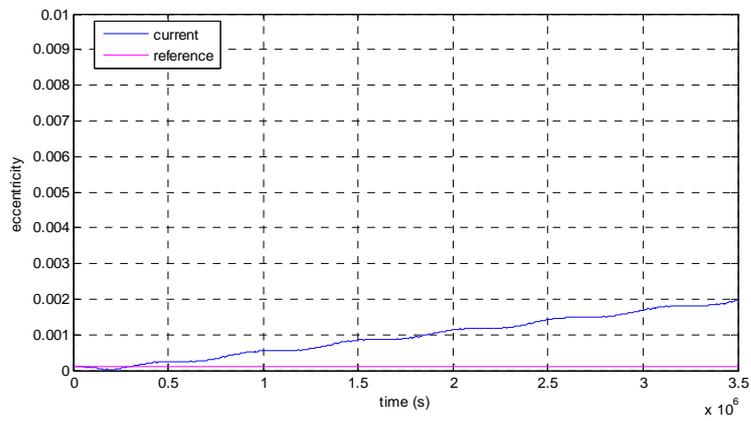


Figura 6.27 - Excentricidade para Geographos, $a = 6$ km.

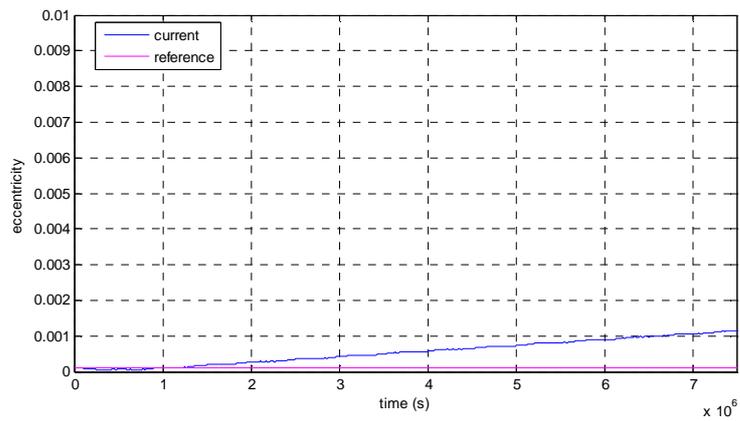


Figura 6.28 - Excentricidade para Geographos, $a = 10$ km.

- Inclinação

As Figuras 6.29 a 6.32 mostram a variação na inclinação para os valores iniciais da Tabela 6.3. Nota-se que, quanto menor o semi-eixo maior, maior é a amplitude da oscilação periódica, vista na Figura 6.29. Porém para todos os casos, o valor da inclinação de mantém oscilando perto do valor inicial, sem alterações significativas.

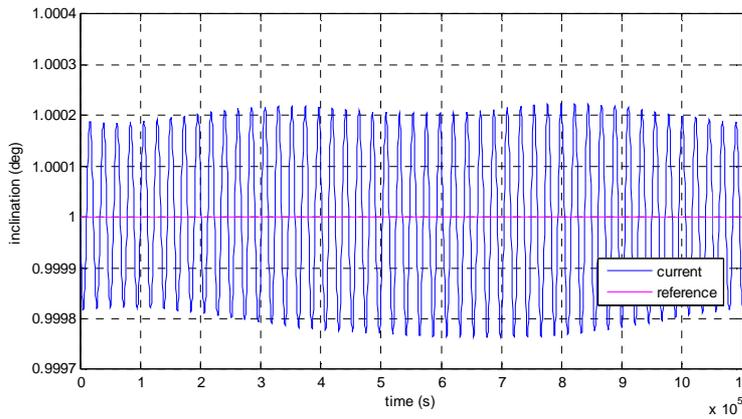


Figura 6.29 - Inclinação para Geographos, a= 2,8 km.

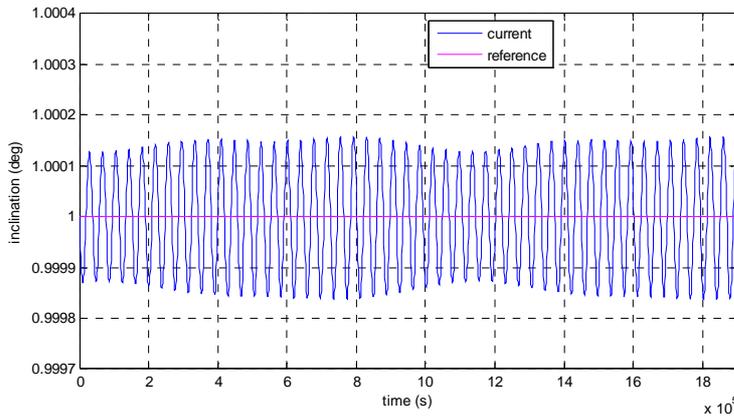


Figura 6.30 - Inclinação para Geographos, a= 4 km.

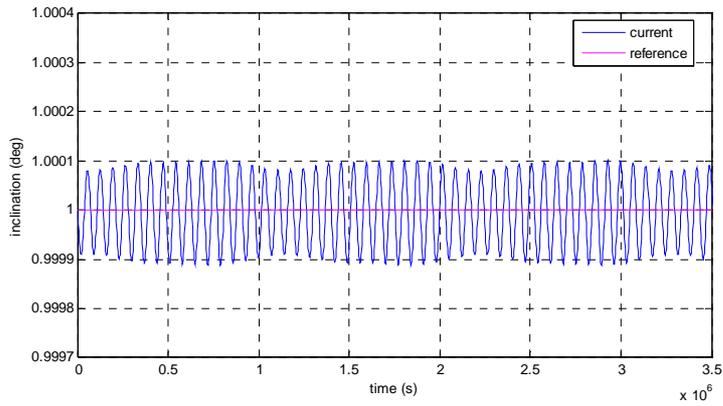


Figura 6.31 - Inclinação para Geographos, $a= 6$ km.

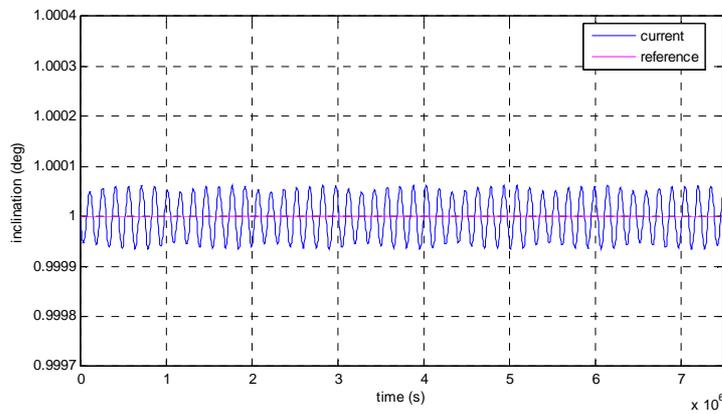


Figura 6.32 - Inclinação para Geographos, $a= 10$ km.

- Ascensão reta do nodo ascendente

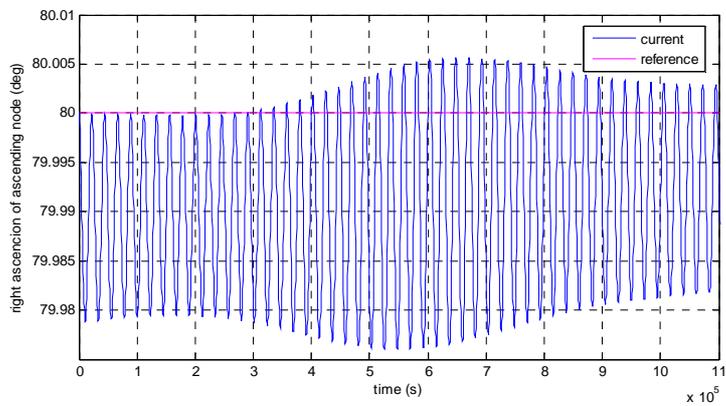


Figura 6.33 - Ascensão reta para Geographos, $a= 2,8$ km.

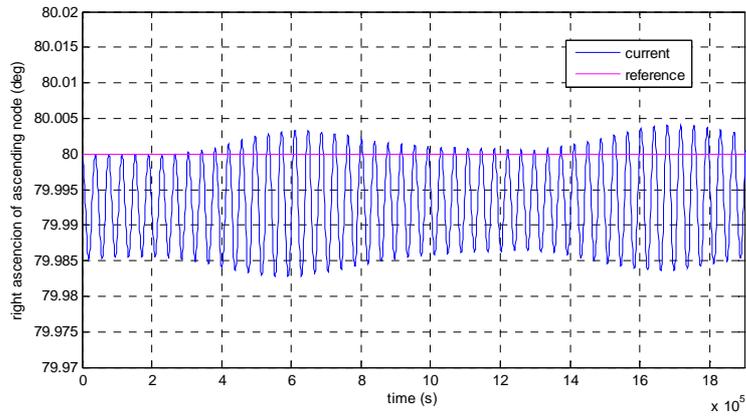


Figura 6.34 - Ascensão reta para Geographos, $a= 4$ km.

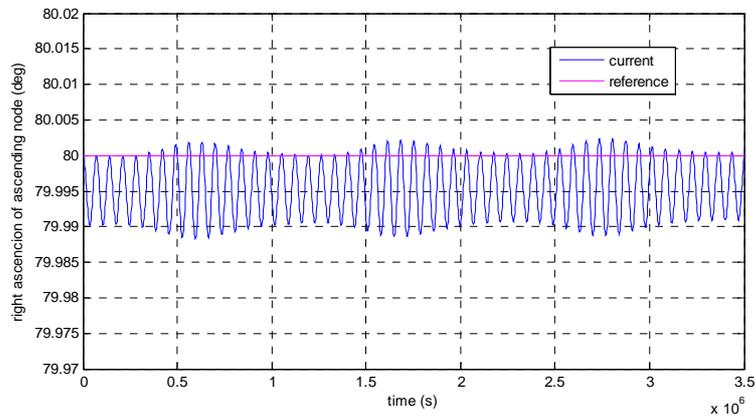


Figura 6.35 - Ascensão reta para Geographos, $a= 6$ km.

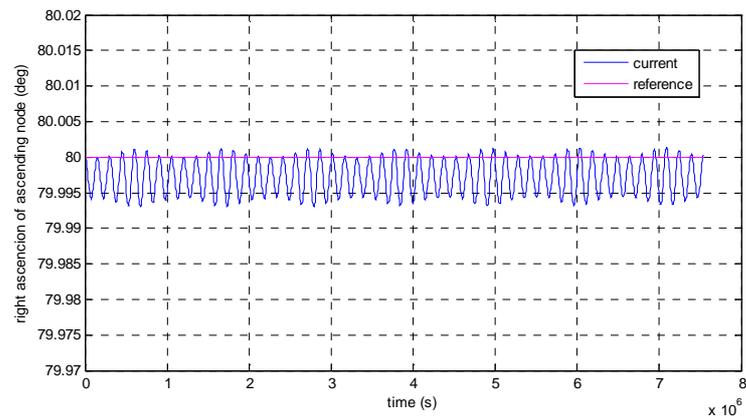


Figura 6.36 - Ascensão reta para Geographos, $a= 10$ km.

Para os gráficos de evolução da ascensão reta do nodo ascendente, nas Figuras 6.33 a 6.36, ocorre o mesmo que na inclinação. Ou seja, para semi-eixo maior inicial igual a 2800m, Figura 6.33, a amplitude da oscilação é maior do que para valores maiores de semi-eixo maior inicial, porém só ocorrem oscilações cíclicas ao redor do valor inicial.

- Argumento do periapside

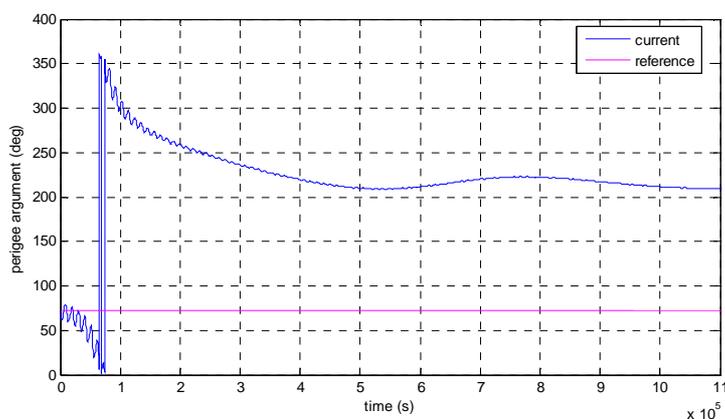


Figura 6.37 - Argumento do periapside para Geographos, $a=2,8$ km.

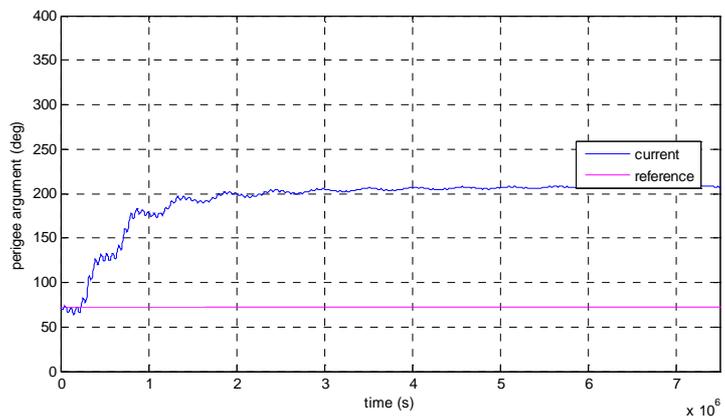


Figura 6.38 - Argumento do periapside para Geographos, $a=10$ km.

O argumento do periapside para semi-eixo maior inicial de 2,8 km e 10 km, são mostrados nas Figuras 6.37 e 6.38, respectivamente. Para ambos os casos o

valor final do argumento do periapside ficou perto de 200° , fato que ocorreu para todos os valores que constam na Tabela 6.3.

6.6. Variando excentricidade

Uma sequência de gráficos com os elementos orbitais iniciais da tabela 6.4 durante 50 órbitas são mostrados a seguir. É variada a cada simulação a excentricidade, sendo que os outros elementos orbitais são mantidos fixos. Para os valores iniciais utilizados, a partir de 0,6 ocorre colisão do veículo com o asteroide, por isso foram considerados valores iniciais de excentricidade até 0,5.

