



Ministério da  
**Ciência e Tecnologia**



sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.28.17.49-TDI

## **ESTUDO DE MODELOS E CONDIÇÕES INICIAIS DA GERAÇÃO A PRIORI DE DETRITOS ESPACIAIS E SUA PROPAGAÇÃO ORBITAL**

Andreza da Costa Batista

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia  
Espaciais / Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Marcelo Lopes de  
Oliveira e Souza, aprovada em 01 de abril de 2011

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3996TBH>>

INPE  
São José dos Campos  
2011

## **PUBLICADO POR :**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

## **CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**

### **Presidente:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

### **Membros:**

Dr<sup>a</sup> Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr<sup>a</sup> Regina Célia dos Santos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Horácio Hideki Yanasse - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Vivéca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da  
**Ciência e Tecnologia**



sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.28.17.49-TDI

## **ESTUDO DE MODELOS E CONDIÇÕES INICIAIS DA GERAÇÃO A PRIORI DE DETRITOS ESPACIAIS E SUA PROPAGAÇÃO ORBITAL**

Andreza da Costa Batista

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia  
Espaciais / Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Marcelo Lopes de  
Oliveira e Souza, aprovada em 01 de abril de 2011

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3996TBH>>

INPE  
São José dos Campos  
2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Batista, Andreza da Costa.

B317e      Estudo de modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais e sua propagação orbital / Andreza da Costa Batista. – São José dos Campos : INPE, 2011.  
              xlviii+304 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.28.17.49-TDI)

Dissertação (Mestrado Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

Orientador : Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza.

1. Detritos espaciais. 2. Geração. 3. Propagação. 4. Explosão.  
5. Fragmentação. 6 Colisão. I.Título.

CDU 521:13

---

Copyright © 2011 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2011 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de Mestre em

Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle

Dr. Hélio Koiti Kuga



---

Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza



---

Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Evandro Marconi Rocco



---

Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

Dra. Claudia Celeste Celestino de Paula  
Santos



---

Convidado(a) / UFABC / Santo André - SP

Aluno (a): Andreza da Costa Batista

São José dos Campos, 01 de abril de 2011



*"A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original."*

*(Albert Einstein)*





*Dedico esta pesquisa a Deus e a tudo que ele representa, aos meus amigos e familiares.*



## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus por iluminar meu caminho e me dar força para seguir em frente.

Ao professor Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, orientador desta dissertação, pela dedicação, empenho, sabedoria e paciência.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio e financiamento concedidos.

Aos professores e funcionários do INPE que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

A minha família e a meus amigos pelo companheirismo e apoio em todos os momentos.



## RESUMO

Atualmente, estima-se que existam centenas de milhares de detritos espaciais, dos mais variados tamanhos, girando em torno da Terra. Os detritos espaciais, também conhecidos como detritos orbitais, podem permanecer em órbitas compartilhadas por outros corpos por um longo tempo; e, assim, causar riscos de colisões, inclusive com veículos espaciais ainda em funcionamento. Além disso, há os riscos de possíveis acidentes pela entrada de detritos espaciais na atmosfera terrestre. Por essa razão, os detritos espaciais estão se tornando cada vez mais um importante campo de estudo. Este trabalho tem por objetivo estudar modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais e sua propagação orbital. Para isso ele usa: 1) três modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais (o modelo determinístico de explosão, o modelo probabilístico de fragmentação, e o modelo determinístico e probabilístico de colisão); 2) dois métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais (o método analítico de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método analítico de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano) que inclui os efeitos do J2). Estes estudos possibilitaram: 1) Observar e interpretar características básicas do processo de geração a priori e da propagação do movimento orbital de detritos espaciais artificiais; 2) Testar modelos analíticos simples e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais artificiais e sua propagação orbital; 3) Aplicar os modelos simples ao caso da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C utilizando os poucos dados disponíveis; 4) Comparar os modelos e métodos utilizados. Os resultados sugerem que os modelos usados concordam qualitativamente em centro mas não em espalhamento com a estimativa da distribuição de detritos do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C disponível na literatura consultada, um minuto e cinquenta segundos após sua fragmentação. Mas os modelos usados concordam qualitativamente em centro e em espalhamento com a estimativa da distribuição de detritos do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C disponível na literatura consultada, duas horas, trinta e um minutos e cinquenta segundos após sua fragmentação. Isto pode ser: 1) o resultado de deficiências na modelagem dos efeitos do arrasto atmosférico usados na propagação retrógrada e geração a posteriori da primeira estimativa, como explicado pelo seu autor; e/ou 2) uma ou mais seqüências de colisões, explosões, e fragmentações, onde ordem e espécie importam, como conjecturado por nós. Ambas as causas serão investigadas por nós no futuro.



# **STUDY OF MODELS AND INITIAL CONDITIONS OF A PRIORI GENERATION OF SPACE DEBRIS AND THEIR ORBITAL PROPAGATION**

## **ABSTRACT**

Currently, it is estimated that there are hundreds of thousands of space debris, of various sizes, around the Earth. The space debris, also known as orbital debris, can remain in orbit with other bodies for a long time; and can cause risks of collision, including with space vehicles still in operation. In addition, there are risks of potential accidents by reentry of space debris in Earth's atmosphere. For this reason, the space debris are becoming an increasingly important field of study. This work aims to study models and initial conditions of a priori generation of space debris and their orbital propagation. To do this, it uses: 1) three models and initial conditions of the a priori generation of space debris (the deterministic model of explosion, the probabilistic model of fragmentation, and the deterministic and probabilistic model of collision); 2) two methods of orbital propagation of space debris (the analytical method of propagation with central gravitational field (keplerian) and the analytical method of propagating with non-central gravitational field (non-keplerian) which includes the effects of J<sub>2</sub>). In this study it was possible: 1) to observe and to interpret basic characteristics of the process of a priori generation of space debris and their orbital propagation; 2) to test simple analytical models for the a priori generation and orbital propagation of artificial space debris; 3) to apply the simple models in the case of the destruction of the Chinese weather satellite Fengyun – 1C, using the limited data available; 4) to compare the models and methods used. The results suggest that the used models qualitatively agree in center but not in scattering with the estimative of space debris distribution of the Chinese weather satellite Fengyun - 1C available in the literature, one minute and fifty seconds after its fragmentation. But the used models qualitatively agree in center and in scattering with the estimative of space debris distribution of Chinese weather satellite Fengyun - 1C available in the literature, two hours, thirty one minutes and fifty seconds after its fragmentation. This may be: 1) a result of deficiencies in modeling atmospheric drag effects used in the retrograde propagation and a posteriori generation of the first estimative, as explained by its author; and/or 2) due to one or more sequences of collisions, explosions, and fragmentations, where order and species import, as conjectured by us. Both causes will be investigated by us in the future.





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 2.1 – Satélite Sputnik. ....	7
Figura 2.2 – Objetos Espaciais em Órbitas Terrestres Baixas. ....	9
Figura 2.3 – Objetos Espaciais em Órbitas Geossíncronas. ....	10
Figura 2.4 – Objetos Espaciais nas Regiões das Órbitas Terrestres Baixas e Órbitas Geossíncronas. ....	11
Figura 2.5 – Ilustração da Explosão de um Objeto em Órbita. ....	12
Figura 2.6 – Foguete Thor-Ablestar Antes da Explosão. ....	13
Figura 2.7 – Foguete Pegasus. ....	14
Figura 2.8 – Lançamento do Foguete Próton. ....	15
Figura 2.9 – Ilustração do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Antes da Destruição. ....	16
Figura 2.10 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Um Minuto e Cinquenta Segundos Após a sua Destruição. ....	17
Figura 2.11 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Cinco Minutos Após a sua Destruição. ....	18
Figura 2.12 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Seis Minutos e Cinquenta Segundos Após a sua Destruição. ....	19
Figura 2.13 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinquenta Segundos após a Destruição do Satélite (em 12 de Janeiro de 2007 às 00:58 UTC). ....	20
Figura 2.14 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun-1C (Pontos Vermelhos) e Satélites em Órbitas Terrestres Baixas (Pontos Verdes). ....	21
Figura 2.15 – Satélite P78-1 Antes da Destruição. ....	22
Figura 2.16 – Míssil Anti-Satélite (ASM-135 ASAT). ....	22

Figura 2.17 – Lançamento do Míssil SM-3 usado para destruir o satélite USA-193.....	23
Figura 2.18 – Antena do Telescópio Hubble.....	24
Figura 2.19 – Ilustração da colisão do satélite Cerise com o fragmento do foguete Ariane.....	25
Figura 2.20 – Lottie Williams e o Detrito que a Atingiu.....	26
Figura 2.21 – Painel Solar do Telescópio Espacial Hubble.....	27
Figura 2.22 – Réplica de um Satélite Iridium.....	28
Figura 2.23 – Órbitas dos Satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 em Instantes Anteriores a Colisão.....	29
Figura 2.24 – Detritos Resultantes da Colisão dos Satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 dez minutos após a colisão.....	30
Figura 2.25 – Detritos Resultantes da Colisão dos satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 cento e oitenta minutos após a colisão.....	31
Figura 2.26 – Constelação de Satélites Iridium e Detritos resultantes da Colisão.....	32
Figura 2.27 – Tanque de Aço Inoxidável do Segundo Estágio do Foguete Delta 2, encontrado perto de Georgetown, Texas.....	33
Figura 2.28 – Esfera de Pressão do Segundo Estágio do Foguete Delta 2, encontrado em Seguin, Texas.....	34
Figura 2.29 – Câmara de Propulsão encontrada no Texas.....	34
Figura 2.30 – Tanque de Propelente do Segundo Estágio do Foguete Delta, encontrado perto de Cape Town, África do Sul.....	35
Figura 2.31 – Motor de Titânio do Terceiro Estágio do Foguete Delta 2.....	36
Figura 2.32 – Esfera encontrada na África do Sul.....	37
Figura 2.33 – Ilustração da Geometria de Colisão no Caso em que o Módulo da Velocidade do Satélite (Corpo Principal) $v_t =  v_t $ é Menor que o Módulo da Velocidade do Detrito $v_d =  v_d $ .....	39
Figura 2.34 – Ilustração da Geometria de Colisão no Caso em que o Módulo da Velocidade do Satélite (Corpo Principal) $v_t =  v_t $ é Maior que o Módulo da Velocidade do Detrito $v_d =  v_d $ .....	39

Figura 3.1 – Satélite Modelado como um Disco de Raio $r$ .	45
Figura 3.2 – Posições dos Detritos Resultantes da Explosão da Borda do Disco ( $x_b, y_b$ ).	46
Figura 3.3 – Posições dos Detritos Resultantes da Explosão do Interior do Disco ( $x_c, y_c$ ).	47
Figura 3.4 – Ilustração do Satélite Modelado como um Disco.	48
Figura 3.5 – Ilustração das Componentes Radiais e Transversais das Velocidades dos detritos.	50
Figura 3.6 – Fluxograma do Modelo Determinístico de Explosão.	53
Figura 3.7 – Fluxograma do Modelo Probabilístico de Fragmentação.	56
Figura 3.8 – Plano de Colisão.	59
Figura 3.9 – Fluxograma da Simulação da Velocidade do Corpo 2.	65
Figura 3.10 – Fluxograma do Teste para Verificar se Ocorre o Choque.	66
Figura 3.11 – Fluxograma da Modelagem do Choque.	67
Figura 3.12 – Fluxograma da Modelagem das Posições e Velocidades dos Detritos Resultantes do Choque.	68
Figura 3.13 – Fluxograma da Simulação das Posições e das Velocidades dos Detritos Resultantes do Choque a Partir das Posições e das Velocidades dos Corpos 1 e 2 Antes do Choque.	69
Figura 3.14 – Vetor Momento Angular.	75
Figura 3.15 – Vetor $\vec{\Omega}$ .	75
Figura 3.16 – Longitude Verdadeira.	77
Figura 3.17 – Fluxograma do Método de Propagação Kepleriano.	81
Figura 3.16 – Fluxograma do Método de Propagação Não Kepleriano.	84
Figura 4.1 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m no instante $2P_{\text{sat}}$ .	89
Figura 4.2 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m.	90
Figura 4.3 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m no instante $2P_{\text{sat}}$ .	91

Figura 4.4 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m. ....	92
Figura 4.5 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m no instante $2P_{sat}$ . ....	94
Figura 4.6 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m. ....	95
Figura 4.7 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m no instante $2P_{sat}$ . ....	96
Figura 4.8 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m. ....	97
Figura 4.9 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	99
Figura 4.10 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s. ....	100
Figura 4.11 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	101
Figura 4.12 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s. ....	102
Figura 4.13 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	104
Figura 4.14 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s. ....	105
Figura 4.15 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	106
Figura 4.16 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s. ....	107
Figura 4.17 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	109
Figura 4.18 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	110

Figura 4.19 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	111
Figura 4.20 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	112
Figura 4.21 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	113
Figura 4.22 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS =1 e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	114
Figura 4.23 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	115
Figura 4.24 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS =0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	116
Figura 4.25 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	117
Figura 4.26 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	118
Figura 4.27 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	119
Figura 4.28 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	120
Figura 4.29 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	121
Figura 4.30 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS =1 e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	122
Figura 4.31 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	123
Figura 4.32 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS =0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	124
Figura 4.33 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ .....	126

Figura 4.34 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	127
Figura 4.35 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	128
Figura 4.36 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	129
Figura 4.37 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ , $CS = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	130
Figura 4.38 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ , $CS = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	131
Figura 4.39 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ , $CS = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	132
Figura 4.40 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ , $CS = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s. ....	133
Figura 4.41 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	134
Figura 4.42 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	135
Figura 4.43 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	136
Figura 4.44 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	137
Figura 4.45 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ , $CS = 1$ e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	138
Figura 4.46 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 1$ , $CS = 1$ e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	139
Figura 4.47 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ , $CS = 0,5$ e $\sigma_v = 100$ m/s no instante $2P_{sat}$ . ....	140
Figura 4.48 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ , $CS = 0,5$ e $\sigma_v = 100$ m/s. ....	141

Figura 4.49 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Um Minuto e Cinquenta Segundos Após a sua Destruição.....	144
Figura 4.50 – Nuvem de Detritos Um Minuto e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de lado. ....	144
Figura 4.51 – Nuvem de Detritos Um Minuto e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de topo.....	145
Figura 4.52 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinquenta Segundos após a Destruição do Satélite (em 12 de Janeiro de 2007 às 00:58 UTC).....	146
Figura 4.53 – Nuvem de Detritos Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de lado. ....	146
Figura 4.54 – Nuvem de Detritos Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de topo.....	147
Figura A.1 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ . ....	162
Figura A.2 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $0,4P_{sat}, 0,5P_{sat}, 0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	163
Figura A.3 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $0,8P_{sat}, 0,9P_{sat}, P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	164
Figura A.4 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $1,2P_{sat}, 1,3P_{sat}, 1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	165

Figura A.5 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	166
Figura A.6 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	168
Figura A.7 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	169
Figura A.8 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	170
Figura A.9 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	171
Figura A.10 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	172
Figura A.11 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	174
Figura A.12 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	175
Figura A.13 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	176
Figura A.14 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	177
Figura A.15 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 100$ e $r = 1,5$ m nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	178
Figura A.16 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	180
Figura A.17 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	181
Figura A.18 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	182
Figura A.19 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	183



Figura A.20 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros $\beta = 200$ e $r = 3$ m nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	184
Figura A.21 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	186
Figura A.22 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	187
Figura A.23 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	188
Figura A.24 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	189
Figura A.25 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	190
Figura A.26 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	192
Figura A.27 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	193
Figura A.28 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	194
Figura A.29 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	195
Figura A.30 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	196
Figura A.31 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	198
Figura A.32 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	199
Figura A.33 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	200
Figura A.34 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	201

Figura A.35 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	202
Figura A.36 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	204
Figura A.37 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	205
Figura A.38 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	206
Figura A.39 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	207
Figura A.40 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	208
Figura A.41 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	210
Figura A.42 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	211
Figura A.43 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	212
Figura A.44 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	213
Figura A.45 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 1$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	214
Figura A.46 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	216
Figura A.47 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	217
Figura A.48 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	218
Figura A.49 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros $CR = 0,5$ e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	219

Figura A.50 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	220
Figura 4.61 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	222
Figura A.52 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	223
Figura A.53 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	224
Figura A.54 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	225
Figura A.55 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	226
Figura A.56 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	228
Figura A.57 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ ... ..	229
Figura A.58 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	230
Figura A.59 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ ... ..	231
Figura A.60 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	232
Figura A.61 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	234
Figura A.62 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	235
Figura A.63 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	236

Figura A.64 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	237
Figura A.65 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	238
Figura A.66 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	240
Figura A.67 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	241
Figura A.68 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	242
Figura A.69 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	243
Figura A.70 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	244
Figura A.71 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	246
Figura A.72 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ ....	247
Figura A.73 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	248
Figura A.74 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ ....	249
Figura A.75 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	250
Figura A.76 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	252
Figura A.77 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	253
Figura A.78 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	254

Figura A.79 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .	255
Figura A.80 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .	256
Figura A.81 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .	258
Figura A.82 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .	259
Figura A.83 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .	260
Figura A.84 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .	261
Figura A.85 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .	262
Figura A.86 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .	264
Figura A.87 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .	265
Figura A.88 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .	266
Figura A.89 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .	267
Figura A.90 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .	268
Figura A.91 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .	270
Figura A.92 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .	271
Figura A.93 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .	272

Figura A.94 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	273
Figura A.95 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	274
Figura A.96 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	276
Figura A.97 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	277
Figura A.98 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	278
Figura A.99 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	279
Figura A.100 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	280
Figura A.101 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	282
Figura A.102 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	283
Figura A.103 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	284
Figura A.104 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	285
Figura A.105 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	286
Figura A.106 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes 0, $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	288
Figura A.107 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	289

Figura A.108 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	290
Figura A.109 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	291
Figura A.110 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	292
Figura A.111 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	294
Figura A.112 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ ....	295
Figura A.113 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	296
Figura A.114 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ ....	297
Figura A.115 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 1, CS = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	298
Figura A.116 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0$ , $0,1P_{sat}$ , $0,2P_{sat}$ e $0,3P_{sat}$ .....	300
Figura A.117 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,4P_{sat}$ , $0,5P_{sat}$ , $0,6P_{sat}$ e $0,7P_{sat}$ .....	301
Figura A.118 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $0,8P_{sat}$ , $0,9P_{sat}$ , $P_{sat}$ e $1,1P_{sat}$ .....	302
Figura A.119 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,2P_{sat}$ , $1,3P_{sat}$ , $1,4P_{sat}$ e $1,5P_{sat}$ .....	303
Figura A.120 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros CR = 0,5, CS = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s nos instantes $1,6P_{sat}$ , $1,7P_{sat}$ , $1,8P_{sat}$ , $1,9P_{sat}$ e $2P_{sat}$ .....	304





## LISTA DE TABELAS

	<b><u>Pág.</u></b>
Tabela 4.1 – Tabela de Casos usados nas Simulações.....	85
Tabela 4.2 – Dados Disponíveis do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C. ....	86
Tabela 4.3 – Dados não Disponíveis do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C.....	87
Tabela 4.4 – Dados não Disponíveis do Míssil que Atingiu o Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C.....	87
Tabela 4.5 – Dados não Disponíveis dos Modelos de Explosão, de Fragmentação e de Colisão. ....	87



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AFSPC	Air Force Space Command
ASAT	Anti-Satellite Weapon (Arma Anti-Satélite)
BBC	British Broadcasting Corporation
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPQ	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EUA	Estados Unidos da América
GB	Gigabyte
GPS	Global Positioning System (Sistema de Posicionamento Global)
IADC	Inter-Agency Space Debris Coordination Committee
ISS	International Space Station (Estação Espacial Internacional)
J2	Coeficiente Zonal devido ao Achatamento da Terra
MATLAB	Matrix Laboratory
NASA	National Aeronautics and Space Administration (Administração Nacional de Aeronáutica e Espaço)
NORAD	North American Aerospace Defense Command
RAM	Random Access Memory
TLE	Two Line Element
UTC	Universal Time Coordinated (Tempo Universal Coordenado)



## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_i$	Semi-eixo maior do $i$ -ésimo detrito
CR	Coeficiente de restituição
CS	Coeficiente de cisalhamento
D	Distância
e	Excentricidade
$e_i$	Excentricidade do $i$ -ésimo detrito
$f_i$	Anomalia verdadeira do $i$ -ésimo detrito
$G_{1,N}(0,1)$	Variável aleatória gaussiana de dimensão $1 \times N$
$G_{N_1,1}(0,1)$	Variável aleatória gaussiana de dimensão $1 \times N_1$
$G_{N_2,1}(0,1)$	Variável aleatória gaussiana de dimensão $1 \times N_2$
$G_{3,1}(0,1)$	Variável aleatória gaussiana de dimensão $3 \times 1$
$h_i$	Módulo do vetor momento angular do $i$ -ésimo detrito
$\vec{h}_i$	Vetor momento angular do $i$ -ésimo detrito
$h_{x,i}$	Componente x do vetor momento angular do $i$ -ésimo detrito
$h_{y,i}$	Componente y do vetor momento angular do $i$ -ésimo detrito
$h_{z,i}$	Componente z do vetor momento angular do $i$ -ésimo detrito
$i_i$	Inclinação da órbita do $i$ -ésimo detrito
$\hat{i}$	Versor na direção do eixo x do plano de coordenadas inerciais
$\hat{j}$	Versor na direção do eixo y do plano de coordenadas inerciais
$\hat{k}$	Versor na direção do eixo z do plano de coordenadas inerciais
$n_{fig}$	Número de figuras
$m_1$	Massa do corpo 1
$m_2$	Massa do corpo 2
$M_{0,i}$	Anomalia média inicial do $i$ -ésimo detrito
$M_i(t)$	Anomalia média do $i$ -ésimo detrito no instante t

$\hat{n}$	Versor perpendicular a uma das velocidades dos corpos em rota de colisão e ao versor $\hat{x}$
$\hat{n}_x$	Componente x do versor $\hat{n}$
$\hat{n}_y$	Componente y do versor $\hat{n}$
$\hat{n}_z$	Componente z do versor $\hat{n}$
$n_i$	Velocidade angular, também conhecida como movimento médio do i-ésimo detrito
$\bar{n}_i$	Movimento médio do i-ésimo detrito devido ao J2
$N$	Número de fragmentos
$N_1$	Número de fragmentos resultantes da fragmentação do corpo 1
$N_2$	Número de fragmentos resultantes da fragmentação do corpo 2
$N_{\text{borda}}$	Número de fragmentos resultantes da explosão da borda do disco
$N_{\text{interior}}$	Número de fragmentos resultantes da explosão do interior do disco.
$P_{\text{prop}}$	Período de propagação
$r$	Raio do satélite
$r_1$	Raio do corpo 1 (satélite)
$r_2$	Raio do corpo 2 (satélite ou detrito)
$r_{Di}$	Raio aleatório do satélite de modo que $0 < r_i \leq r$ utilizado para calcular as posições dos detritos
$\vec{r}_0$	Posição do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$\vec{r}_b$	Posição do detrito resultante da explosão da borda do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$\vec{r}_c$	Posição do detrito resultante da explosão do interior do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital

$\vec{r}_i$	Posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital
$r_i$	Módulo da posição do i-ésimo detrito
$\dot{r}_i$	Velocidade radial do i-ésimo detrito
$R_T$	Raio da Terra
$\vec{R}_0$	Posição do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_{\text{choque1}^-}$	Posição do corpo 1 que está em rota de colisão no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_{\text{choque1}^+}$	Posição do corpo 1 que está em rota de colisão no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_{\text{choque2}^-}$	Posição do corpo 2 que está em rota de colisão no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_{\text{choque2}^+}$	Posição do corpo 2 que está em rota de colisão no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_i$	Posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_i^+$	Posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais após um incremento de tempo
$\vec{R}_{1,j}$	Posição do j-ésimo detrito resultante da fragmentação do corpo 1 no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{R}_{2,k}$	Posição do k-ésimo detrito resultante da fragmentação do corpo 2 no sistema de coordenadas inerciais
$R_{x,i}(\hat{i}_i)$	Matriz de rotação do ângulo $i_i$ em torno do eixo x
$R_{z,i}(\Omega_i)$	Matriz de rotação do ângulo $\Omega_i$ em torno do eixo z

$R(i, \Omega, \omega)$	Matriz de rotação que transforma as coordenadas do plano orbital para o sistema de coordenadas inerciais
$t$	Tempo
$t_0$	Tempo inicial
$u_i$	Anomalia excêntrica do i-ésimo detrito
$\dot{u}_i$	Derivada temporal da anomalia excêntrica do i-ésimo detrito
$u_i^+$	Anomalia excêntrica do i-ésimo detrito após um incremento de tempo
$v_{x_0}$	Componente x do vetor velocidade do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_{x_b}$	Componente x do vetor velocidade do detrito resultante da explosão da borda do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_{x_c}$	Componente x do vetor velocidade do detrito resultante da explosão do interior do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_{y_0}$	Componente y do vetor posição do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_{y_b}$	Componente y do vetor velocidade do detrito resultante da explosão da borda do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_{y_c}$	Componente y do vetor velocidade do detrito resultante da explosão do interior do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_\omega$	Velocidade de rotação do satélite
$\vec{v}_0$	Vetor velocidade do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital



$\vec{v}_b$	Vetor velocidade do detrito resultante da explosão da borda do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$\vec{v}_c$	Vetor velocidade do detrito resultante da explosão do interior do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$\vec{v}_i$	Vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital
$v_i$	Módulo da velocidade do i-ésimo detrito
$\vec{V}_0$	Vetor velocidade do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{V}_{\text{choque1}^-}$	Vetor velocidade do corpo 1 que está em rota de colisão no instante imediatamente anterior ao choque no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{V}_{\text{choque1}^+}$	Vetor velocidade do corpo 1 que está em rota de colisão no instante imediatamente posterior ao choque no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{V}_{\text{choque2}^-}$	Vetor velocidade do corpo 2 que está em rota de colisão no instante imediatamente anterior ao choque no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{V}_{\text{choque2}^+}$	Vetor velocidade do corpo 2 que está em rota de colisão no instante imediatamente posterior ao choque no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{V}_i$	Vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$\vec{V}_i^+$	Vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais após um incremento de tempo
$\vec{V}_{1,j}$	Vetor velocidade do j-ésimo detrito resultante da fragmentação do corpo 1 no sistema de coordenadas inerciais

$\vec{V}_{2,k}$	Velocidade do k-ésimo detrito resultante da fragmentação do corpo 2 no sistema de coordenadas inerciais
$\hat{x}$	Versor coincidente com o vetor que une os centros de massa dos corpos em rotas de colisão
$\hat{x}_x$	Componente x do versor $\hat{x}$
$\hat{x}_y$	Componente y do versor $\hat{x}$
$\hat{x}_z$	Componente z do versor $\hat{x}$
$x_0$	Componente x do vetor posição do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$x_b$	Componente x do vetor posição do detrito resultante da explosão da borda do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$x_c$	Componente x do vetor posição do detrito resultante da explosão do interior do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$x_i$	Componente x do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital
$x_i^+$	Componente x do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital após um incremento de tempo
$\dot{x}_i^+$	Componente x do vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital
$xy$	Plano de Colisão
$X_i$	Componente x do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$\dot{X}_i$	Componente x do vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$X_i''$	Componente x do vetor $\vec{V}_i''$

$\vec{X}'_i$	Vetor posição do i-ésimo detrito após uma rotação do ângulo $\Omega_i$ em torno do eixo z
$\vec{X}''_i$	Vetor posição do i-ésimo detrito após uma rotação do ângulo $i_i$ em torno do eixo x
$\hat{y}$	Versor perpendicular ao versor $\hat{x}$ e ao versor $\hat{n}$ simultaneamente
$y_0$	Componente y do vetor posição do satélite no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$y_b$	Componente y do vetor posição do detrito resultante da explosão da borda do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$y_c$	Componente y do vetor posição do detrito resultante da explosão do interior do disco no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano orbital
$y_i$	Componente y do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital
$y_i^+$	Componente y do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital após um incremento de tempo
$\dot{y}_i^+$	Componente y do vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital após um incremento de tempo
$Y_i$	Componente y do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$\dot{Y}_i$	Componente y do vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$Y_i''$	Componente y do vetor $\vec{X}''_i$
$z_i^+$	Componente z do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital após um incremento de tempo

$\dot{z}_i^+$	Componente z do vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas do plano orbital após um incremento de tempo
$Z_i$	Componente z do vetor posição do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$\dot{Z}_i$	Componente z do vetor velocidade do i-ésimo detrito no sistema de coordenadas inerciais
$Z_i''$	Componente z do vetor $\bar{R}_i''$
$\alpha_{\text{borda}}$	Ângulos aleatórios utilizados para calcular as posições dos detritos que estavam na borda do disco no modelo determinístico de explosão
$\alpha_{\text{centro}}$	ângulos aleatórios utilizados para calcular as posições dos detritos que estavam no interior do disco no modelo determinístico de explosão
$\beta$	Gradiente de explosão
$\Delta\vec{v}_i$	Incremento das velocidades dos detritos
$\Delta\vec{v}$	Incremento de velocidade
$\Delta\vec{v}_1$	Incremento das velocidades dos detritos resultantes da fragmentação do corpo 1
$\Delta\vec{v}_2$	Incremento das velocidades dos detritos resultantes da fragmentação do corpo 2
$\Delta\vec{v}_{1,i}$	Incremento da velocidade do i-ésimo detrito resultantes da fragmentação do corpo 1
$\Delta\vec{v}_{1,j}$	Incremento da velocidade do j-ésimo detrito resultantes da fragmentação do corpo 1
$\Delta\vec{v}_{2,k}$	Incremento da velocidade do k-ésimo detrito resultantes da fragmentação do corpo 2
$\mu$	Constante geo-gravitacional

$\vec{v}_{1-}$	Vetor velocidade do corpo 1 no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano de colisão
$\vec{v}_{1+}$	Vetor velocidade do corpo 1 no instante imediatamente posterior a colisão no plano de colisão
$\vec{v}_{2-}$	Vetor velocidade do corpo 2 no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano de colisão
$\vec{v}_{2+}$	Vetor velocidade do corpo 2 no instante imediatamente posterior a colisão no plano de colisão
$v_{1-,x}$	Componente x do vetor velocidade do corpo 1 no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano de colisão
$v_{1+,x}$	Componente x do vetor velocidade do corpo 1 no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano de colisão
$v_{1-,y}$	Componente y do vetor velocidade do corpo 1 no instante imediatamente anterior a colisão no sistema de coordenadas do plano de colisão
$v_{1+,y}$	Componente y do vetor velocidade do corpo 1 no instante imediatamente posterior a colisão no sistema de coordenadas do plano de colisão
$v_i$	Longitude verdadeira do i-ésimo detrito
$\sigma_{\vec{R}}$	Desvio padrão da posição
$\sigma_v$	Desvio padrão da velocidade
$\sigma_{v1}$	Desvio padrão da velocidade do corpo 1
$\sigma_{v2}$	Desvio padrão da velocidade do corpo 2
$\omega_i$	Argumento do perigeu do i-ésimo detrito
$\dot{\omega}_i$	Taxa de variação do argumento do perigeu do i-ésimo detrito
$\omega_{0,i}$	Argumento do perigeu inicial do i-ésimo detrito

$\omega_i(t)$	Argumento do perigeu do i-ésimo detrito no instante t
$\Omega_i$	Ascensão reta do nodo ascendente do i-ésimo detrito
$\Omega_{0,i}$	Ascensão reta do nodo ascendente inicial do i-ésimo detrito
$\Omega_i(t)$	Ascensão reta do nodo ascendente do i-ésimo detrito no instante t
$\dot{\Omega}_i$	Taxa de variação da ascensão reta do nodo ascendente do i-ésimo detrito
$\vec{\Omega}_i$	Vetor com origem no centro da Terra e passando pela linha dos nodos do i-ésimo detrito
$\Omega_{x,i}$	Componente x do vetor $\vec{\Omega}_i$
$\Omega_{y,i}$	Componente y do vetor $\vec{\Omega}_i$

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos .....	2
1.2. Motivação e Justificativa.....	2
1.3. Organização do Trabalho.....	4
<b>2 CONCEITOS BÁSICOS E REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>7</b>
2.1. Detritos Espaciais Artificiais .....	7
2.2. Geração de Detritos Espaciais Artificiais .....	12
2.2.1. Explosões de Objetos em Órbita.....	13
2.2.2. Teste de Armas Anti-Satélite (ASAT) .....	16
2.3. Colisões de Satélites com Detritos Espaciais Artificiais .....	24
2.3.1. Colisão entre os satélites Iridium 33 e o Cosmos 2251.....	27
2.4. Casos de Detritos Artificiais que Reentraram na Atmosfera Terrestre.....	32
2.5. Tipos de Geração e Propagação .....	37
2.6. Modelos e Condições Iniciais da Geração a Priori de Detritos Espaciais Artificiais .....	38
2.7. Métodos de Propagação do Movimento Orbital de Detritos Espaciais.....	40
<b>3 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO .....</b>	<b>43</b>
3.1. Modelos e Condições Iniciais da Geração a Priori de Detritos Artificiais.....	43
3.1.1. Modelo Determinístico de Explosão .....	43
3.1.1.1. Metodologia.....	44
3.1.1.2. Modelo Matemático.....	44
3.1.1.3. Modelo de Simulação .....	52
3.1.2. Modelo Probabilístico de Fragmentação .....	53
3.1.2.1. Metodologia.....	54
3.1.2.2. Modelo Matemático.....	54

3.1.2.3. Modelo de Simulação .....	55
3.1.3. Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão.....	56
3.1.3.1. Metodologia.....	57
3.1.3.2. Modelo Matemático.....	57
3.1.3.3. Modelo de Simulação .....	64
3.1.3.4. Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão utilizando o Coeficiente de Cisalhamento .....	70
3.2. Métodos de Propagação do Movimento Orbital de Detritos Espaciais.....	70
3.2.1. Propagação Kepleriana .....	71
3.2.1.1. Metodologia.....	71
3.2.1.2. Modelo Matemático.....	71
3.2.1.3. Modelo de Simulação .....	80
3.2.2. Propagação Não – Kepleriana .....	81
3.2.2.1. Metodologia.....	81
3.2.2.2. Modelo Matemático.....	82
3.2.2.3. Modelo de Simulação .....	83
4 RESULTADOS E SIMULAÇÕES.....	85
4.1. 1º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano) .....	88
4.1.1. Simulação 1 .....	88
4.1.2. Simulação 2.....	90
4.2. 2º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano).....	93
4.2.1. Simulação 1 .....	93
4.2.2. Simulação 2.....	95
4.3. 3º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano) .....	98



4.3.1. Simulação 1 .....	98
4.3.2. Simulação 2.....	100
4.4. 4º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano).....	103
4.4.1. Simulação 1 .....	103
4.4.2. Simulação 2.....	105
4.5. 5º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)....	108
4.5.1. Simulação 1 .....	108
4.5.2. Simulação 2.....	110
4.5.3. Simulação 3.....	112
4.5.4. Simulação 4.....	114
4.5.5. Simulação 5.....	116
4.5.6. Simulação 6.....	118
4.5.7. Simulação 7.....	120
4.5.8. Simulação 8.....	122
4.6. 6º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano).....	125
4.6.1. Simulação 1 .....	125
4.6.2. Simulação 2.....	127
4.6.3. Simulação 3.....	129
4.6.4. Simulação 4.....	131
4.6.5. Simulação 5.....	133
4.6.6. Simulação 6.....	135
4.6.7. Simulação 7.....	137
4.6.8. Simulação 8.....	139

4.7. Comparação dos Modelos de Geração e dos Métodos de Propagação de Detritos Espaciais Artificiais .....	142
<b>5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>149</b>
5.1. Conclusões .....	149
5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros.....	151
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>155</b>
<b>APÊNDICE A – SIMULAÇÕES .....</b>	<b>161</b>
A.1. 1º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano) .....	161
A.2. 2º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano).....	173
A.3. 3º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano) .....	185
A.4. 4º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano).....	197
A.5. 5º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano).....	209
A.6. 6º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano).....	257

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente estima-se que existam centenas de milhares de detritos espaciais, dos mais variados tamanhos, girando em torno da Terra. Esses detritos são de origem natural ou artificial. Os detritos espaciais naturais resultam-se de fragmentações, aglomerações, desprendimentos, capturas, etc., de corpos naturais como meteoróides, asteróides, etc. Os detritos espaciais artificiais resultam-se de desmembramentos, fragmentações, explosões, colisões, etc., de veículos lançados ao espaço.