Tabela 6.4 - Variação na excentricidade para Geographos.

a (km)	e	i ($^\circ$)	Ω ($^\circ$)	ω ($^\circ$)	M' ($^\circ$)	Per. Rot. (h)	N orb
5,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
5,0	0,1	1	80	72	113	5,222	50
5,0	0,2	1	80	72	113	5,222	50
5,0	0,3	1	80	72	113	5,222	50
5,0	0,4	1	80	72	113	5,222	50
5,0	0,5	1	80	72	113	5,222	50

- Semi-eixo maior

A seguir serão mostrados gráficos de semi-eixo maior ao longo de 50 órbitas com alteração na excentricidade inicial. Nos casos mostrados nas Figuras 6.39 a 6.41, a excentricidade é igual a 0,0001, 0,3 e 0,5. Nota-se que a medida que a excentricidade aumenta, o semi-eixo maior decai em maior intensidade.

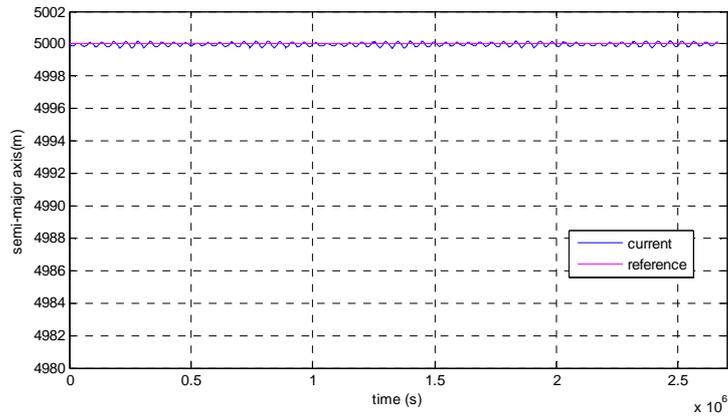


Figura 6.39 - Semi-eixo maior para Geographos, para $e = 0,0001$.

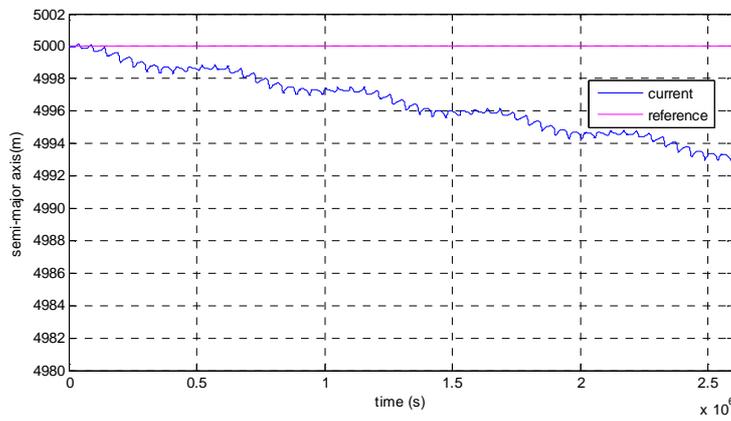


Figura 6.40 - Semi-eixo maior para Geographos, para $e = 0,3$.

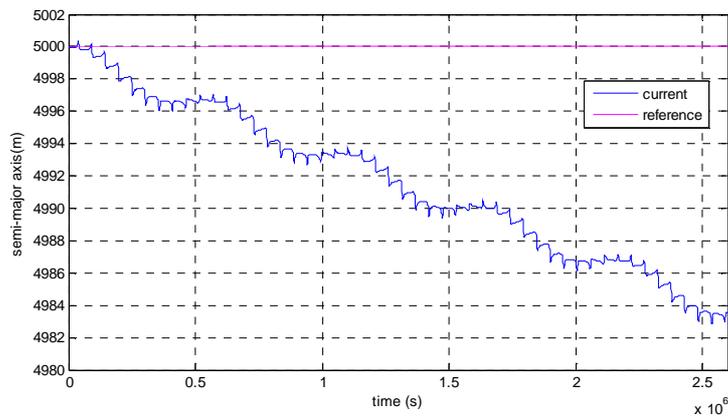


Figura 6.41 - Semi-eixo maior para Geographos, para $e = 0,5$.

- Excentricidade

As figuras a seguir mostram a evolução na excentricidade para dois extremos de excentricidade inicial. Na Figura 6.42, a excentricidade inicial é igual a 0,0001, e vai aumento com o tempo. Já na Figura 6.43, a excentricidade inicial de 0,5 tende a diminuir ao longo do tempo.

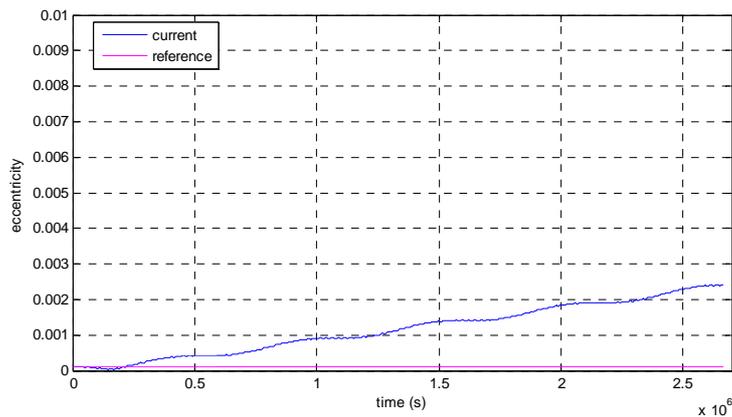


Figura 6.42 - Excentricidade para Geographos, para $e = 0,0001$.

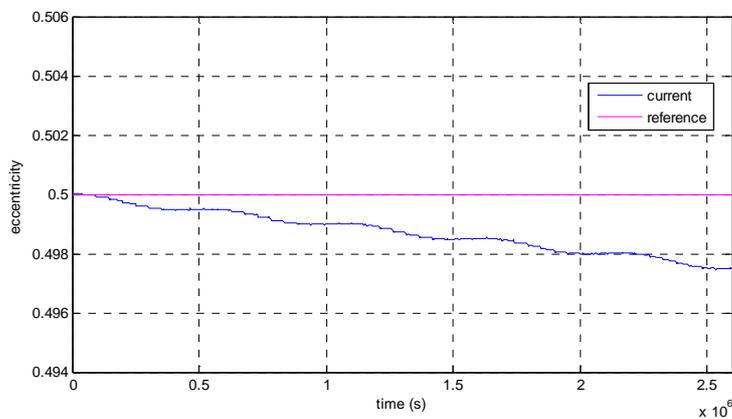


Figura 6.43 - Excentricidade para Geographos, para $e = 0,5$.

- Inclinação

Para as simulações da inclinação com alteração na excentricidade inicial, mesmo com valores extremos opostos de 0,0001 e 0,5, a inclinação não sofre alteração significativa, e pode ser visto nas Figuras 6.44 e 6.45.

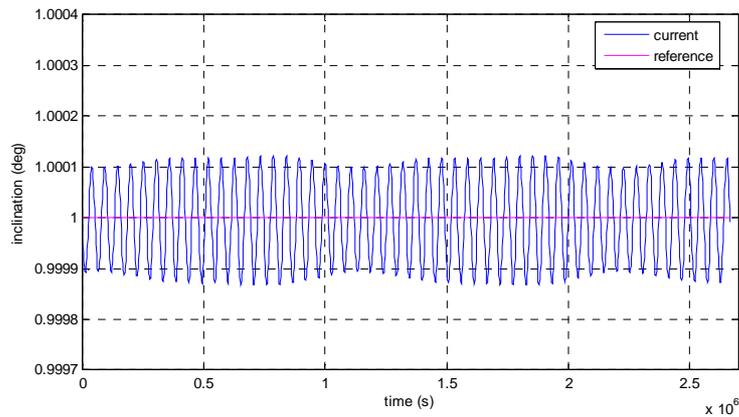


Figura 6.44 - Inclinação para Geographos, para $e= 0,0001$.

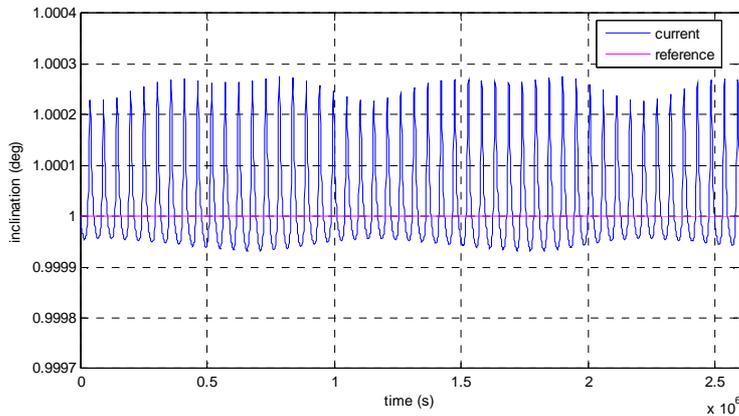


Figura 6.45 - Inclinação para Geographos, para $e= 0,5$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

O mesmo comportamento de oscilação cíclica que ocorreu para a variação da inclinação ocorre nas Figuras 6.46 e 6.47, que mostra a evolução na ascensão reta do nodo ascendente. A evolução deste elemento orbital não mostrou alterações significativas ao longo das 50 órbitas ao redor de Geographos.

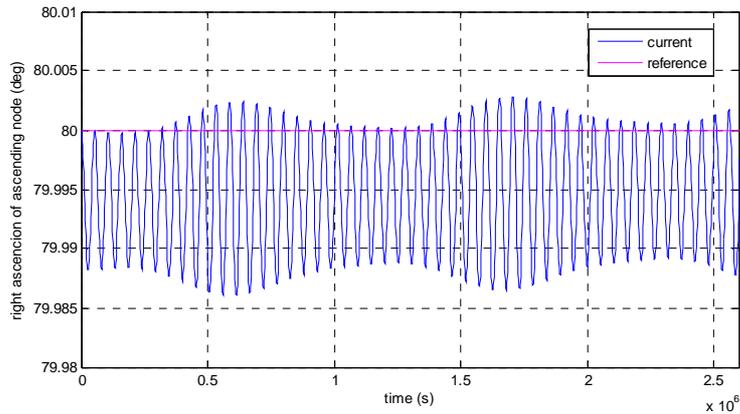


Figura 6.46 - Ascensão reta para Geographos, para $e=0$.

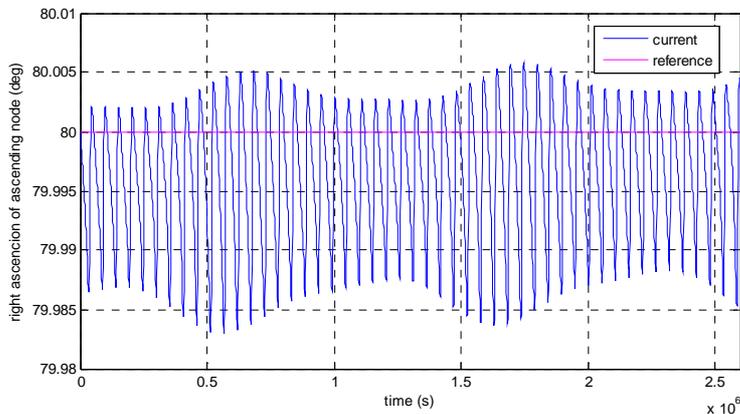


Figura 6.47 - Ascensão reta para Geographos, para $e=0,5$.

- Argumento do periapside

Nos gráficos de argumento do periapside para excentricidades iniciais de 0,1 e 0,5, Figuras 6.48 e 6.49, nota-se uma diferença muito pequena de variação. Sendo que para excentricidade igual a 0,1 o argumento do periapside passou de 72° para 73° , enquanto que para a excentricidade igual a 0,5 passou de 72° para pouco mais de $72,25^\circ$, ou seja, a mudança na excentricidade não gerou grandes alterações nos valores finais após 50 órbitas ao redor de Geographos.

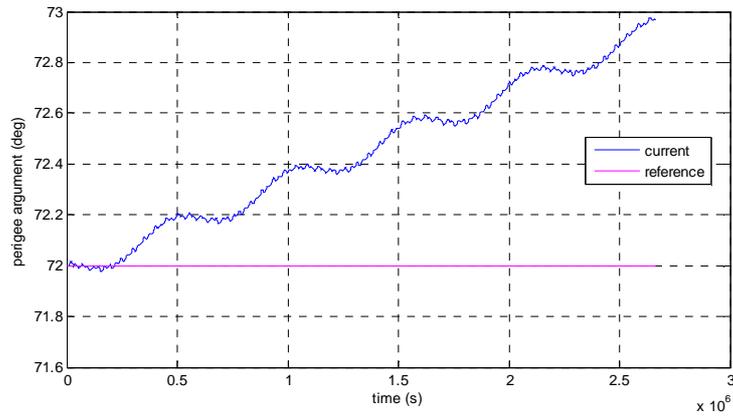


Figura 6.48 - Argumento do periapside para Geographos, para $e= 0,0001$.

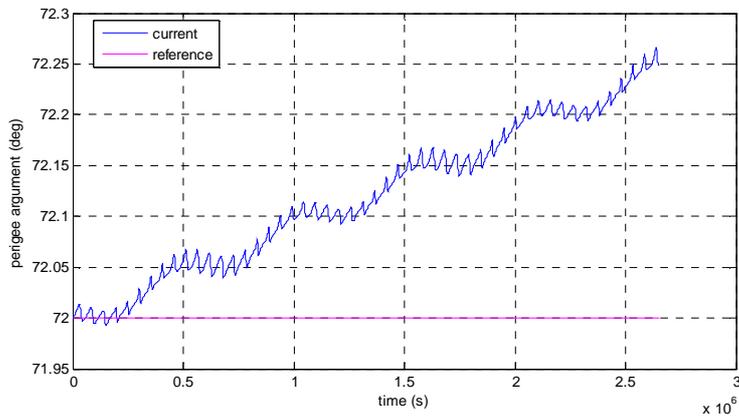


Figura 6.49 - Argumento do periapside para Geographos, para $e= 0,5$.

6.7. Variando na inclinação

A sequência de gráficos a seguir para 50 órbitas tem os elementos orbitais iniciais fixos, somente variando a inclinação, com os valores mostrados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 - Variação na inclinação para Geographos.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
3,0	0,0001	1	80	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	10	80	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	30	80	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	50	80	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	70	80	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	90	80	72	113	5,222	50

- Semi-eixo maior

Foram geradas simulações para testar a evolução no semi-eixo maior com variação na inclinação inicial que constam na Tabela 6.5. Para todos os valores de inclinação o comportamento do semi-eixo maior foi igual ao mostrado na Figura 6.50, ou seja, sem alterações significativas.

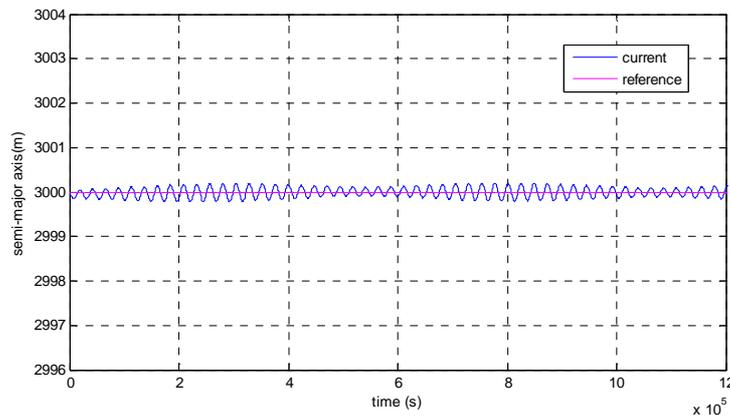


Figura 6.50 - Semi-eixo maior para Geographos, $i = 1^\circ$.

- Excentricidade

Nas simulações para a excentricidade, notou-se um aumento maior ao final das 50 órbitas quando a inclinação inicial foi de 1° , sendo que a excentricidade passou de zero a 0,0035, Figura 6.51. Já para valores maiores de inclinação, a excentricidade passou de zero para 0,002, Figura 6.52 e 6.53.

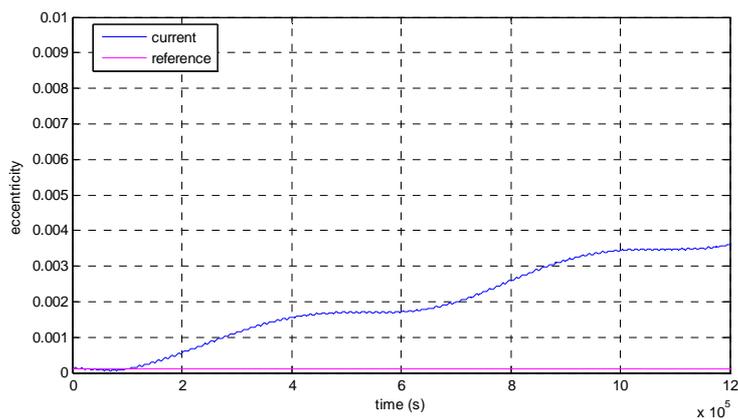


Figura 6.51 - Excentricidade para Geographos, $i = 1^\circ$.

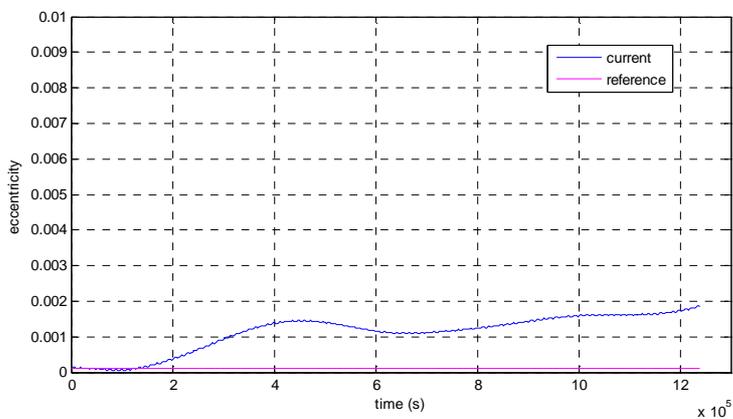


Figura 6.52 - Excentricidade para Geographos, $i = 30^\circ$.

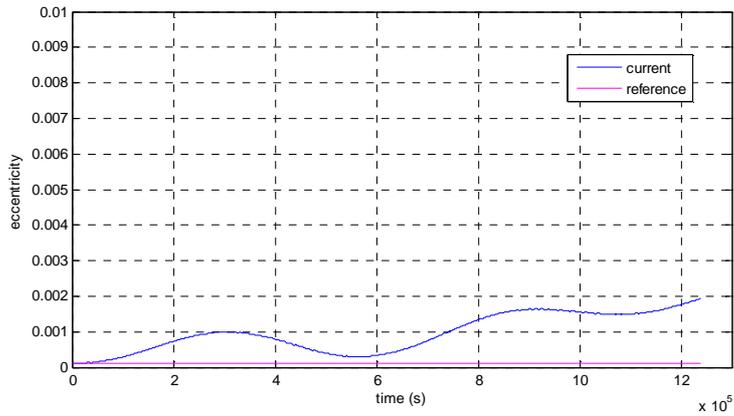


Figura 6.53 - Excentricidade para Geographos, $i = 90^\circ$.

- Inclinação

As Figuras 6.54 a 6.56 mostram a evolução na inclinação quando este elemento é variado em três valores, 1° , 70° e 90° . Para todos os casos não há alteração significativa na inclinação, porém o padrão de oscilação muda em cada gráfico, possivelmente devido ao formato e rotação do asteroide.

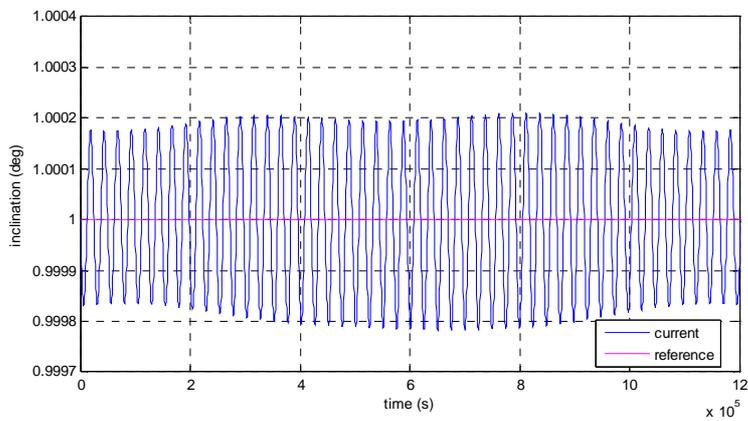


Figura 6.54 - Inclinação para Geographos, $i = 1^\circ$.

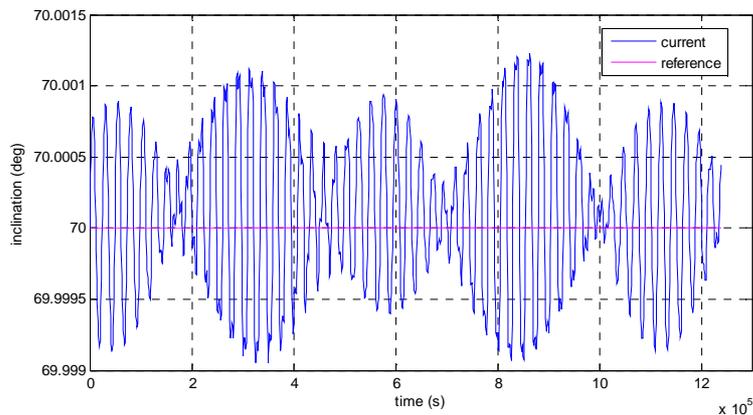


Figura 6.55 - Inclinação para Geographos, $i = 70^\circ$.

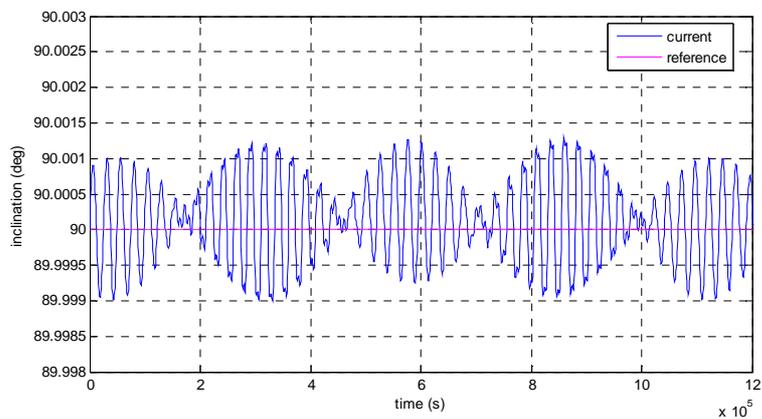


Figura 6.56 - Inclinação para Geographos, $i = 90^\circ$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

As Figuras 6.57 a 6.60 mostram a ascensão reta do nodo ascendente para o valor de inclinação inicial de 1° , 10° , 30° e 90° , respectivamente. A maior variação em relação ao valor inicial ocorre quando a inclinação é igual a 1° , com variação de $0,02^\circ$ relativo ao valor inicial de 80° para a ascensão reta do nodo ascendente. Para inclinações de 50° e 70° , simulações mostraram praticamente o mesmo gráfico da Figura 6.60, que representa inclinação de 90° .

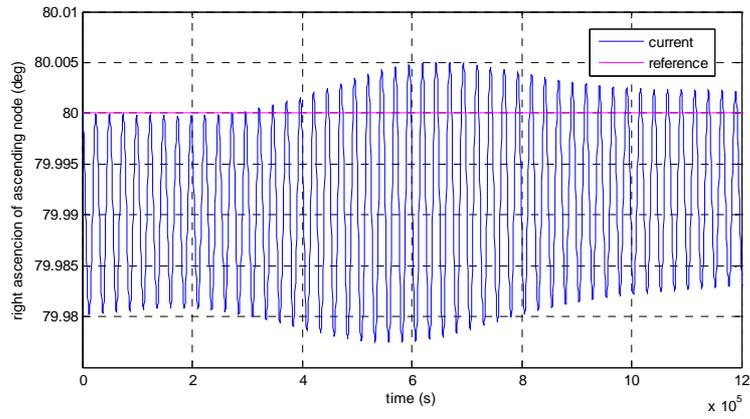


Figura 6.57 - Ascensão reta para Geographos, $i= 1^\circ$.

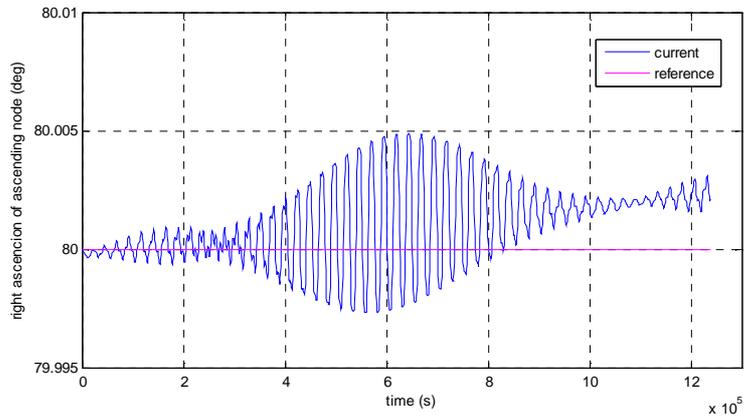


Figura 6.58 - Ascensão reta para Geographos, $i= 10^\circ$.

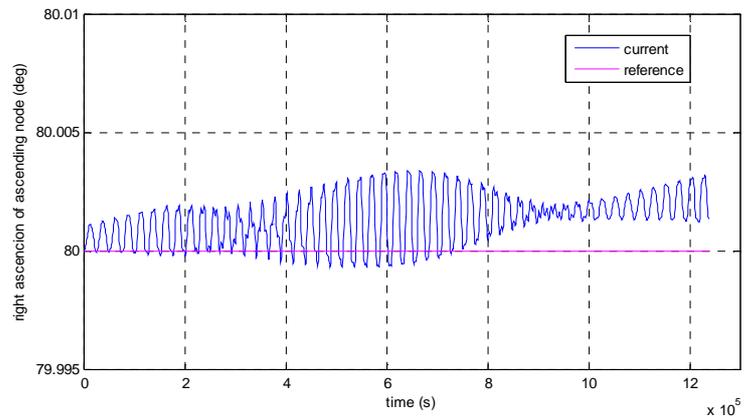


Figura 6.59 - Ascensão reta para Geographos, $i= 30^\circ$.

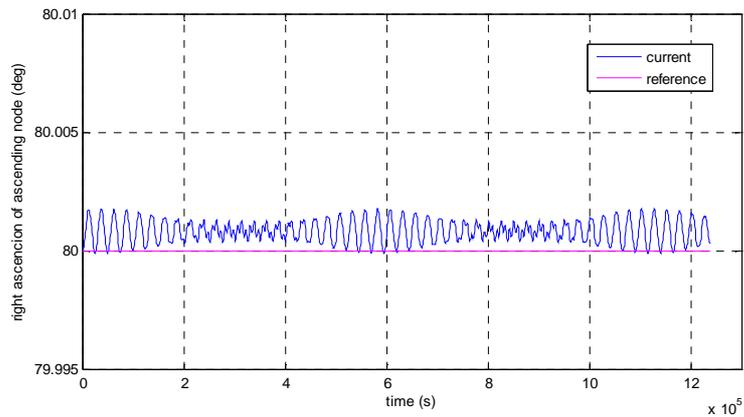


Figura 6.60 - Ascensão reta para Geographos, $i = 90^\circ$.

- Argumento do periapside

As Figuras 6.61 a 6.64 mostram a variação no argumento do periapside para inclinação igual a 1° , 30° , 70° e 90° , respectivamente. As maiores alterações no argumento do periapside foram para inclinação com menores valores, nas Figuras 6.61 e 6.62.

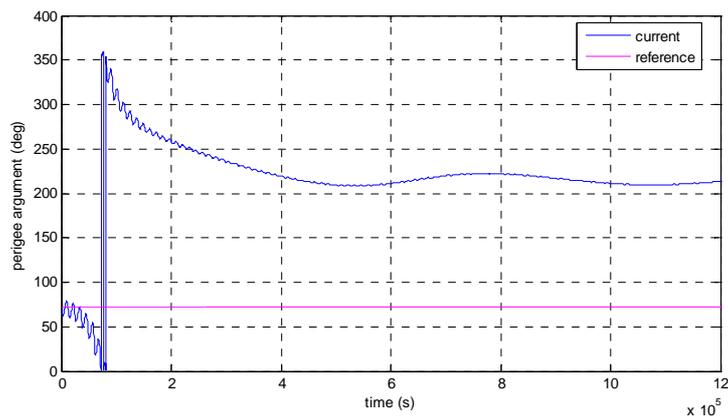


Figura 6.61 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 1^\circ$.