Uma fonte de detritos espaciais artificiais é o desmembramento de foguetes, satélites ou plataformas espaciais que permaneceram em órbita, como lixo espacial, depois de se tornarem inativos; e podem ser desde uma chave de fenda perdida durante consertos espaciais até a própria estrutura de um satélite.

Outras fontes de detritos espaciais artificiais são a súbita fragmentação ou mesmo a explosão de satélites. Estas fragmentações ou explosões e os detritos resultantes são registrados pelo órgão americano NORAD que mantém uma base de dados de rastreamento de trajetórias de objetos em órbita em torno do globo terrestre.

Os detritos espaciais, também conhecidos como detritos orbitais, podem permanecer em órbitas compartilhadas por outros corpos por um longo tempo e assim causar riscos de colisões, inclusive com veículos espaciais ainda em funcionamento. Além disso, há os riscos de possíveis acidentes pela entrada de detritos espaciais na atmosfera terrestre. Por essa razão, os detritos espaciais estão se tornando cada vez mais um importante campo de estudo.

Doravante quando nos referirmos ao termo detritos espaciais estamos nos referindo a detritos espaciais artificiais.

## **1.1.Objetivos**

O objetivo deste trabalho é estudar modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais e sua propagação orbital. Para tanto:

- 1) Revisam-se a literatura sobre modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais e métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais.
- 2) Selecionam-se três modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais (o modelo probabilístico de fragmentação, o modelo determinístico de explosão e o modelo determinístico e probabilístico de colisão) e dois métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais (o método analítico de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método analítico de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano) que inclui os efeitos do J<sub>2</sub>) de detritos espaciais visando investigar seus eventos orbitais.
- 3) Modelam-se e simulam-se três modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais.
- 4) Modelam-se e simulam-se dois métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais
- 5) Comparam-se os modelos e métodos usados.

## **1.2. Motivação e Justificativa**

O estudo dos detritos espaciais torna-se cada vez mais importante devido: 1) ao crescente número de detritos espaciais artificiais que se encontram em órbita ao redor da Terra; 2) a longa permanência deles em órbitas

compartilhadas por outros corpos por um longo tempo, causando riscos de colisões inclusive com veículos espaciais ainda em funcionamento. Por exemplo:

Em 24 de julho de 1996 ocorreu a primeira colisão documentada entre um satélite artificial e um detrito espacial artificial, atingindo o satélite de reconhecimento militar francês Cerise, que foi danificado. A colisão foi causada por um fragmento já catalogado de um foguete Ariane. (ALBY et alli, 1997 e WIKIPÉDIA, 2010d).

Em 22 de janeiro de 1997, a americana Lottie Williams foi atingida por um detrito espacial artificial. Ela estava em um parque em Tulsa, Oklahoma, quando foi atingida no ombro por um objeto de metal negro de seis polegadas, identificado mais tarde como parte do tanque de combustível de um foguete Delta II. Felizmente Lottie Williams não se feriu com o acidente (WIKIPÉDIA, 2010d).

Em 11 de janeiro de 2007, uma arma anti-satélite (ASAT) chinesa destruiu um satélite meteorológico chinês Fengyun-1C, com massa de 850 kg criando cerca de 2317 pedaços rastreáveis (aproximadamente do tamanho de uma bola de golfe, ou maiores) (WIKIPÉDIA, 2010i).

Em 21 de Fevereiro de 2008, o Pentágono afirmou que um míssil lançado de um navio americano destruiu o satélite espião defeituoso USA-193 (também conhecido como L-21), que estava em rota de colisão com a Terra. O satélite ficou fora de controle logo após ter alcançado a órbita, em 14 de dezembro de 2006. Em janeiro de 2008 sua órbita começou a decair. O governo dos EUA tomou a decisão de derrubar o satélite com base no dano potencial que o choque com a Terra representaria devido ao combustível utilizado para o deslocamento do satélite.

Em 10 de fevereiro de 2009, dois satélites, um militar russo (Cosmos 2251) e outro de comunicação dos Estados Unidos (Iridium 33), colidiram no espaço. A colisão ocorreu cerca de 780 km acima do território da Sibéria, na Rússia, e é a primeira colisão já registrada entre satélites artificiais.

O satélite russo pesava 950 kg e foi colocado em órbita em 16 de junho de 1993, mas estava fora de uso desde 1995, enquanto o satélite Iridium pesava 560 kg, foi lançado em 14 de Novembro de 1997 e estava em funcionamento.

Segundo a NASA, o impacto produziu uma grande nuvem de detritos, que poderia atingir e até destruir outros satélites. Mas, de acordo com a agência americana, o risco para a Estação Espacial Internacional – ISS é pequeno, já que ela orbita a Terra a uma distância de 435 km abaixo da rota da colisão (O GLOBO, 2009).

### **1.3. Organização do Trabalho**

Esse trabalho de Dissertação se divide em cinco Capítulos, com a seguinte abordagem:

- O primeiro Capítulo inclui a introdução, os objetivos, a motivação e justificativa, e a organização do trabalho.
- O segundo Capítulo inclui os conceitos básicos e a revisão da literatura que facilitam o entendimento do que são detritos espaciais artificiais e como são gerados, ilustra casos de colisões envolvendo detritos espaciais, casos em que detritos espaciais artificiais entraram na atmosfera terrestre, os modelos e condições iniciais da geração a priori detritos espaciais e os métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais utilizados neste trabalho.

- O terceiro Capítulo apresenta a metodologia aplicada. Inclui a formulação do problema e a modelagem propriamente dita.
- O quarto Capítulo apresenta as simulações e seus desdobramentos, bem como a discussão e comparação dos resultados.
- O quinto Capítulo inclui a conclusão do trabalho e as sugestões de trabalhos futuros, no intuito de dar continuidade ao mesmo.





## 2 CONCEITOS BÁSICOS E REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1. Detritos Espaciais Artificiais

De acordo com o *Inter-Agency Space Debris Coordination Committee* (IADC), a definição de detritos espaciais artificiais é: “Detritos espaciais são todos os objetos feitos pelo homem, incluindo fragmentos e elementos do mesmo, que estão em órbita ou re-entrando a atmosfera e que não estão em funcionamento” (KLINKRAD, 2006).

Os detritos espaciais artificiais podem ser desde uma chave de fenda perdida durante consertos espaciais até a própria estrutura de um satélite.

O Sputnik foi o primeiro satélite artificial da Terra. Ele foi lançado pela União Soviética em 4 de outubro de 1957. A Figura 2.1 ilustra o satélite Sputnik (WIKIPÉDIA, 2010h).

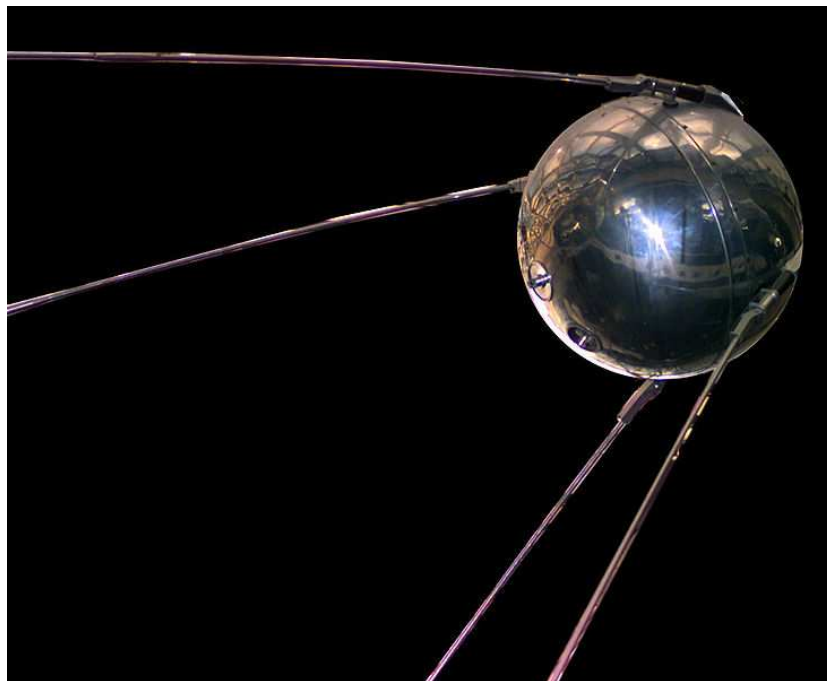


Figura 2.1 – Satélite Sputnik.

Fonte: Wikipédia (2010h).

Entre o lançamento do Sputnik e 1 de Janeiro de 2008, aproximadamente 6000 satélites foram lançados ao espaço. Atualmente estima-se que somente 800 satélites estão em operação – aproximadamente 45 por cento deles se encontram em órbitas baixas terrestres e órbitas geoestacionárias. Estima-se também que cerca de 50 por cento de todos os objetos rastreáveis são resultados de explosões de objetos em órbita (cerca de 200) ou colisões de objetos em órbita (menos que 10) (ESA, 2010).

O primeiro trabalho que recomendou medidas de mitigação de detritos espaciais foi apresentado por Luboř Perek em 1979 sob o título "*Outer Space Activities versus Outer Space*". Em 1977 Donald Kessler e Burton Cour-Palais fizeram a previsão de que, em breve, os detritos espaciais artificiais apresentariam maior risco de colisão em órbitas terrestres baixas do que detritos espaciais naturais. Um ano depois, em 1978, Donald Kessler e Burton Cour-Palais publicaram um trabalho intitulado "*Collision Frequency of Artificial Satellites: The Creation of a Debris Belt*". Eles postularam que em poucas décadas as colisões em órbitas poderiam se tornar a principal fonte de novos detritos espaciais. Em 1990 Donald Kessler investigou o problema em um outro trabalho intitulado "*Collisional Cascading: The Limits of Population Growth in Low-Earth Orbits*" no qual ele descreve o crescimento da população de detritos espaciais artificiais, inicialmente desencadeado pela colisão entre objetos intactos e posteriormente por colisões envolvendo fragmentos (que mais tarde ficou conhecido como "*Kessler Syndrome*"). Sete anos após esta publicação, em Julho de 1996, a primeira colisão entre dois objetos catalogados foi registrada, quando o satélite de reconhecimento militar francês Cerise foi danificado por um fragmento do foguete Ariane o qual explodiu em Novembro de 1986 (KLINKRAD, 2006).

As Figuras 2.2, 2.3 e 2.4 são imagens geradas por computadores que ilustram a concentração de objetos espaciais que estão em órbita da Terra e que estão

sendo monitorados atualmente (os objetos não estão em escala com o planeta). Aproximadamente 95% dos objetos na ilustração são detritos espaciais artificiais (NASA, 2005).

A Figura 2.2 ilustra a região das órbitas terrestres baixas, que é a área com maior concentração de detritos espaciais. Cerca de 70% dos objetos catalogados estão nesta região.

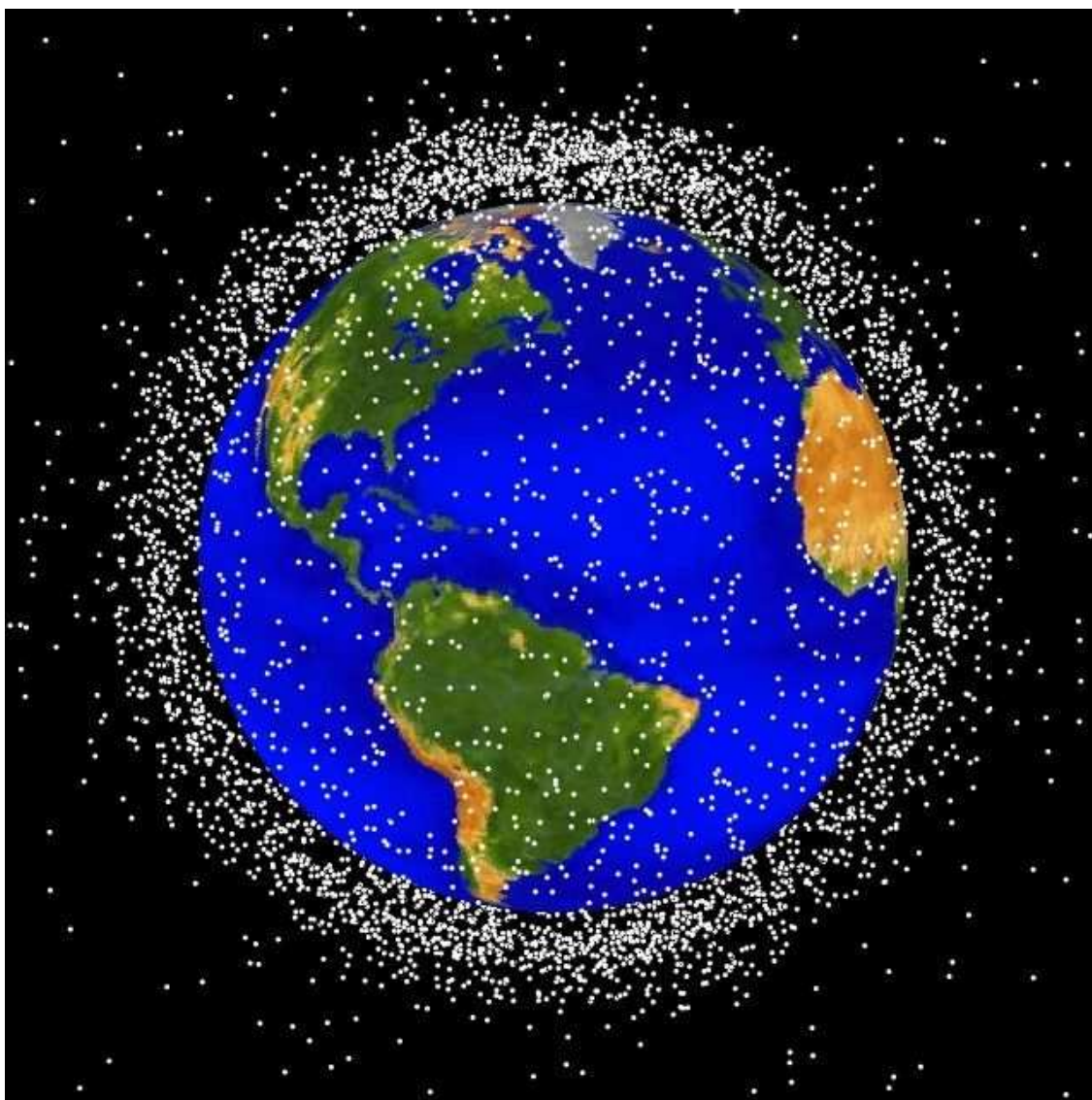


Figura 2.2 – Objetos Espaciais em Órbitas Terrestres Baixas.

Fonte: NASA (2005).

A Figura 2.3 ilustra a população de objetos na região geossíncrona.

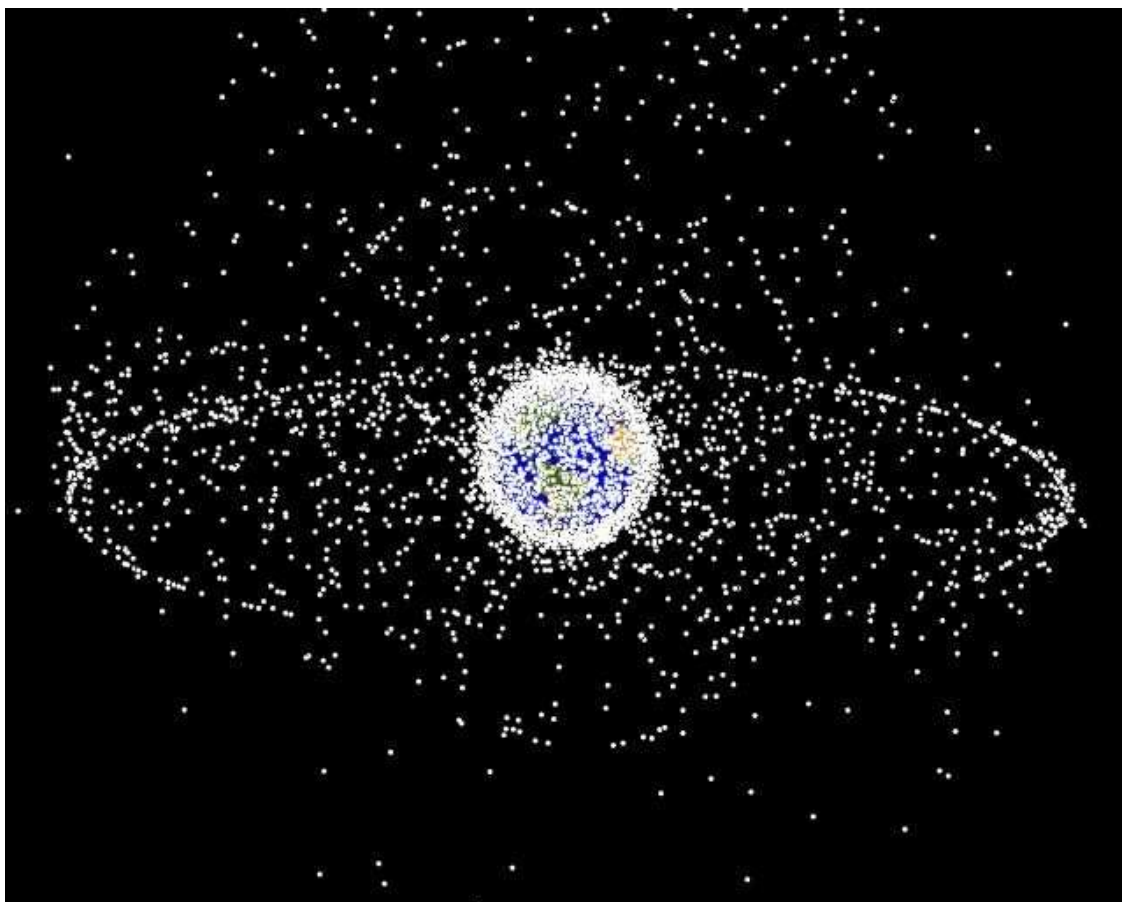


Figura 2.3 – Objetos Espaciais em Órbitas Geossíncronas.

Fonte: NASA (2005).

A Figura 2.4 foi gerada a partir de um ponto acima do Pólo Norte e ela ilustra a concentração de objetos nas regiões das órbitas terrestres baixas e órbitas geossíncronas.

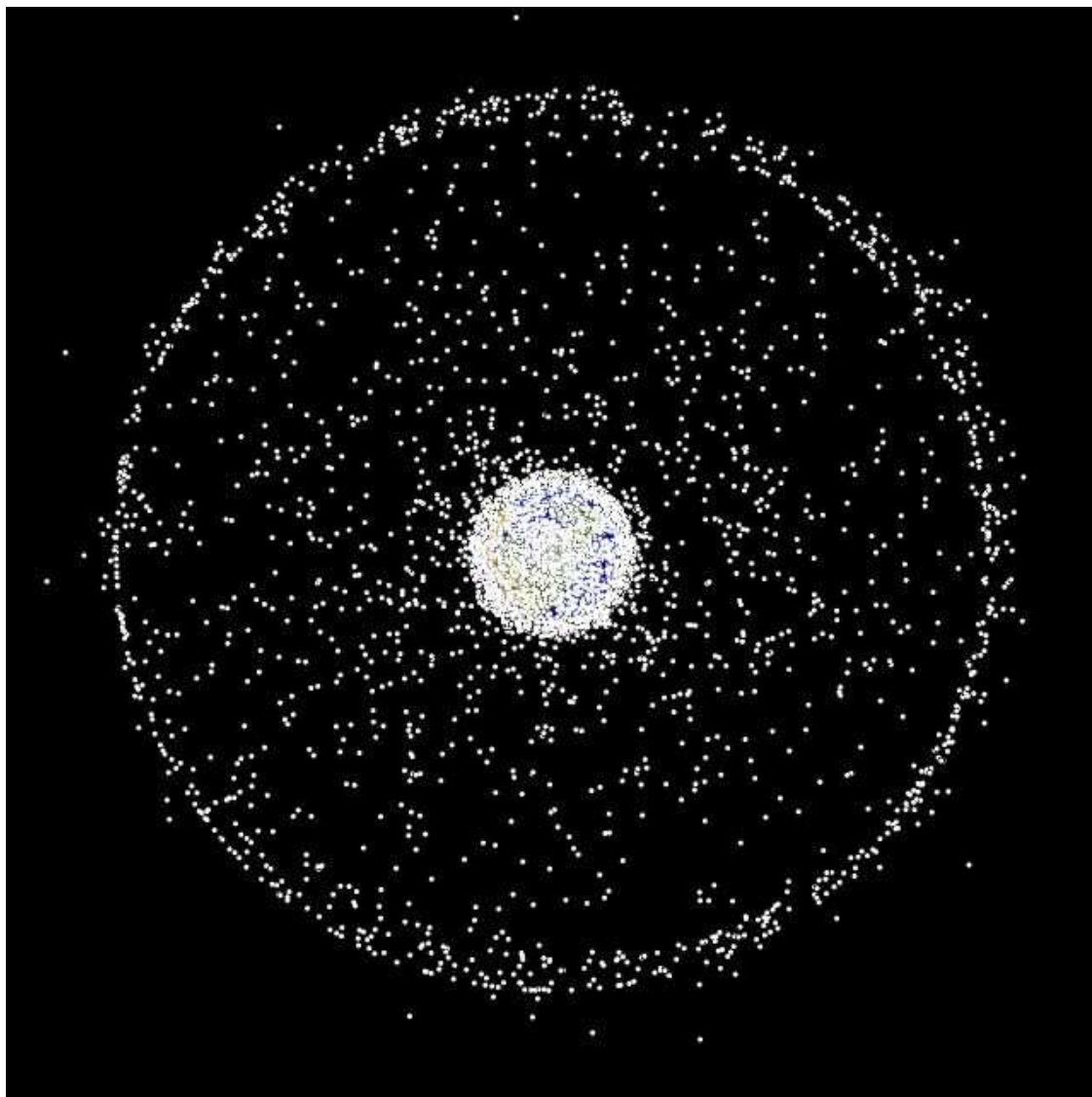


Figura 2.4 – Objetos Espaciais nas Regiões das Órbitas Terrestres Baixas e Órbitas Geossíncronas.

Fonte: NASA (2005).

## 2.2.Geração de Detritos Espaciais Artificiais

Os detritos espaciais artificiais podem ser resultados de desmembramentos de foguetes, satélites ou plataformas espaciais que permaneceram em órbita, como lixo espacial, depois de se tornarem inativos.

Outras fontes de detritos espaciais artificiais são a súbita fragmentação, a colisão, ou mesmo a explosão de satélites como ilustrado na Figura 2.5.



Figura 2.5 – Ilustração da Explosão de um Objeto em Órbita.

Fonte: ESA (2009).

A seguir estão alguns casos de geração de detritos espaciais artificiais, entre eles explosões de objetos em órbita, testes de armas anti-satélite (ASAT) e colisões envolvendo detritos espaciais.

### 2.2.1. Explosões de Objetos em Órbita

A primeira explosão registrada ocorreu em 29 de junho de 1961: o estágio superior do foguete Thor-Ablestar (que foi utilizado para lançar o satélite americano Transit-4A) explodiu. Sua massa era aproximadamente 625 quilogramas, e a explosão gerou no mínimo 298 fragmentos rastreáveis dos quais cerca de 200 permaneceram em órbita durante 40 anos. A Figura 2.6 ilustra o foguete Thor-Ablestar antes da explosão. Essa explosão aumentou o número de objetos espaciais artificiais em pelo menos 3.5 vezes. A partir deste momento os detritos se tornaram a maior parte dos objetos espaciais observáveis, sendo as explosões sua maior fonte (KLINKRAD, 2006).



Figura 2.6 – Foguete Thor-Ablestar Antes da Explosão.

Fonte: Wikipédia (2010e).

Em 1996 ocorreu outro caso de explosão: desta vez, um estágio do foguete Pegasus lançado em 1994 explodiu. A Figura 2.7 ilustra o foguete Pegasus. Esta explosão gerou uma nuvem de 300.000 fragmentos maiores que 4 milímetros de comprimento. Dentre estes, 700 eram grandes o suficiente para serem catalogados. Este evento isoladamente foi capaz de dobrar o risco de colisões com o telescópio espacial Hubble (WIKIPÉDIA, 2010d).



Figura 2.7 – Foguete Pegasus.  
Fonte: Wikipédia (2010f).



Em 19 de fevereiro de 2007, um foguete do tipo Breeze-M, último estágio de um foguete russo Próton, explodiu enquanto orbitava o ocidente da Austrália. O foguete foi lançado em 28 de fevereiro de 2006, carregando um satélite de comunicação Arabsat-4M que seria colocado em uma órbita geoestacionária, mas devido a um mal funcionamento do estágio superior do foguete, o satélite foi colocado em uma órbita errada. A explosão gerou mais de 1.000 pedaços de detritos espaciais rastreáveis. A Figura 2.8 ilustra o foguete Próton no seu lançamento (BBC NEWS, 2007).



Figura 2.8 – Lançamento do Foguete Próton.

Fonte: BBC News (2007).

### 2.2.2. Teste de Armas Anti-Satélite (ASAT)

Em 11 de janeiro de 2007, a China lançou um míssil anti-satélite a uma velocidade de aproximadamente 8 quilômetros por segundo, em direção a um satélite meteorológico chinês (Fengyun – 1C). Este foi destruído. Ele foi lançado em 10 de maio de 1999, sua órbita era polar e sua massa era de aproximadamente 850 quilogramas (WIKIPÉDIA, 2010i e CELESTRAK, 2010).

A Figura 2.9 ilustra o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C antes da destruição.



Figura 2.9 – Ilustração do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Antes da Destruição.

Fonte: Sinodefence.com (2008).

A destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C criou 1600 detritos artificiais rastreáveis (aproximadamente do tamanho de uma bola de golfe, ou maiores); e estima-se que mais de 35.000 detritos com 1 cm ou maiores, e mais de um milhão de detritos com 1 mm ou maiores foram criados (WIKIPÉDIA, 2010d).

Kelso (2007) criou um cenário usando o software *Satellite Tool Kit* (STK) para fazer a propagação retrógrada de todos os dados dos *Two Line Elements*

(TLEs) de detritos do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C até a época do evento (Análise Forense). Como pode ser visto nas Figuras 2.10, 2.12 e 2.13. Na Figura 2.10 podemos observar que os TLEs não foram propagados de volta a um único ponto (“*pinch point*”). De acordo com o Kelso (2007), isto é resultado de deficiências na modelagem dos efeitos do arrasto atmosférico.

As Figuras 2.11 e 2.14 ilustram os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C de acordo com o Celestrak (2010).

A Figura 2.10 ilustra os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C um minuto e cinquenta segundos após a sua destruição.

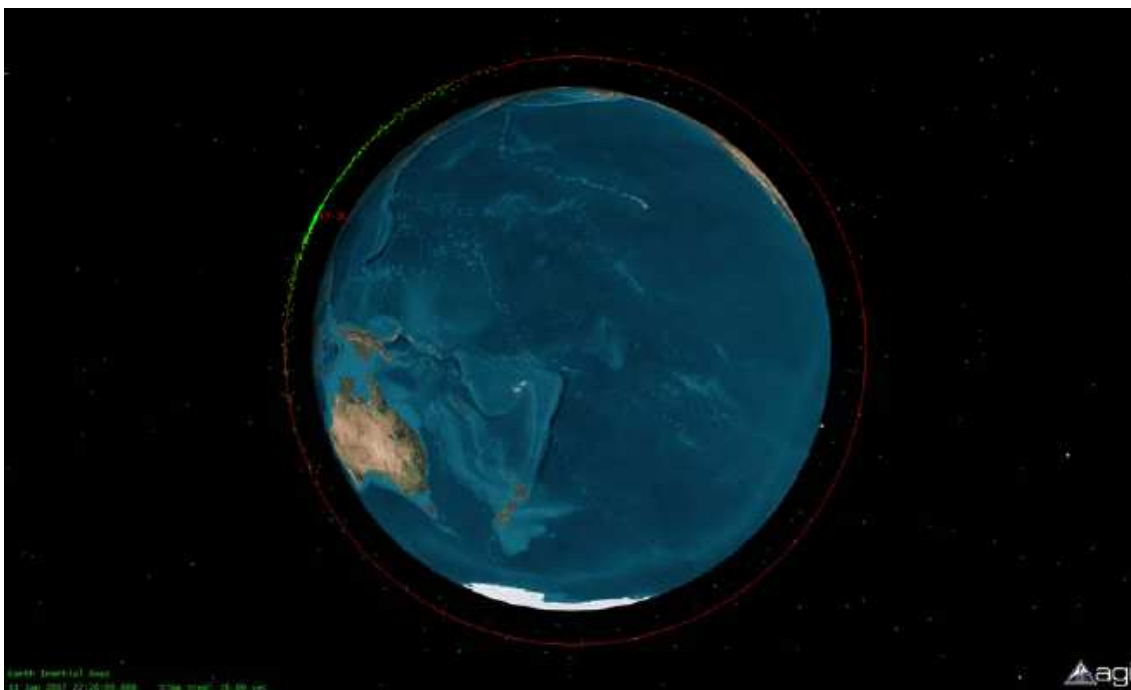


Figura 2.10 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Um Minuto e Cinquenta Segundos Após a sua Destruição.

Fonte: Kelso (2007).

A Figura 2.11 ilustra os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C cinco minutos após a sua destruição.

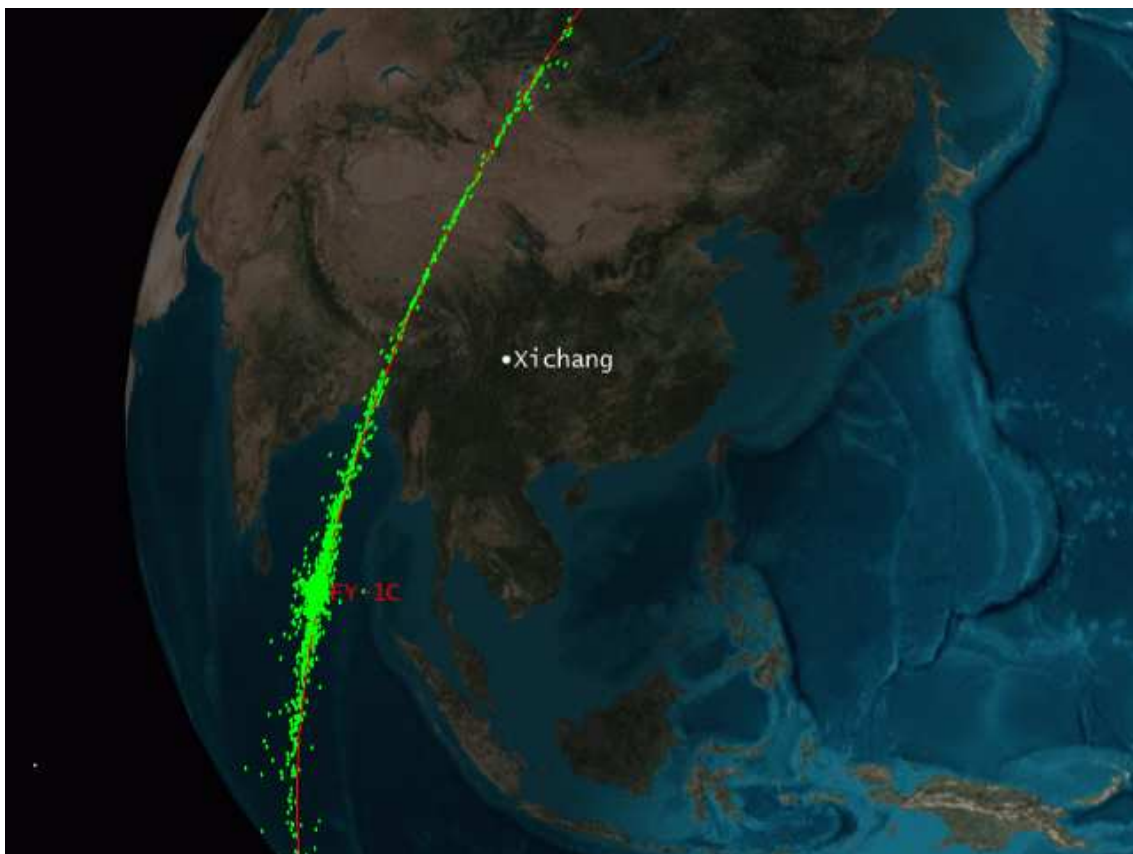


Figura 2.11 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Cinco Minutos Após a sua Destruição.

Fonte: Celestrak (2010).

A Figura 2.12 ilustra os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C seis minutos e cinquenta segundos após a sua destruição.