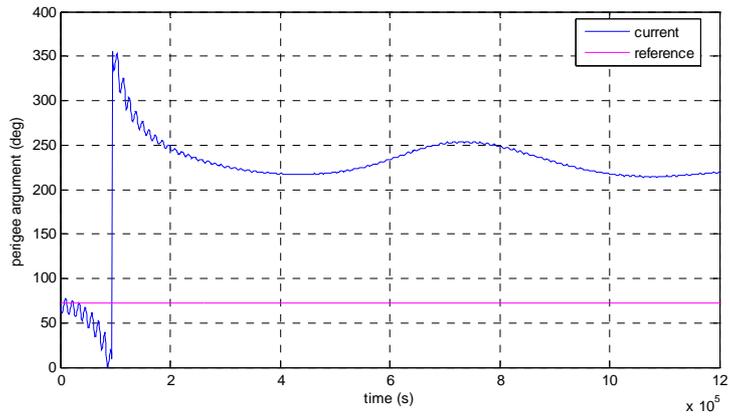


Figura 6.62 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 30^\circ$.

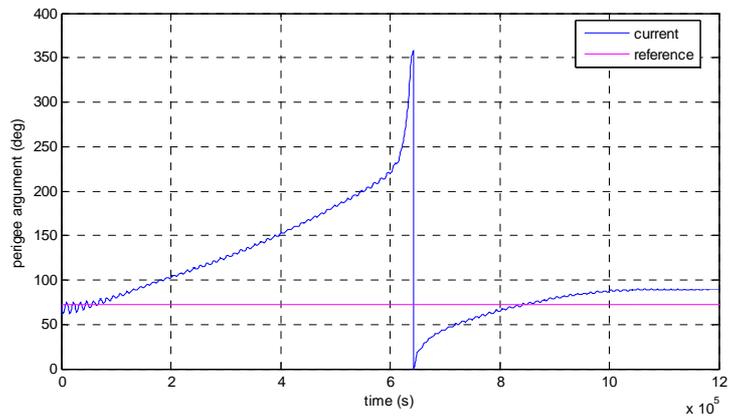


Figura 6.63 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 70^\circ$.

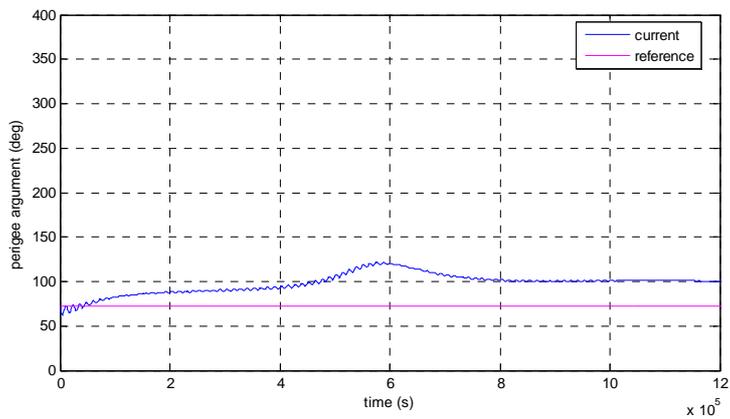


Figura 6.64 - Argumento do periapside para Geographos, $i = 90^\circ$.

6.8. Variando ascensão reta do nodo ascendente

Para a série de gráficos a seguir são considerados quatro valores diferentes de ascensão reta do nodo ascendente, enquanto os outros elementos orbitais ficam fixos. Os valores iniciais utilizados para as simulações durante 50 órbitas ao redor de Geographos são mostrados na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 - Variação na ascensão reta do nodo ascendente para Geographos.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
3,0	0,0001	1	1	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	90	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	180	72	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	270	72	113	5,222	50

- Semi-eixo maior

A Figura 6.65 mostra a evolução do semi-eixo maior para o valor de ascensão reta do nodo ascendente inicial igual a 1° . Para todos os valores da tabela 6.6 as simulações resultaram em gráficos igual ao da Figura 6.65, não mostrando variação significativa ao longo do tempo para o semi-eixo maior.

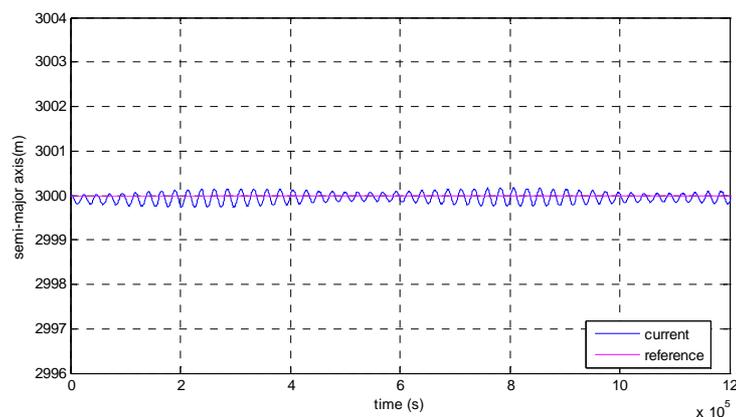


Figura 6.65 - Semi-eixo maior para Geographos, $\Omega=1^\circ$.

- Excentricidade

A Figura 6.66 mostra a evolução da excentricidade ao longo de 50 órbitas ao redor de Geographos, aonde nota-se um leve aumento na excentricidade, da ordem de 4×10^{-3} . O mesmo aconteceu para os outros valores iniciais que constam na Tabela 6.6.

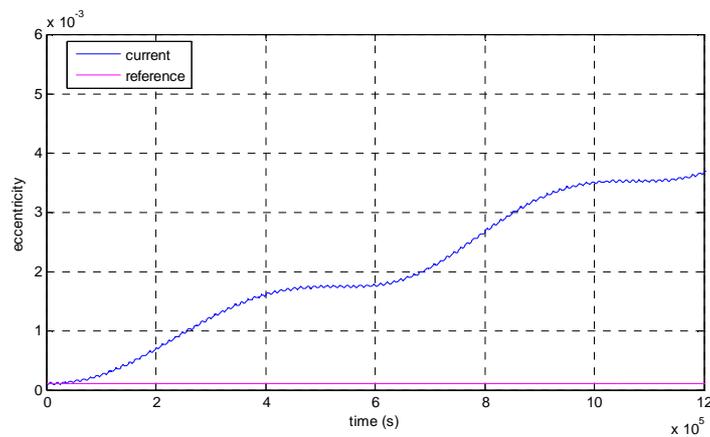


Figura 6.66 - Excentricidade para Geographos, $\Omega = 1^\circ$.

- Inclinação

A Figura 6.67 mostra um gráfico da inclinação para o valor de ascensão reta do nodo ascendente inicial de 1° . No gráfico notam-se somente oscilações periódicas de curto período, porém, sem alteração significativa no valor da inclinação. Para valores de ascensão reta iniciais de 90° , 180° e 270° , as simulações tiveram resultados iguais ao da Figura 6.67.

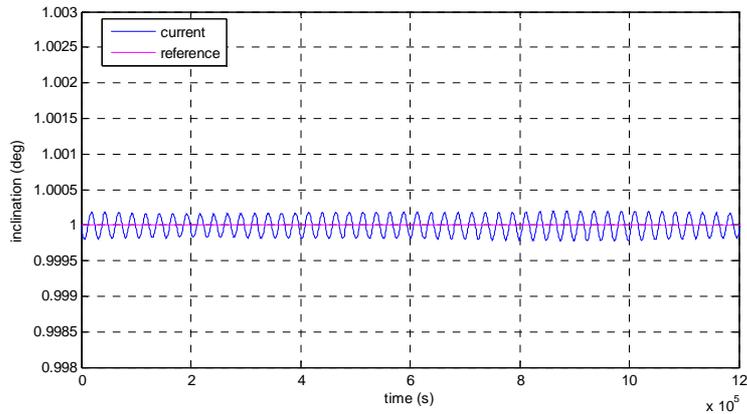


Figura 6.67 - Inclinação para Geographos, $\Omega= 1^\circ$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

As Figuras 6.68 a 6.71 mostram a evolução da ascensão reta do nodo ascendente quando este elemento orbital tem seu valor inicial igual a 1° , 90° , 180° e 270° , respectivamente. A variação na ascensão reta para todos os casos é de aproximadamente $0,02^\circ$ somente.

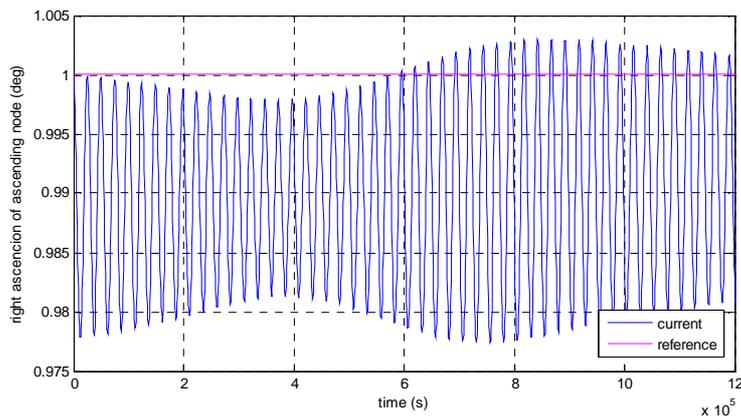


Figura 6.68 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega= 1^\circ$.

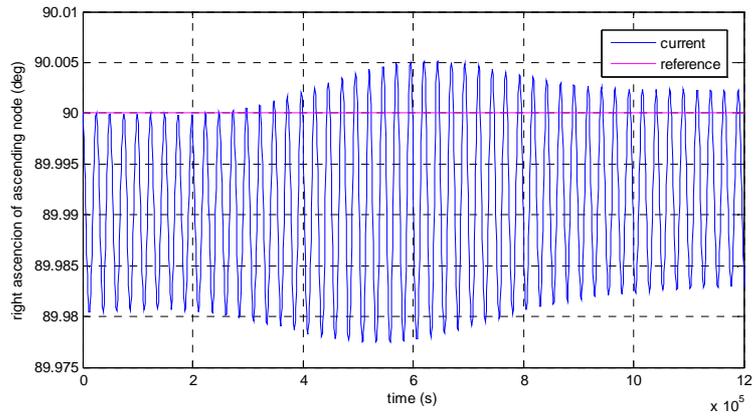


Figura 6.69 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega= 90^\circ$.

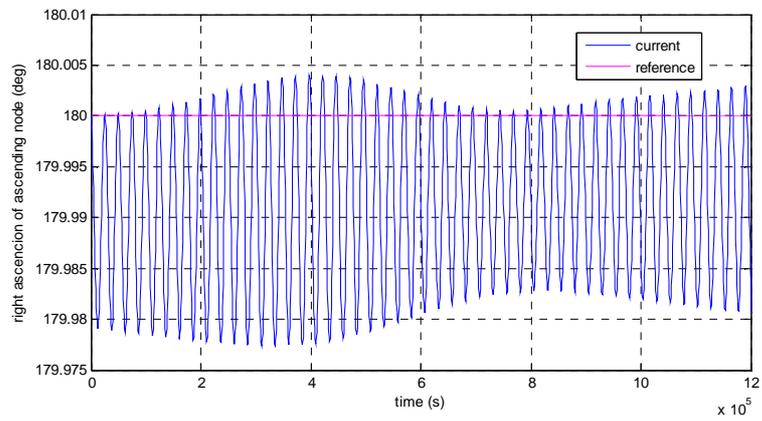


Figura 6.70 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega= 180^\circ$.

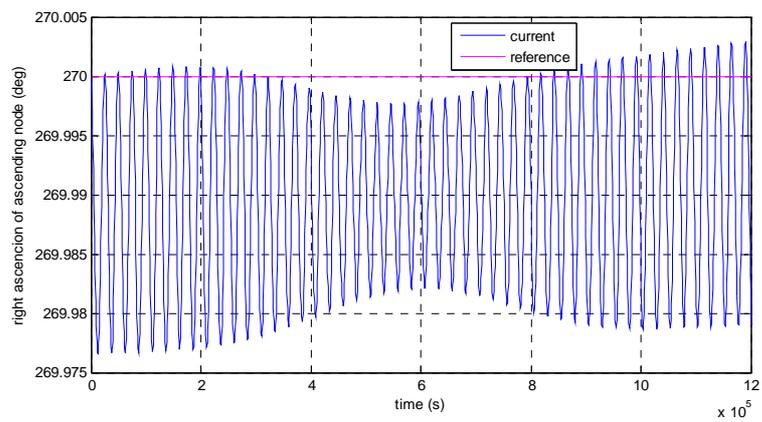


Figura 6.71 - Ascensão reta para Geographos, $\Omega= 270^\circ$.

6.9. Variando argumento do periapside

A Tabela 6.7 mostra os dados iniciais utilizados nas simulações mostradas nos gráficos a seguir para 50 órbitas ao redor de Geographos. O elemento variado a cada simulação é o argumento do periapside, enquanto os outros elementos ficam fixos.

Tabela 6.7 - Variação no argumento do periapside para Geographos.

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot. (h)	N orb
3,0	0,0001	1	80	1	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	80	90	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	80	180	113	5,222	50
3,0	0,0001	1	80	270	113	5,222	50

- Semi-eixo maior

A Figura 6.72 mostra a evolução no semi-eixo maior durante 50 órbitas ao redor de Geographos para o valor de argumento do periapside inicial de 1° , onde é possível notar que não existe variação significativa no semi-eixo maior. O mesmo ocorre nas simulações com valores iniciais de 90° , 180° e 270° para o argumento do periapside iniciais.

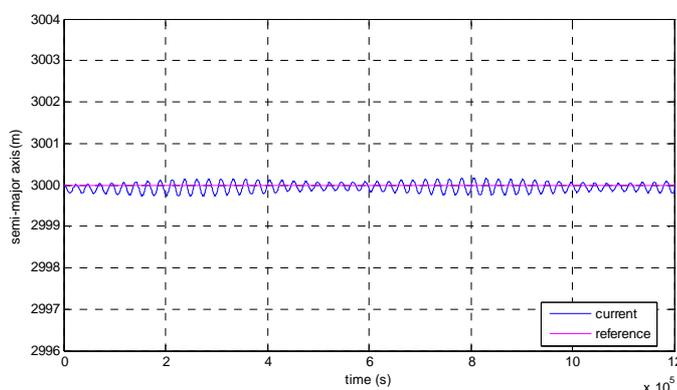


Figura 6.72 - Semi-eixo maior para Geographos, $\omega = 1^\circ$.

- Excentricidade

A Figura 6.73 mostra a excentricidade para um valor inicial de 1° da ascensão reta do nodo ascendente. Nas simulações para todos os valores iniciais da Tabela 6.6 os resultados gerados foram iguais ao da Figura 6.73.

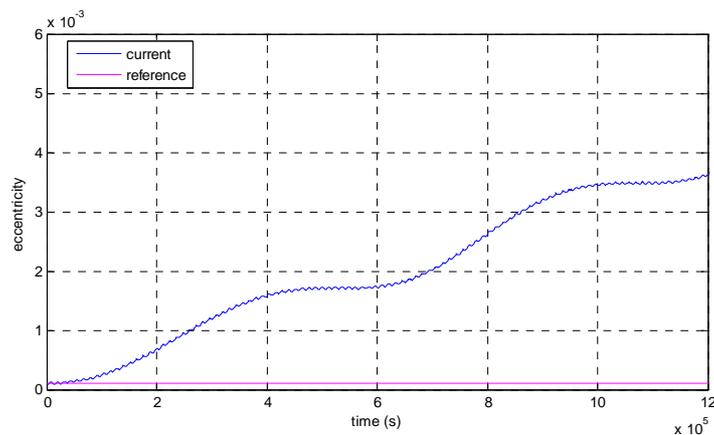


Figura 6.73 - Excentricidade para Geographos, $\omega = 1^\circ$.

- Inclinação

A Figura 6.74 mostra a evolução da inclinação ao longo do tempo para o valor da ascensão reta do nodo ascendente inicial de 1° , onde notam-se somente oscilações de curto período, não havendo mudança no valor da inclinação em relação ao valor inicial. O mesmo aconteceu nas simulações para os outros valores da Tabela 6.7, que geraram resultados iguais ao da Figura 6.74.

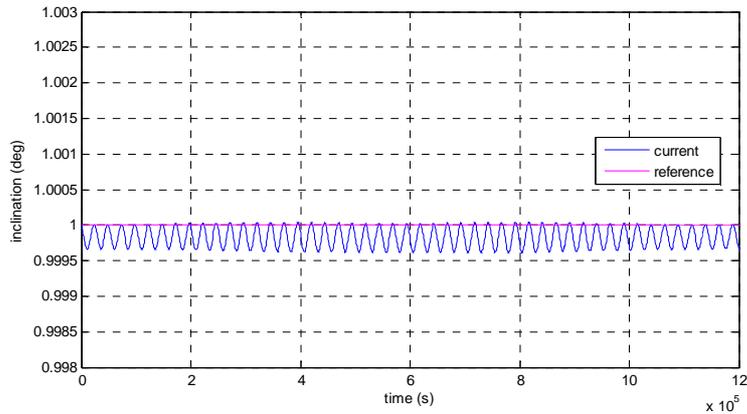


Figura 6.74 - Inclinação para Geographos, $\omega = 1^\circ$.

- Ascensão reta do nodo ascendente

As Figuras 6.75 a 6.78 mostram para valores iniciais da ascensão reta do nodo ascendente de 1° , 90° , 180° e 270° , respectivamente. Notam-se somente oscilações de curto período de mesma amplitude em todos os gráficos, havendo um leve deslocamento acima ou abaixo da linha do valor inicial, porém por ser uma diferença muito pequena pode-se considerar que a variação ao longo do tempo na inclinação para todos os casos foi igual.

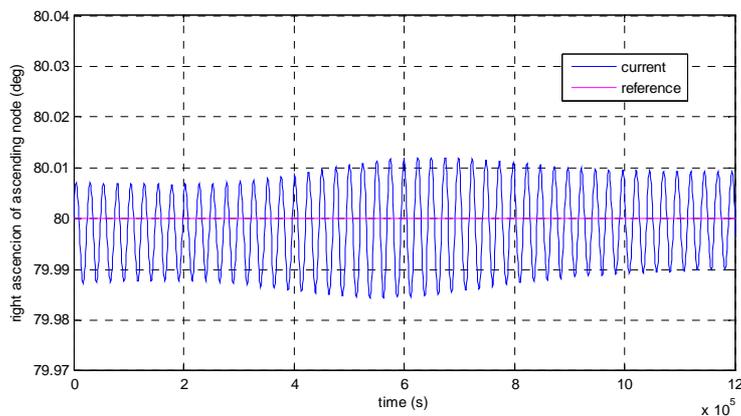


Figura 6.75 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 1^\circ$.

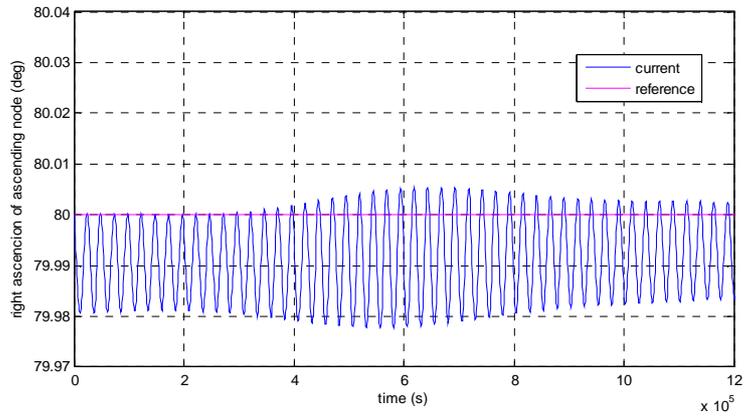


Figura 6.76 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 90^\circ$.

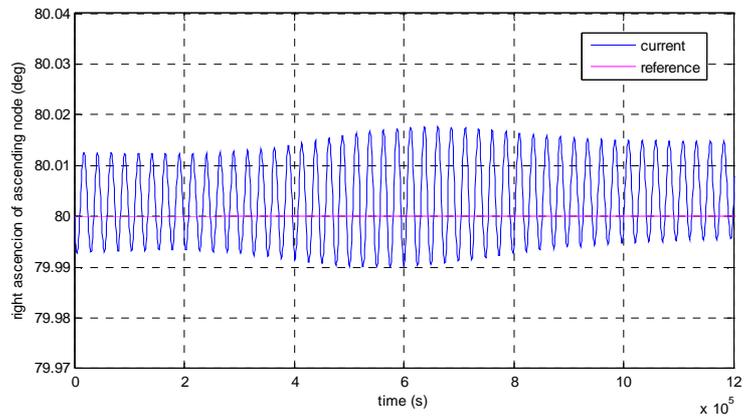


Figura 6.77 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 180^\circ$.

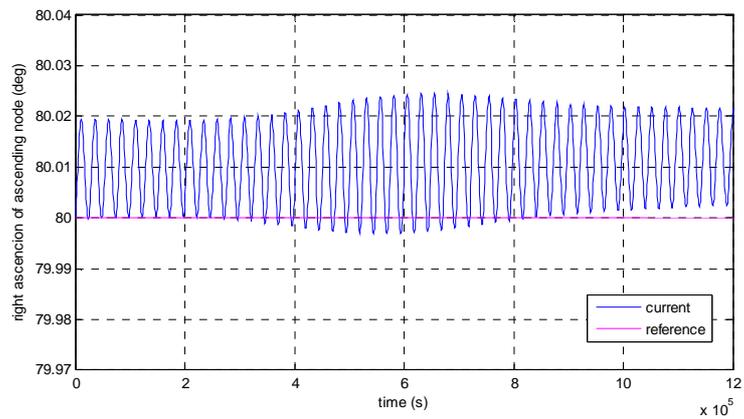


Figura 6.78 - Ascensão reta para Geographos, $\omega = 270^\circ$.

- Argumento do periapside

A Figura 6.79 mostra a variação no argumento do periapside quando o valor inicial de ascensão reta do nodo ascendente é igual a 270° . Nota-se que, ao longo do tempo, o argumento do periapside tende a ficar oscilando entre 200° e 250° . Isso ocorreu para todos os valores da tabela 6.6, não importa o valor inicial do argumento do periapside, se foi 1° , 90° , 180° e 270° , em todos os casos o valor do argumento do periapside fica oscilando entre 200° e 250° durante as 50 órbitas ao redor do asteroide Geographos.

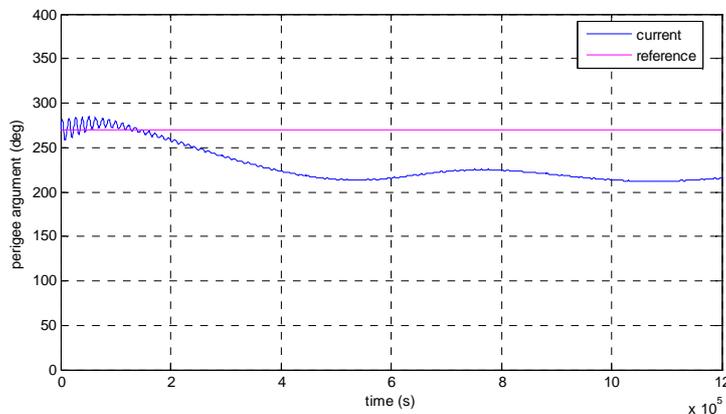


Figura 6.79 - Argumento do periapside para Geographos, $\omega = 270^\circ$.

6.10. Limite de órbita para escape

Para o asteroide Geographos, o raio de Hill calculado para delimitar o limite da esfera de influência do asteroide é de 513,142 km. Simulações para uma órbita perto do limite da esfera de influência do asteroide Geographos foram realizadas para analisar o comportamento da órbita. Quando muito distante do asteroide, foi constatado que a órbita se comporta muito próxima de uma órbita Kepleriana, ou seja, no limite da esfera de influência do asteroide as irregularidades do corpo não causam efeitos significativos como pode acontecer em órbitas mais próximas.

6.11. Manobras de correção

Como foram mostrados nos itens anteriores deste capítulo, as órbitas ao redor do asteroide Geographos sofrem a perturbação no campo gravitacional devido a irregularidade do corpo, e não se comportam como órbitas ao redor de um corpo esférico. As simulações que serão mostradas a seguir consideram um veículo ao redor do asteroide Geographos em uma órbita muito próxima. Utilizando propulsão contínua controlada em malha fechada, manobras de correção dos efeitos da perturbação e manobras de transferência foram realizadas.

Os gráficos simulados foram gerados para dois casos diferentes. As Figuras de 6.80 a 6.89 mostram os elementos orbitais ao longo de 10 órbitas próximas ao redor do asteroide Geographos.

- Caso I: mostra a órbita com perturbação gravitacional devido à forma irregular do asteroide;
- Caso II: utilizando propulsão para correção da perturbação, ou seja, os efeitos causados pela forma do asteroide são anulados para que o veículo orbitando este corpo se mantenha próximo de uma órbita Kepleriana de referência;

As simulações foram realizadas utilizando os elementos orbitais iniciais da Tabela 6.8.

Tabela 6.8 - Elementos orbitais iniciais nas manobras de correção para Geographos

a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	M' (°)	Per. Rot (h)
2,8	0,0001	1	80	72	113	5,222

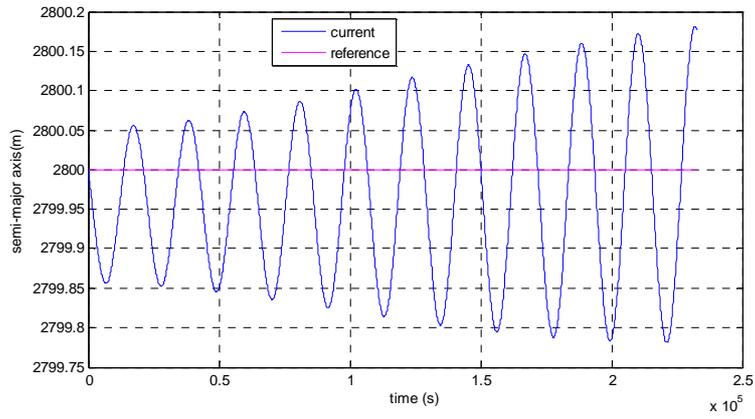


Figura 6.80 - Semi-eixo maior para Geographos, caso I.

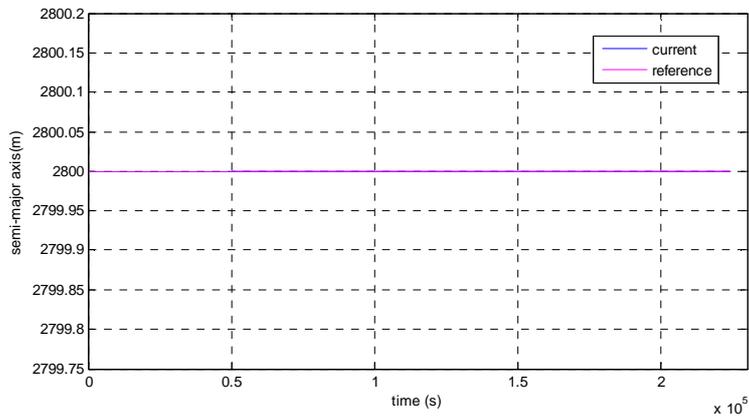


Figura 6.81 - Semi-eixo maior para Geographos, caso II.

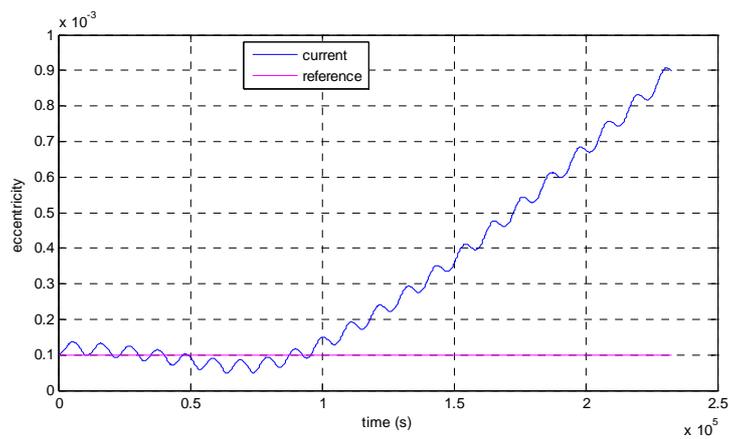


Figura 6.82 - Excentricidade para Geographos, caso I.