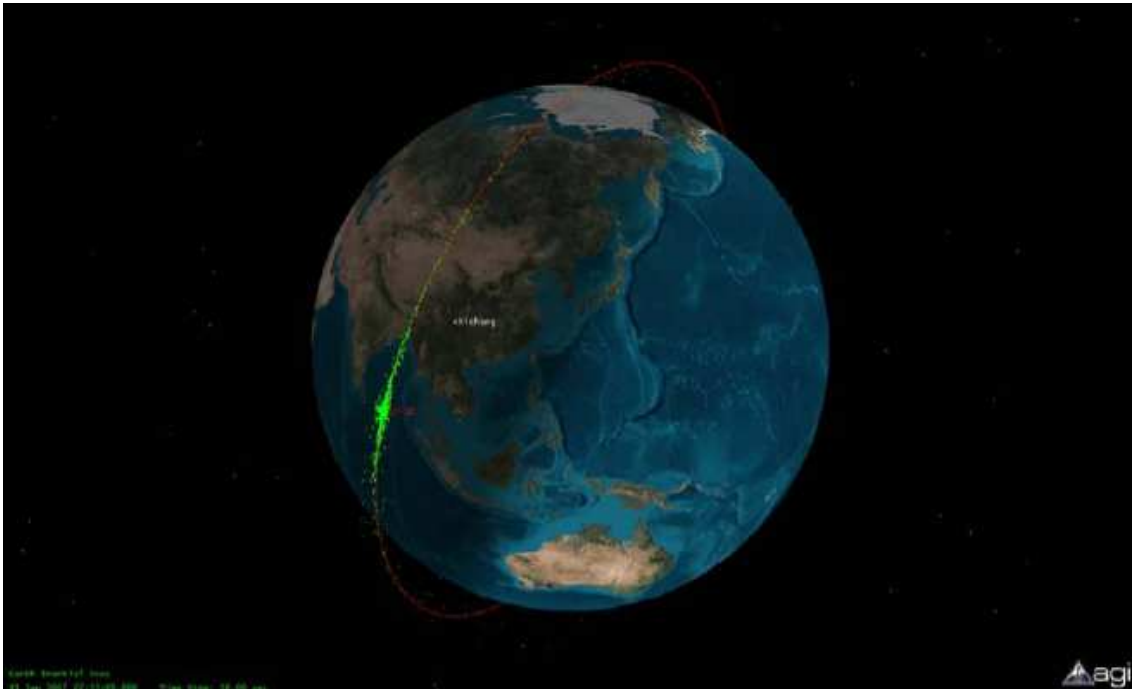


Figura 2.12 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Seis Minutos e Cinquenta Segundos Após a sua Destruição.

Fonte: Kelso (2007).

A Figura 2.13 ilustra os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C duas horas, trinta e um minutos e cinquenta segundos após a destruição do satélite (em 12 de janeiro de 2007 às 00:58 UTC – Tempo Universal Coordenado).

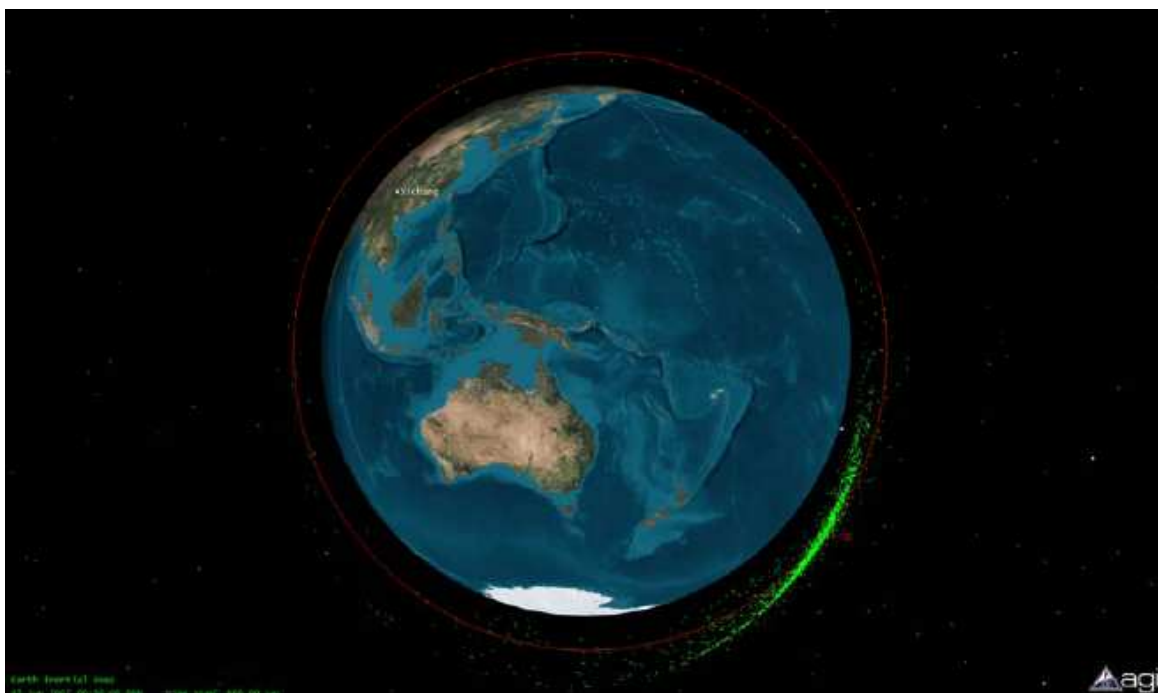


Figura 2.13 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinqüenta Segundos após a Destruição do Satélite (em 12 de Janeiro de 2007 às 00:58 UTC).

Fonte: Kelso (2007).

A Figura 2.14 ilustra os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun-1C (pontos vermelhos) e os satélites em órbitas terrestres baixas (pontos verdes) em 5 de dezembro de 2007.

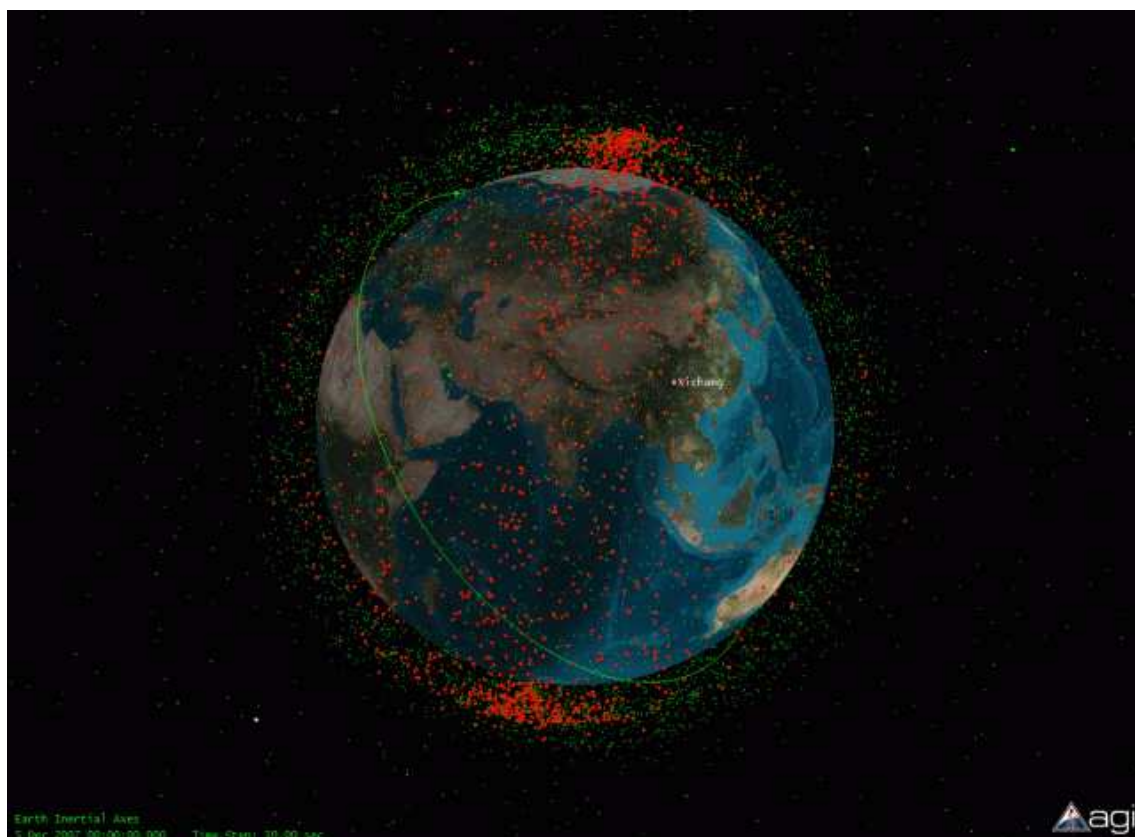


Figura 2.14 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun-1C (Pontos Vermelhos) e Satélites em Órbitas Terrestres Baixas (Pontos Verdes).

Fonte: Celestrak (2010).

A China não foi o primeiro país a lançar um míssil anti-satélite. Em 1985 os Estados Unidos lançaram um míssil anti-satélite, o ASM-135 ASAT para destruir o satélite P78-1. A Figura 2.15 ilustra o satélite P78-1 antes da destruição e a Figura 2.16 ilustra o míssil anti-satélite ASM-135 ASAT (WIKIPÉDIA, 2010).



Figura 2.15 – Satélite P78-1 Antes da Destruição.  
Fonte: Wikipédia (2010g).



Figura 2.16 – Míssil Anti-Satélite (ASM-135 ASAT).  
Fonte: Wikipédia (2010b).



Em 21 de Fevereiro de 2008 foi lançado um míssil SM-3 de um navio da Marinha dos Estados Unidos rumo a um satélite espião americano, o USA-193. O satélite USA-193 foi lançado em 14 de dezembro de 2006. Mas, um mês após o lançamento, foi divulgado que o satélite falhou. E, em janeiro de 2008, observaram que o satélite estava decaindo de órbita a uma taxa de 500 metros por dia. De acordo com o governo dos Estados Unidos, o principal motivo para a destruição do satélite era destruir o tanque de combustível de Hidrazina tóxica do satélite, com aproximadamente 450 quilogramas.

A Figura 2.17 ilustra o lançamento do Míssil SM-3 usado para destruir o satélite USA-193 (WIKIPÉDIA, 2010).



Figura 2.17 – Lançamento do Míssil SM-3 usado para destruir o satélite USA-193.

Fonte: Wikipédia (2010).

### 2.3. Colisões de Satélites com Detritos Espaciais Artificiais

Em 1993, um detrito penetrou a antena do Telescópio Espacial Hubble. O impacto criou um buraco de cerca de 1 cm de diâmetro. A Figura 2.18 ilustra a penetração (ESA, 2005 e NASA, 2009).



Figura 2.18 – Antena do Telescópio Hubble.

Fonte: NASA (2009).

Em Julho de 1996, a primeira colisão entre dois objetos catalogados foi registrada, quando o satélite de reconhecimento militar francês Cerise foi atingido e gravemente danificado por um fragmento do foguete Ariane o qual explodiu em Novembro de 1986. Por causa da colisão, uma secção de 4,2 metros do braço de estabilização por gradiente de gravidade ficou despedaçada (KLINKRAD, 2006 e ESA, 2005). A Figura 2.19 ilustra a colisão.

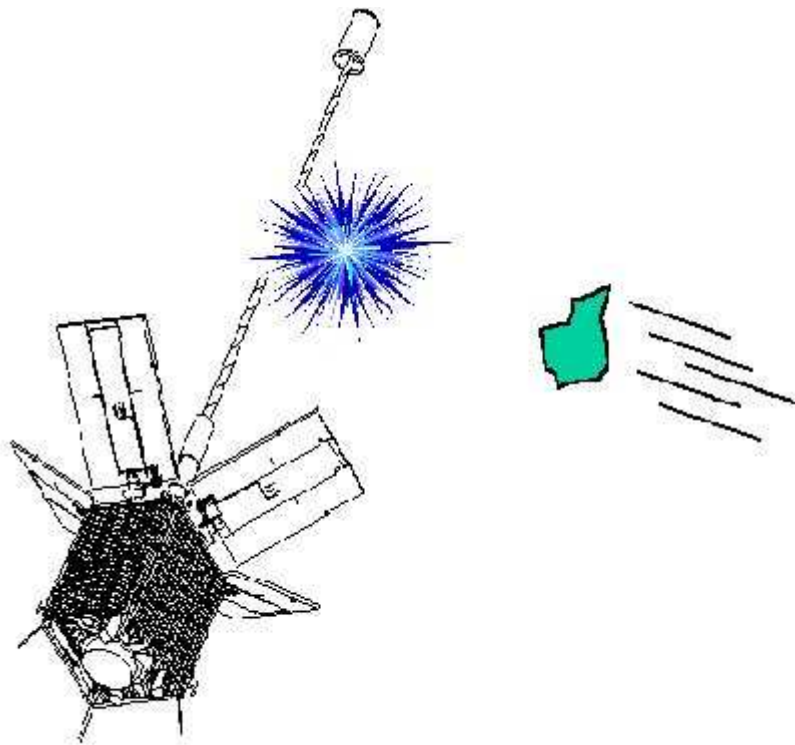


Figura 2.19 – Ilustração da colisão do satélite Cerise com o fragmento do foguete Ariane.

Fonte: Wikipédia (2010c).

Em 22 de janeiro de 1997, a americana Lottie Williams foi atingida por um detrito espacial artificial. Ela estava caminhando em um parque em Tulsa, Oklahoma, quando notou uma luz no céu que julgou ser um meteoro. Minutos depois foi atingida no ombro por um objeto de metal negro de seis polegadas, identificado mais tarde como parte do tanque de combustível de um foguete Delta II, que havia lançado um satélite da Força Aérea dos Estados Unidos em 1996. Felizmente Lottie Williams não se feriu com o acidente (WIKIPÉDIA, 2010d). Na Figura 2.20 Lottie Williams segura o detrito que a atingiu.



Figura 2.20 – Lottie Williams e o Detrito que a Atingiu.

Fonte: Aerospace (2004).

A Figura 2.21 ilustra o painel solar do Telescópio Espacial Hubble que foi atingido por um detrito espacial. Este painel foi restaurado em março de 2002 após 8,25 anos no espaço (ESA, 2005).

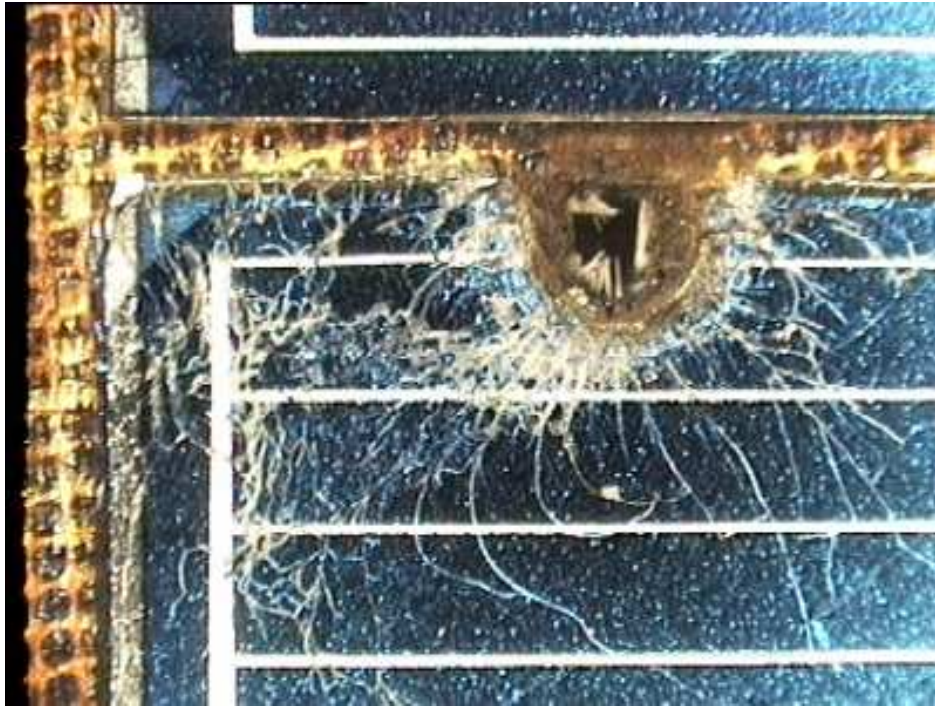


Figura 2.21 – Painel Solar do Telescópio Espacial Hubble.

Fonte: ESA (2005).

### 2.3.1. Colisão entre os satélites Iridium 33 e o Cosmos 2251

Em 2009, ocorreu a primeira colisão entre dois satélites intactos em órbita terrestre. A colisão ocorreu em 10 de fevereiro de 2009 às 16:56 UTC, a 789 quilômetros acima da Península de Taymyr na Sibéria, quando o Iridium 33 e Cosmos 2251 colidiram. Os satélites colidiram a uma velocidade de aproximadamente 11,7 quilômetros por segundo, o que é equivalente a 42120 quilômetros por hora.

A colisão destruiu ambos os satélites. O satélite Cosmos 2251 era um satélite de comunicação militar russo. Sua massa era de aproximadamente 950 quilogramas. Ele foi lançado em 16 de junho de 1993 em órbita terrestre baixa, mas já estava fora de funcionamento dois anos após o seu lançamento. O satélite Iridium 33 fazia parte de uma constelação de 66 satélites, a *Iridium Satellite Constellation*. Sua massa era aproximadamente 560 quilogramas. Ele

foi lançado em 14 de setembro de 1997 e ainda estava em funcionamento (WIKIPÉDIA, 2010j). A Figura 2.22 ilustra o satélite Iridium 33.



Figura 2.22 – Réplica de um Satélite Iridium.

Fonte: Wikipédia (2010j).

De acordo com o Celestrak (2009), em 15 de julho de 2009, estavam catalogados 382 detritos associados ao Iridium e 893 detritos associados ao Cosmos.

As Figuras 2.23-2.26 mostram a relação entre a colisão dos satélites e os detritos resultantes da colisão. A Figura 2.23 ilustra as órbitas dos satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 em instantes anteriores a colisão.

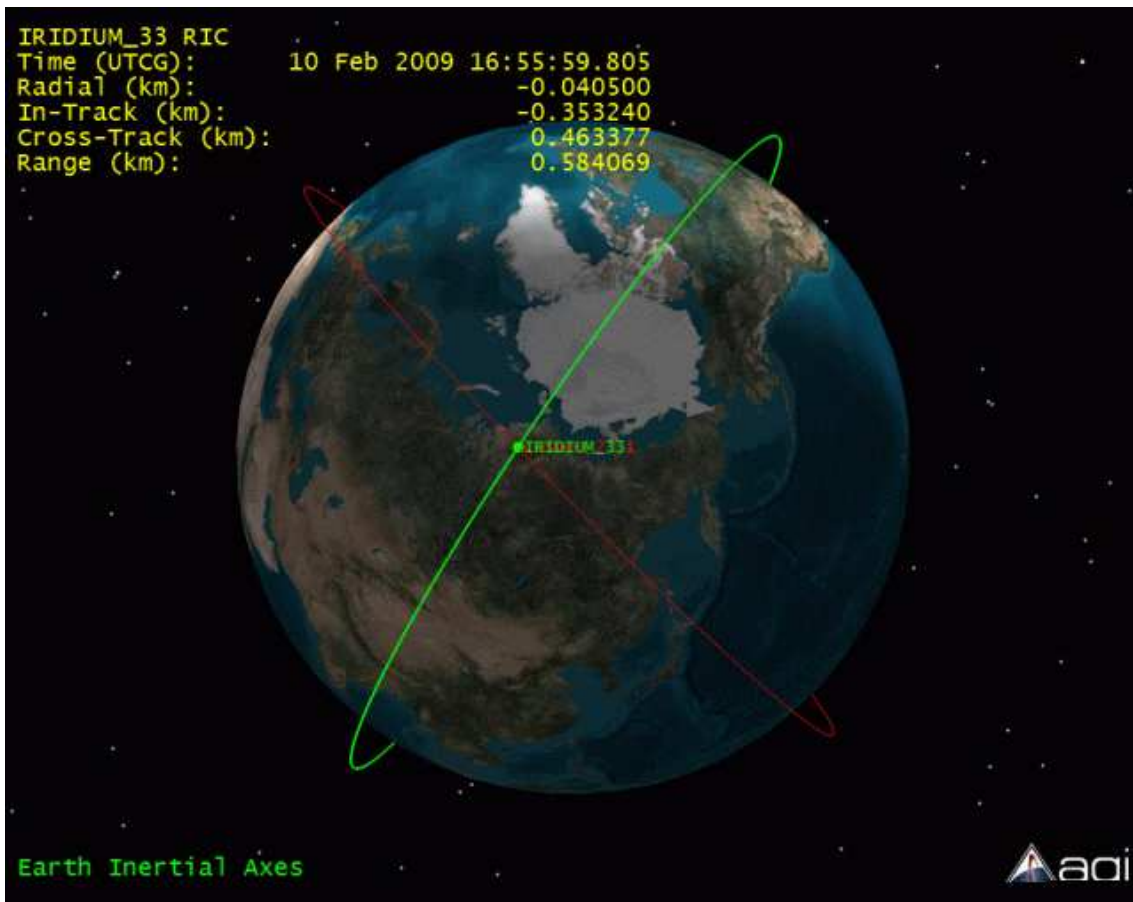


Figura 2.23 – Órbitas dos Satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 em Instantes Anteriores a Colisão.

Fonte: Celestrak (2009).

A Figura 2.24 mostra a nuvem de detritos dez minutos após a colisão. Esta figura utilizou os primeiros TLEs publicados pelo *Air Force Space Command* (AFSPC).

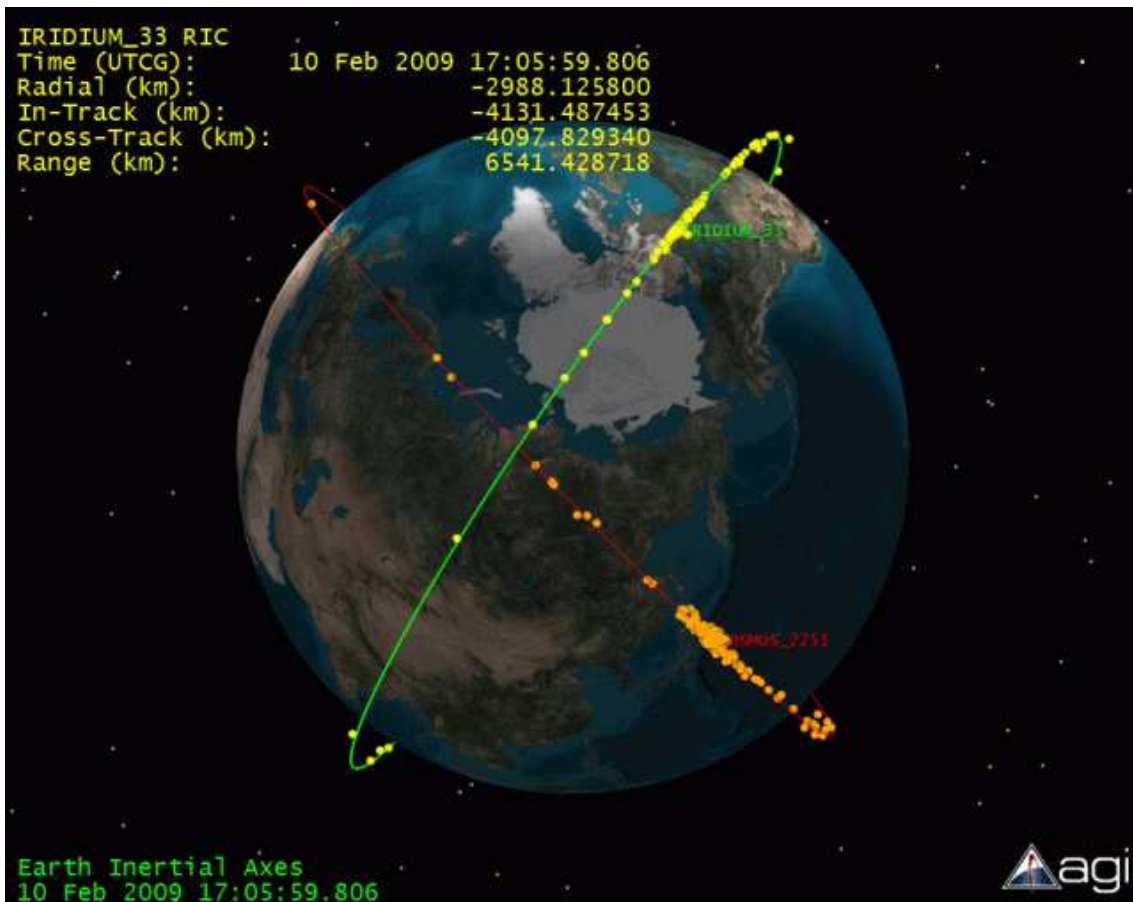


Figura 2.24 – Detritos Resultantes da Colisão dos Satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 dez minutos após a colisão.

Fonte: Celestrak (2009).

A Figura 2.25 ilustra a nuvem de detritos cento e oitenta minutos após a colisão.



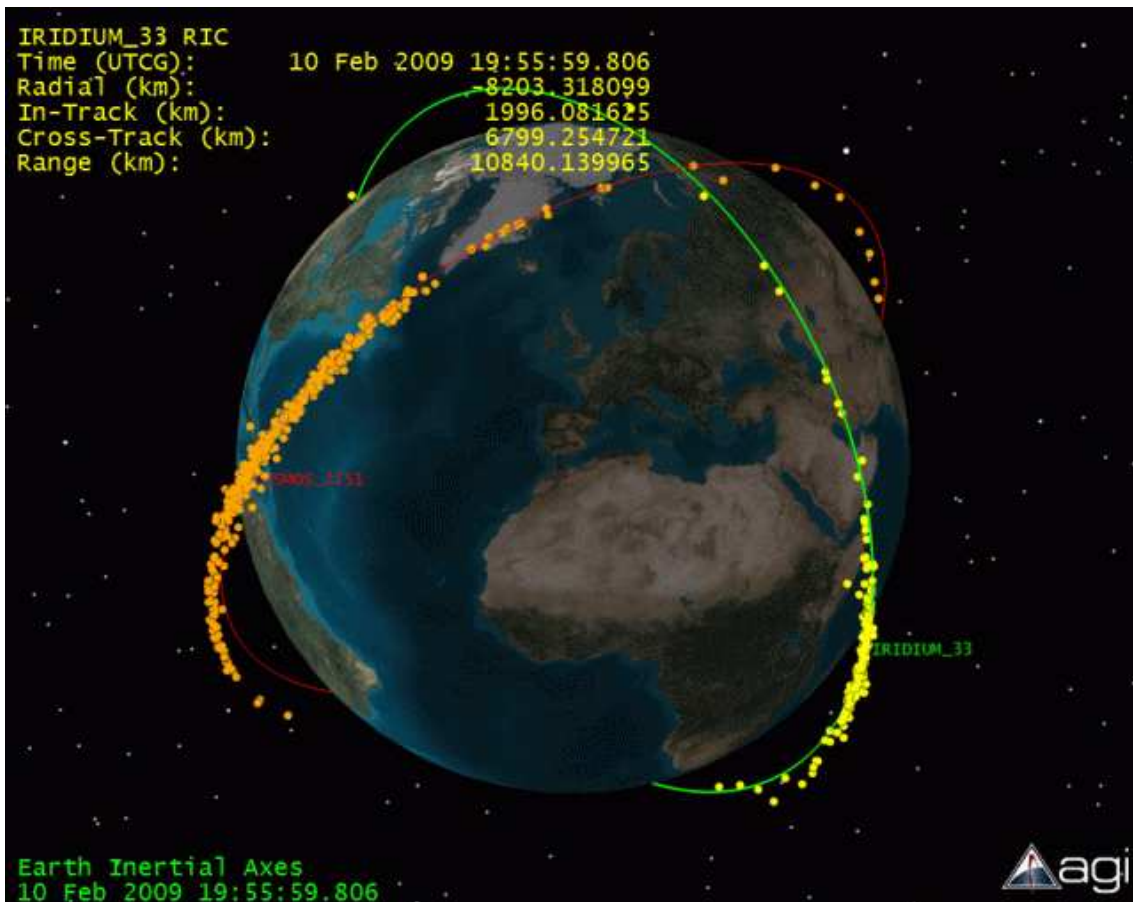


Figura 2.25 – Detritos Resultantes da Colisão dos satélites Iridium 33 e Cosmos 2251 cento e oitenta minutos após a colisão.

Fonte: Celestrak (2009).

A Figura 2.26 mostra a relação entre a constelação de satélites Iridium e os detritos resultantes da colisão.

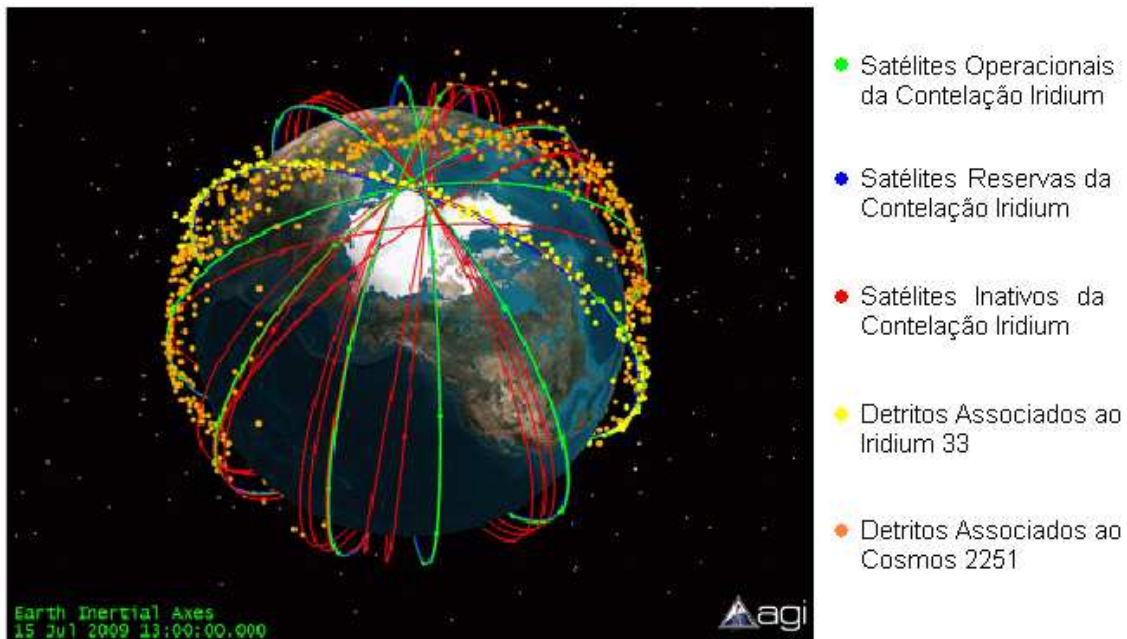


Figura 2.26 – Constelação de Satélites Iridium e Detritos resultantes da Colisão.

Fonte: Celestrak (2009).

#### 2.4. Casos de Detritos Artificiais que Reentraram na Atmosfera Terrestre

Há diversos casos de detritos espaciais artificiais que reentraram na atmosfera terrestre. Para se ter uma idéia, por ano, caem na Terra entre 150 e 200 toneladas de detritos espaciais artificiais. Porém, a grande maioria se reduz a cinzas ao cruzar a atmosfera (BRAGA; SOUZA, 2006).

A seguir estão alguns casos de detritos espaciais artificiais que atingiram a superfície terrestre.

Em 22 de Janeiro de 1997, o segundo estágio do foguete Delta 2 reentrou na atmosfera terrestre e quatro objetos que pertenciam a ele foram encontrados. Entre os objetos estavam um tanque de aço inoxidável, uma esfera de pressão, uma câmara de propulsão de aproximadamente 45 quilogramas e um detrito leve que atingiu a senhora Lottie Williams (Figura 2.20) (AEROSPACE, 2004).

O tanque de aço inoxidável foi encontrado perto de Georgetown no Texas. Sua massa era de aproximadamente 250 quilogramas. A Figura 2.27 ilustra o tanque encontrado.



Figura 2.27 – Tanque de Aço Inoxidável do Segundo Estágio do Foguete Delta 2, encontrado perto de Georgetown, Texas.

Fonte: NASA (2009).

A esfera de pressão que também sobreviveu à reentrada do segundo estágio do foguete Delta 2, foi encontrada perto de Seguin no Texas. Sua massa era de aproximadamente 30 quilogramas. A Figura 2.28 ilustra a esfera de pressão.



Figura 2.28 – Esfera de Pressão do Segundo Estágio do Foguete Delta 2, encontrado em Seguin, Texas.

Fonte: NASA (2009).

A Figura 2.29 ilustra câmara de propulsão, de aproximadamente 45 quilogramas, encontrada no Texas.



Figura 2.29 – Câmara de Propulsão encontrada no Texas.

Fonte: Aerospace (2004).

Em 27 de abril de 2000 o segundo estágio do foguete Delta, usado no lançamento de um satélite da constelação GPS (Sistema de Posicionamento Global), reentrou na atmosfera terrestre. Seu tanque de propelente foi encontrado na África do Sul perto de Cape Town. Este detrito é praticamente idêntico ao encontrado no Texas em 1997 (Figura 2.24). A Figura 2.30 ilustra o detrito encontrado em Cape Town (AEROSPACE, 2004).



Figura 2.30 – Tanque de Propelente do Segundo Estágio do Foguete Delta, encontrado perto de Cape Town, África do Sul.

Fonte: Aerospace (2004).

Em 21 de janeiro de 2001, um motor de titânio do terceiro estágio do foguete Delta 2, pesando cerca de 70 kg, caiu na Arábia Saudita, como ilustra a Figura 2.31.



Figura 2.31 – Motor de Titânio do Terceiro Estágio do Foguete Delta 2.  
Fonte: NASA (2009).

Em maio de 2000, duas esferas caíram em fazendas na África do Sul. A NASA comentou o evento numa rádio local, e a agência espacial dos Estados Unidos admitiu que estas esferas pertenciam a um foguete Delta lançado em 1996. O primeiro detrito, com massa de aproximadamente de 30 quilogramas, caiu em Cape Town e contou com a presença de testemunhas. O segundo objeto, que possuía uma forma mais oval, caiu três dias depois do primeiro e pesava cerca de 55 quilogramas. As testemunhas disseram que o objeto media cerca de 1,3 m de largura por 1 m de comprimento. A Figura 2.32 ilustra uma das esferas encontradas (WIKIPÉDIA, 2010d).



Figura 2.32 – Esfera encontrada na África do Sul.

Fonte: Wikipédia (2010).

## 2.5. Tipos de Geração e Propagação

Há dois tipos de estudo da geração de detritos espaciais: 1) o estudo da geração a priori de detritos espaciais; 2) o estudo da geração a posteriori de detritos espaciais.

A geração a priori estuda modelos e condições iniciais da geração de detritos, por exemplo, modela o processo de colisão, explosão e fragmentação de um satélite ou outro corpo que esteja em órbita, a partir deste corpo e seu estado.

A geração a posteriori pode ser vista como parte de uma Análise Forense: a partir de uma nuvem de detritos é feito um estudo para descobrir o local e o instante que ocorreu a fragmentação do satélite, ou outro corpo qualquer, a

forma como ocorreu a fragmentação - se foi causada por uma colisão, explosão, etc.; em suma, o corpo e seu estado.