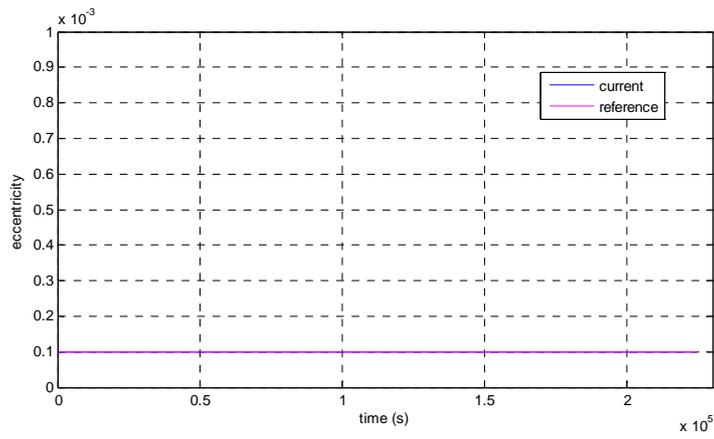


Figura 6.83 - Excentricidade para Geographos, caso II.

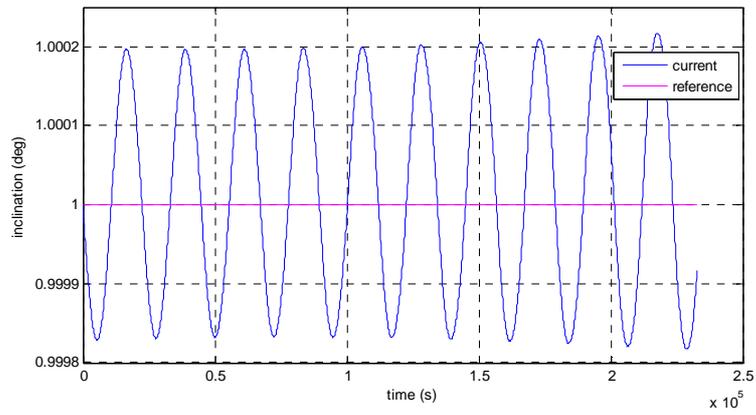


Figura 6.84 - Inclinação para Geographos, caso I.

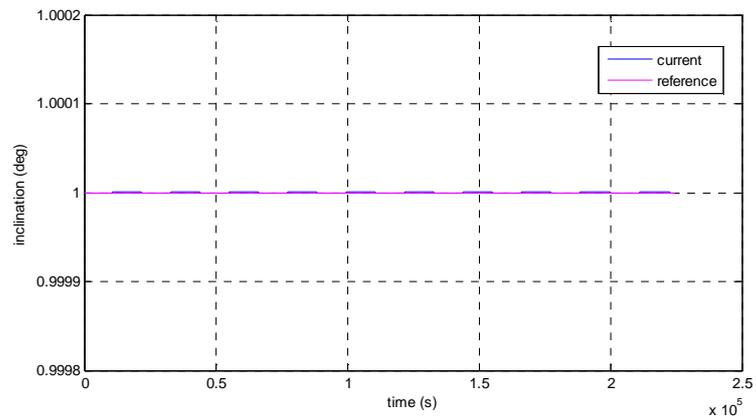


Figura 6.85 - Inclinação para Geographos, caso II.

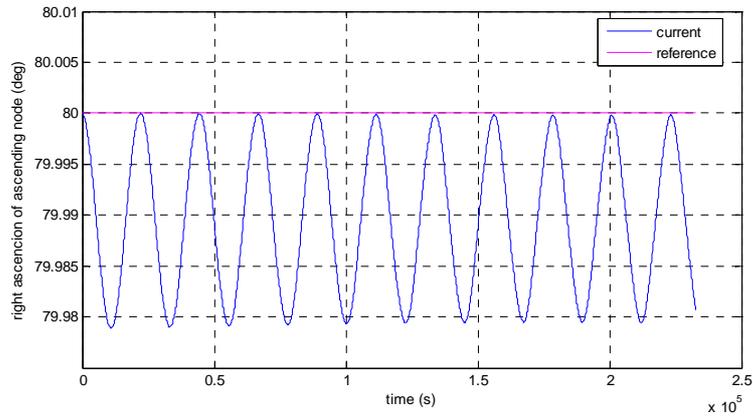


Figura 6.86 - Ascensão reta do nodo ascendente para Geographos, caso I.

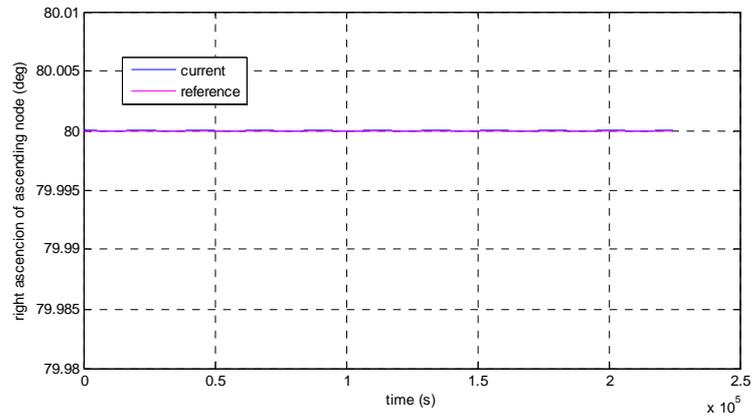


Figura 6.87 - Ascensão reta do nodo ascendente para Geographos, caso II.

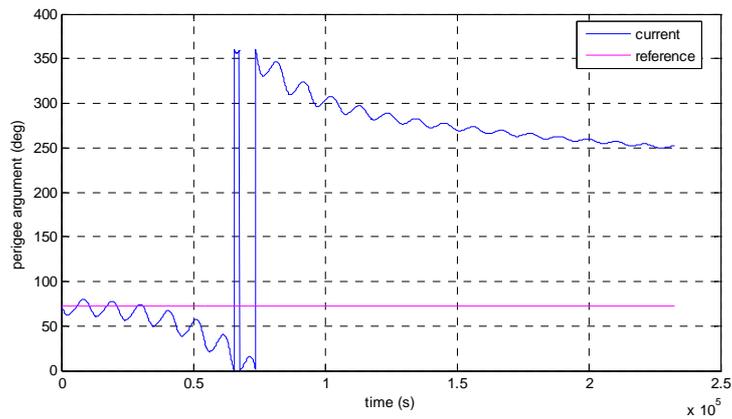


Figura 6.88 - Argumento do periapside para Geographos, caso I.

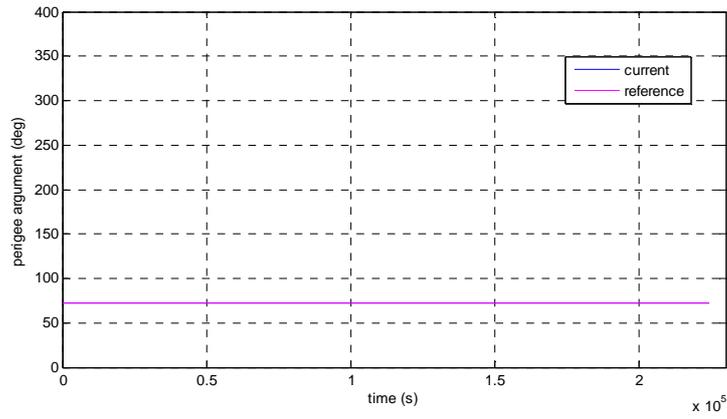


Figura 6.89 - Argumento do periapside para Geographos, caso II.

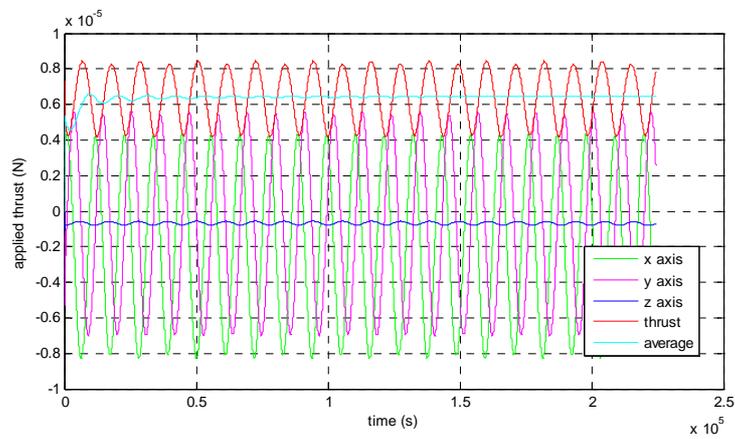


Figura 6.90 - Propulsão aplicada para correção para Geographos.

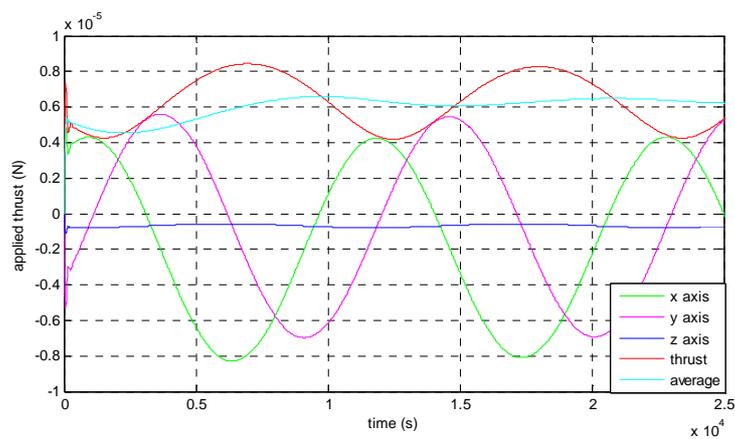


Figura 6.91 - Propulsão aplicada para correção em detalhe para Geographos.

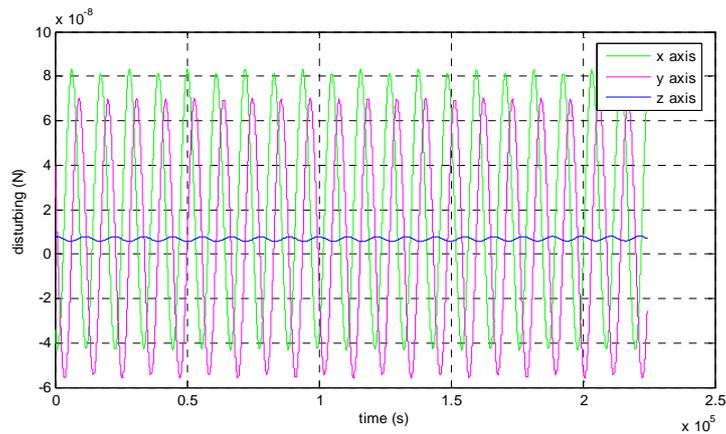


Figura 6.92 - Perturbação para Geographos.

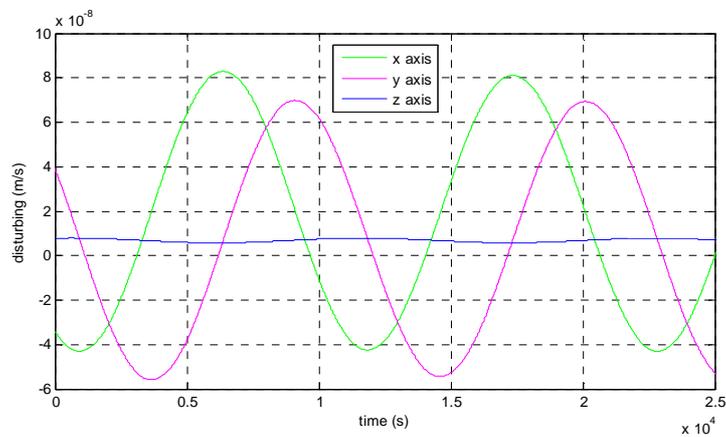


Figura 6.93 - Perturbação em detalhe para Geographos.

As Figuras de 6.80 a 6.89 mostraram gráficos de semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente e argumento do periapside para os casos I e II em mesma escala para meio de comparação. Os gráficos para o caso II mostram para os mesmos dados iniciais do caso I o controle de trajetória sendo aplicado, na qual a perturbação na órbita foi corrigida. O controle de trajetória aplicado resultou no objetivo desejado, praticamente anulando a perturbação devido à irregularidade da forma do asteroide.

A Figura 6.90 mostra um gráfico da propulsão aplicada durante as 10 órbitas. A Figura 6.92 mostra o gráfico da perturbação, onde é possível perceber que a

propulsão aplicada na Figura 6.90 é contrária à perturbação, mostrando a atuação do sistema de controle. As Figuras 6.91 e 6.93 mostram em detalhe a propulsão aplicada e a perturbação, respectivamente.

6.12. Manobras de transferência

Foi realizada uma manobra de afastamento de um veículo de uma órbita circular mais baixa, com semi-eixo maior de 2,8 km, para uma órbita excêntrica mais distante do asteroide, com semi-eixo maior de 5 km e excentricidade de aproximadamente 0,44. A manobra é mostrada na Figura 6.94. Os gráficos das figuras 6.95 a 6.100 mostram o comportamento desta manobra com uma órbita inicial, antes de ser realizada a manobra, e uma órbita final mais afastada.