Há também dois tipos de propagação de detritos espaciais: 1) a propagação prógrada; 2) a propagação retrógrada.

Na propagação prógrada a propagação é realizada do presente para o futuro.

Na propagação retrógrada a propagação é realizada do presente para o passado.

## **2.6. Modelos e Condições Iniciais da Geração a Priori de Detritos Espaciais Artificiais**

Não foram encontrados modelos detalhados de geração de detritos espaciais artificiais na literatura disponível e consultada até o momento. No Capítulo 4 de Klinkrad (2006) há duas figuras sugestivas do modelo de colisão, aqui reproduzidas nas Figuras 2.33 e 2.34, mas não há todas as suas hipóteses e o seu equacionamento. Nos demais trabalhos, como Chobotov (1996), Nunes e Souza (2000), Kelso (2007), Carrico et alli (2008), etc., há breves e vagas menções sobre tais modelos nos seus textos, mas sem detalhes precisos. Sendo assim, este trabalho teve que estabelecê-los e deduzi-los. Estas são algumas das suas contribuições mais importantes.



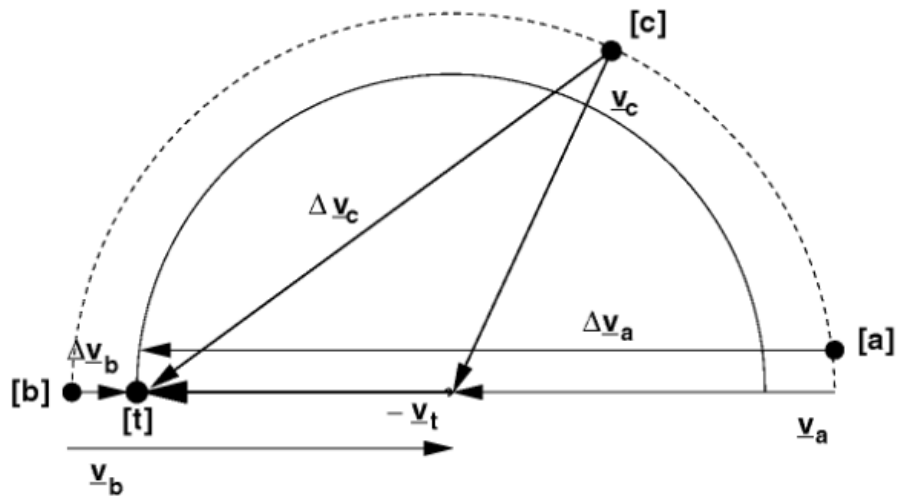


Figura 2.33 – Ilustração da Geometria de Colisão no Caso em que o Módulo da Velocidade do Satélite (Corpo Principal)  $v_t = |\underline{v}_t|$  é Menor que o Módulo da Velocidade do Detrito  $v_d = |\underline{v}_d|$ .

Fonte: Klinkrad (2006).

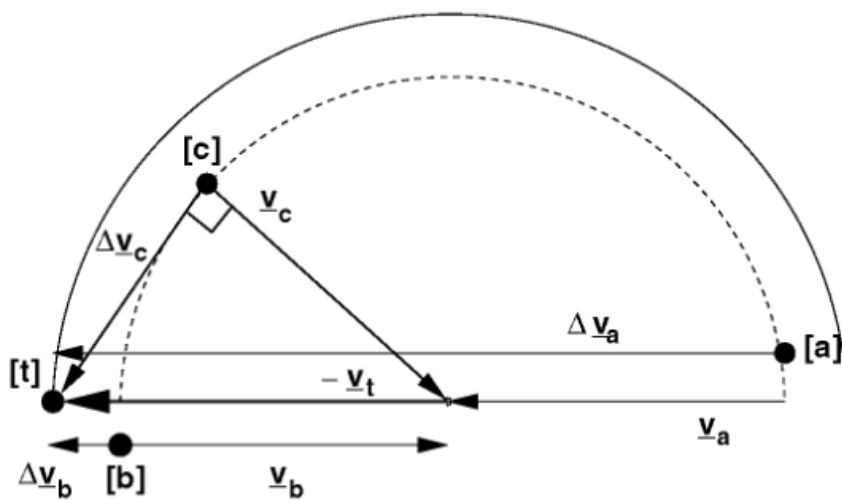


Figura 2.34 – Ilustração da Geometria de Colisão no Caso em que o Módulo da Velocidade do Satélite (Corpo Principal)  $v_t = |\underline{v}_t|$  é Maior que o Módulo da Velocidade do Detrito  $v_d = |\underline{v}_d|$ .

Fonte: Klinkrad (2006).

Neste trabalho são utilizados três modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais, que são o modelo determinístico de explosão, o modelo probabilístico de fragmentação e o modelo determinístico e probabilístico de colisão.

O modelo determinístico de explosão considera um satélite, no plano orbital, como um disco homogêneo, que é fragmentado em N partes iguais.

O modelo probabilístico de fragmentação gera detritos utilizando uma distribuição de probabilidade para as velocidades. A partir da média e do desvio padrão da distribuição, suas posições e velocidades são geradas.

O modelo determinístico e probabilístico de colisão utiliza princípios e conceitos fundamentais da Física relacionados à colisão, tais como a conservação da quantidade de movimento linear e o coeficiente de restituição.

O coeficiente de restituição é um valor fracionário que representa a razão das velocidades antes e após o impacto. Um objeto com coeficiente de restituição 1 colide elasticamente, enquanto um objeto com coeficiente de restituição 0 colide inelasticamente. (WIKIPÉDIA, 2011)).

## **2.7.Métodos de Propagação do Movimento Orbital de Detritos Espaciais**

Foram encontrados métodos detalhados de propagação do movimento orbital de satélites artificiais na literatura disponível e consultada até o momento. Na apostila de Kuga e Rao (1995) e no Capítulo 10 de Escobal (1965), há as hipóteses e o equacionamento dos métodos (kepleriano; e não kepleriano com o J2, respectivamente) usados neste trabalho. Sendo assim:

Neste trabalho são utilizados dois métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais, que são o método analítico com campo

gravitacional central (kepleriano) e o método analítico com campo gravitacional não central (não kepleriano) incluindo os efeitos do J2.



### **3 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO**

Os detritos espaciais podem permanecer em órbitas compartilhadas por outros corpos por um longo tempo e assim causar colisões, inclusive com veículos espaciais ainda em funcionamento. Além disso, há os riscos de possíveis acidentes pela entrada de detritos espaciais na atmosfera terrestre.

Neste capítulo serão descritos os modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais e os métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais.

#### **3.1. Modelos e Condições Iniciais da Geração a Priori de Detritos Artificiais**

Os modelos e condições iniciais da geração a priori de detritos espaciais artificiais selecionados foram o modelo determinístico de explosão, o modelo probabilístico de fragmentação e o modelo determinístico e probabilístico de colisão.

##### **3.1.1. Modelo Determinístico de Explosão**

Detalhando e estendendo o que foi mencionado por Nunes e Souza (2000), o modelo determinístico de explosão considera um satélite, no plano orbital, como um disco homogêneo, que é fragmentado em  $N$  partes iguais. Cada uma destas partículas tem:

- Vetor posição inicial (no instante imediatamente depois da explosão) igual à posição do satélite (no instante imediatamente anterior a explosão).
- Componente transversal da velocidade no plano orbital devida à velocidade de rotação do satélite e proporcional ao raio da  $i$ -ésima

partícula; e componente radial da velocidade no plano orbital devida ao gradiente de explosão e proporcional ao raio da  $i$ -ésima partícula. As partículas são simétricas para que a quantidade de movimento linear se conserve (NUNES; SOUZA, 2000).

O gradiente de explosão é uma constante relacionada à magnitude da explosão, conforme está definido na Equação 3.19.

#### **3.1.1.1. Metodologia**

Foi realizada uma simulação utilizando o MATLAB considerando o satélite bidimensional no plano da órbita como um disco de raio  $r$  girando com uma velocidade de rotação  $v_{\omega}$ . A partir da posição e da velocidade do satélite no sistema de coordenadas inerciais ( $\vec{R}_0$  e  $\vec{V}_0$ ) e no instante imediatamente anterior à colisão, do raio do satélite ( $r$ ), da velocidade de rotação do satélite ( $v_{\omega}$ ) e do gradiente de explosão ( $\beta$ ), é realizada a simulação da posição e da velocidade de uma nuvem de detritos resultantes da explosão do satélite, considerando que o satélite foi fragmentado em  $N$  partes, de forma que:  $N = N_{\text{borda}} + N_{\text{interior}}$  em que  $N_{\text{borda}}$  é o número de fragmentos resultantes da explosão da borda do disco e  $N_{\text{interior}}$  é o número de fragmentos resultantes da explosão do interior do disco.

#### **3.1.1.2. Modelo Matemático**

Para calcular as posições e velocidades dos detritos utilizamos o sistema de coordenadas do plano orbital. Para isso transformamos as coordenadas da posição e da velocidade do satélite em coordenadas inerciais ( $\vec{R}_0$  e  $\vec{V}_0$ ) para coordenadas do plano orbital ( $\vec{r}_0$  e  $\vec{v}_0$ ) em que:

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

e

$$\vec{v}_0 = \begin{bmatrix} v_{x_0} \\ v_{y_0} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Para calcular as posições dos detritos que estavam na borda ( $x_b, y_b$ ) no sistema de coordenadas do plano orbital utilizamos  $\frac{N_{\text{borda}}}{2}$  ângulos aleatórios ( $\alpha_{\text{borda}}$ ) e seus respectivos ângulos explementares ( $\alpha_{\text{exp\_borda}}$ ).

As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram o satélite modelado com um disco de raio  $r$  e as posições dos detritos resultantes da explosão da borda do disco.

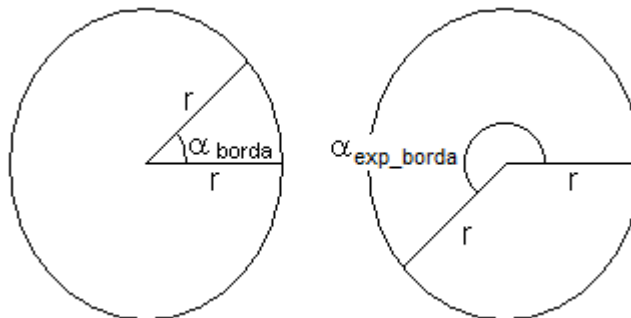


Figura 3.1 – Satélite Modelado como um Disco de Raio  $r$ .

Assim:

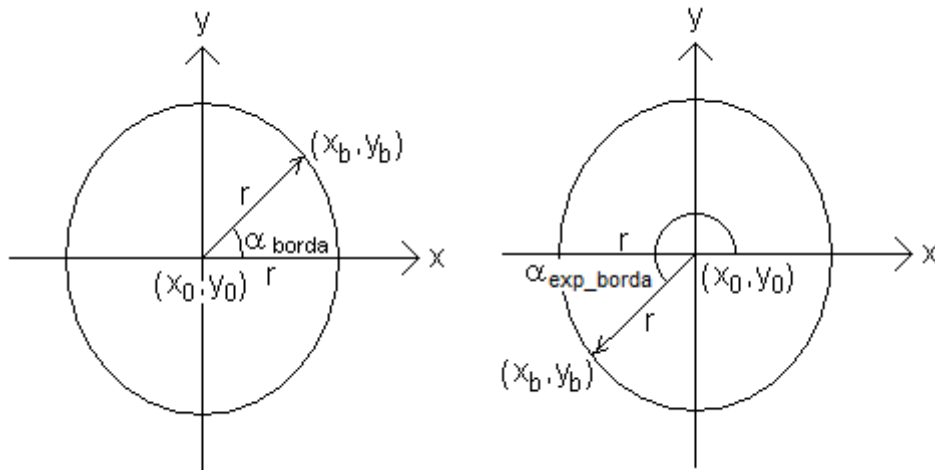


Figura 3.2 – Posições dos Detritos Resultantes da Explosão da Borda do Disco  $(x_b, y_b)$ .

temos que:

$$\begin{cases} x_b = x_0 + r \cos(\alpha_{borda}) \\ y_b = y_0 + r \sin(\alpha_{borda}) \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\begin{cases} x_b = x_0 + r \cos(\alpha_{exp\_borda}) = x_0 - r \cos(\alpha_{borda}) \\ y_b = y_0 + r \sin(\alpha_{exp\_borda}) = y_0 - r \sin(\alpha_{borda}) \end{cases} \quad (3.4)$$

e que:

$$\vec{r}_b = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Em que  $\vec{r}_b$  é uma matriz de dimensão  $2 \times N_{borda}$ .

Para calcular as posições dos detritos que estavam no interior  $(x_c, y_c)$  no sistema de coordenadas do plano orbital utilizamos  $\frac{N_{interior}}{2}$  raios aleatórios  $(r_{Di})$  e ângulos aleatórios  $(\alpha_{interior})$  com seus respectivos ângulos explementares  $(\alpha_{exp\_interior})$ .



A Figura 3.3 ilustra as posições dos detritos resultantes da explosão do interior do disco.

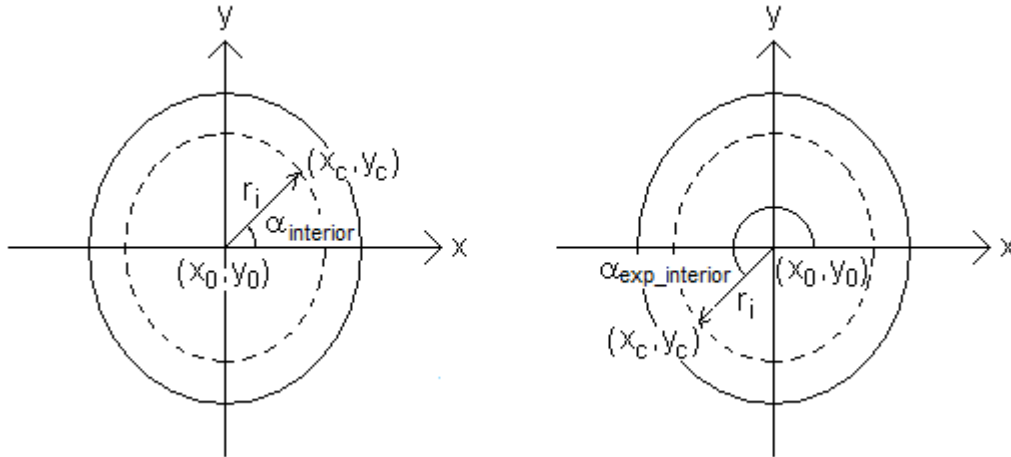


Figura 3.3 – Posições dos Detritos Resultantes da Explosão do Interior do Disco  $(x_c, y_c)$ .

Logo:

$$\begin{cases} x_c = x_0 + r_{Di} \cos(\alpha_{interior}) \\ y_c = y_0 + r_{Di} \sin(\alpha_{interior}) \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} x_c = x_0 + r_{Di} \cos(\alpha_{exp\_interior}) = x_0 - r_{Di} \cos(\alpha_{interior}) \\ y_c = y_0 + r_{Di} \sin(\alpha_{exp\_interior}) = y_0 - r_{Di} \sin(\alpha_{interior}) \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\vec{r}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Em que  $\vec{r}_c$  é uma matriz de dimensão  $2 \times N_{interior}$ .

Como proposto por Nunes e Souza (2000), consideramos que a massa do disco está concentrada na borda e no interior está o explosivo (com massa desprezível). A Figura 3.4 ilustra o satélite modelado como um disco.

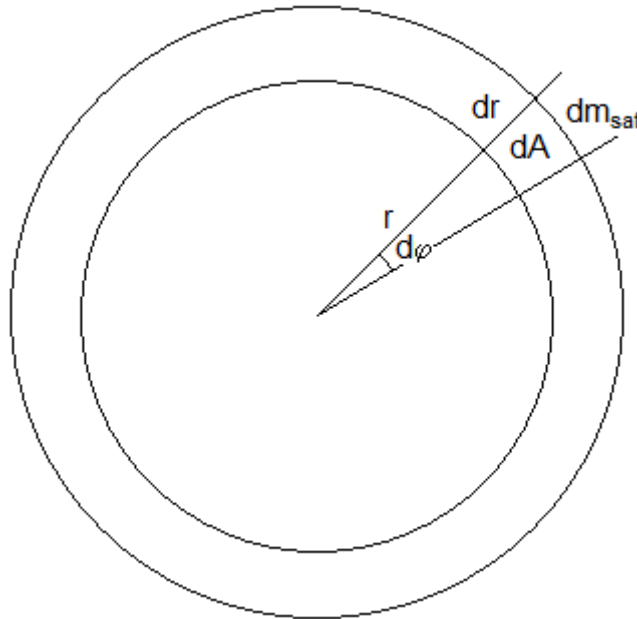


Figura 3.4 – Ilustração do Satélite Modelado como um Disco.

Assim, a densidade e a área do satélite (disco) são dadas pelas Equações 3.9 e 3.10 respectivamente:

$$\rho = \frac{m_{\text{sat}}}{2\pi r} \rightarrow m_{\text{sat}} = 2\pi r\rho \quad (3.9)$$

$$A = \pi r^2 \quad (3.10)$$

Assim, podemos dizer que o elemento de área também é proporcional ao quadrado do raio do satélite (disco); que o elemento de força aplicada ao elemento de massa é proporcional ao elemento de área; e que o elemento de massa é proporcional ao raio do satélite (disco). Desta forma:

$$dA = k_1 r^2 d\phi \quad (3.11)$$

$$dF = k_2 dA \quad (3.12)$$

$$dm = k_3 r d\phi \quad (3.13)$$

Substituindo a Equação 3.11 na Equação 3.12 temos que:

$$dF = k_2 k_1 r^2 d\varphi \quad (3.14)$$

A aceleração é dado por:

$$a = \frac{dF}{dm} \quad (3.15)$$

Substituindo as Equações 3.14 e 3.13 na Equação 3.15 temos que:

$$a = \frac{k_2 k_1 r^2 d\varphi}{k_3 r d\varphi} = \frac{k_2 k_1}{k_3} r \quad (3.16)$$

A componente radial da velocidade no plano orbital é dada por:

$$\Delta v_r = v_r - \underset{\substack{\text{0} \\ \downarrow}}{v_r^-} = \int_{\tau=t_0^-}^{\tau=t_0^+} a d\tau = a(t_0^+ - t_0^-) = \frac{k_2 k_1}{k_3} (t_0^+ - t_0^-) r \quad (3.17)$$

Assim:

$$v_r = \beta r \quad (3.18)$$

em que:

$$\beta = \frac{k_2 k_1}{k_3} (t_0^+ - t_0^-) \quad (3.19)$$

Para calcular as velocidades dos detritos são necessários alguns cálculos auxiliares. De acordo com a Figura 3.5 podemos dizer que:

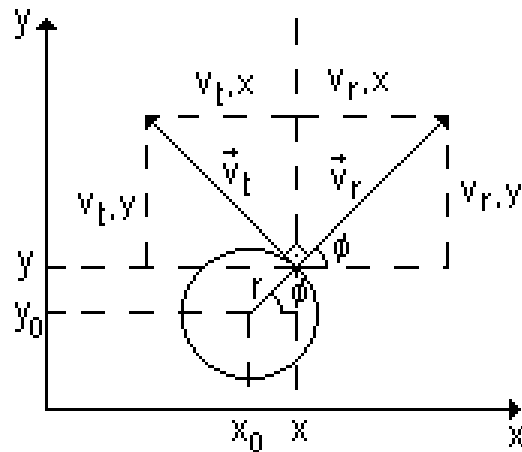


Figura 3.5 – Ilustração das Componentes Radiais e Transversais das Velocidades dos detritos.

$$\sin \phi = \frac{y - y_0}{r} \quad (3.20)$$

$$\cos \phi = \frac{x - x_0}{r} \quad (3.21)$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \begin{bmatrix} v_{r,x} - v_{t,x} \\ v_{r,y} + v_{t,y} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

ou ainda:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \begin{bmatrix} v_r \cos \phi - v_t \sin \phi \\ v_r \sin \phi + v_t \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Substituindo as Equações 3.20 e 3.21 na Equação 3.23 temos que:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \begin{bmatrix} \frac{v_r}{r}(x - x_0) - \frac{v_t}{r}(y - y_0) \\ \frac{v_r}{r}(y - y_0) + \frac{v_t}{r}(x - x_0) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

De acordo com as Equações 3.18 e 3.24 temos que:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \begin{bmatrix} \beta(x - x_0) - v_\omega(y - y_0) \\ \beta(y - y_0) + v_\omega(x - x_0) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Assim, as velocidades dos detritos resultantes da explosão da borda do disco ( $\vec{v}_b$ ) e as velocidades dos detritos resultantes da explosão do interior do disco ( $\vec{v}_c$ ) são dadas pelas Equações 3.26 à 3.29:

$$\begin{cases} v_{x_b} = v_{x_0} + \beta(x_b - x_0) - v_\omega(y_b - y_0) \\ v_{y_b} = v_{y_0} + \beta(y_b - y_0) + v_\omega(x_b - x_0) \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\begin{cases} v_{x_c} = v_{x_0} + \beta(x_c - x_0) - v_\omega(y_c - y_0) \\ v_{y_c} = v_{y_0} + \beta(y_c - y_0) + v_\omega(x_c - x_0) \end{cases} \quad (3.27)$$

$$\vec{v}_b = \begin{bmatrix} v_{x_b} \\ v_{y_b} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} v_{x_c} \\ v_{y_c} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

em que  $\vec{v}_b$  é uma matriz de dimensão  $2 \times N_{\text{borda}}$ ,  $\vec{v}_c$  é uma matriz de dimensão  $2 \times N_{\text{interior}}$ ,  $\vec{v}_0$  é o vetor velocidade do satélite no instante imediatamente anterior à colisão no sistema de coordenadas do plano orbital,  $v_\omega$  é a velocidade de rotação do satélite, e  $\beta$  é o gradiente de explosão.

Assim, as posições e velocidades dos detritos em coordenadas do plano orbital após a explosão são dadas por:

$$[\vec{r}_b \quad \vec{r}_c] = [\vec{r}_{i=1} \quad \vec{r}_{i=2} \quad \vec{r}_{i=3} \quad \dots \quad \vec{r}_{i=N}] \quad (3.30)$$

$$[\vec{v}_b \quad \vec{v}_c] = [\vec{v}_{i=1} \quad \vec{v}_{i=2} \quad \vec{v}_{i=3} \quad \dots \quad \vec{v}_{i=N}] \quad (3.31)$$

### 3.1.1.3. Modelo de Simulação

Um simulador desenvolvido em MATLAB fornece as posições e as velocidades da nuvem de detritos resultantes da fragmentação de um satélite ( $\vec{R}_i$  e  $\vec{V}_i$ ) em coordenadas inerciais. Para gerar essas posições e velocidades o simulador leva em conta: a posição e a velocidade do satélite no instante imediatamente anterior à fragmentação em coordenadas inerciais ( $\vec{R}_0$  e  $\vec{V}_0$ ), o número de fragmentos resultantes da explosão da borda do disco ( $N_{\text{borda}}$ ), o número de fragmentos resultantes da explosão do interior do disco ( $N_{\text{interior}}$ ), os ângulos aleatórios ( $\alpha_{\text{borda}}$  e  $\alpha_{\text{interior}}$ ) entre 0 e 360 graus, os raios aleatórios ( $r_{Di}$ ) entre 0 e o raio do satélite ( $r$ ), a velocidade de rotação do satélite ( $v_{\omega}$ ) e o gradiente de explosão ( $\beta$ ).

Na Figura 3.6 podemos observar o fluxograma da simulação.

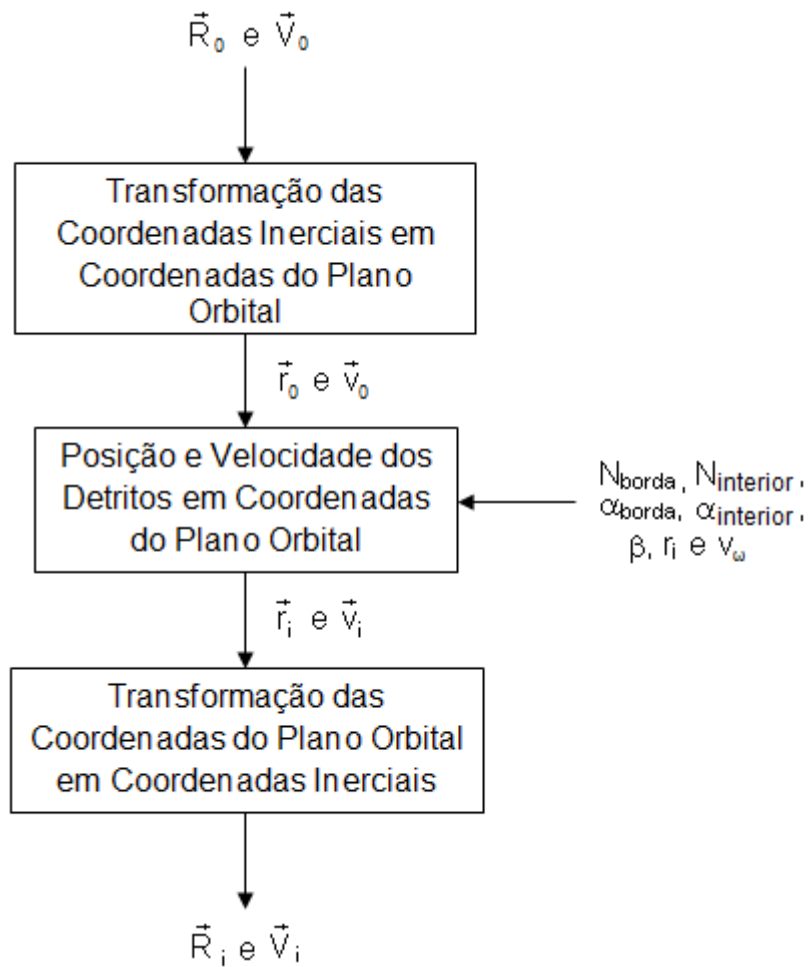


Figura 3.6 – Fluxograma do Modelo Determinístico de Explosão.

Nela,  $\vec{r}_i$  e  $\vec{v}_i$  são dadas pelas Equações 3.30 e 3.31 respectivamente.

### 3.1.2. Modelo Probabilístico de Fragmentação

Este modelo foi fundamentado pelo Anilkumar et alli (2005). Detalhando e estendendo o que foi mencionado por Carrico et alli (2008), este modelo considera uma nuvem de detritos a partir da súbita fragmentação de um satélite utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais.

### 3.1.2.1. Metodologia

Foi realizada uma simulação utilizando o MATLAB considerando o satélite tridimensional. A partir da posição e da velocidade do satélite no sistema de coordenadas inerciais ( $\vec{R}_0$  e  $\vec{V}_0$ ) e no instante imediatamente anterior à colisão, é realizada a simulação da posição e da velocidade de uma nuvem de detritos resultantes da fragmentação do satélite, considerando que o satélite foi fragmentado em N partes.

### 3.1.2.2. Modelo Matemático

A partir da posição e da velocidade do satélite em coordenadas inerciais ( $\vec{R}_0$  e  $\vec{V}_0$ ) e no instante imediatamente anterior ao impacto, do número de fragmentos (N) e do desvio padrão das velocidades dos fragmentos ( $\sigma_v$ ), as posições e as velocidades dos detritos resultantes da fragmentação são calculadas.

As posições dos detritos em coordenadas inerciais são dadas pela Equação 3.32.

$$\vec{R}_{i=1} = \vec{R}_{i=2} = \dots = \vec{R}_{i=N} = \vec{R}_0 \quad (3.32)$$

As velocidades dos detritos em coordenadas inerciais são dadas pela Equação 3.33.

$$\vec{V}_i = \vec{V}_0 + \Delta\vec{v}_i \quad (3.33)$$

Sendo  $\Delta\vec{v}_i$  o incremento das velocidades que é dado pela Equação 3.34.

$$\Delta\vec{v}_i = \sigma_v \begin{bmatrix} G_{1,N}(0,1) \\ G_{1,N}(0,1) \\ G_{1,N}(0,1) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$



em que  $G_{1,N}(0,1)$  é uma variável aleatória gaussiana de dimensão  $1 \times N$  com média nula e desvio padrão um.

### 3.1.2.3. Modelo de Simulação

Um simulador desenvolvido em MATLAB fornece as posições e velocidades da nuvem de detritos resultantes da fragmentação de um satélite em coordenadas inerciais ( $\vec{R}_i$  e  $\vec{V}_i$ ). Para gerar essas posições e velocidades o simulador leva em conta o vetor posição e o vetor velocidade do satélite em coordenadas inerciais ( $\vec{R}_0$  e  $\vec{V}_0$ ) e no instante imediatamente anterior à fragmentação, o número de fragmentos ( $N$ ), e o desvio padrão das velocidades dos fragmentos ( $\sigma_v$ ).

Na Figura 3.7 podemos observar o fluxograma da simulação, em que os incrementos das velocidades dos fragmentos ( $\Delta\vec{v}_i$ ) são calculados aleatoriamente de maneira a formar uma distribuição gaussiana, de média nula e desvio padrão  $\sigma_v$ . Após calcular os vetores velocidades dos detritos ( $\vec{V}_i$ ) é realizado um teste para verificar se as órbitas dos detritos são possíveis.

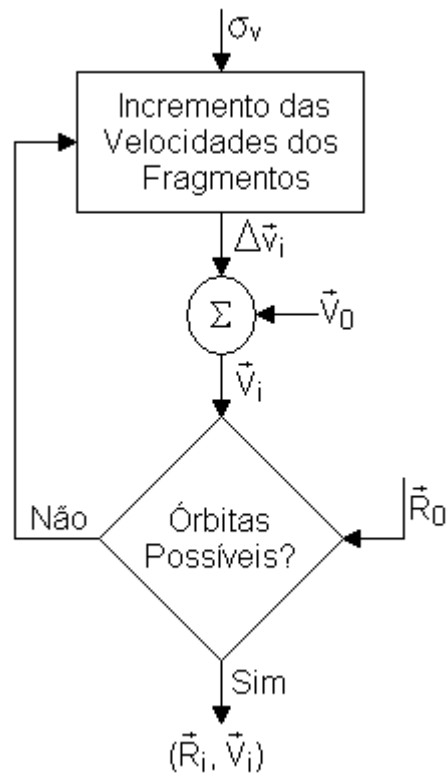


Figura 3.7 – Fluxograma do Modelo Probabilístico de Fragmentação.

Os incrementos das velocidades, os vetores posições e os vetores velocidades dos detritos são dadas pelas Equações 3.34, 3.32 e 3.33 respectivamente.

Para verificar se as órbitas dos detritos são possíveis, verificamos se a energia da órbita é negativa, se a excentricidade ( $e$ ) satisfaz  $0 \leq e < 1$  e se o raio do perigeu é maior que o raio da Terra. Se forem, então a órbita do detrito é considerada uma órbita possível.

### 3.1.3. Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão

Detalhando e estendendo as duas figuras mostradas por Klinkrad (2006) (Figuras 2.33 e 2.34), este modelo utiliza princípios fundamentais da Física relacionados à colisão, tais como a conservação da quantidade de movimento

linear e o coeficiente de restituição (valor fracionário que representa a razão das velocidades relativas antes e após o impacto).

### 3.1.3.1. Metodologia

Foi realizada uma simulação utilizando o MATLAB considerando dois corpos (dois satélites ou um satélite e um detrito) tridimensionais como duas esferas de raios  $r_1$  e  $r_2$  em rotas de colisão. No instante imediatamente posterior ao choque, são calculadas as velocidades dos corpos em coordenadas inerciais, de acordo com a conservação da quantidade de movimento linear e o coeficiente de restituição. A fragmentação do satélite (no caso do choque ser entre um detrito e um satélite) ou dos satélites (no caso do choque ser entre dois satélites) é (são) modelada(s) utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos resultantes do choque em coordenadas inerciais, conforme usado no modelo probabilístico de fragmentação.

### 3.1.3.2. Modelo Matemático

Se as posições e as velocidades dos dois corpos em rota de colisão não forem conhecidas, é possível calcular a posição e velocidade do corpo 2 ( $\vec{R}_{\text{choque2}^-}$  e  $\vec{V}_{\text{choque2}^-}$ ) a partir da posição e velocidade do corpo 1 ( $\vec{R}_{\text{choque1}^-}$  e  $\vec{V}_{\text{choque1}^-}$ ) através da seguinte relação:

$$\vec{R}_{\text{choque2}^-} = \vec{R}_{\text{choque1}^-} + \sigma_{\vec{R}} \quad (3.35)$$

$$\vec{V}_{\text{choque2}^-} = \vec{V}_{\text{choque1}^-} + \Delta\vec{v} \quad (3.36)$$

sendo:

$$\Delta\vec{v} = \sigma_v G_{3,1}(0,1) \quad (3.37)$$

e:

$$\sigma_{\bar{R}} = G_{3,1}(0,1) \quad (3.38)$$

em que  $G_{3,1}(0,1)$  é uma variável aleatória gaussiana de dimensão 3x1 com média nula e desvio padrão um.

A partir das posições e das velocidades em coordenadas inerciais dos dois corpos em rota de colisão no instante imediatamente anterior à colisão ( $\bar{R}_{\text{choque1}^-}$ ,  $\bar{R}_{\text{choque2}^-}$ ,  $\vec{V}_{\text{choque1}^-}$  e  $\vec{V}_{\text{choque2}^-}$ ), calculamos a posição e a velocidade em coordenadas inerciais dos dois corpos no instante imediatamente posterior à colisão ( $\bar{R}_{\text{choque1}^+}$ ,  $\bar{R}_{\text{choque2}^+}$ ,  $\vec{V}_{\text{choque1}^+}$  e  $\vec{V}_{\text{choque2}^+}$ ). Para calcular estas posições e velocidades definimos: 1) um plano de colisão (xy) em que o versor  $\hat{x}$  coincide com o vetor que une os centros de massa dos corpos 1 e 2; 2) um versor  $\hat{n}$  que é um vetor perpendicular a uma das velocidades (por exemplo, à velocidade do corpo 1) e ao versor  $\hat{x}$ ; 3) o versor  $\hat{y}$  que é um versor perpendicular ao versor  $\hat{x}$  e ao versor  $\hat{n}$  simultaneamente (Figura 3.6).