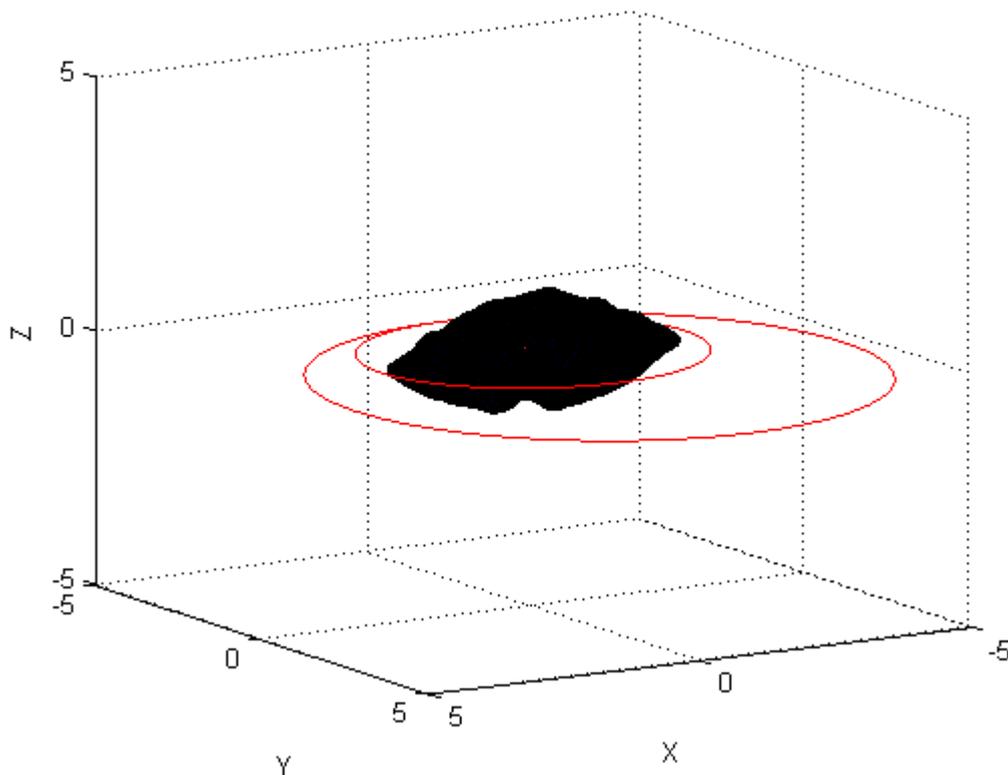


Figura 6.94 - Manobra de afastamento ao redor de Geographos.

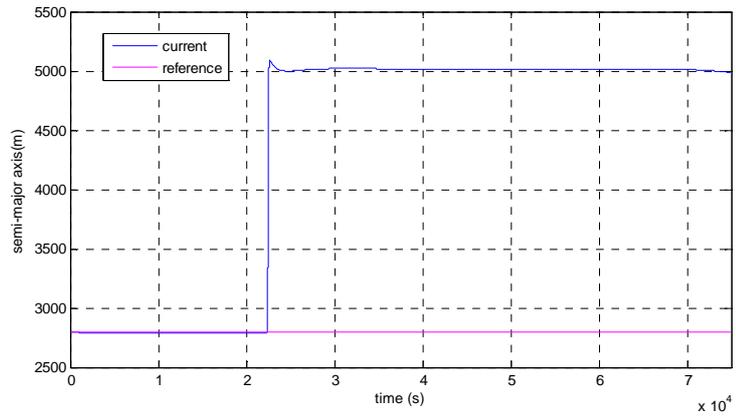


Figura 6.95 - Semi-eixo maior para Geographos, manobra de afastamento.

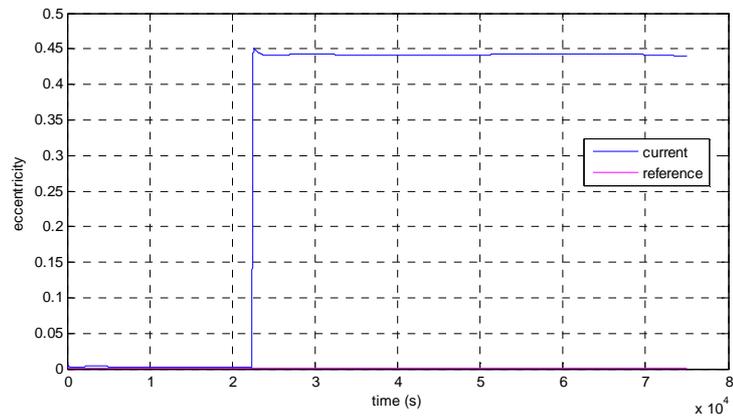


Figura 6.96 - Excentricidade para Geographos, manobra de afastamento.

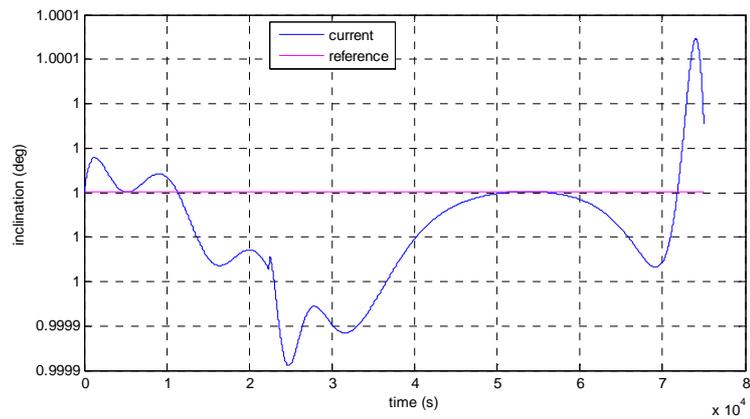


Figura 6.97 - Inclinação para Geographos, manobra de afastamento.

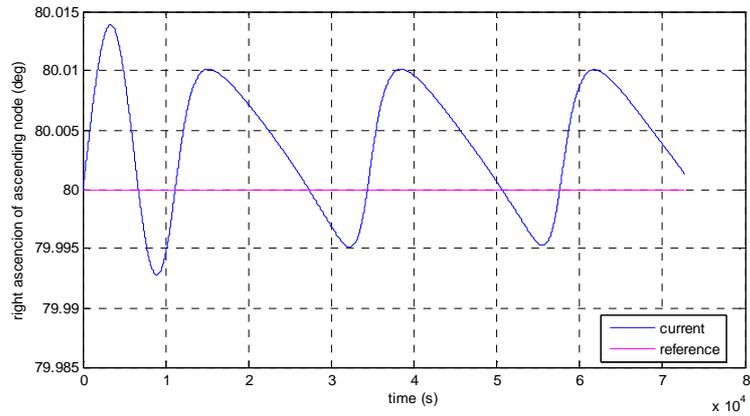


Figura 6.98 - Ascensão reta do nodo ascendente para Geographos, manobra de afastamento.

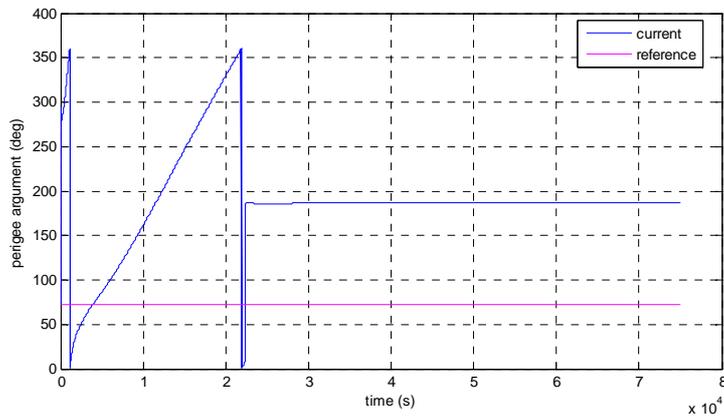


Figura 6.99 - Argumento do periapside para Geographos, manobra de afastamento.

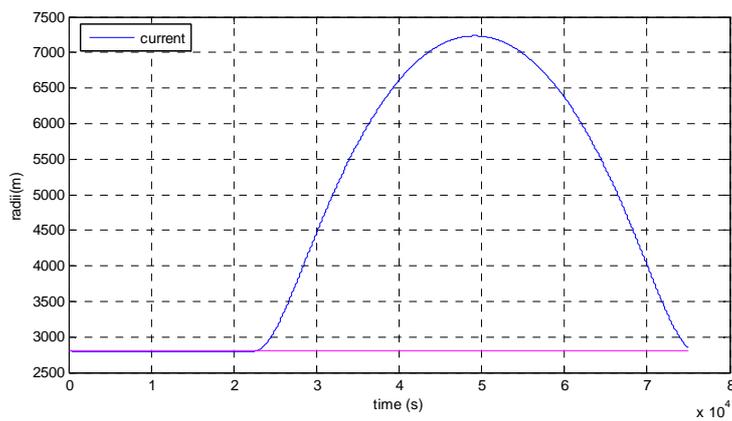


Figura 6.100 - Raio vetor da trajetória para Geographos, manobra de afastamento.

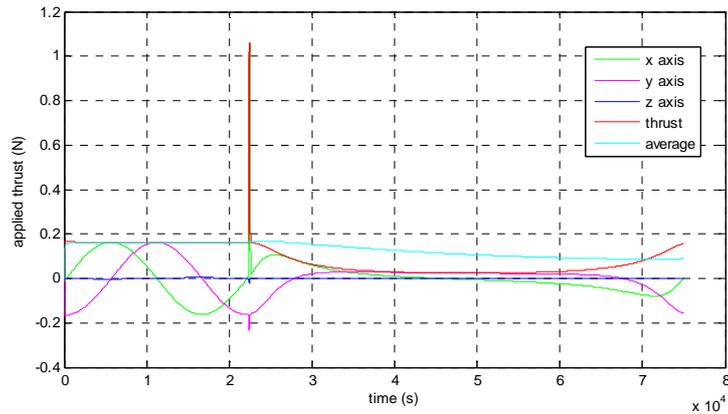


Figura 6.101 - Propulsão aplicada para Geographos, manobra de afastamento.

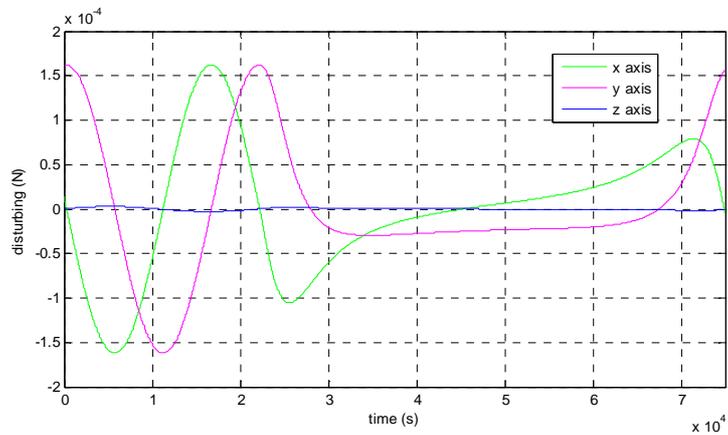


Figura 6.102 - Perturbação para Geographos, manobra de afastamento.

As Figuras 6.95 a 6.100 mostraram gráficos da manobra de aproximação para o semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, argumento do periapside, e raio vetor da órbita, respectivamente. A órbita circular inicial era de 2,8 km para o semi-eixo maior, e o semi-eixo maior final desejado para a manobra foi de 5 km. Como a manobra de transferência realizada foi pequena, ou seja, a diferença no semi-eixo maior da órbita mais próxima para a órbita mais afastada foi de apenas 2,2 km, o propulsor conseguiu atuar rapidamente. No caso das simulações mostradas anteriormente para o asteroide Kleopatra, a diferença no semi-eixo maior para a manobra de afastamento foi de 285 km. O gráfico de excentricidade da

Figura 6.96 mostra que a órbita inicial era circular, passando a ser uma órbita elíptica após a manobra, fato que também pode ser visto na Figura 6.100 que mostra o raio vetor da órbita. O objetivo da manobra foi atingido com sucesso, mostrando que a propulsão aplicada na Figura 6.101 transferiu o veículo espacial de uma órbita mais próxima para uma órbita mais afastada muito próxima dos valores estipulados. A perturbação antes e após a manobra pode ser vista na Figura 6.102, que tem picos de intensidade maior quando o veículo espacial passa mais próximo do asteroide, devido à excentricidade da órbita após a manobra. A perturbação é menor quando está no ponto mais afastado da órbita.

7 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi estudar trajetórias e manobras ao redor de corpos irregulares. Para o controle de trajetória foi utilizada propulsão contínua controlada em malha fechada, tanto para manobras de correção, que são manobras de pequena amplitude que visam anular os efeitos das perturbações, quanto para manobras de transferência, que são manobras de grande amplitude visando alterar elementos orbitais iniciais.

Foi realizado primeiramente um estudo de modelagem do campo gravitacional utilizando dados do modelo de poliedros na forma de faces triangulares e vértices de dois asteroides, fornecidos pelo JPL/NASA. Para que fosse possível a utilização de dados reais dos asteroides, foram criados modelos de concentrações de massa com os modelos de poliedros, adaptando o simulador STRS para trabalhar com dados de corpos irregulares, que possuem características e comportamento bastante diferentes de corpos esféricos. As concentrações de massa são obtidas pelo cálculo do baricentro das faces triangulares do modelo de poliedros. Quatro modelos de concentrações de massa foram desenvolvidos e testados: modelo 1, que tem o baricentro relacionado à área das faces triangulares; modelo 2, com as faces divididas em cinco partes, com baricentros relacionados às áreas de cada divisão da face triangular da superfície; modelo 3, na qual o baricentro é relativo ao volume das faces triangulares ligadas ao centro do asteroide, formando um tetraedro; e modelo 4, com cada tetraedro sendo dividido em cinco camadas, sendo que o baricentro é obtido com relação ao volume de cada parte. Após os modelos terem sido testados, conclui-se que a diferença entre os modelos não é significativa até cerca de 1000 órbitas. Entretanto, para simulações acima de 1000 órbitas o modelo 3 é o mais recomendado, pois as concentrações de massa são uma porcentagem dos volumes dos tetraedros e não de áreas das faces.

Dois asteroides foram escolhidos para as simulações deste trabalho. O primeiro foi o asteroide Kleopatra, um asteroide com uma das formas mais peculiares dentre os asteroides já encontrados, além do fato de possuir dois satélites naturais. Para obter simulações mais precisas, ou seja, com maior número de poliedros utilizados na modelagem do asteroide, foi escolhido um segundo asteroide, o Geographos, para simular trajetórias de um veículo espacial ao seu redor. Este objeto faz parte do grupo de asteroides considerados próximos da Terra, os NEAs. O modelo de poliedros deste segundo asteroide possui quatro vezes mais faces triangulares do que o modelo do asteroide Kleopatra.

O estudo de trajetórias ao redor dos asteroides mostrou que, para órbitas próximas, deve ser considerada a forma irregular do corpo. Somente quando mais distante do asteroide, foi constatado que o formato não esférico não gera perturbações significativas na órbita, mostrando um comportamento parecido com uma órbita Kepleriana.