Assim:

$$\hat{x} = \frac{\overrightarrow{R_{\text{choque1}^-} R_{\text{choque2}^-}}}{\left| \overrightarrow{R_{\text{choque1}^-} R_{\text{choque2}^-}} \right|} = \frac{\bar{R}_{\text{choque2}^-} - \bar{R}_{\text{choque1}^-}}{\left| \bar{R}_{\text{choque2}^-} - \bar{R}_{\text{choque1}^-} \right|} \quad (3.39)$$

$$\hat{n} = \hat{x} \times \vec{V}_{\text{choque1}^-} \quad (3.40)$$

Ou ainda,

$$\hat{n} = \hat{x} \times \vec{V}_{\text{choque2}^-} \quad (3.41)$$

Para calcular o versor  $\hat{y}$  é necessário fazer uma rotação do versor  $\hat{x}$  em torno do versor  $\hat{n}$  de um ângulo de 90 graus. De acordo com Sederberg (2005) podemos escrever que:

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{x}_x \cos(90^\circ) + (\hat{n}_y \hat{x}_z - \hat{n}_z \hat{x}_y) \sin(90^\circ) \\ \hat{x}_y \cos(90^\circ) + (\hat{n}_z \hat{x}_x - \hat{n}_x \hat{x}_z) \sin(90^\circ) \\ \hat{x}_z \cos(90^\circ) + (\hat{n}_x \hat{x}_y - \hat{n}_y \hat{x}_z) \sin(90^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Logo:

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{n}_y \hat{x}_z - \hat{n}_z \hat{x}_y \\ \hat{n}_z \hat{x}_x - \hat{n}_x \hat{x}_z \\ \hat{n}_x \hat{x}_y - \hat{n}_y \hat{x}_z \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

em que:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_x \\ \hat{x}_y \\ \hat{x}_z \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

A Figura 3.8 ilustra o plano de colisão.

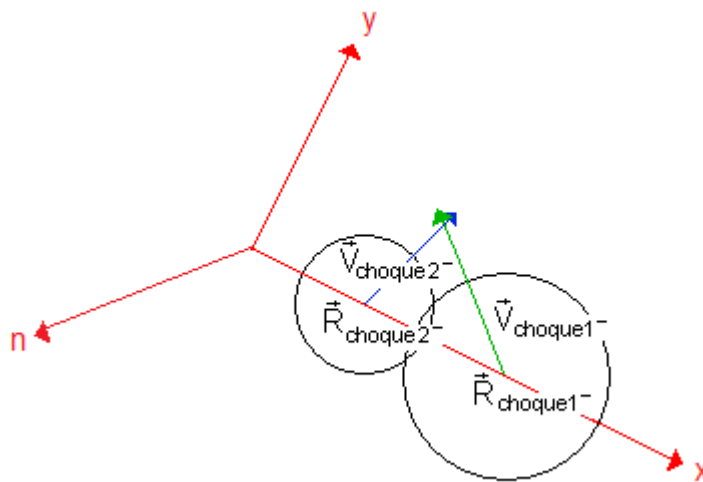


Figura 3.8 – Plano de Colisão.

Com o plano  $xy$  assim definido projetamos as velocidades ( $\vec{V}_{\text{choque1}^-}$  e  $\vec{V}_{\text{choque2}^-}$ ) sobre os eixos  $x$  e  $y$ :

$$\vartheta_{1^-,x} = \vec{V}_{\text{choque1}^-} \cdot \hat{x} \quad (3.45)$$

$$\vartheta_{1^-,y} = \vec{V}_{\text{choque1}^-} \cdot \hat{y} \quad (3.46)$$

$$\vartheta_{2^-,x} = \vec{V}_{\text{choque2}^-} \cdot \hat{x} \quad (3.47)$$

$$\vartheta_{2^-,y} = \vec{V}_{\text{choque2}^-} \cdot \hat{y} \quad (3.48)$$

Podemos escrever então que as velocidades no instante imediatamente anterior à colisão no plano de colisão são dadas por:

$$\vec{\vartheta}_{1^-} = \begin{bmatrix} \vartheta_{1^-,x} \\ \vartheta_{1^-,y} \end{bmatrix} = [\hat{x} \ \hat{y}]^T \vec{V}_{\text{choque1}^-} \quad (3.49)$$

$$\vec{\vartheta}_{2^-} = \begin{bmatrix} \vartheta_{2^-,x} \\ \vartheta_{2^-,y} \end{bmatrix} = [\hat{x} \ \hat{y}]^T \vec{V}_{\text{choque2}^-} \quad (3.50)$$

De acordo com a conservação da quantidade de movimento linear temos que:

$$m_1 \vec{\vartheta}_{1^-} + m_2 \vec{\vartheta}_{2^-} = m_1 \vec{\vartheta}_{1^+} + m_2 \vec{\vartheta}_{2^+} \quad (3.51)$$

logo:

$$m_1 \begin{bmatrix} \vartheta_{1^-,x} \\ \vartheta_{1^-,y} \end{bmatrix} + m_2 \begin{bmatrix} \vartheta_{2^-,x} \\ \vartheta_{2^-,y} \end{bmatrix} = m_1 \begin{bmatrix} \vartheta_{1^+,x} \\ \vartheta_{1^+,y} \end{bmatrix} + m_2 \begin{bmatrix} \vartheta_{2^+,x} \\ \vartheta_{2^+,y} \end{bmatrix} \rightarrow \quad (3.52)$$

$$\begin{cases} m_1 \vartheta_{1^-,x} + m_2 \vartheta_{2^-,x} = m_1 \vartheta_{1^+,x} + m_2 \vartheta_{2^+,x} \\ m_1 \vartheta_{1^-,y} + m_2 \vartheta_{2^-,y} = m_1 \vartheta_{1^+,y} + m_2 \vartheta_{2^+,y} \end{cases} \quad (3.53)$$

O coeficiente de restituição (razão entre as componentes das velocidades relativas no eixo  $x$  no plano de colisão) é dado por:

$$CR = \frac{v_{2^+,x} - v_{1^+,x}}{v_{1^-,x} - v_{2^-,x}} \quad (3.54)$$

logo:

$$v_{2^+,x} = CR(v_{1^-,x} - v_{2^-,x}) + v_{1^+,x} \quad (3.55)$$

Substituindo 3.55 em 3.53:

$$m_1 v_{1^-,x} + m_2 v_{2^-,x} = m_1 v_{1^+,x} + m_2 [CR(v_{1^-,x} - v_{2^-,x}) + v_{1^+,x}] \rightarrow \quad (3.56)$$

$$m_1 v_{1^-,x} + m_2 v_{2^-,x} - m_2 CR(v_{1^-,x} - v_{2^-,x}) = m_1 v_{1^+,x} + m_2 v_{1^+,x} \rightarrow \quad (3.57)$$

$$v_{1^+,x} = \frac{m_1 v_{1^-,x} + m_2 v_{2^-,x} - m_2 CR(v_{1^-,x} - v_{2^-,x})}{m_1 + m_2} \quad (3.58)$$

As Equações 3.58 e 3.55 nos fornecem as projeções das velocidades dos corpos 1 e 2 sobre o eixo x no instante imediatamente posterior ao impacto no plano de colisão.

As projeções das velocidades dos corpos 1 e 2 sobre o eixo y no instante imediatamente posterior ao impacto no plano de colisão são dadas pelas Equações 3.59 e 3.60.

$$v_{1^+,y} = v_{1^-,y} \quad (3.59)$$

$$v_{2^+,y} = v_{2^-,y} \quad (3.60)$$

Assim:

$$\bar{v}_{1^+} = \begin{bmatrix} v_{1^+,x} \\ v_{1^+,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{\text{choque1}^+} \cdot \hat{x} \\ \bar{V}_{\text{choque1}^+} \cdot \hat{y} \end{bmatrix} = [\hat{x} \quad \hat{y}]^T \bar{V}_{\text{choque1}^+} \quad (3.61)$$

e:

$$\vec{\vartheta}_{2^+} = \begin{bmatrix} \vartheta_{2^+,x} \\ \vartheta_{2^+,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{V}_{\text{choque}2^+} \cdot \hat{x} \\ \vec{V}_{\text{choque}2^+} \cdot \hat{y} \end{bmatrix} = [\hat{x} \quad \hat{y}]^T \vec{V}_{\text{choque}2^+} \quad (3.62)$$

logo:

$$\vec{V}_{\text{choque}1^+} = [\hat{x} \quad \hat{y}] \vec{\vartheta}_{1^+} \quad (3.63)$$

e:

$$\vec{V}_{\text{choque}2^+} = [\hat{x} \quad \hat{y}] \vec{\vartheta}_{2^+} \quad (3.64)$$

Em que  $\vec{V}_{\text{choque}1^+}$  e  $\vec{V}_{\text{choque}2^+}$  são as velocidades dos corpos 1 e 2 no instante imediatamente posterior ao choque no sistema de coordenadas inerciais.

As posições dos corpos 1 e 2 no instante imediatamente posterior ao choque são dadas pelas Equações 3.65 e 3.66 respectivamente.

$$\vec{R}_{\text{choque}1^+} = \vec{R}_{\text{choque}1^-} \quad (3.65)$$

e:

$$\vec{R}_{\text{choque}2^+} = \vec{R}_{\text{choque}2^-} \quad (3.66)$$

Para calcular as velocidades dos detritos resultantes do choque usaremos uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais, conforme usado no modelo probabilístico de fragmentação. A partir do vetor posição e do vetor velocidade em coordenadas inerciais do corpo que será fragmentado, do número de detritos resultantes da fragmentação, e do desvio padrão das velocidades dos fragmentos, as posições e velocidades dos detritos são calculadas.

Se a colisão for entre um satélite e um detrito, teremos que:



$$\bar{R}_{i=1} = \bar{R}_{i=2} = \bar{R}_{i=3} = \dots = \bar{R}_{i=N_1} = \bar{R}_{\text{choque1}^+} \quad (3.67)$$

$$\bar{V}_i = \bar{V}_{\text{choque1}^+} + \Delta\bar{V}_{1,i} \quad (3.68)$$

e que:

$$\Delta\bar{V}_1 = \sigma_{v1} \begin{bmatrix} G_{N_1,1}(0,1) \\ G_{N_1,1}(0,1) \\ G_{N_1,1}(0,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\bar{V}_{1,i=1} & \Delta\bar{V}_{1,i=2} & \Delta\bar{V}_{1,i=3} & \dots & \Delta\bar{V}_{1,i=N_1} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

em que  $\bar{R}_i$  e  $\bar{V}_i$  são os vetores posições e os vetores velocidades dos detritos resultantes da fragmentação do corpo 1 (satélite) em coordenadas inerciais,  $\sigma_{v1}$  é o desvio padrão das velocidades dos fragmentos resultantes da fragmentação do corpo 1 (satélite),  $N_1$  é o número de detritos resultantes da fragmentação do corpo 1 (satélite) e  $G_{N_1,1}(0,1)$  é uma variável aleatória gaussiana de dimensão  $N_1 \times 1$  com média nula e desvio padrão um.

Se a colisão for entre dois satélites, teremos que:

$$\bar{R}_{1,j=1} = \bar{R}_{1,j=2} = \bar{R}_{1,j=3} = \dots = \bar{R}_{1,j=N_1} = \bar{R}_{\text{choque1}^+} \quad (3.70)$$

$$\bar{V}_{1,j} = \bar{V}_{\text{choque1}^+} + \Delta\bar{V}_{1,j} \quad (3.71)$$

$$\bar{R}_{2,k=1} = \bar{R}_{2,k=2} = \bar{R}_{2,k=3} = \dots = \bar{R}_{2,k=N_2} = \bar{R}_{\text{choque2}^+} \quad (3.72)$$

$$\bar{V}_{2,k} = \bar{V}_{\text{choque2}^+} + \Delta\bar{V}_{2,k} \quad (3.73)$$

e que:

$$\Delta\bar{V}_1 = \sigma_{v1} \begin{bmatrix} G_{N_1,1}(0,1) \\ G_{N_1,1}(0,1) \\ G_{N_1,1}(0,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\bar{V}_{1,j=1} & \Delta\bar{V}_{1,j=2} & \Delta\bar{V}_{1,j=3} & \dots & \Delta\bar{V}_{1,j=N_1} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

$$\Delta \vec{v}_2 = \sigma_{v2} \begin{bmatrix} G_{N_2,1}(0,1) \\ G_{N_2,1}(0,1) \\ G_{N_2,1}(0,1) \end{bmatrix} = \left[ \Delta \vec{v}_{2,k=1} \quad \Delta \vec{v}_{2,k=2} \quad \Delta \vec{v}_{2,k=3} \quad \cdots \quad \Delta \vec{v}_{2,k=N_2} \right] \quad (3.75)$$

em que  $\vec{R}_{1,j}$ ,  $\vec{V}_{1,j}$ ,  $\vec{R}_{2,k}$  e  $\vec{V}_{2,k}$  são os vetores posições e os vetores velocidades dos detritos resultantes da fragmentação dos corpos 1 e 2 em coordenadas inerciais,  $\sigma_{v1}$  e  $\sigma_{v2}$  são os desvios padrões das velocidades dos fragmentos resultantes das fragmentações dos corpos 1 e 2,  $N_1$  e  $N_2$  são os números de detritos resultantes da fragmentações dos corpos 1 e 2,  $G_{N_1,1}(0,1)$  é uma variável aleatória gaussiana de dimensão  $N_1 \times 1$  com média nula e desvio padrão um; e  $G_{N_2,1}(0,1)$  é uma variável aleatória gaussiana de dimensão  $N_2 \times 1$  com média nula e desvio padrão um.

Assim, as posições e velocidade dos detritos em coordenadas inerciais são dadas pelas Equações 3.76 e 3.77 respectivamente.

$$\left[ \vec{R}_{1,j} \quad \vec{R}_{2,k} \right] = \left[ \vec{R}_{i=1} \quad \vec{R}_{i=2} \quad \vec{R}_{i=3} \quad \cdots \quad \vec{R}_{i=N} \right] \quad (3.76)$$

$$\left[ \vec{V}_{1,j} \quad \vec{V}_{2,k} \right] = \left[ \vec{V}_{i=1} \quad \vec{V}_{i=2} \quad \vec{V}_{i=3} \quad \cdots \quad \vec{V}_{i=N} \right] \quad (3.77)$$

em que:

$$N = N_1 + N_2 \quad (3.78)$$

### 3.1.3.3. Modelo de Simulação

Um simulador desenvolvido em MATLAB fornece as posições e as velocidades da nuvem de detritos resultantes do choque entre dois corpos (dois satélites ou um satélite e um detrito) em coordenadas inerciais. Para gerar essas posições e velocidades é necessário conhecer os vetores posições e os vetores velocidades em coordenadas inerciais dos dois corpos em rotas de colisão. O usuário do simulador pode optar por fornecer os vetores posições e os vetores

velocidades em coordenadas inerciais dos dois corpos em rotas de colisão, se esses vetores posições e vetores velocidades forem conhecidos; ou simular o vetor posição e o vetor velocidade do corpo 2 a partir do vetor posição e do vetor velocidade do corpo 1. Para isso, é necessário fornecer o vetor posição e o vetor velocidade em coordenadas inerciais do corpo 1 (satélite) no instante imediatamente anterior à colisão, e o desvio padrão da velocidade do corpo 1 (satélite) para simular a velocidade do corpo 2 (que pode ser um detrito), conforme ilustra o fluxograma da Figura 3.9.

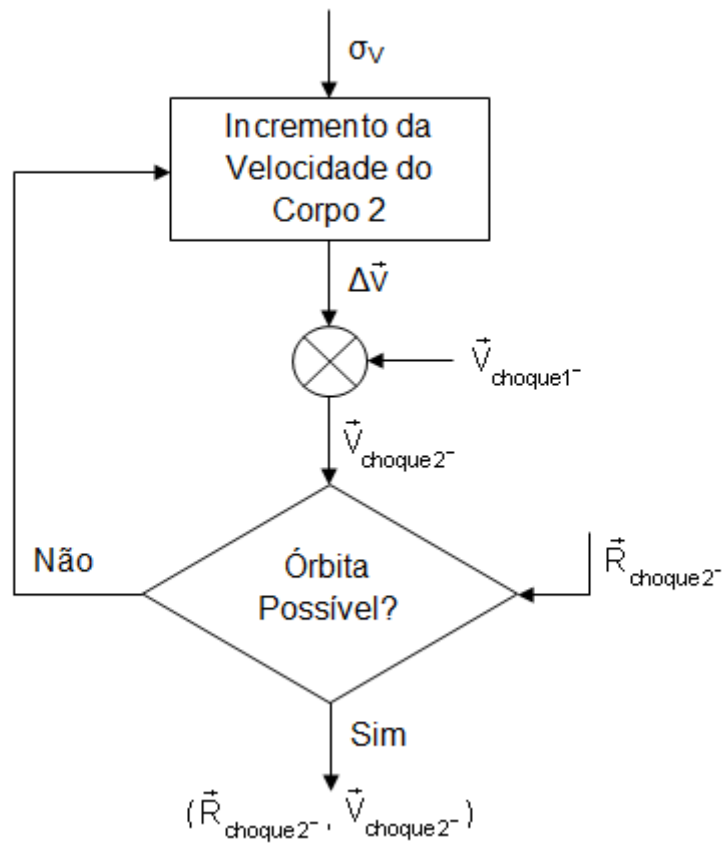


Figura 3.9 – Fluxograma da Simulação da Velocidade do Corpo 2.

Para verificar se a órbita dos corpo 2 é possível, verificamos se a energia da órbita é negativa, se a excentricidade ( $e$ ) satisfaz  $0 \leq e < 1$  e se o raio do

perigeu é maior que o raio da Terra. Se forem, então a órbita do corpo 2 é considerada uma órbita possível.

Após calcular a posição e a velocidade do corpo 2, é feito um teste para verificar se ocorre o choque, conforme ilustra o fluxograma da Figura 3.10:

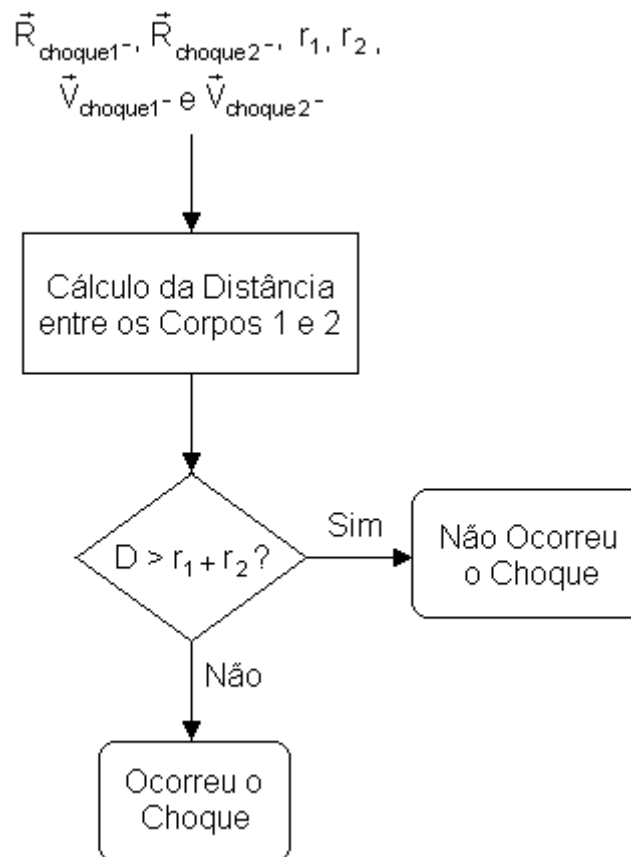


Figura 3.10 – Fluxograma do Teste para Verificar se Ocorre o Choque.

Se ocorre o choque, então as posições e as velocidades dos dois corpos no instante imediatamente posterior ao choque são modeladas utilizando os princípios fundamentais da Física relacionados à colisão, tais como a conservação da quantidade de movimento linear e o coeficiente de restituição conforme ilustra o fluxograma da Figura 3.11.

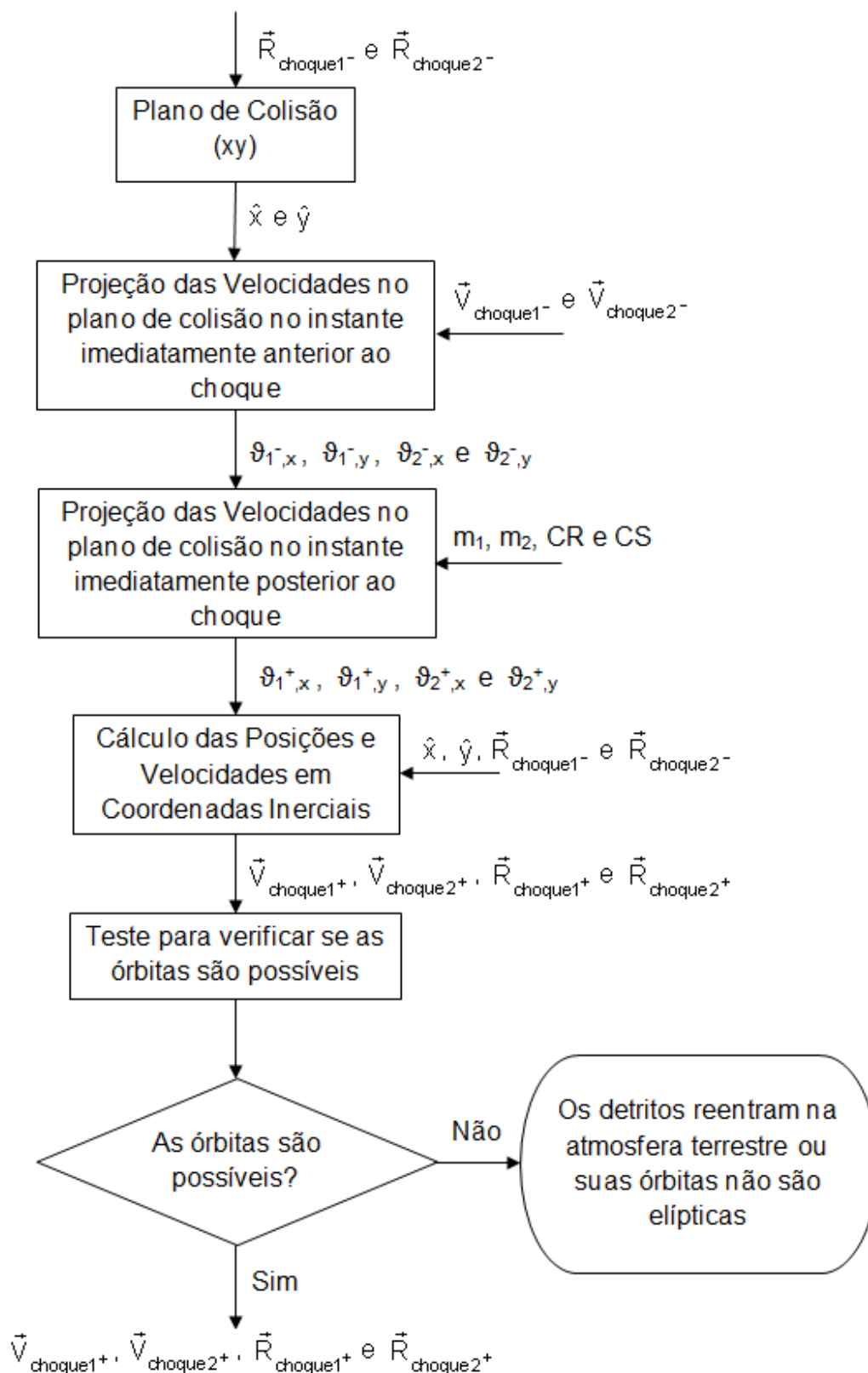


Figura 3.11 – Fluxograma da Modelagem do Choque.

A partir dos vetores posições e dos vetores velocidades dos dois corpos no instante imediatamente posterior ao choque, as posições e as velocidades dos detritos resultantes do choque são simuladas, de acordo com o fluxograma da Figura 3.12.

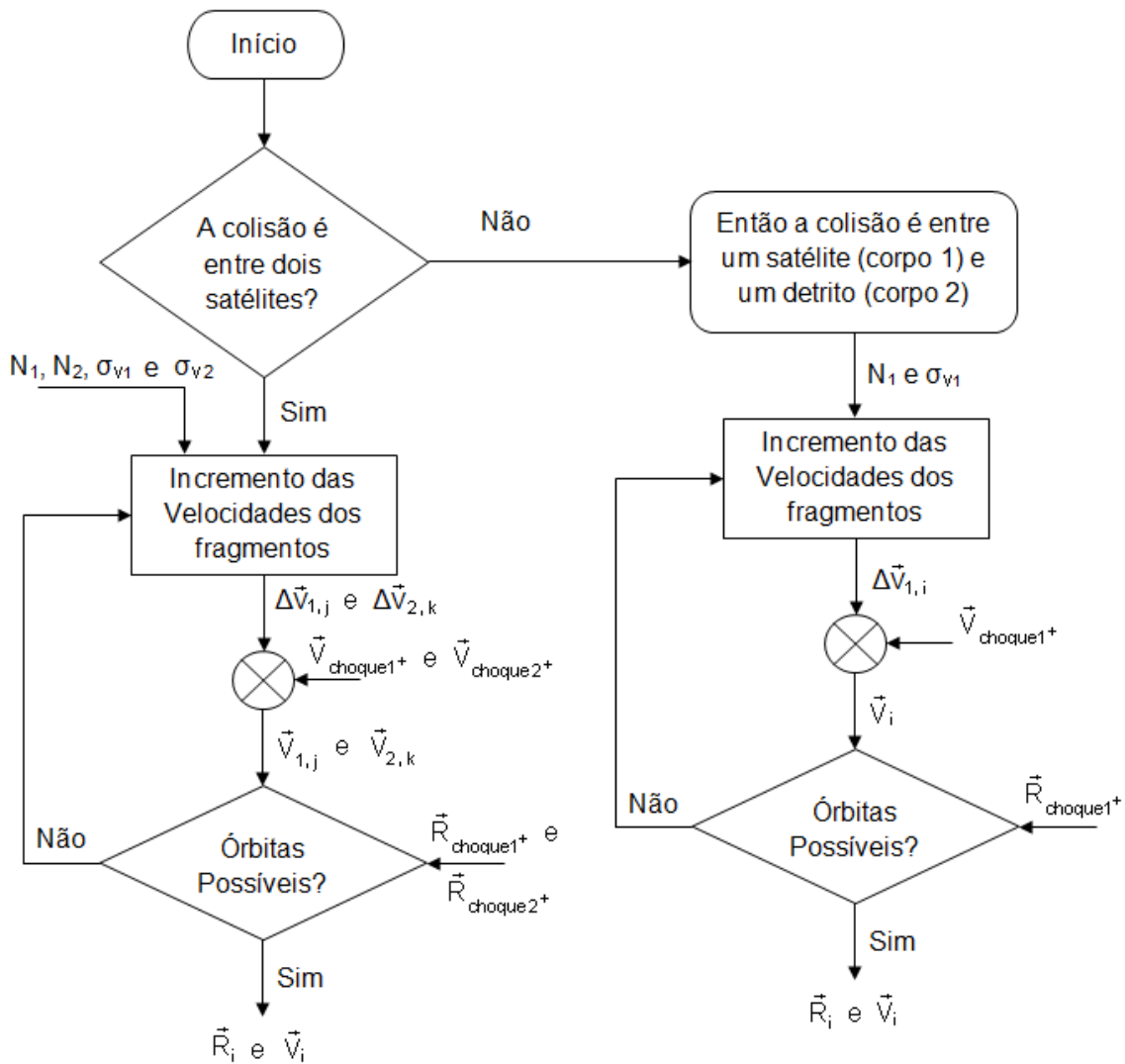


Figura 3.12 – Fluxograma da Modelagem das Posições e Velocidades dos Detritos Resultantes do Choque.

O fluxograma da Figura 3.13 ilustra a simulação completa das posições e das velocidades dos detritos resultantes do choque a partir dos vetores posições e dos vetores velocidades dos corpos 1 e 2 antes do choque.

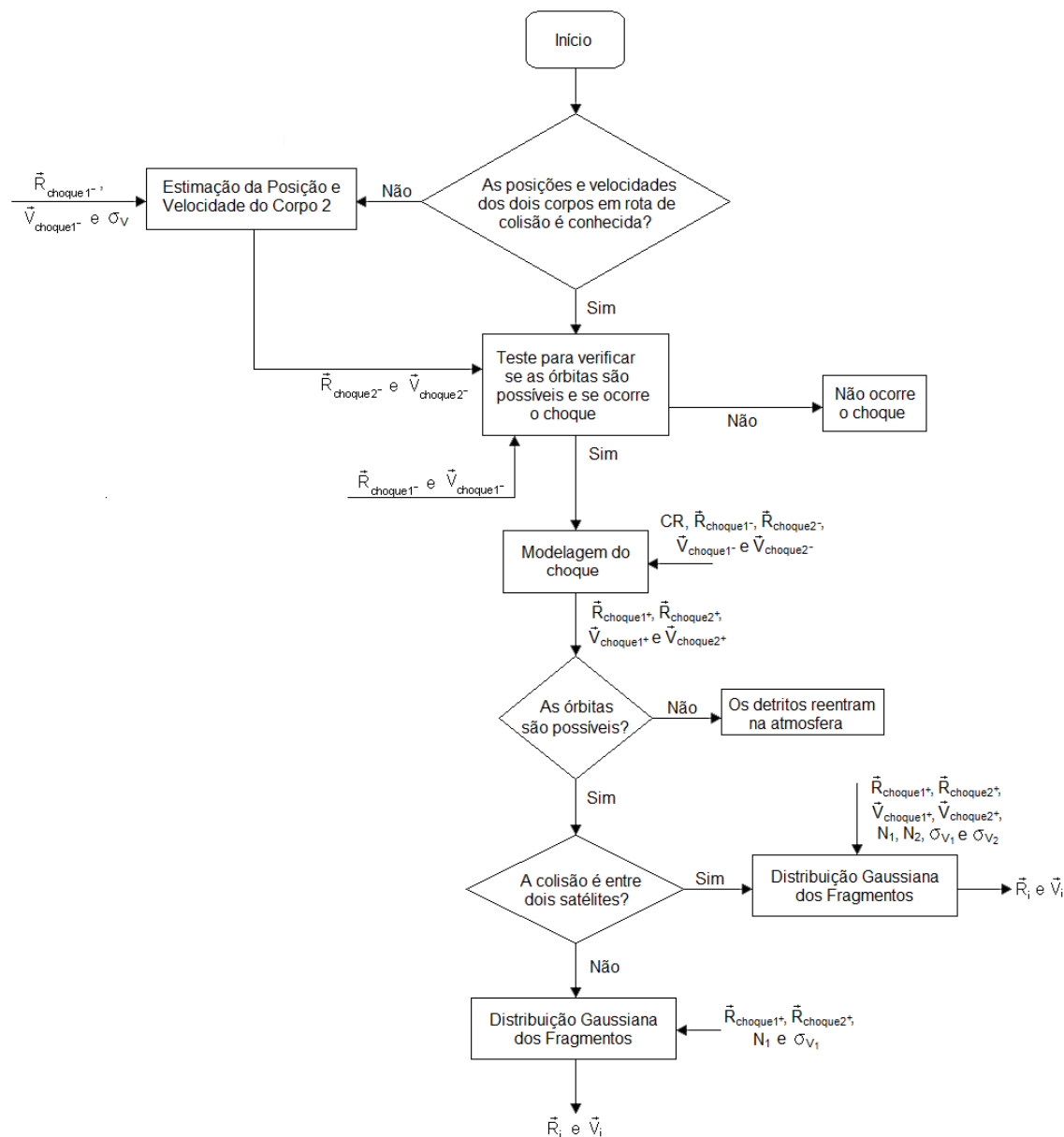


Figura 3.13 – Fluxograma da Simulação das Posições e das Velocidades dos Detritos Resultantes do Choque a Partir das Posições e das Velocidades dos Corpos 1 e 2 Antes do Choque.

### 3.1.3.4. Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão utilizando o Coeficiente de Cisalhamento

Este modelo utiliza os mesmos princípios que o modelo determinístico e probabilístico de colisão. Apenas foi acrescentado o coeficiente de cisalhamento (similar ao coeficiente de restituição, mas para a razão entre as componentes das velocidades relativas no eixo y no plano de colisão) que é dado por:

$$CS = \frac{v_{2^+,y} - v_{1^+,y}}{v_{1^-,y} - v_{2^-,y}} \quad (3.79)$$

logo:

$$v_{2^+,y} = CS(v_{1^-,y} - v_{2^-,y}) + v_{1^+,y} \quad (3.80)$$

Substituindo 3.80 em 3.53:

$$m_1 v_{1^-,y} + m_2 v_{2^-,y} = m_1 v_{1^+,y} + m_2 [CS(v_{1^-,y} - v_{2^-,y}) + v_{1^+,y}] \rightarrow \quad (3.81)$$

$$m_1 v_{1^-,y} + m_2 v_{2^-,y} - m_2 CS(v_{1^-,y} - v_{2^-,y}) = m_1 v_{1^+,y} + m_2 v_{1^+,y} \rightarrow \quad (3.82)$$

$$v_{1^+,y} = \frac{m_1 v_{1^-,y} + m_2 v_{2^-,y} - m_2 CS(v_{1^-,y} - v_{2^-,y})}{m_1 + m_2} \quad (3.83)$$

O coeficiente de cisalhamento altera apenas as projeções das velocidades dos corpos 1 e 2 sobre o eixo y no instante imediatamente posterior ao impacto no plano de colisão. O restante do equacionamento se mantém inalterado.

## 3.2. Métodos de Propagação do Movimento Orbital de Detritos Espaciais

Os métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais selecionados foram o método analítico de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método analítico de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano) que inclui os efeitos do J2.



### 3.2.1. Propagação Kepleriana

Foram encontrados métodos detalhados de propagação do movimento orbital de satélites artificiais na literatura disponível e consultada até o momento. Na apostila de Kuga e Rao (1995) há as hipóteses e o equacionamento do método kepleriano usado neste trabalho.

#### 3.2.1.1. Metodologia

A partir das posições e das velocidades dos detritos em coordenadas inerciais no instante imediatamente posterior ao choque, foi realizada uma simulação da propagação destas posições e velocidades utilizando um propagador com campo gravitacional central (kepleriano), desenvolvido em MATLAB.

#### 3.2.1.2. Modelo Matemático

A partir das posições e das velocidades dos detritos em coordenadas inerciais no instante imediatamente posterior ao choque ( $\vec{R}_i$  e  $\vec{V}_i$ ), calculamos os elementos keplerianos que definem as órbitas dos detritos (semi-eixo maior ( $a_i$ ), excentricidade ( $e_i$ ), anomalia média ( $M_{0,i}$ ), inclinação da órbita ( $i_i$ ), argumento do perigeu ( $\omega_i$ ) e ascensão reta do nodo ascendente ( $\Omega_i$ )). Sendo:

$$\vec{R}_i = [X_i \quad Y_i \quad Z_i]^T \quad (3.84)$$

e:

$$\vec{V}_i = [\dot{X}_i \quad \dot{Y}_i \quad \dot{Z}_i]^T \quad (3.85)$$

Inicialmente calculam-se os módulos dos vetores posição e velocidade:

$$\begin{aligned} r_i^2 &= X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2 \\ v_i^2 &= \dot{X}_i^2 + \dot{Y}_i^2 + \dot{Z}_i^2 \end{aligned} \quad (3.86)$$

Para calcular o semi-eixo maior utilizamos a equação da “vis-viva”:

$$v_i^2 = \mu \left( \frac{2}{r_i} - \frac{1}{a_i} \right) \rightarrow \frac{1}{a_i} = \frac{2}{r_i} - \frac{v_i^2}{\mu} \rightarrow a_i = \frac{1}{\frac{2}{r_i} - \frac{v_i^2}{\mu}} \quad (3.87)$$

Em que  $\mu$  é a constante geo-gravitacional.