Após serem realizados diversos testes, alterando cada elemento orbital inicial para estudar a evolução da órbita ao redor dos asteroides, foram escolhidos os dados iniciais das órbitas para realizar as manobras. Tanto para o asteroide Kleopatra quanto para o Geographos, primeiramente foi realizada uma manobra de correção com a finalidade de anular os efeitos da perturbação gravitacional devido à irregularidade da forma dos asteroides. O controle de trajetória mostrou-se eficaz nas manobras de correção orbital para os dois asteroides, praticamente cancelando os efeitos da perturbação, mantendo o veículo em uma órbita como se estivesse orbitando um corpo esférico.

Em seguida foram realizadas simulações de manobras de transferência de órbita. Para o asteroide Kleopatra foi realizada uma manobra de afastamento com variação de 285 km no semi-eixo maior, e uma manobra de aproximação com variação no semi-eixo maior de 150 km. Para o asteroide Geographos foi realizada uma manobra de afastamento com variação de 2,2 km no semi-eixo

maior. Apesar das manobras de transferência para o asteroide Kleopatra serem de maior duração, a velocidade de processamento computacional foi mais rápida devido ao fato de possuir menor quantidade de dados de faces triangulares do modelo de poliedros. Em todos os casos de manobras de transferência, o sistema de controle utilizado foi capaz de realizar as manobras com sucesso.

A modelagem desenvolvida para o campo gravitacional, adaptada do modelo de poliedros para os asteroides Kleopatra e Geographos, tornou possível a realização de estudos e manobras de qualquer outro asteroide, desde que exista um modelo de faces triangulares e vértices do corpo desejado para ser utilizado como entrada na rotina desenvolvida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, R. A. N. **Encontros próximos: captura gravitacional temporária e esfera de influência.** 2007. 113p. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

BAOYIN, H.; LIU, X.; BEAUVALET, L. Analysis of potential locations of asteroidal moonlets. **Mothly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 430, p. 3483-3488, 2013. DOI:10.1093/mnras/stt149.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E. **Fundamentals of astrodynamics.** Courier Dover Publications, 1971.

BOTTKE JR, W. F.; VOKROUHLICKÝ, D.; RUBINCAM, D. P.; NESVORNÝ, D. The Yarkovsky and YORP effects: implications for asteroid dynamics. **Annu. Rev. Earth Planet. Sci.**, v. 34, p.157-191, 2006.

BROUCKE, R. A. Closed form expressions for some gravitational potential: triangle, rectangle, pyramid and polyhedron. In: AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Albuquerque. **Proceedings...** San Diego: AAS/AIAA, 1995. (PAPER AAS 95 - 190).

BROUCKE, R. A; PRADO, A.F.B.A. Orbits around an elongated 3D-object. In: ANNUAL AAS/AIAA SPACEFLIGHT MECHANICS MEETING, 14., 2004, Maui, Hawaii. **Proceedings...** Maui 2004.

BUSCH, M. W. **Shapes and spins of near-earth asteroids.** 2010. Dissertation (PhD in Geological and Planetary Sciences) - California Institute of Technology, 2010.

CANGAHUALA, L. A. **Augmentations to the polyhedral gravity model to facilitate small body navigations.** Pasadena, CA: Jet Propulsion Laboratory, National Aeronautics and Space Administration, 2005.

CHANUT, T; WINTER, O. C. Evaluation of the gravity field and the dynamic environment of asteroid 216 Kleopatra. In: AAS/DIVISION FOR PLANETARY SCIENCES MEETING, 2012. **Abstracts...** AAS, 2012.

CHOBOTOV, V. A. **Orbital mechanics.** Washington, DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2002. 365p.

COSTA FILHO, A.C. **Análise do acoplamento entre o controle de atitude e de trajetória durante manobras orbitais de empuxo contínuo.** 2010. 135 p. (sid.inpe.br/mtc-m19@80/2010/03.20.13.58-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São

José dos Campos, 2010. Disponível em:
<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3773QE8>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

DESCAMPS, P.; MARCHIS, F.; BERTHIER, J.; EMERY, J. P.; DUCHÊNE, G.; DE PATER, I.; MACOMBER, B. Triplicity and physical characteristics of Asteroid (216) Kleopatra. *Icarus*, v. 211, n. 2, p. 1022-1033, 2011.

EVEREST, G. **An account of the measurement of an arc of the Meridian between the parallels of 18°3' e 24°7'**. London: [s. n], 1980. 337 p.

GASKELL, R.W.; BARNOUIN-JHA, O.; SCHEERES, D. Modeling eros with stereophotoclinometry. In: LUNAR AND PLANETARY SCIENCE CONFERENCE, (LUNAR AND PLANETARY SCIENCE XXXVIII), 38., 2007, League City, Texas. **Abstracts...** Houston: LPI Contribution, 2007. No. 1338, p.1333.

GASKELL, R.; SAITO, J.; ISHIGURO, M.; KUBOTA, T.; HASHIMOTO, T.; HIRATA, N.; ABE, S.; BARNOUIN-JHA, O.; SCHEERES, D. **Gaskell Itokawa Shape Model V1.0**. [S.I.]: NASA Planetary Data System, 2008a.

GASKELL, R.W. **Gaskell eros shape model V1.0**. NASA Planetary Data System, 2008b. (NEAR-A-MSI-5-EROSHAPE-V1.0).

GEISSLER, P.; PETIT, J.-M.; DURDA, D.; GREENBERG, R.; BOTTKE, W.; NOLAN, M.; MOORE, J. Erosion and ejecta reaccretion on 243 Ida and its moon. *Icarus*, v.120, n. 1, p.140-157, 1997.

GONÇALVES, L. D. **Manobras orbitais de satélites artificiais lunares com aplicação de propulsão contínua**. 2013. 301 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.28.17.28-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2013. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3DL2KKS>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

HEATH, T. [A history of Greek mathematics](#). Oxford: Clarendon Press. 1921. p. 323–324, v.2.

KAULA, W. M. Theory of satellite geodesy. Waltham, MA: Blaisdell, 1966.

KELLOG, O.D. **Foundations of potential theory**. New York: Dover, 1929.

KUGA, H. K.; RAO, K.R; CARRARA, V. **Satélites artificiais- movimento orbital** São José dos Campos: INPE, 2011. 103 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/11.22.18.25-PUD). Disponível em:
<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3ARJ3NH>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

MACMILAN, W. D. **The theory of the potential**. Reprint. [Originally published: McGraw-Hill, New York (1930)]. New York: MacMilan's Theoretical Mechanics. Dover publications, 1958.

MACMILLAN, W. D. **Dynamics of rigid bodies**. New York: Dover, 1960.

MARCELINO, E. W. **Controle de trajetória orbital em manobras de empuxo contínuo de longo prazo**. 2009. 186 p. (INPE-15757-TDI/1500). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP8W/35CFG4P>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

MERLINE, W. J.; WEIDENSCHILLING, S. J.; DURDA, D. D.; MARGOT, J. L.; PRAVEC, P.; STORRS, A. D. Asteroids do have satellites. **Asteroids III**, v. 1, p. 289-312, 2002.

NEESE, C. (ed.) **Small body radar shape models V2.0**. EAR-A-5-DDR-RADARSHAPE-MODELS-V2.0, NASA Planetary Data System, 2004.

OLIVEIRA, T. C. **Estratégias ótimas para manobras orbitais utilizando propulsão contínua**. 2012. 149 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2012/01.16.17.32-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2012. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3B7GASP>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

OSTRO, S.J.; HUDSON, R.S.; NOLAN, M.C.; MARGOT, J.-L.; SCHEERES, D.J.; CAMPBELL, D.B.; MAGRI, C.; GIORGINI, J.D.; YEOMANS, D.K. Radar observations of asteroid 216 Kleopatra. **Science**, v. 288, p. 836-839, 2000.

OSTRO, S.J.; HUDSON, R.S.; NOLAN, M.C. ; MARGOT, J.-L.; SCHEERES, D.J.; CAMPBELL, D.B.; MAGRI, C.; GIORGINI, J.D.; YEOMANS, D.K. **Asteroid radar shape models, 216 Kleopatra**. EAR-A-5-DDR-RADARSHAPE-MODELS V2.0:RSHAPES-216KLEOPATRA-200405", NASA Planetary Data System, 2004.

PERRET, A. Mission techniques and orbital mechanics for interplanetary spacecraft. In: BURKE, W.R. (ed.). **Solar system and its exploration**. Alpbach, Austria: ESASP, 1981. v. 164, p. 13.

PRADO, A.F.B.A.; BROUCKE, R.A. Effects of atmospheric drag in swing-by trajectory. **Acta Astronautica**, v. 36, n. 6, set. p. 285-290, 1995.

PRADO, A.F.B.A. Third-body perturbation in orbits around natural satellites. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 26, n. 1, p. 33-40, 2003.

ROCCO, E. M. **Tools for analysis and simulation of spacecraft trajectories in Keplerian orbit**. Bremen: Center of Applied Space Technology and Microgravity-ZARM University of Bremen, Germany, 2006. Technical Report.

ROCCO, E.R. Perturbed orbital motion with a PID control system for the trajectory. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 14., 2008. Águas de Lindóia. **Anais...** 17 a 21 de Novembro, 2008.

Rocco, E. M. Controle de trajetória com propulsão contínua para missões do tipo drag-free. CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA (CONEM 2012), 7., 2012, São Luís, Maranhão, Brasil, 31 de julho- 3 de agosto. **Anais...** Rio de Janeiro: ABCM, 2012.

ROCCO, E.M. Automatic correction of orbital elements using continuous thrust controlled in closed loop. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, 2013. doi:10.1088/1742-6596/465/1/012007.

ROSSI, A.; MARZARI, F.; FARINELLA, P. Orbital evolution around irregular bodies. **Earth Planets and Space**, v. 51, n. 11, p. 1173-1180, 1999.

RUBINCAM, D. P. Radiative spin-up and spin-down of small asteroids. **Icarus**, v.148, n.1, p. 2-11, 2000.

SANCHEZ, D. P.; SCHEERES, D. J. DEM simulation of rotação-induced reshaping and disruption of rubble-pile asteroids. **Icarus**, v. 218, n.2, p. 876-894, 2012.

SANTOS, W. G. **Simulação de manobras aeroassistidas de um veículo espacial controlado por placas aerodinâmicas reguláveis e sistema propulsivo**. 272 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/01.26.16.55-TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/393PSPH>>, 2011.

SCHEERES, D.J.; OSTRO, S.J.; HUDSON, R.S.; WERNER, R.A. Orbits close to asteroid 4769 Castalia. **Icarus**, v. 121, p. 67-87, 1996.

SCHEERES, D. J.; MARZARI, F.; TOMASELLA, L.; VANZANI, V. ROSETTA mission: satellite orbits around a cometary nucleus. **Planetary and Space Science**, v. 46, n.6, p. 649-671, 1998.

SCHEERES, D. J.; DURDA, D. D.; GEISLER, P. E. The fate of asteroid ejecta. **Asteroids III**, v. 1, p. 527-544, 2002.

SCHEERES, D. J. Close proximity operations for implementing mitigation strategies. In: PLANETARY DEFENSE CONFERENCE: PROTECTING EARTH

FROM ASTEROIDS, 2004, Orange County. **Proceedings...**Orange County: AIAA, 2004. AIAA-2004-1445.

SCHEERES, D. J. Orbital motion in strongly perturbed environments. [s.L]: Springer Praxis Books, 2012a.

SCHEERES, D. J. Orbit mechanics about small asteroids. **Acta Astronautica**, v.72, p.1–14, 2012b.

SILVA, A. A. **Evolução orbital e manobras em torno de corpos não-esféricos**. 2006. 190 p. (INPE-14654-TDI/1212). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2006. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m17@80/2007/01.08.12.27>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

SPITALE, J. N. Asteroid hazard mitigation using the Yarkovsky effect. **Science**, v. 296, n.5565, p. 77-77, 2002.

SUKHANOV, A; VELHO, H. F. C.; MACAU, E.; WINTER, O. The Aster project: flight to a near-earth asteroid. **Cosmic Research**, v. 48, p. 443-450, 2010.

TIPLER, P. “Física para cientistas e engenheiros - Vol. 2: gravitação, ondas e termodinâmica”. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

VENDITTI, F. C. F.; ROCCO, E. M.; & PRADO, A. F. B. A. “Orbital trajectories control around non-spherical bodies. In: AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS-CONFERENCE, 2012, Vienna. **Proceedings...** Vienna: AIP, 2012. (Volv. 1493, p. 1083), 2012.

VENDITTI, F. C. F.; ROCCO, E. M.; PRADO, A. F. B. A. Trajectory control around non-spherical bodies modeled by parallelepipeds. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, 2013. 012008 doi:10.1088/1742-6596/465/1/012008.

WANG, Y. XU, S. Equilibrium attitude and stability of a spacecraft on a stationary orbit around an asteroid. **Acta Astronautica**, v. 84, p. 99-108, 2013.

WALDVOGEL, J. The Newtonian potential of a homogeneous cube. **ZAMP**, v. 27, p. 867-871, 1976.

WALDVOGEL, J. The Newtonian potential of a homogeneous polyhedra. **ZAMP**, v.30, p. 388-398, 1979.

WERNER, R. A. The gravitational potential of a homogeneous polyhedron or don't cut corners. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 59, n. 3, p. 253-278, 1994.

WERNER, R. A.; SCHEERES, D. J. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v.65, n.3, p.313-344, 1996.

WERNER, R. A. Spherical harmonics coefficients for the potential of a constant density polyhedron. **Comp. and Geosci.**, v. 23, p.1071-1077, 1997.

WINTER, O. C.; BOLDRIN, L. A. G.; NETO, E. V.; MARTINS, R. V.; WINTER, S. G.; GOMES, R. S.; DESCAMPS, P. On the stability of the satellites of asteroid 87 Sylvia. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 395, n.1, p. 218-227, 2009.

YEOMANS D. K.; ANTREASIAN P. G.; BARRIOT J.-P.; CHESLEY S. R.; DUNHAM D. W.; FARQUHAR. W.; GIORGINI J. D.; HELFRICH C. L.; KONOPLIV A. S.; MCADAMS J. V.; MILLER J. K.; OWEN W. M. JR.; SCHEERES D. J.; THOMAS P. C.; VEVERKA J.; WILLIAMS B. G. Radio science results during the NEAR-Shoemaker spacecraft rendezvous with Eros. **Science**, v. 289, p. 2085–2088, 2000.

YU, Y; BAOYIN, H. Resonant orbits in the vicinity of asteroid 216 Kleopatra, **Astrophysics and Space Science**, v. 343, n. 1, p 75-82, 2013.