Para calcular a excentricidade, utilizamos equação do raio vetor:

$$r_i = a_i(1 - e_i \cos u_i) \rightarrow e_i \cos u_i = 1 - \frac{r_i}{a_i} \quad (3.88)$$

Derivando em relação ao tempo:

$$-e_i \dot{u}_i \sin u_i = -\frac{\dot{r}_i}{a_i} \quad (3.89)$$

Mas como:

$$\dot{u}_i = \frac{n_i a_i}{r_i} \quad (3.90)$$

temos que:

$$e_i \frac{n_i a_i}{r_i} \sin u_i = \frac{\dot{r}_i}{a_i} \rightarrow e_i \sin u_i = \frac{r_i \dot{r}_i}{n_i a_i^2} \quad (3.91)$$

em que:

$$n_i = \sqrt{\frac{\mu}{a_i^3}} \quad (3.92)$$

Logo:

$$\begin{cases} e_i \sin u_i = \frac{r_i \dot{r}_i}{n_i a_i^2} \\ e_i \cos u_i = 1 - \frac{r_i}{a_i} \end{cases} \quad (3.93)$$

Quadrando estas expressões e somando-as, teremos:

$$\begin{aligned} e_i^2 (\sin u_i)^2 + e_i^2 (\cos u_i)^2 &= \left( \frac{r_i \dot{r}_i}{n_i a_i^2} \right)^2 + \left( 1 - \frac{r_i}{a_i} \right)^2 \rightarrow \\ e_i^2 &= \left( \frac{r_i \dot{r}_i}{n_i a_i^2} \right)^2 + \left( 1 - \frac{r_i}{a_i} \right)^2 \rightarrow e_i = \sqrt{\left( \frac{r_i \dot{r}_i}{n_i a_i^2} \right)^2 + \left( 1 - \frac{r_i}{a_i} \right)^2} \end{aligned} \quad (3.94)$$

Em que:

$$r_i \dot{r}_i = X_i \dot{X}_i + Y_i \dot{Y}_i + Z_i \dot{Z}_i \quad (3.95)$$

e  $n_i$ , que é o movimento médio, é dado por:

$$n_i^2 a_i^3 = \mu \rightarrow n_i = \sqrt{\frac{\mu}{a_i^3}} \quad (3.96)$$

A anomalia excêntrica pode ser obtida dividindo-se membro a membro as equações:

$$\begin{cases} e_i \sin u_i = \frac{r_i \dot{r}_i}{n_i a_i^2} \\ e_i \cos u_i = 1 - \frac{r_i}{a_i} \end{cases} \quad (3.97)$$

Portanto:

$$\tan u_i = \frac{(r_i \dot{r}_i) / (n_i a_i^2)}{1 - r_i / a_i} \quad (3.98)$$

A anomalia média é obtida através da equação de Kepler:

$$M_{0,i} = u_i - e_i \sin u_i \quad (3.99)$$

A inclinação da órbita pode ser obtida através do cálculo do momento angular específico  $h_i$ :

$$\vec{h}_i = \vec{R}_i \times \vec{V}_i = \begin{vmatrix} \hat{I} & \hat{J} & \hat{K} \\ X_i & Y_i & Z_i \\ \dot{X}_i & \dot{Y}_i & \dot{Z}_i \end{vmatrix} \quad (3.100)$$

logo:

$$\vec{h}_i = (Y_i \dot{Z}_i - Z_i \dot{Y}_i) \hat{I} + (Z_i \dot{X}_i - X_i \dot{Z}_i) \hat{J} + (X_i \dot{Y}_i - Y_i \dot{X}_i) \hat{K} \rightarrow \quad (3.101)$$

$$\vec{h}_i = h_{x,i} \hat{I} + h_{y,i} \hat{J} + h_{z,i} \hat{K} \rightarrow h_i = \sqrt{(h_{x,i})^2 + (h_{y,i})^2 + (h_{z,i})^2} \quad (3.102)$$

em que:

$$h_{x,i} = Y_i \dot{Z}_i - Z_i \dot{Y}_i \quad (3.103)$$

$$h_{y,i} = Z_i \dot{X}_i - X_i \dot{Z}_i \quad (3.104)$$

$$h_{z,i} = X_i \dot{Y}_i - Y_i \dot{X}_i \quad (3.105)$$

em que  $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$  são os versores nas direções  $X_i, Y_i$  e  $Z_i$ , e  $h_{x,i}$ ,  $h_{y,i}$  e  $h_{z,i}$  são as componentes do momento angular nas mesmas direções. Podemos observar na Figura 3.14 que o vetor momento angular é perpendicular ao plano da órbita. Ele forma o ângulo  $i_i$  com o eixo  $Z_i$ .

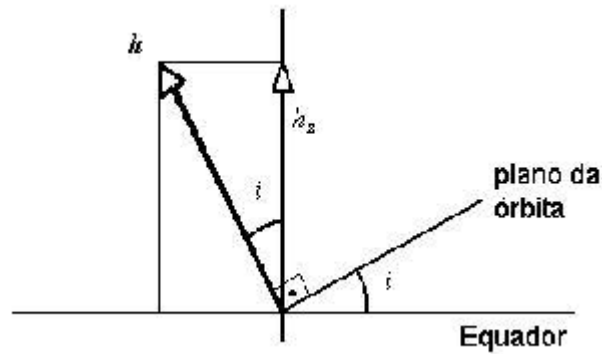


Figura 3.14 – Vetor Momento Angular.

Fonte: Kuga e Rao (1995).

Logo:

$$\cos i_i = \frac{h_{z,i}}{h_i} \quad (3.106)$$

com  $0 \leq i_i \leq 180^\circ$ .

Para calcular a ascensão reta do nodo ascendente, é necessário definir um vetor  $\vec{\Omega}_i$ , com origem no centro da Terra  $O$  e passando pela linha dos nodos (pontos onde a órbita cruza o plano do Equador) conforme ilustra a Figura 3.15.

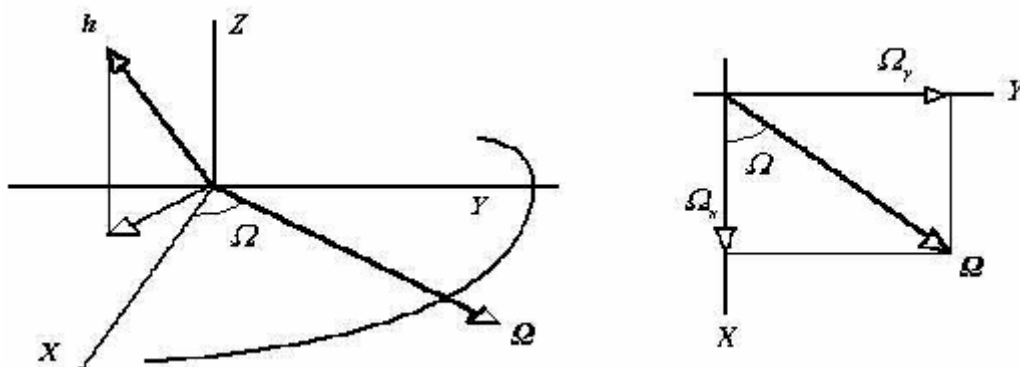


Figura 3.15 – Vetor  $\vec{\Omega}$ .

Fonte: Kuga e Rao (1995).

Como o vetor momento angular é perpendicular ao plano da órbita, ele também é perpendicular ao vetor  $\vec{\Omega}_i$  que está contido no plano da órbita. Assim, pode-se escrever:

$$\vec{\Omega}_i = \hat{K} \times \vec{h}_i = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ h_{x,i} & h_{y,i} & h_{z,i} \end{vmatrix} = -h_{y,i}\hat{i} + h_{x,i}\hat{j} \quad (3.107)$$

Portanto:

$$\tan \Omega_i = \frac{\Omega_{y,i}}{\Omega_{x,i}} = \frac{h_{x,i}}{-h_{y,i}} \quad (3.108)$$

em que  $\Omega_{x,i}$  e  $\Omega_{y,i}$  são as componentes do vetor  $\vec{\Omega}_i$  nas direções X e Y.

O cálculo do argumento do perigeu requer a definição de um ângulo auxiliar  $\nu_i$  chamado longitude verdadeira. A longitude verdadeira é simplesmente a soma do argumento do perigeu com a anomalia verdadeira:

$$\nu_i = \omega_i + f_i \quad (3.109)$$

A Figura 3.16 mostra os ângulos envolvidos.

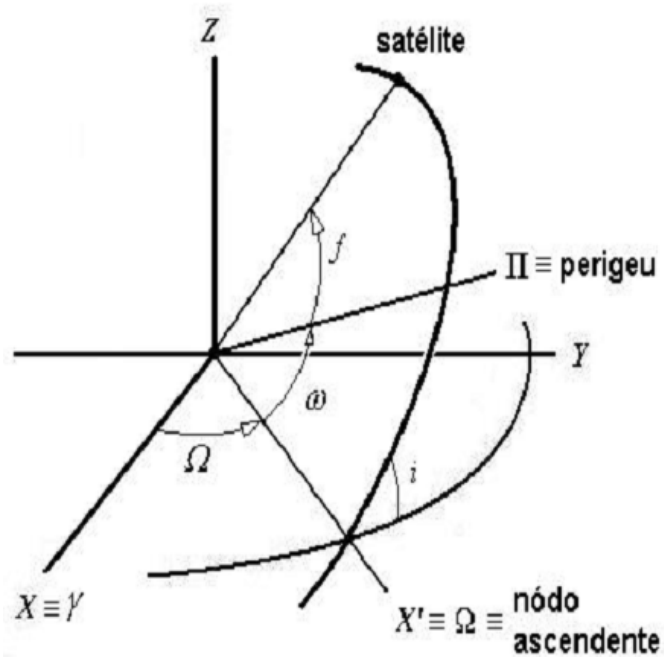


Figura 3.16 – Longitude Verdadeira.

Fonte: Kuga e Rao (1995).

A anomalia verdadeira  $f_i$  pode ser obtida através das expressões para as coordenadas  $x_i$  e  $y_i$  do plano orbital:

$$y_i = r_i \sin f_i = a_i (1 - e_i^2)^{1/2} \sin u_i \quad (3.110)$$

$$x_i = r_i \cos f_i = a_i (\cos u_i - e_i) \quad (3.111)$$

Calcula-se a tangente via:

$$\tan f_i = \frac{(1 - e_i^2)^{1/2} \sin u_i}{\cos u_i - e_i} \quad (3.112)$$

Em seguida, deve-se analisar corretamente os quadrantes para se obter o ângulo  $f_i$ .

A determinação de  $\omega_i$  se faz através de duas rotações de eixos que são as seguintes:

1) Uma rotação  $R_{z,i}(\Omega_i)$  que leva  $X_i$  para o nodo ( $X_i'$ ):

$$\bar{X}_i' = R_{z,i}(\Omega_i)\bar{X}_i \quad (3.113)$$

2) Uma rotação  $R_{x',i}(i_i)$  que leva  $Y_i'$  do plano do Equador para o plano orbital:

$$\bar{X}_i'' = R_{x',i}(i_i)\bar{X}_i' \quad (3.114)$$

Logo:

$$\bar{X}_i'' = R_{x',i}(i_i)R_{z,i}(\Omega_i)\bar{X}_i \quad (3.115)$$

em que:

$$\bar{X}_i'' = \begin{bmatrix} X_i'' \\ Y_i'' \\ Z_i'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_i \cos(v_i) \\ r_i \sin(v_i) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_i \cos(\omega_i + f_i) \\ r_i \sin(\omega_i + f_i) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

De acordo com as Equações 3.115 e 3.116 podemos escrever que:

$$\begin{pmatrix} X_i'' \\ Y_i'' \\ Z_i'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_i \cos v_i \\ r_i \sin v_i \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i_i & \sin i_i \\ 0 & -\sin i_i & \cos i_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Omega_i & \sin \Omega_i & 0 \\ -\sin \Omega_i & \cos \Omega_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} \quad (3.117)$$

Fazendo os cálculos necessários, teremos que:

$$\begin{aligned} X_i'' &= r_i \cos v_i = X_i \cos \Omega_i + Y_i \sin \Omega_i, \\ Y_i'' &= r_i \sin v_i = -X_i \cos i_i \sin \Omega_i + Y_i \cos i_i \cos \Omega_i + Z_i \sin i_i \end{aligned} \quad (3.118)$$

Logo:

$$\tan v_i = \frac{Y_i''}{X_i''} = \frac{-X_i \cos i_i \sin \Omega_i + Y_i \cos i_i \cos \Omega_i + Z_i \sin i_i}{X_i \cos \Omega_i + Y_i \sin \Omega_i} \quad (3.119)$$



Finalmente, o argumento do perigeu é calculado de acordo com a Equação 3.109:

$$v_i = \omega_i + f_i \rightarrow \omega_i = v_i - f_i \quad (3.120)$$

Como o método de propagação é analítico e o campo gravitacional é central (kepleriano), o único elemento kepleriano que varia no tempo é a anomalia média ( $M_{0,i}$ ). A variação da anomalia média no tempo é dada pela Equação 3.121.

$$M_i(t) = M_{0,i} + n_i(t - t_0) \quad (3.121)$$

em que  $M_{0,i}$  e  $n_i$  são dados pelas Equações 3.99 e 3.92 respectivamente.

Assim, a partir nos elementos keplerianos  $a_i$ ,  $e_i$ ,  $i_i$ ,  $\Omega_i$ ,  $\omega_i$  e  $M_i(t)$  são calculadas as posições e as velocidades dos detritos no sistema de coordenadas inerciais. Para isso é necessário seguir alguns passos:

1. Resolver a equação de Kepler para se obter a anomalia excêntrica.

$$M_i(t) = u_i^+ - e_i \sin(u_i^+) \quad (3.122)$$

2. Calcular as novas posições e velocidades dos detritos no sistema de coordenadas cartesianas.

$$x_i^+ = a_i [\cos(u_i^+) - e_i] \quad (3.123)$$

$$y_i^+ = a_i \sqrt{1 - e_i^2} \sin(u_i^+) \quad (3.124)$$

$$z_i^+ = 0 \quad (3.125)$$

$$r_i^+ = a_i [1 - e_i \cos(u_i^+)] \quad (3.126)$$

$$\dot{x}_i^+ = -\frac{n_i a_i^2}{r_i^+} \sin(u_i^+) \quad (3.127)$$

$$\dot{y}_i^+ = \frac{n_i a_i^2}{r_i^+} \cos(u_i^+) \sqrt{1 - e_i^2} \quad (3.128)$$

$$\dot{z}_i^+ = 0 \quad (3.129)$$

3. Calcular a matriz de rotação que transforma as coordenadas do plano orbital para o sistema de coordenadas inerciais.

$$R(i, \Omega, \omega) = \begin{pmatrix} c\Omega c\omega - s\Omega c i s\omega & -c\Omega s\omega - s\Omega c i c\omega & s\Omega s i \\ s\Omega c\omega + c\Omega c i s\omega & -s\Omega s\omega + c\Omega c i c\omega & -c\Omega s i \\ s i s\omega & s i c\omega & c i \end{pmatrix} \quad (3.130)$$

em que  $c \equiv \cos$  e  $s \equiv \sin$

4. Calcular as posições e velocidades no sistema de coordenadas inerciais

$$\bar{R}_i^+ = R(i, \Omega, \omega) \begin{bmatrix} x_i^+ \\ y_i^+ \\ z_i^+ \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

e:

$$\bar{V}_i^+ = R(i, \Omega, \omega) \begin{bmatrix} \dot{x}_i^+ \\ \dot{y}_i^+ \\ \dot{z}_i^+ \end{bmatrix} \quad (3.132)$$

### 3.2.1.3. Modelo de Simulação

Um simulador desenvolvido em MATLAB propaga as posições e as velocidades da nuvem de detritos em coordenadas inerciais durante um período de tempo ( $P_{prop}$ ). Para propagar essas posições e velocidades, o simulador leva em conta: a posição e a velocidade dos detritos no instante imediatamente posterior à sua geração em coordenadas inerciais, o período em que será feita a propagação ( $P_{prop}$ ), e o número de figuras ( $n_{fig}$ ).

Na Figura 3.17 podemos observar o fluxograma da simulação.

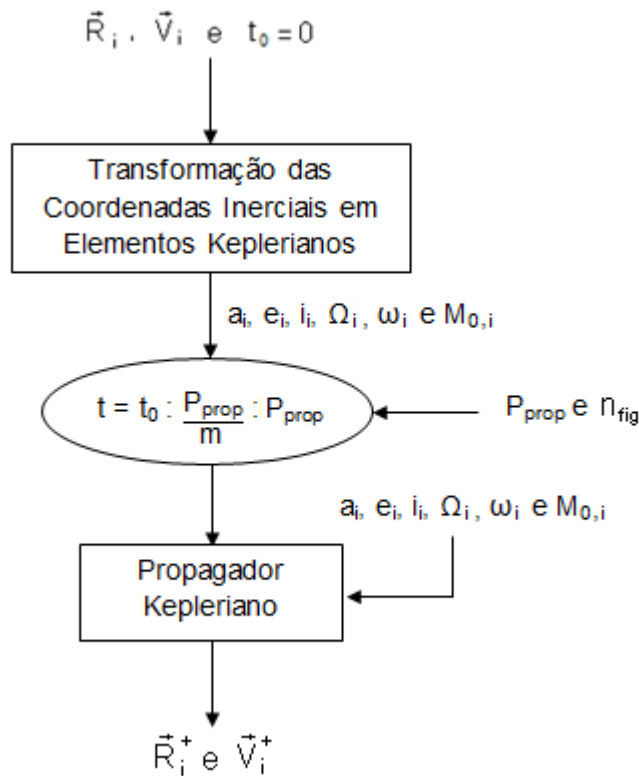


Figura 3.17 – Fluxograma do Método de Propagação Kepleriano.

### 3.2.2. Propagação Não – Kepleriana

Foram encontrados métodos detalhados de propagação do movimento orbital de satélites artificiais na literatura disponível e consultada até o momento. No Capítulo 10 de Escobal (1965), há as hipóteses e o equacionamento do método não kepleriano com o J2 usado neste trabalho.

#### 3.2.2.1. Metodologia

A partir das posições e das velocidades dos detritos em coordenadas inerciais no instante imediatamente posterior ao choque, foi realizada uma simulação da

propagação destas posições e velocidades utilizando um propagador com campo gravitacional não central (não kepleriano), desenvolvido em MATLAB, que inclui os efeitos do J2.

### 3.2.2.2. Modelo Matemático

A partir das posições e das velocidades dos detritos em coordenadas inerciais no instante imediatamente posterior ao choque  $(\vec{R}_i, \vec{V}_i)$ , calculamos os elementos keplerianos que definem as órbitas dos detritos (semi-eixo maior  $(a_i)$ , excentricidade  $(e_i)$ , anomalia média  $(M_{0,i})$ , inclinação da órbita  $(i_i)$ , argumento do perigeu  $(\omega_{0,i})$  e ascensão reta do nodo ascendente  $(\Omega_{0,i})$ ) conforme calculado no método de propagação analítico com campo gravitacional central.

Como o método de propagação é analítico com campo gravitacional não central (não kepleriano) a anomalia média não será o único elemento kepleriano que irá variar no tempo. O J2 influencia principalmente o argumento do perigeu, a ascensão reta do nodo ascendente e o movimento médio. Desta forma, o argumento do perigeu e a ascensão reta do nodo ascendente também irão variar no tempo (ESCOBAL, 1965).

O movimento médio devido ao J2, a taxa de variação do argumento do perigeu (em radianos por segundo) e a taxa de variação da ascensão reta do nodo ascendente (em radianos por segundo) são dados pela Equações 3.133, 3.134 e 3.135 respectivamente.

$$\bar{n}_i = n_0 \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{\sqrt{1-e_i^2}}{p_i^2} \left[ 1 - \frac{3}{2} \sin^2(i_i) \right] \right\} \quad (3.133)$$

$$\dot{\omega}_i = \left\{ \frac{3}{2} \frac{J_2}{p_i^2} \left[ 2 - \frac{5}{2} \sin^2(i_i) \right] \right\} \bar{n}_i \quad (3.134)$$

$$\dot{\Omega}_i = -\left[\frac{3 J_2}{2 p_i^2} \cos(i_i)\right] \bar{n}_i \quad (3.135)$$

em que:  $J_2$  é o coeficiente de segunda ordem dos harmônicos gravitacionais da Terra; e  $p_i$  é o “semi-latus retum” dados pelas Equações 3.136 e 3.137 respectivamente.

$$J_2 = +1082.28 \pm 0.3 \times 10^{-6} \quad (3.136)$$

$$p_i = a_i (1 - e_i^2) \quad (3.137)$$

Assim, o argumento do perigeu, a ascensão reta do nodo ascendente e a anomalia média são dadas pelas Equações 3.137, 3.138 e 3.139 respectivamente.

$$\omega_i(t) = \omega_{0,i} + \dot{\omega}_i(t - t_0) \quad (3.137)$$

$$\Omega_i(t) = \Omega_{0,i} + \dot{\Omega}_i(t - t_0) \quad (3.138)$$

$$M_i(t) = M_{0,i} + \bar{n}_i(t - t_0) \quad (3.139)$$

em que  $\bar{n}_i$  é dado pela Equação 3.133.

Assim, a partir nos elementos keplerianos  $a_i$ ,  $e_i$ ,  $i_i$ ,  $\Omega_i(t)$ ,  $\omega_i(t)$  e  $M_i(t)$ , são calculadas as posições e as velocidades dos detritos no sistema de coordenadas inerciais, conforme calculado no método de propagação analítico com campo gravitacional central.

### 3.2.2.3. Modelo de Simulação

Um simulador desenvolvido em MATLAB propaga as posições e as velocidades da nuvem de detritos em coordenadas inerciais durante um período de tempo ( $P_{prop}$ ). Para propagar essas posições e velocidades, o simulador leva em conta as posições e as velocidades dos detritos no instante

imediatamente posterior à sua geração, o período em que será feita a propagação ( $P_{prop}$ ) e o número de figuras ( $n_{fig}$ ).

Na Figura 3.16 podemos observar o fluxograma da simulação.

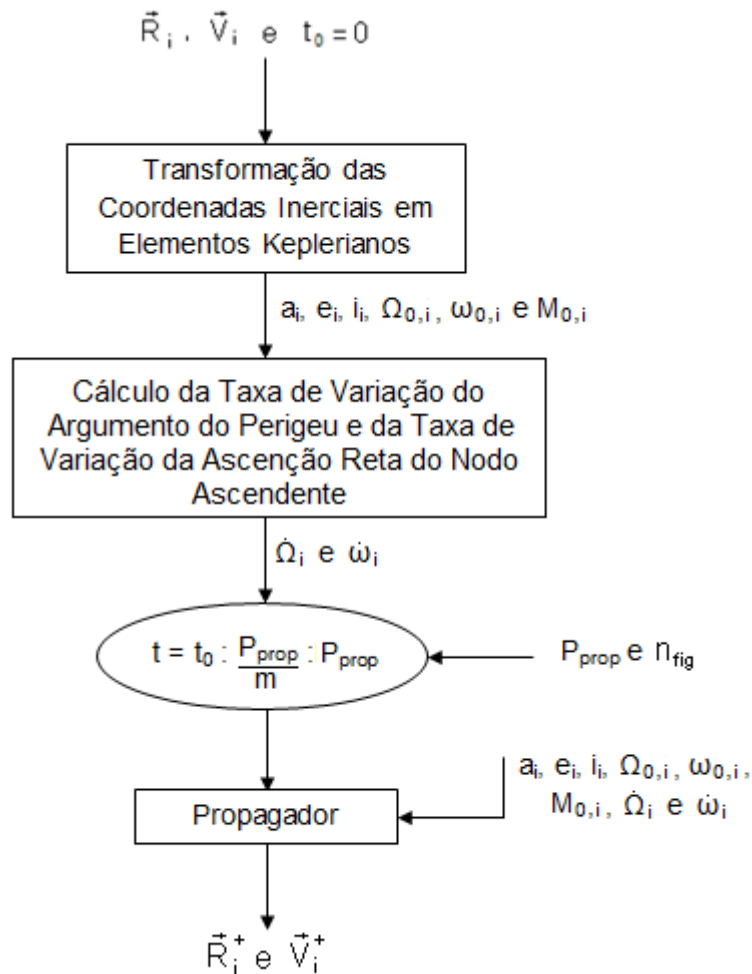


Figura 3.16 – Fluxograma do Método de Propagação Não Kepleriano.

## 4 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Neste capítulo serão descritas as simulações combinando os modelos de geração de detritos espaciais e os métodos de propagação do movimento orbital de detritos espaciais, conforme ilustra a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Tabela de Casos usados nas Simulações.

	<b>Modelo de Geração</b>	<b>Método de Propagação</b>
<b>1º Caso</b>	Determinístico de Explosão	Campo Gravitacional Central (Kepleriano)
<b>2º Caso</b>	Determinístico de Explosão	Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano com J2)
<b>3º Caso</b>	Probabilístico de Fragmentação	Campo Gravitacional Central (Kepleriano)
<b>4º Caso</b>	Probabilístico de Fragmentação	Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano com J2)
<b>5º Caso</b>	Determinístico e Probabilístico de Colisão	Campo Gravitacional Central (Kepleriano)
<b>6º Caso</b>	Determinístico e Probabilístico de Colisão	Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano com J2)

Os casos foram ordenados desta forma para facilitar a comparação entre os modelos e métodos utilizados.

Nestas simulações iremos usar os poucos dados disponíveis sobre a explosão e fragmentação do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C ao ser atingido pelo míssil anti-satélite chinês. As simulações terão início em 11 de janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (que de acordo com o Celestrak (2010) é o instante mais provável do evento, diferente do instante 22:28 UTC divulgado pela *Aviation Week & Space Technology* referida em Celestrak (2010)). O evento da destruição do satélite meteorológico chinês foi usado nos seis casos devido à

escassez de dados de outros eventos envolvendo a destruição de satélites em órbitas terrestres.

O satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C será modelado como um disco ou esfera homogênea de raio  $r = 1.5$  metros, pois sua dimensão era 2,02m x 2,00m x 2,215m, e sua massa era de aproximadamente 850 quilogramas (SINODEFENCE.COM, 2008).

Não há dados disponíveis do míssil que atingiu o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C. A Tabela 4.2 ilustra os poucos dados disponíveis do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C.

Tabela 4.2 – Dados Disponíveis do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C.

<b>Massa aproximada</b>	850 kg
<b>Dimensão</b>	2,02m x 2,00m x 2,215m
<b>Instante da Destruição do Satélite</b>	11 de janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC
<b>TLE do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C em 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC (SPACE TRACK, 2011)</b>	
FENGYUN 1C	
1 25730U 99025A 07011.90621003 .00000180 00000-0 12153-3 0 9323	
2 25730 098.6464 001.7411 0013513 266.0357 094.0215 14.11820274395460	

Para realizar as simulações são necessários dados que não estão disponíveis do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C e do míssil que o atingiu. As Tabelas 4.3 e 4.4 ilustram os dados necessários para realizar as simulações e que não estão disponíveis do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C e do míssil, respectivamente.



Tabela 4.3 – Dados não Disponíveis do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C.

Número de Fragmentos Resultantes da Fragmentação do Satélite
Vetor Posição do Satélite no Instante Imediatamente Anterior à Fragmentação
Vetor Velocidade do Satélite no Instante Imediatamente Anterior à Fragmentação

Tabela 4.4 – Dados não Disponíveis do Míssil que Atingiu o Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C

Vetor Posição do Míssil no Instante Imediatamente Anterior à Fragmentação
Vetor Velocidade do Míssil no Instante Imediatamente Anterior à Fragmentação
Massa do Míssil
Dimensões do Míssil

Além dos dados do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C e do míssil, são necessárias informações de como ocorreram a colisão, a explosão e a fragmentação, mas essas informações não estão disponíveis. A Tabela 4.4 ilustra os dados que não estão disponíveis dos modelos de explosão, de fragmentação e de colisão mas são necessários para realizar as simulações.

Tabela 4.5 – Dados não Disponíveis dos Modelos de Explosão, de Fragmentação e de Colisão.

Gradiente de Explosão, no Modelo Determinístico de Explosão
Desvio Padrão das Velocidades dos Fragmentos Resultantes da Fragmentação do Satélite, no Modelo Probabilístico de Fragmentação
Coefficiente de Restituição e Coeficiente de Cisalhamento, no Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão

A posição e a velocidade do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C no instante imediatamente anterior à fragmentação foi obtida propagando os

elementos keplerianos (obtidos através dos TLEs da Tabela 4.2 disponíveis em 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC) até o instante de fragmentação de acordo com o Celestrak (2010) (11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC) utilizando o método de propagação com campo gravitacional central (kepleriano). A massa e a dimensão do míssil foram baseadas no míssil anti-satélite ASM-135 ASAT (WIKIPÉDIA, 2010b) devido à escassez de dados do míssil anti-satélite que atingiu o satélite meteorológico chinês Fengyn – 1C. O vetor posição e o vetor velocidade do míssil foram baseados no vetor posição e no vetor velocidade do satélite meteorológico chinês Fengyn – 1C, de acordo com o modelo determinístico e probabilístico de colisão. O gradiente de explosão, número de fragmentos, o desvio padrão das velocidades dos fragmentos, o coeficiente de restituição e o coeficiente de cisalhamento foram escolhidos empiricamente.

#### **4.1. 1º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)**

##### **4.1.1. Simulação 1**

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a explosão gerou 500 detritos (100 detritos resultantes da explosão borda do disco e 400 detritos resultantes da explosão do interior do disco ) e que o gradiente de explosão foi 100.

A Figura 4.1 ilustra a nuvem de detritos resultante da geração de detritos espaciais após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico de explosão e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.2 ilustra o centro de massa da

nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 1º caso.

Nas simulações a seguir os eixos estão em metros, e a figura da Terra é ilustrativa.

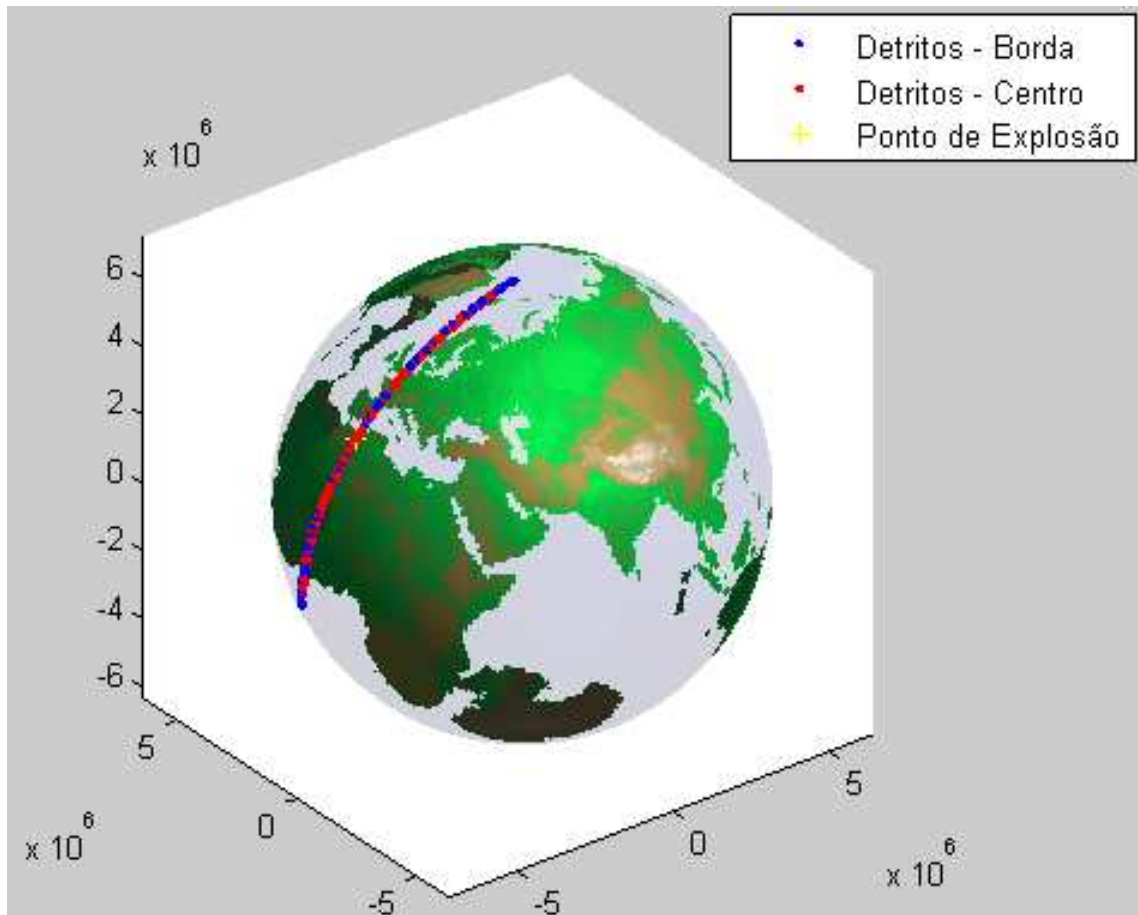


Figura 4.1 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m no instante  $2P_{\text{sat}}$ .

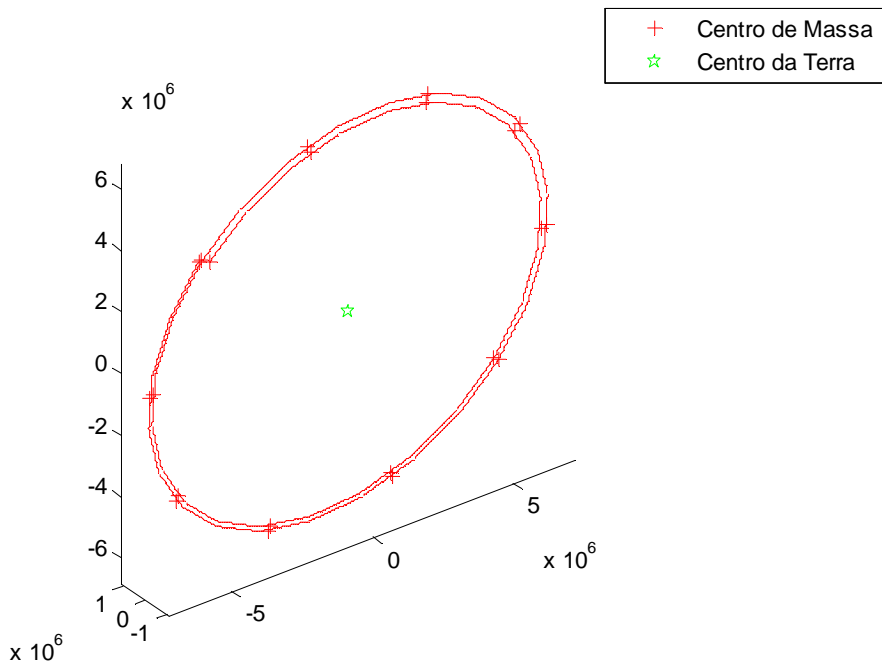


Figura 4.2 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m.

#### 4.1.2. Simulação 2

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a explosão gerou 500 detritos (100 detritos resultantes da explosão borda do disco e 400 detritos resultantes da explosão do interior do disco ) e que o gradiente de explosão foi 200.

A Figura 4.3 ilustra a nuvem de detritos resultante da geração de detritos espaciais após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico de explosão e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.4 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 1º caso.

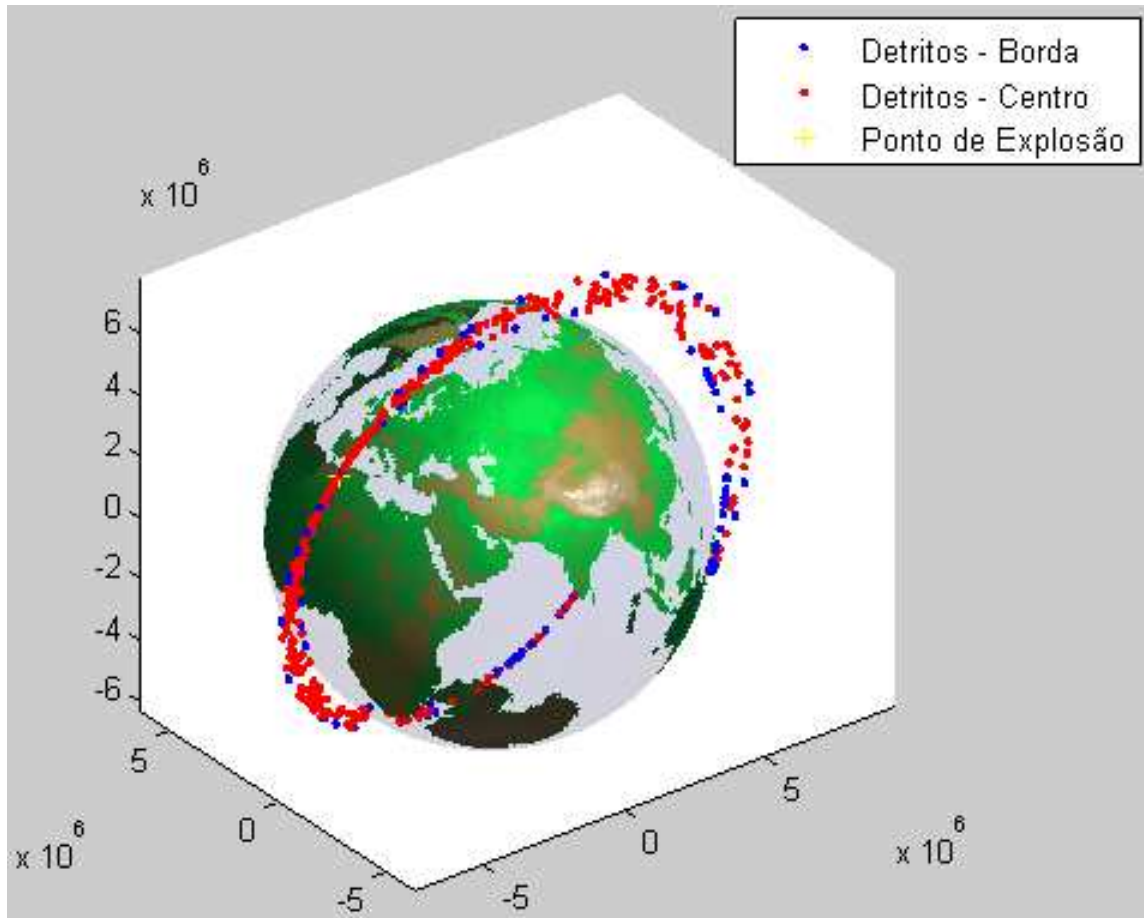


Figura 4.3 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m no instante  $2P_{\text{sat}}$ .

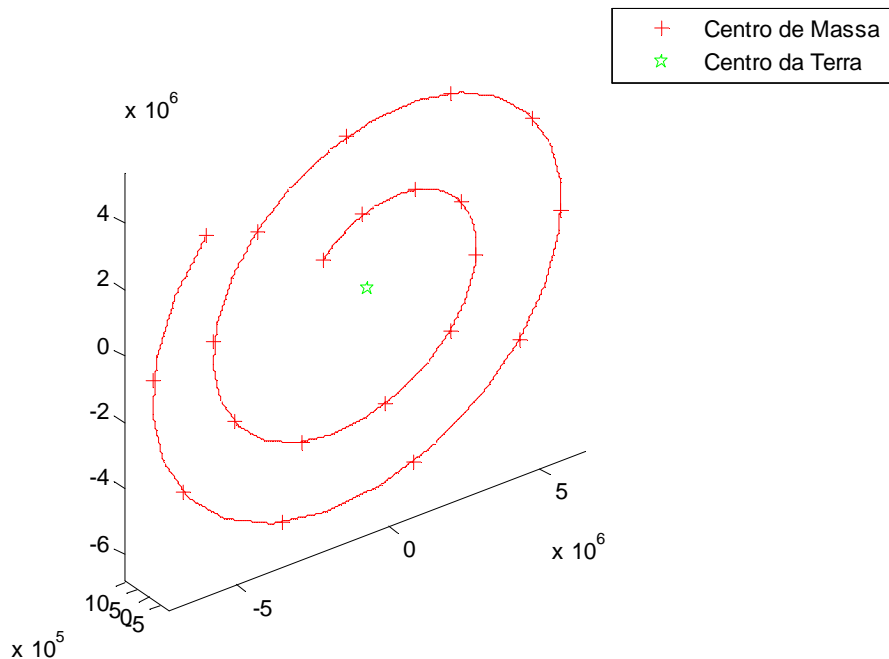


Figura 4.4 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m.

**Comentários:** A partir das simulações do caso 1 podemos observar que: 1) a nuvem de detritos assume inicialmente a forma de um elipsóide, progredindo para um elipsóide deformado (bananóide) até que a nuvem de detritos se torne um “anel”; 2) eventualmente todos os fragmentos retornam ao ponto de explosão (“*pinch point*”), o que já era esperado neste caso pois o método de propagação é com o campo gravitacional central (kepleriano); 3) se aumentarmos o raio do satélite e o gradiente de explosão, a nuvem de detritos se espalhará mais rapidamente, e o centro de massa se aproximará mais rapidamente do centro da Terra.

## **4.2. 2º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano)**

### **4.2.1. Simulação 1**

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a explosão gerou 500 detritos (100 detritos resultantes da explosão borda do disco e 400 detritos resultantes da explosão do interior do disco ) e que o gradiente de explosão foi 100.

A Figura 4.5 ilustra a nuvem de detritos resultante da geração de detritos espaciais após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico de explosão e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.6 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 2º caso.

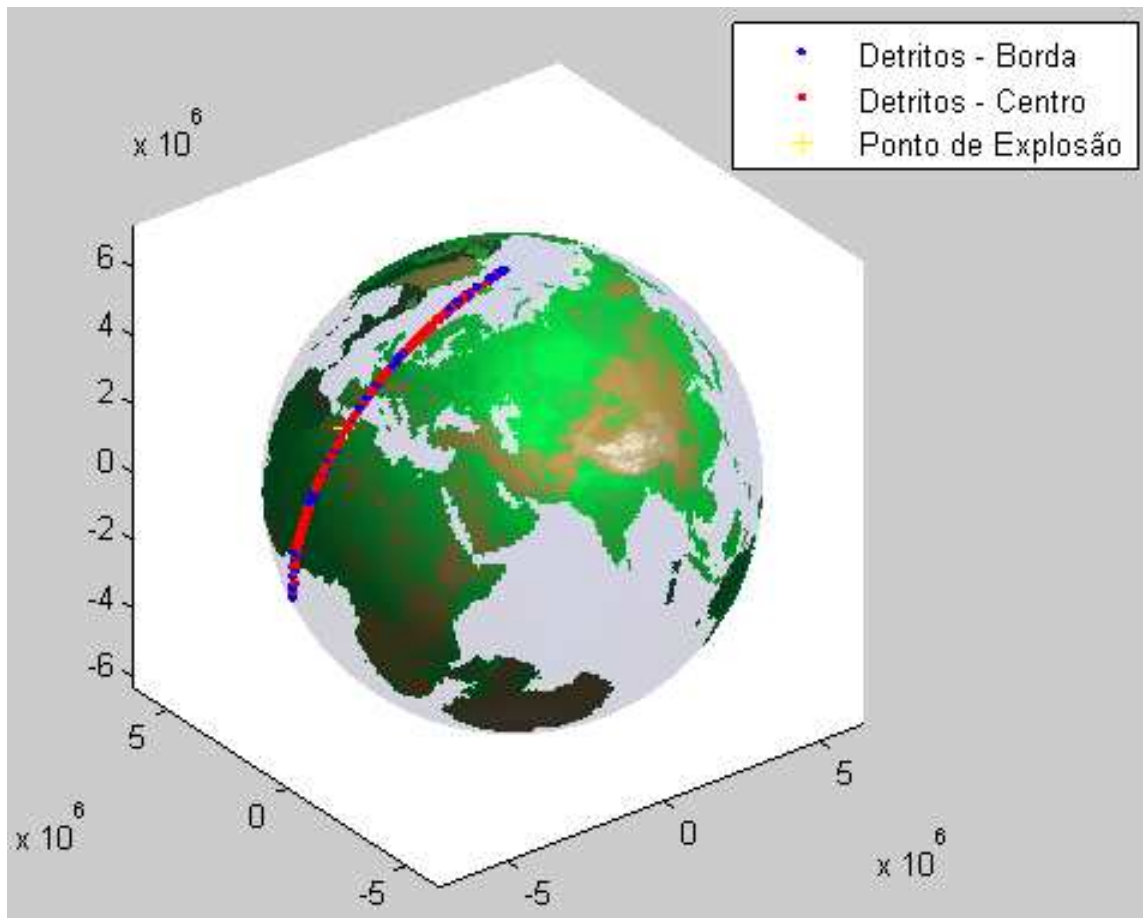


Figura 4.5 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m no instante  $2P_{\text{sat}}$ .



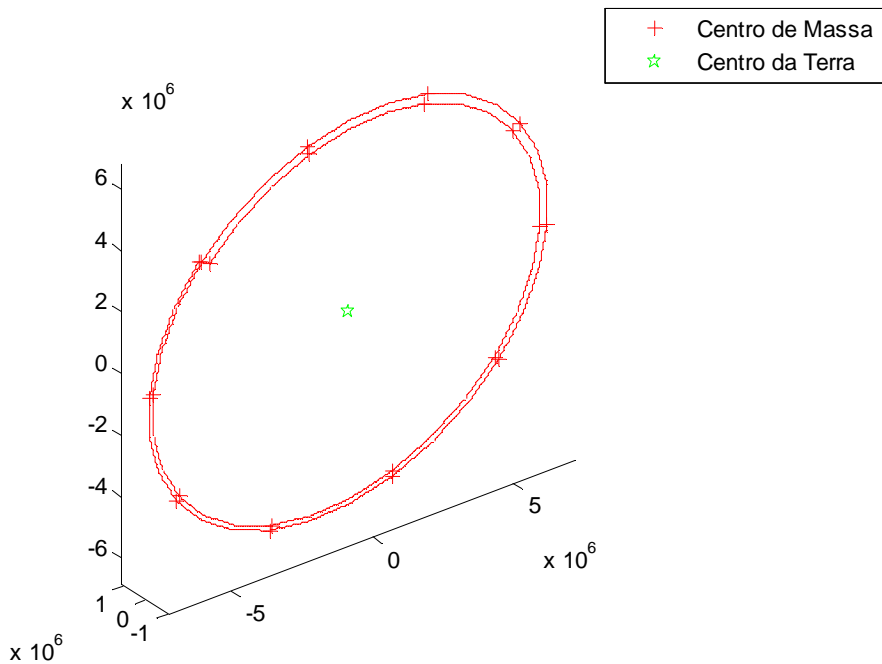


Figura 4.6 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m.

#### 4.2.2. Simulação 2

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C é modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a explosão gerou 500 detritos (100 detritos resultantes da explosão borda do disco e 400 detritos resultantes da explosão do interior do disco ) e que o gradiente de explosão foi 200.

A Figura 4.7 ilustra a nuvem de detritos resultante da geração de detritos espaciais após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico de explosão e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.8 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 2º caso.

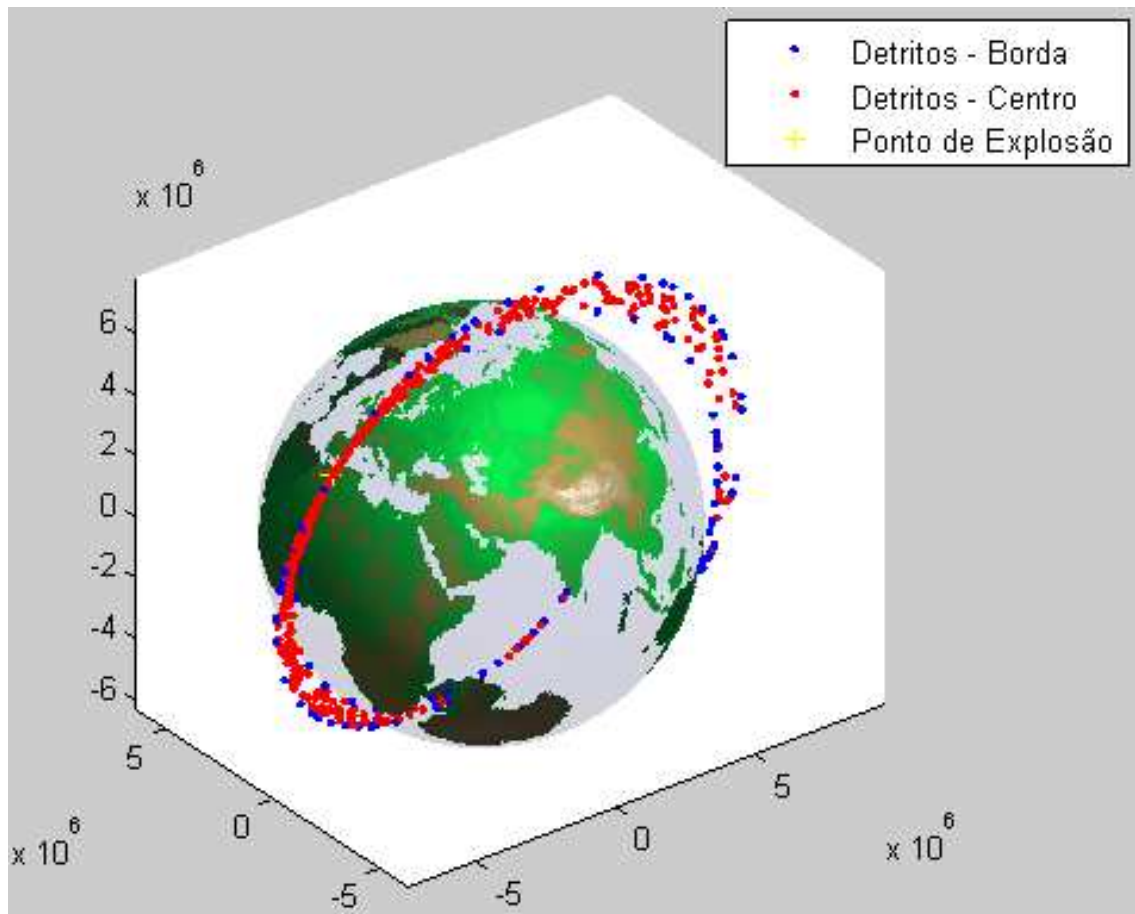


Figura 4.7 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m no instante  $2P_{\text{sat}}$ .

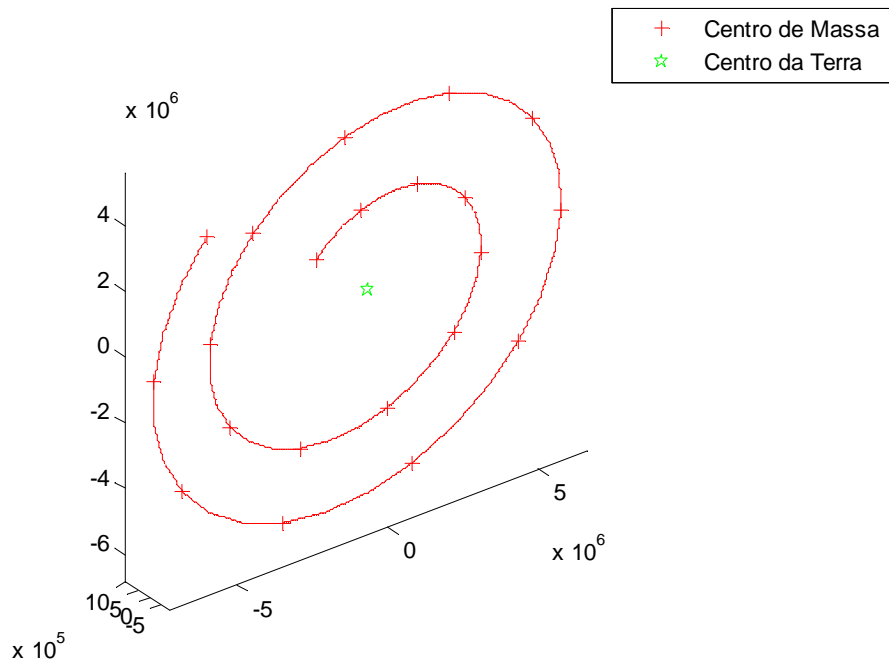


Figura 4.8 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m.

**Comentários:** A partir das simulações, podemos observar que: 1) as características observadas na geração de detritos espaciais utilizando o modelo determinístico de explosão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano), se mantêm inalteradas; 2) durante o período de propagação da nuvem de detritos (dois períodos orbitais), a diferença entre o método de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano) é imperceptível visualmente.

### **4.3. 3º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)**

#### **4.3.1. Simulação 1**

Esta simulação gera uma nuvem de detritos a partir da súbita fragmentação de um satélite utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais. Considerou-se que a fragmentação gerou 500 detritos e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.9 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo probabilístico de fragmentação e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.10 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 3º caso.

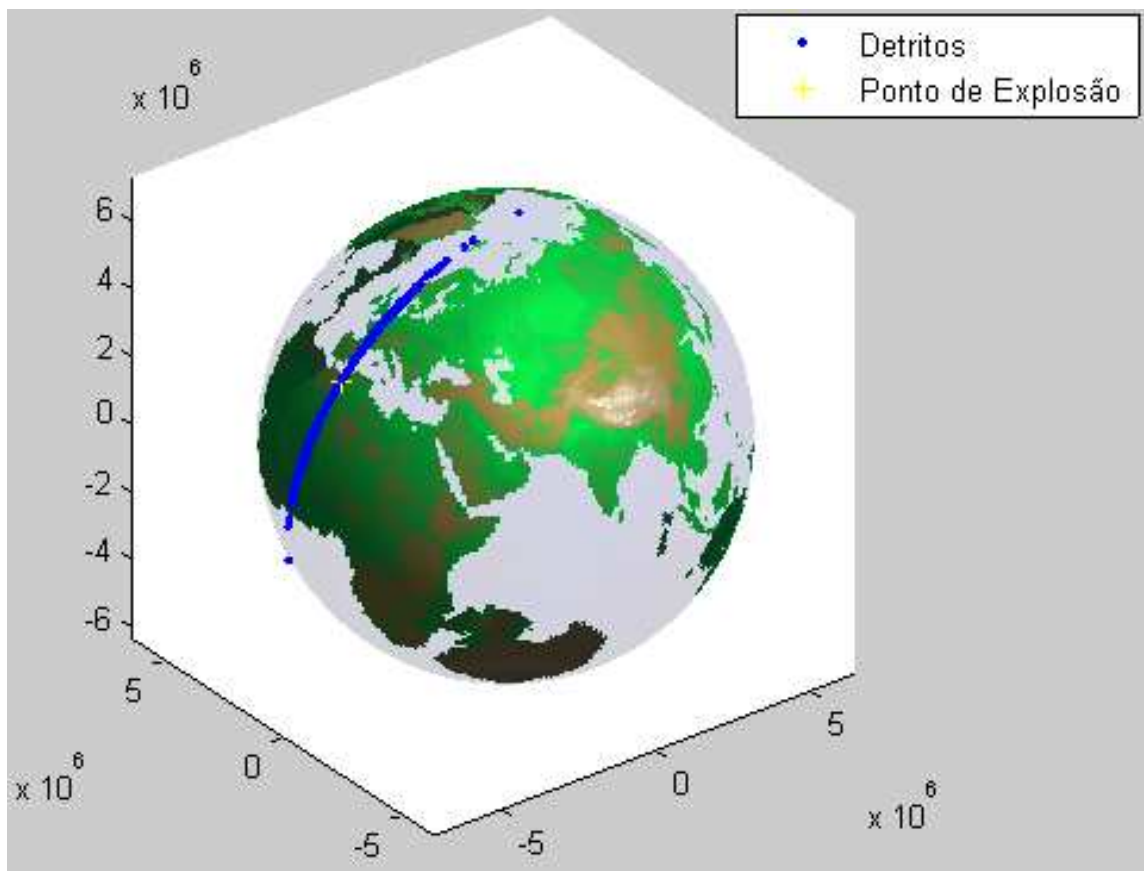


Figura 4.9 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

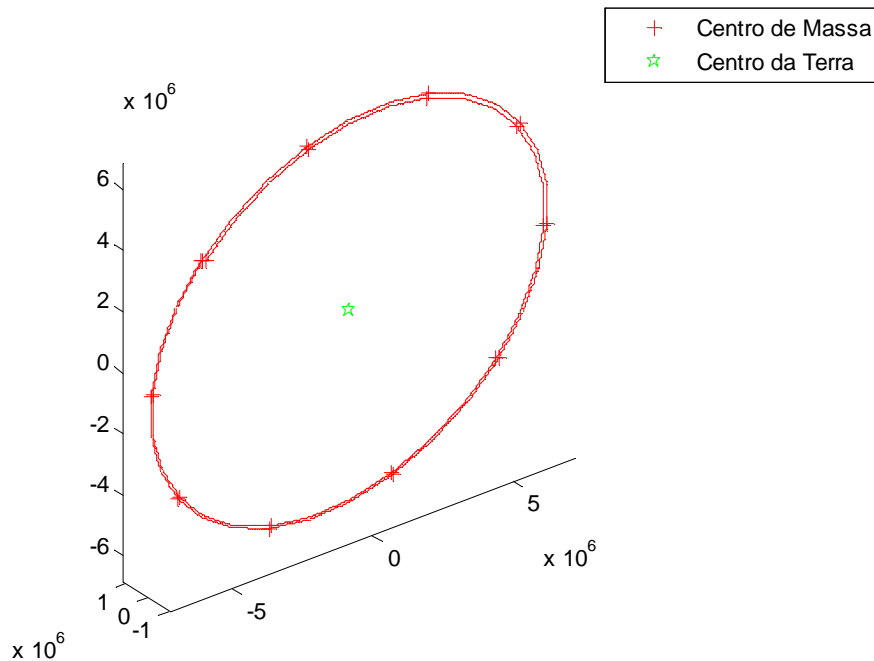


Figura 4.10 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.3.2. Simulação 2

Esta simulação gera uma nuvem de detritos a partir da súbita fragmentação de um satélite utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais. Considerou-se que a fragmentação gerou 500 detritos e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.11 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo probabilístico de fragmentação e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.12 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 3º caso.

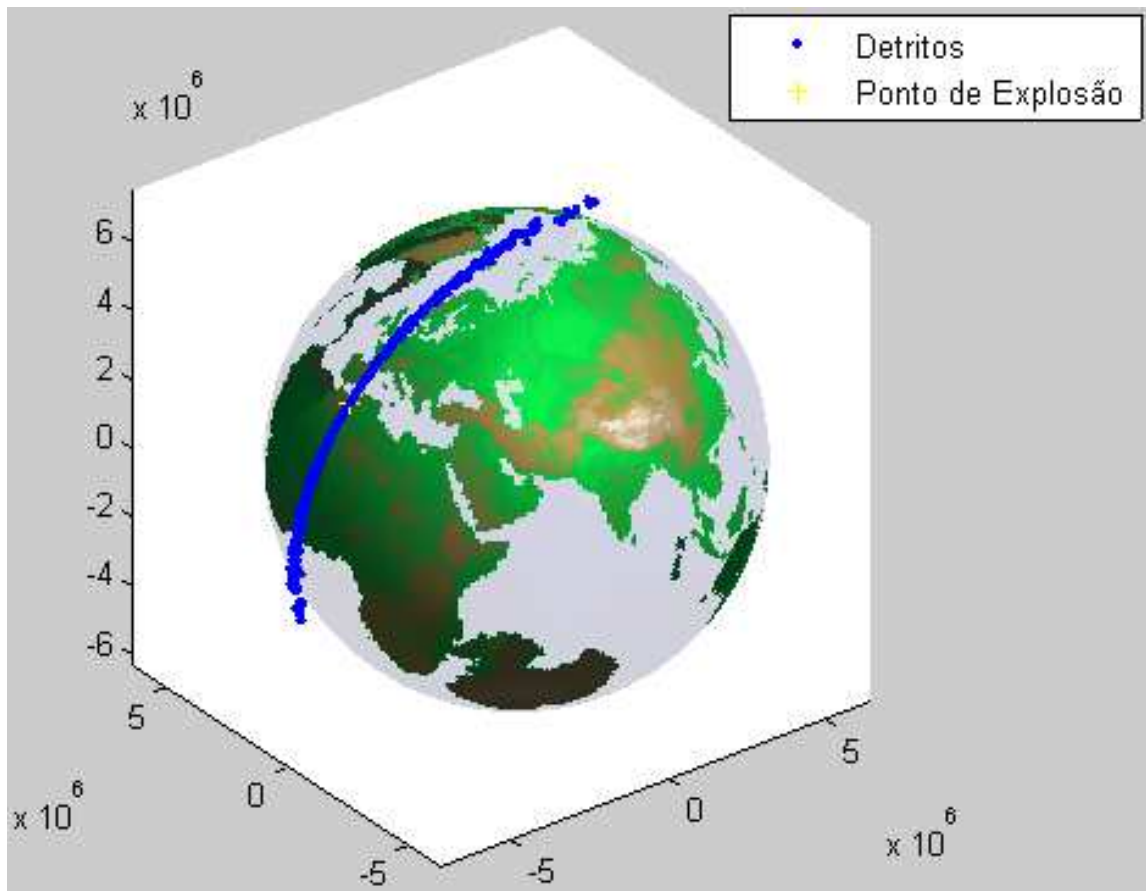


Figura 4.11 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{\text{sat}}$ .

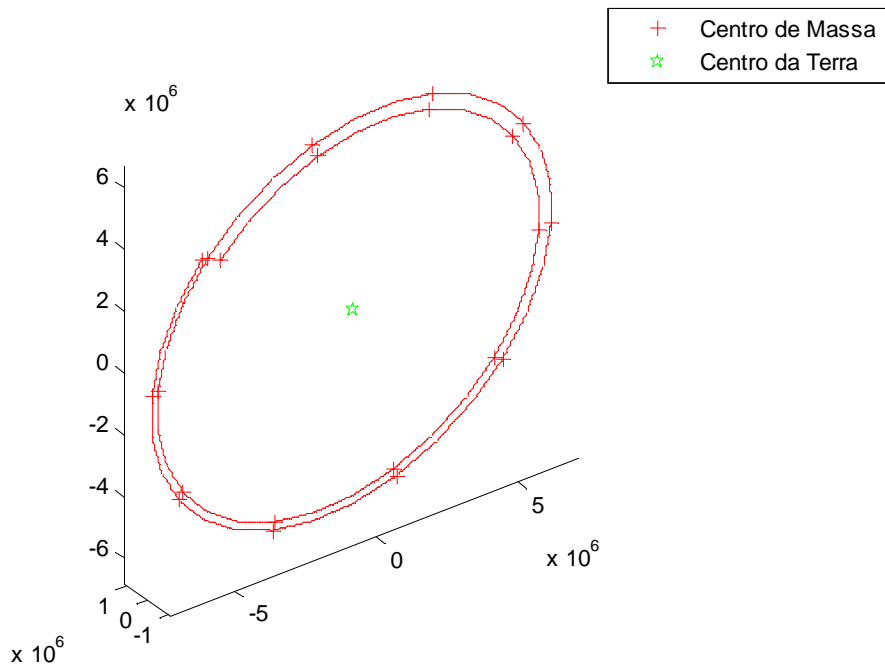


Figura 4.12 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s.

**Comentários:** De acordo com as simulações podemos observar que: 1) à medida que o tempo de propagação passa, a nuvem de detritos assume progressivamente a forma de um “anel” em torno da Terra; 2) eventualmente todos os fragmentos retornam ao ponto de explosão (“*pinch point*”), o que já era esperado no método de propagação com o campo gravitacional central (kepleriano); 3) se aumentarmos o desvio padrão da velocidade dos detritos espaciais em relação a velocidade do satélite, a nuvem de detritos se espalhará mais rapidamente e o centro de massa se aproximará mais rapidamente do centro da Terra.



#### **4.4. 4º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano)**

##### **4.4.1. Simulação 1**

Esta simulação gera uma nuvem de detritos a partir da súbita fragmentação de um satélite utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais. Considerou-se também que a fragmentação gerou 500 detritos e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.13 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo probabilístico de fragmentação e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.14 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 4º caso.

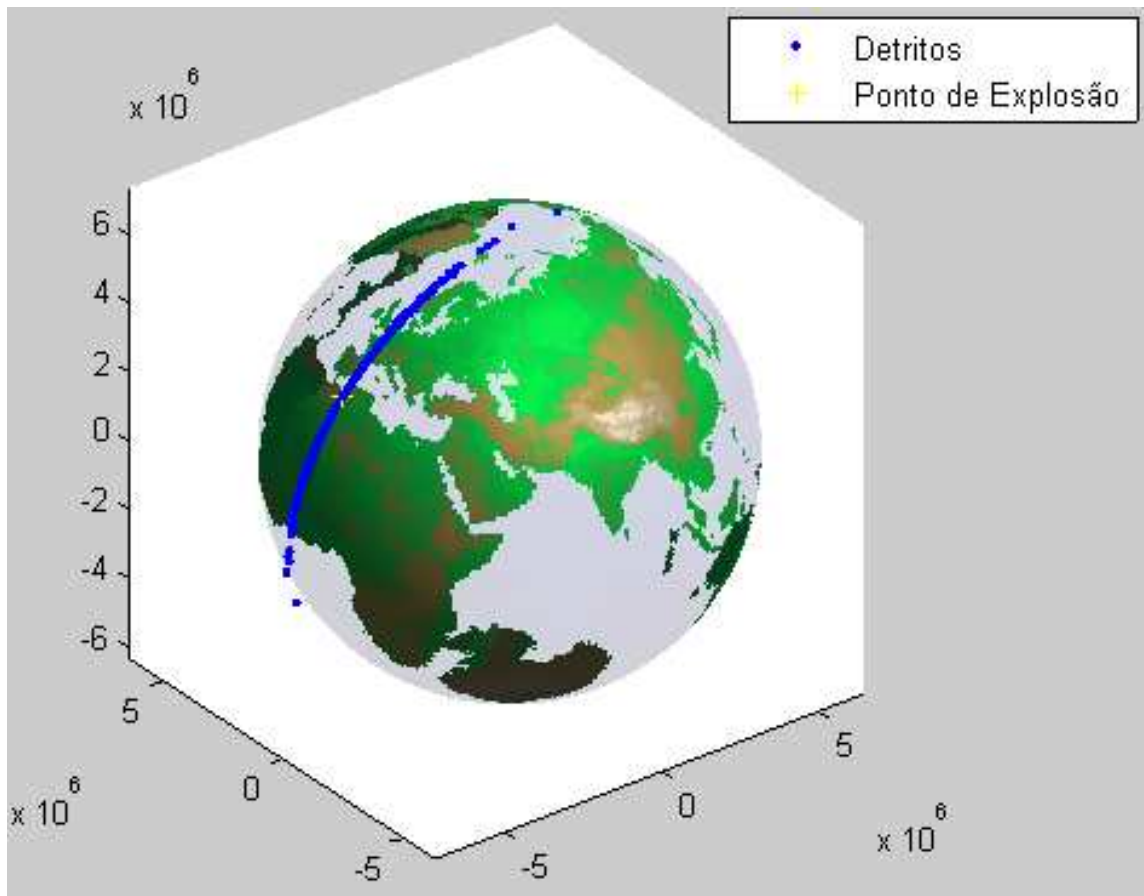


Figura 4.13 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{\text{sat}}$ .

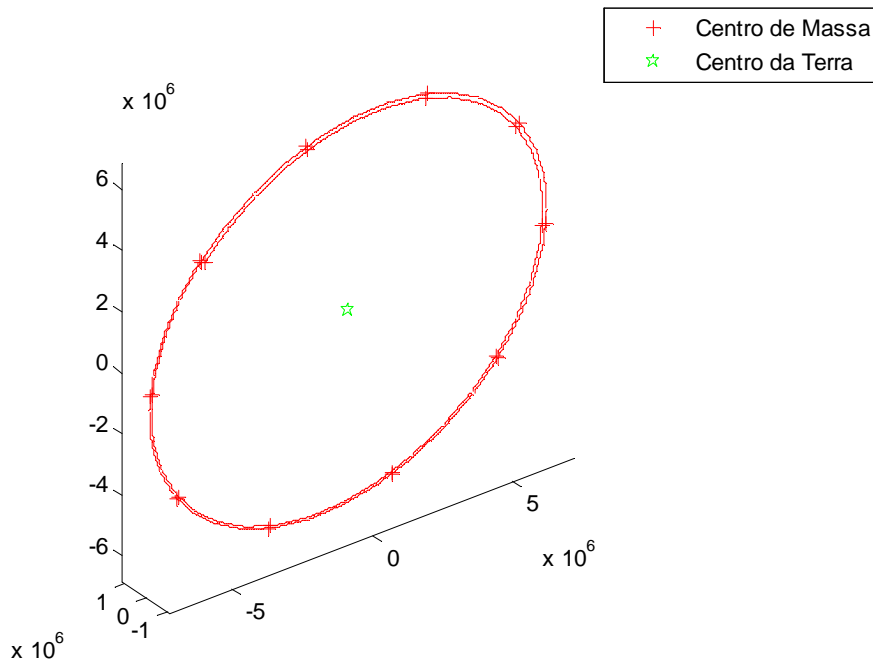


Figura 4.14 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.4.2. Simulação 2

Esta simulação gera uma nuvem de detritos a partir da súbita fragmentação de um satélite utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais. Considerou-se também que a fragmentação gerou 500 detritos e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.15 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo probabilístico de fragmentação e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.16 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 4º caso.

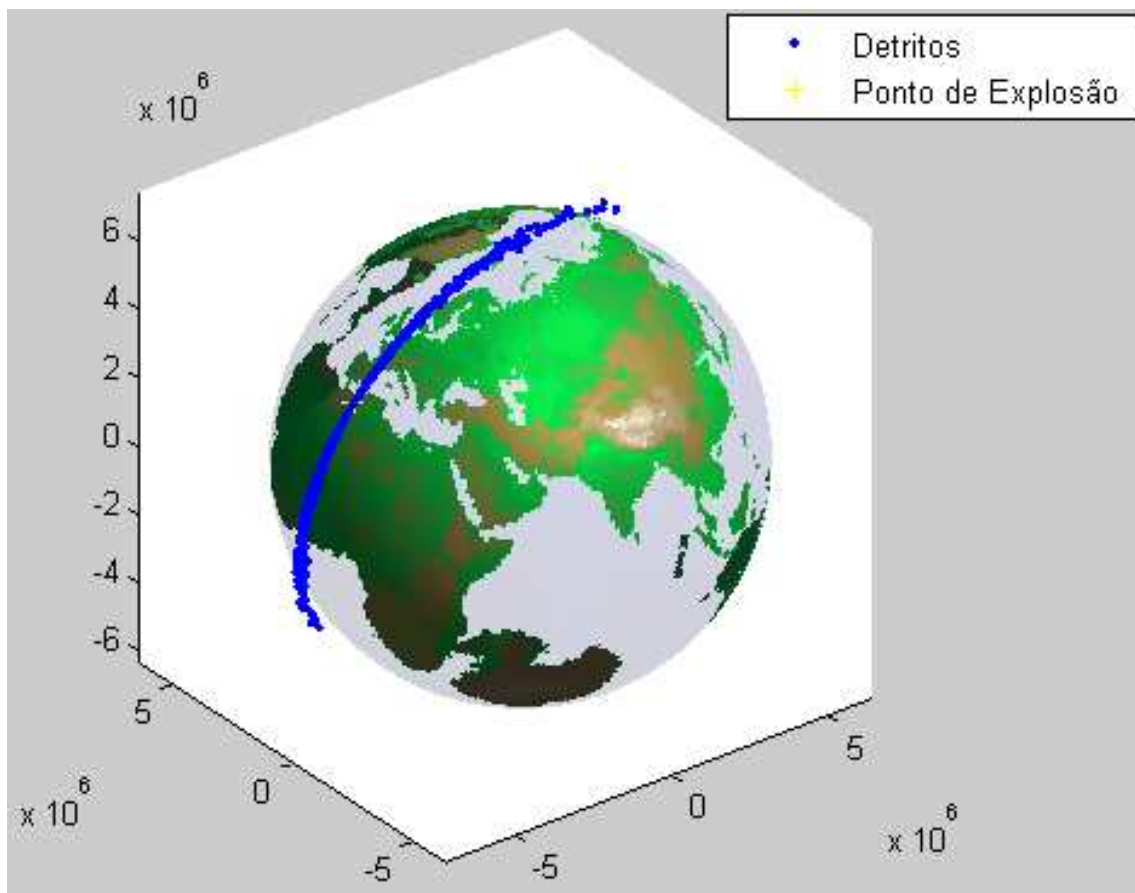


Figura 4.15 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

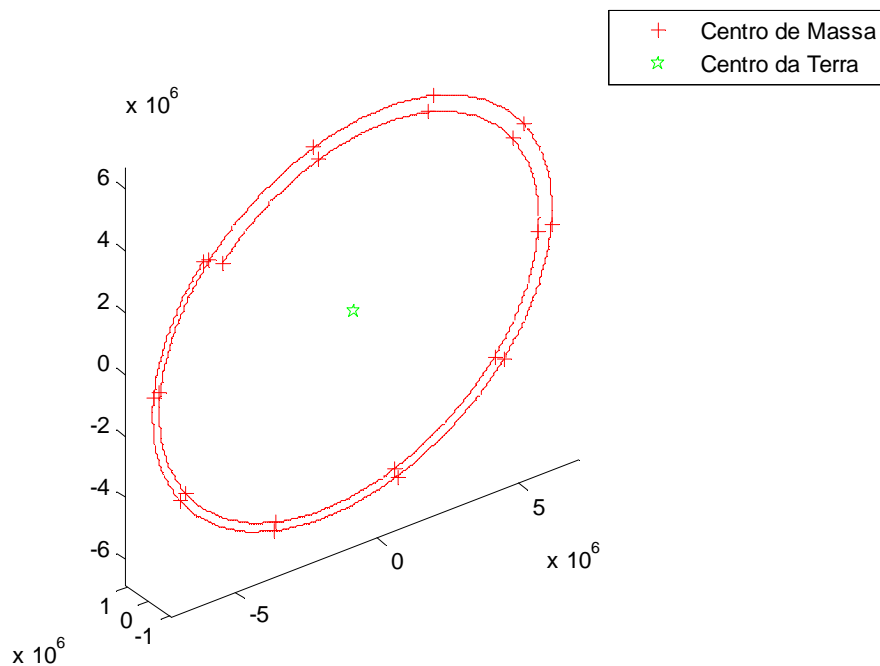


Figura 4.16 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s.

**Comentários:** A partir das simulações podemos observar que: 1) as características observadas na geração de detritos espaciais utilizando o modelo probabilístico de fragmentação e o método analítico de propagação de detritos com campo gravitacional central (kepleriano) se mantém inalteradas; 2) durante o período de propagação da nuvem de detritos (dois períodos orbitais) há uma pequena diferença entre o método de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano); 3) esta diferença também pode ser explicada pelo fato das velocidades dos detritos serem calculadas usando uma distribuição de probabilidade gaussiana.

#### **4.5. 5º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)**

##### **4.5.1. Simulação 1**

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.17 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.18 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.

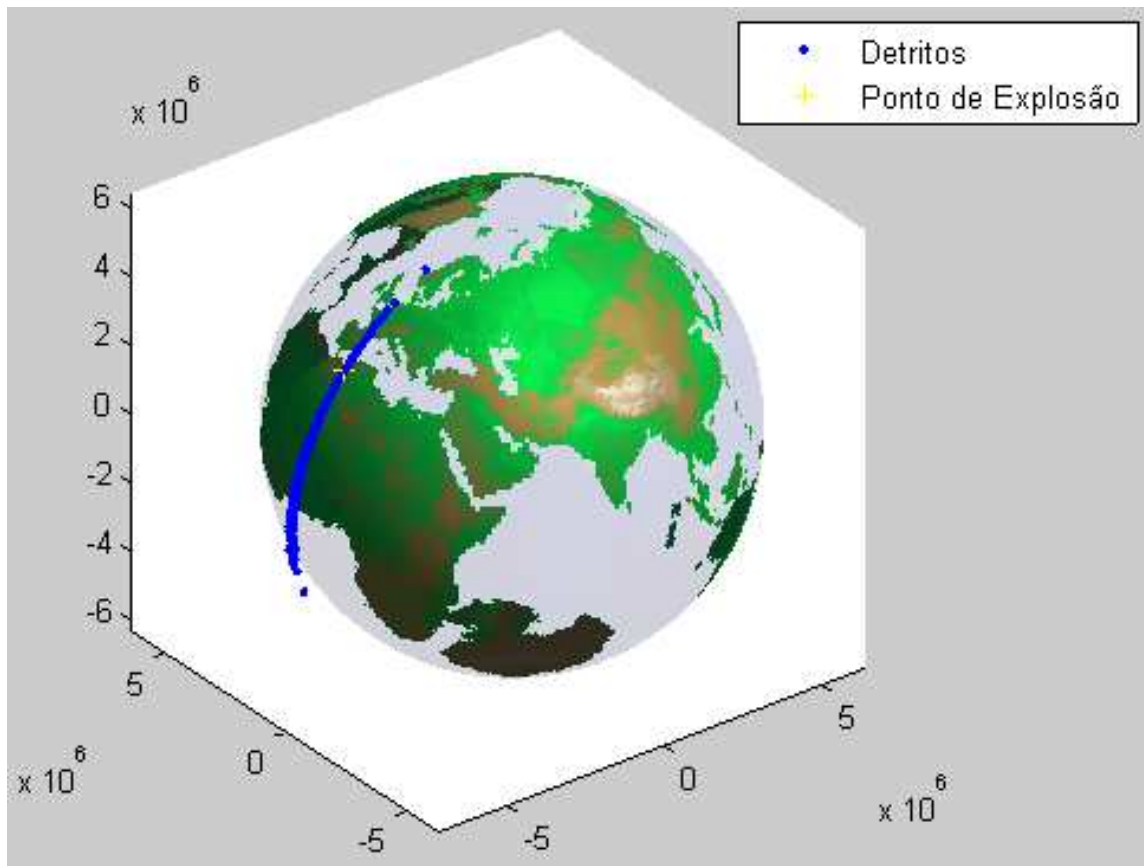


Figura 4.17 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

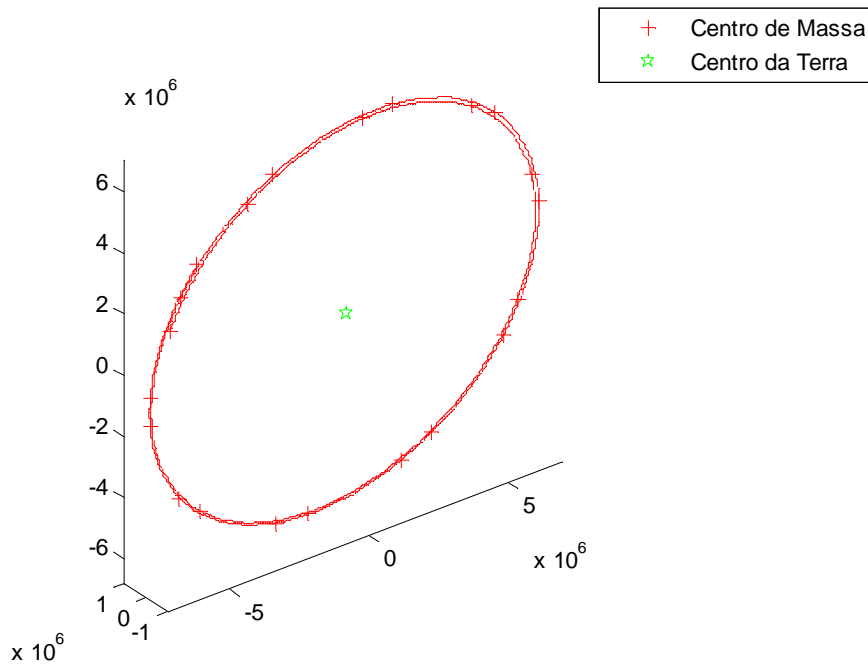


Figura 4.18 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.5.2. Simulação 2

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.19 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.20 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.



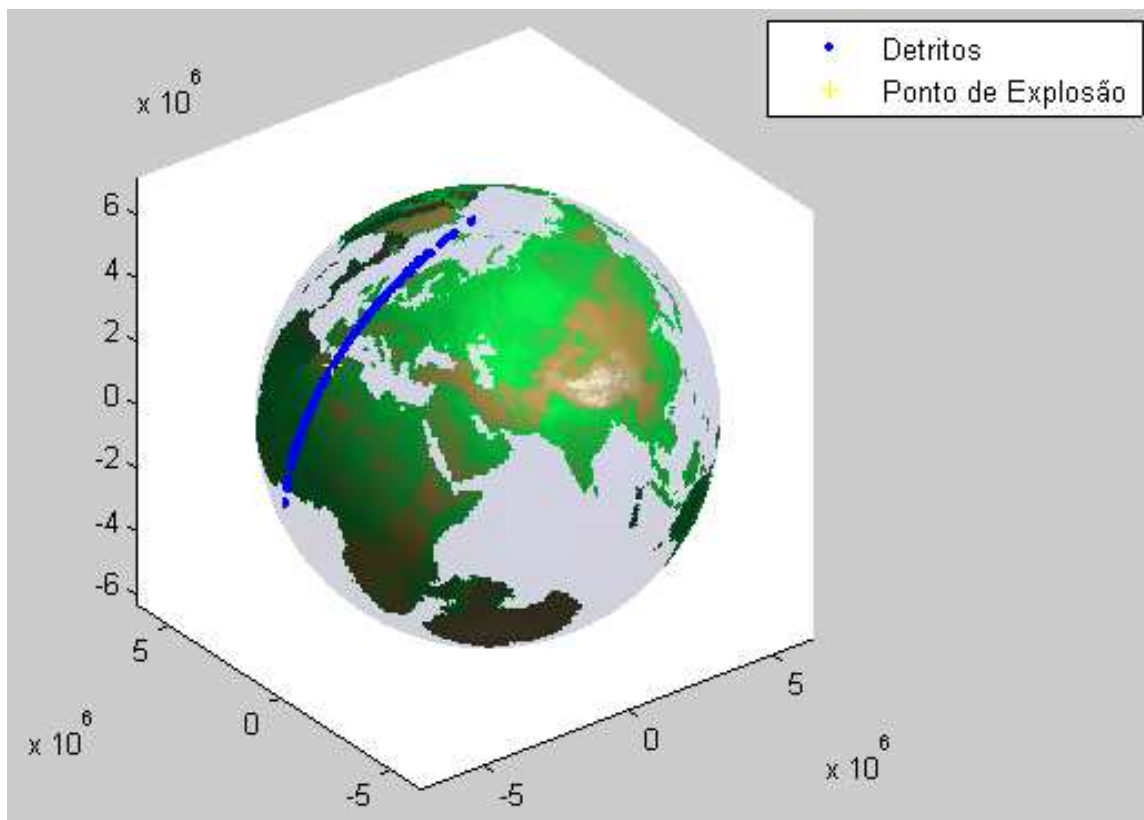


Figura 4.19 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

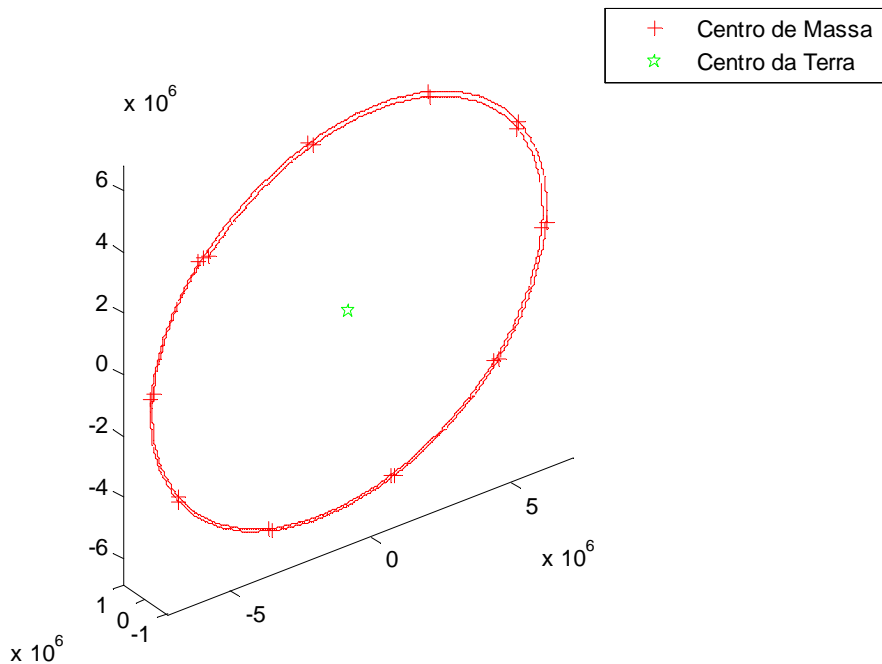


Figura 4.20 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

### 4.5.3. Simulação 3

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1, que o coeficiente de cisalhamento foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.21 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.22 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.

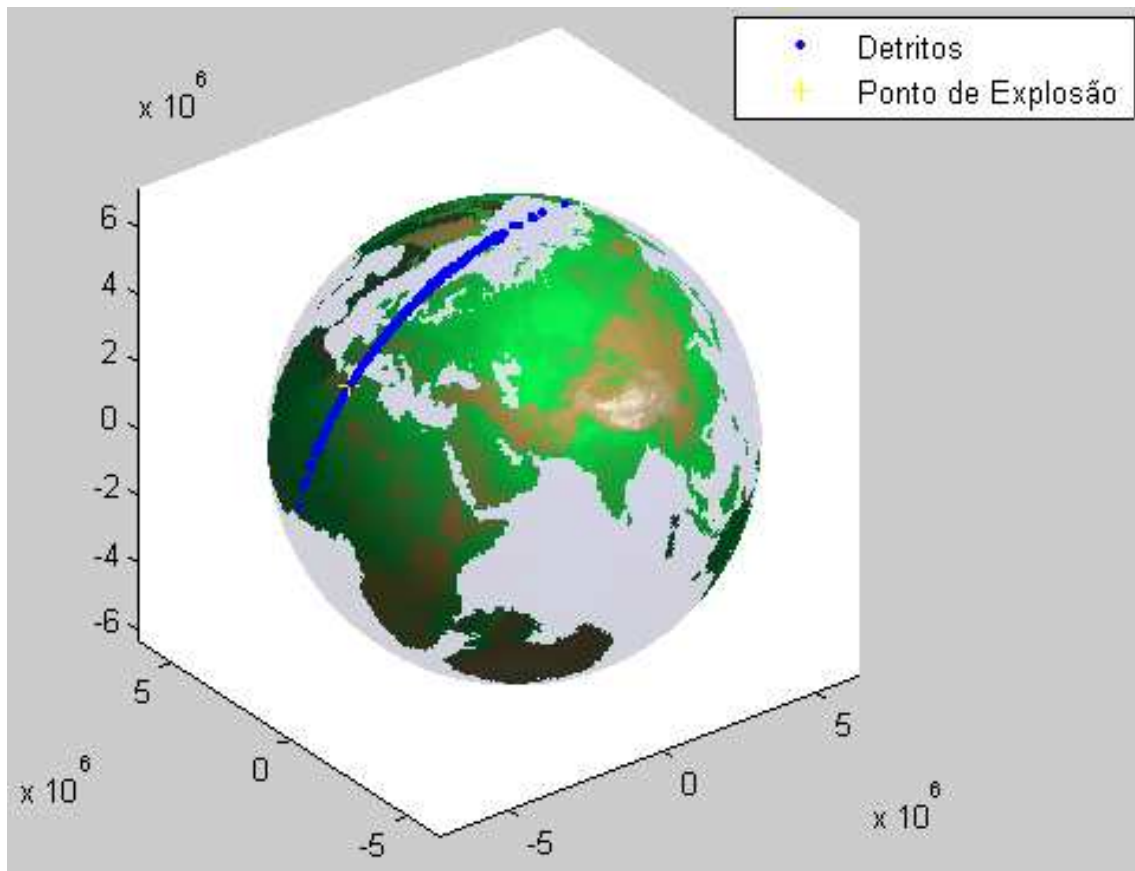


Figura 4.21 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

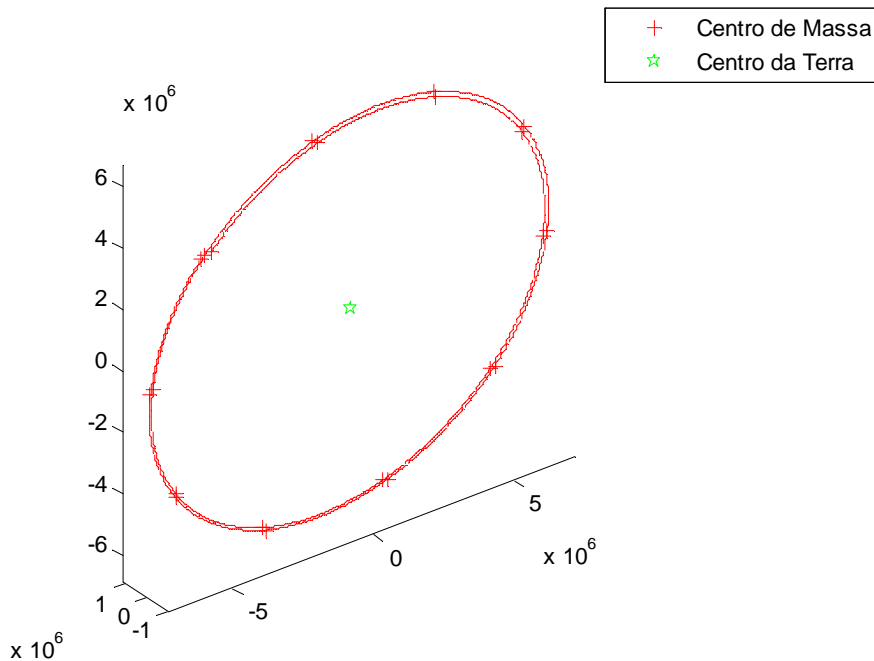


Figura 4.22 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.5.4. Simulação 4

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5, que o coeficiente de cisalhamento foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.23 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.24 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.

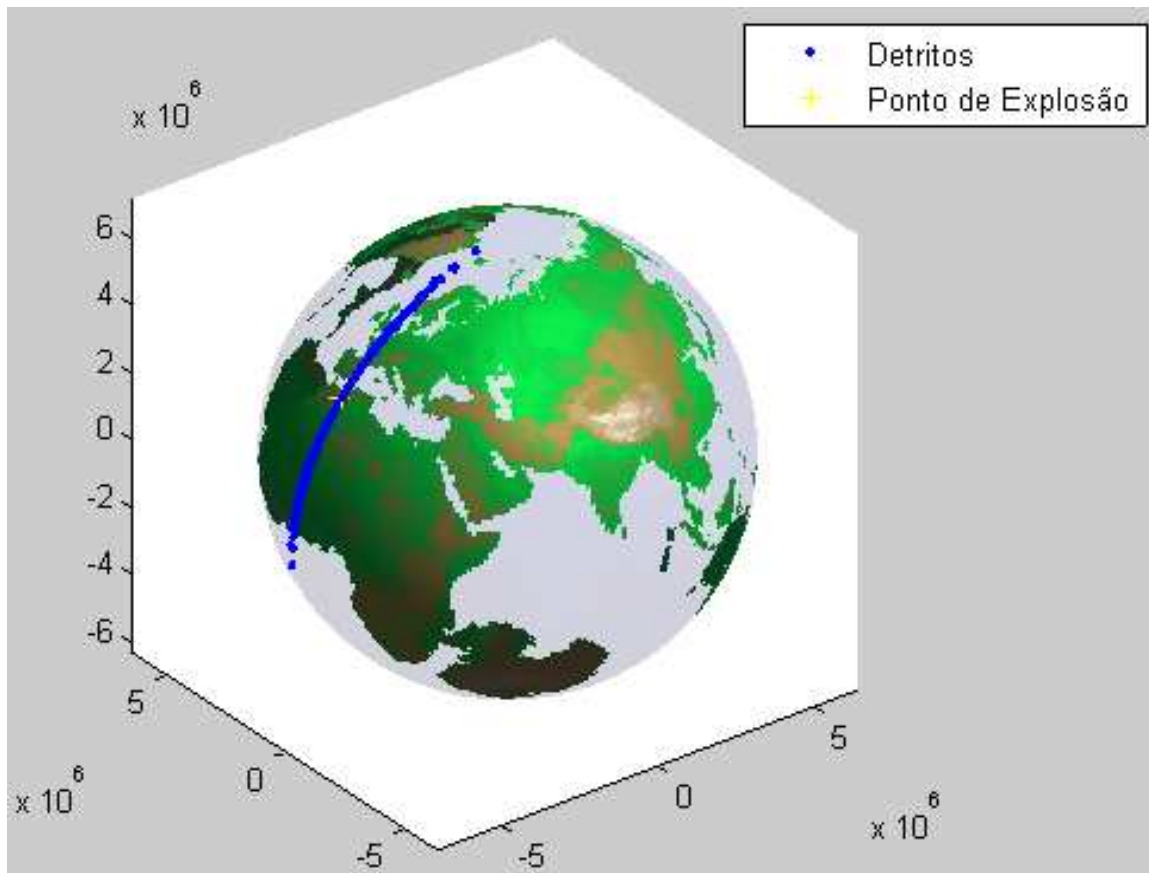


Figura 4.23 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

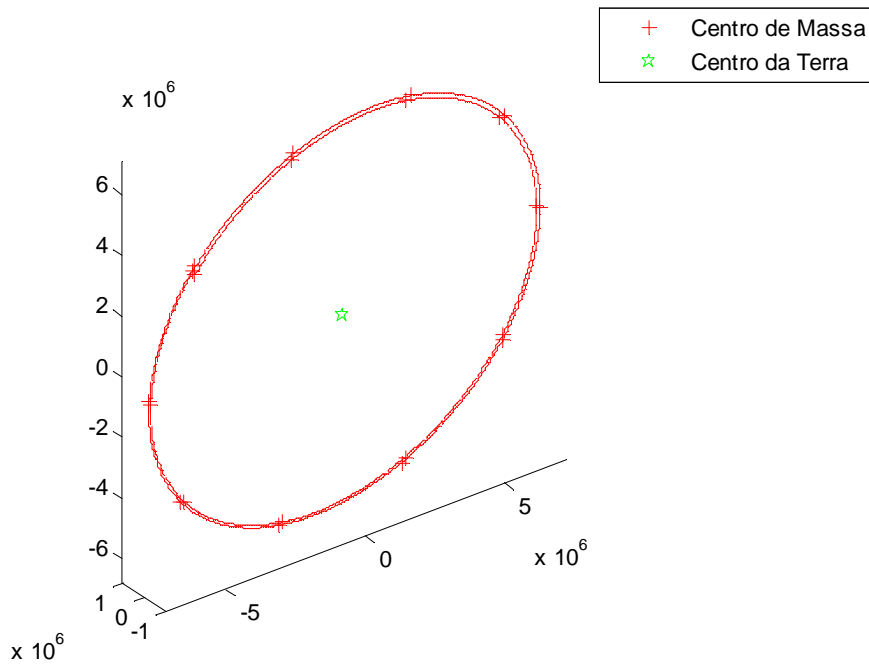


Figura 4.24 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.5.5. Simulação 5

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.25 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.26 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.

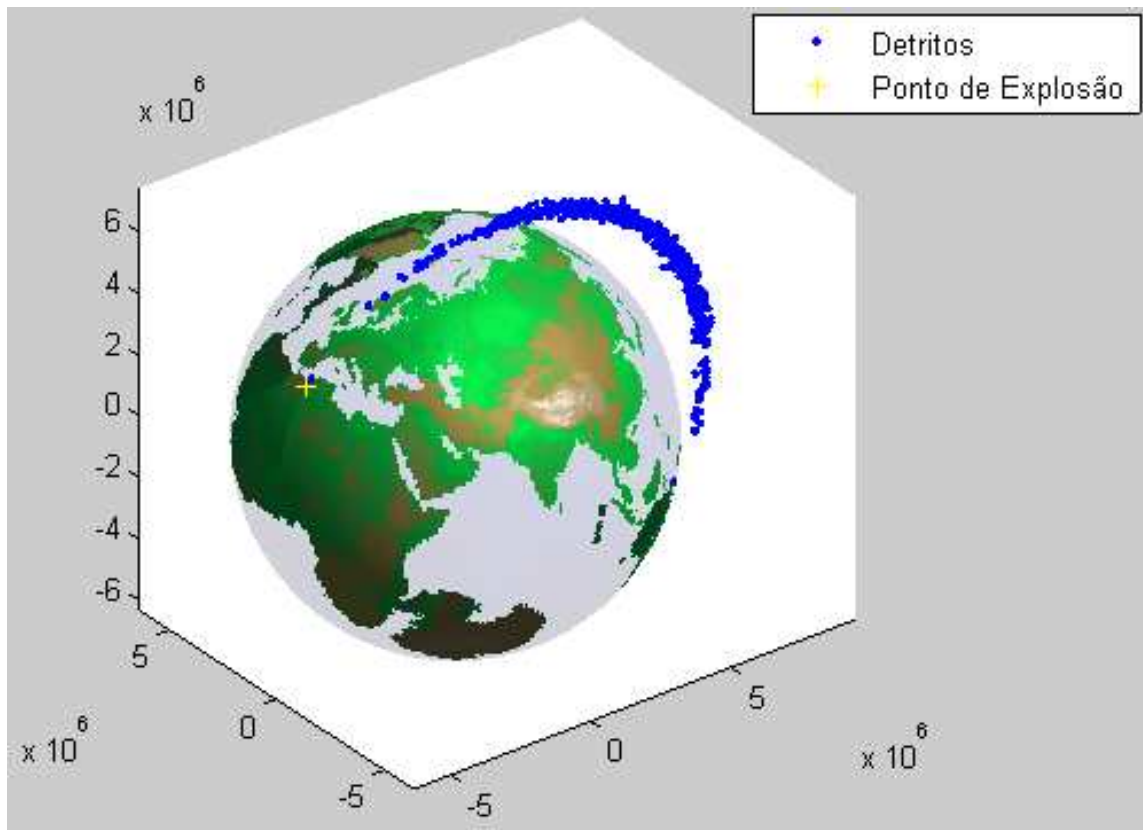


Figura 4.25 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

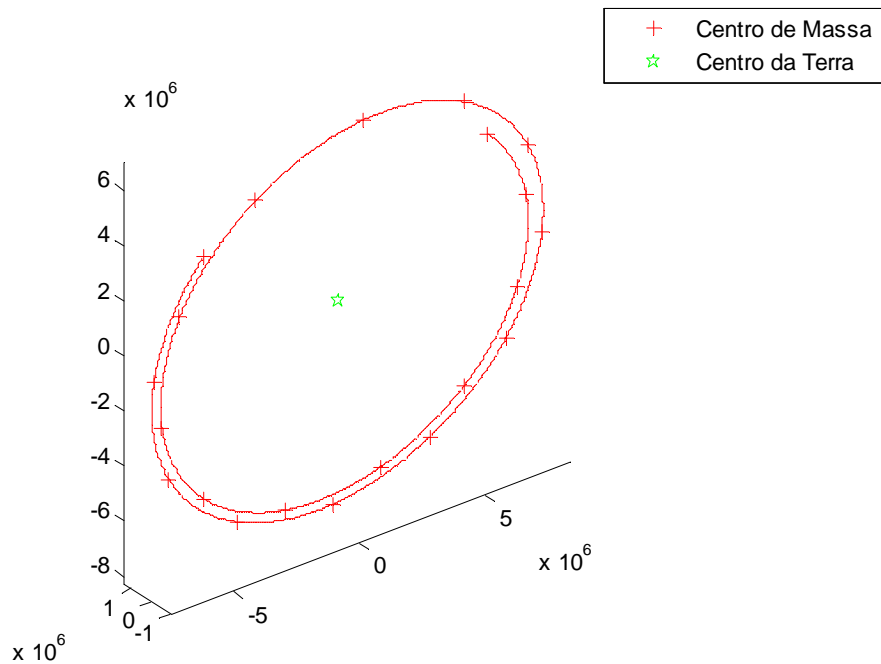


Figura 4.26 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

#### 4.5.6. Simulação 6

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.27 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.28 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.



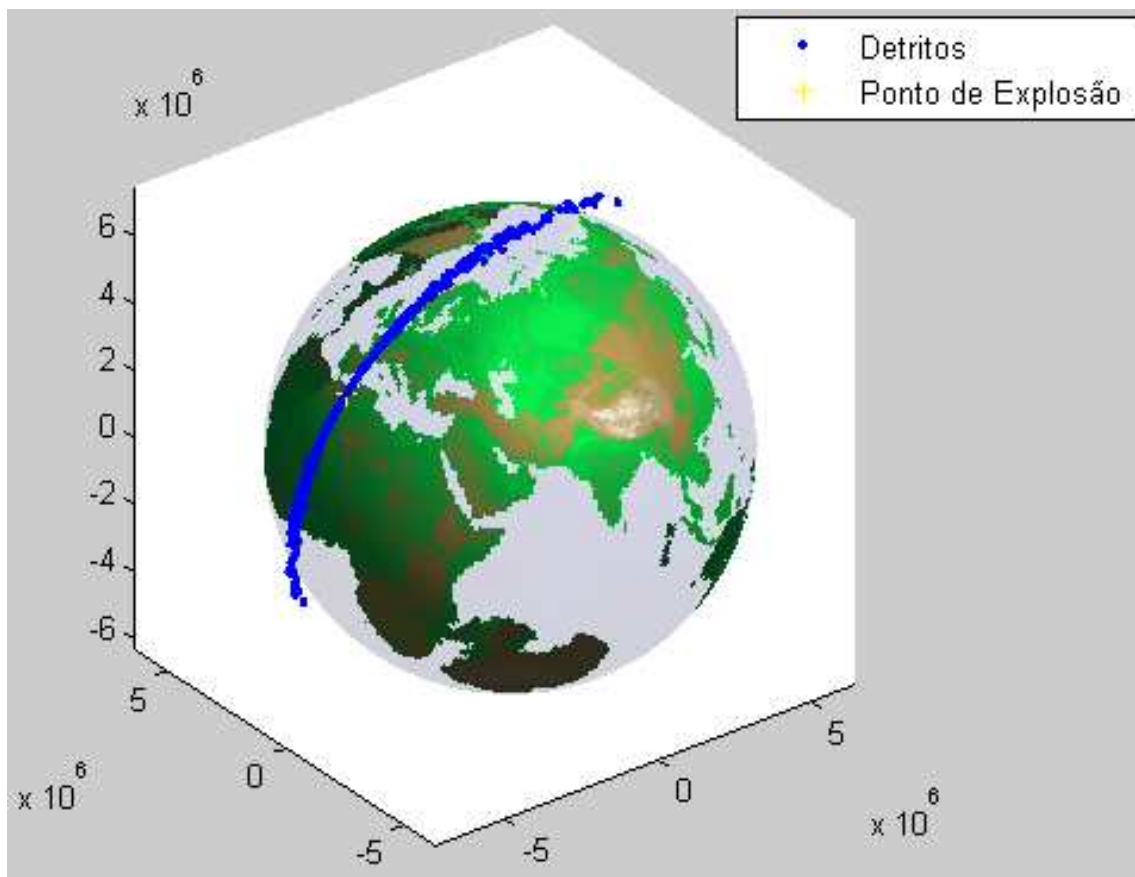


Figura 4.27 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

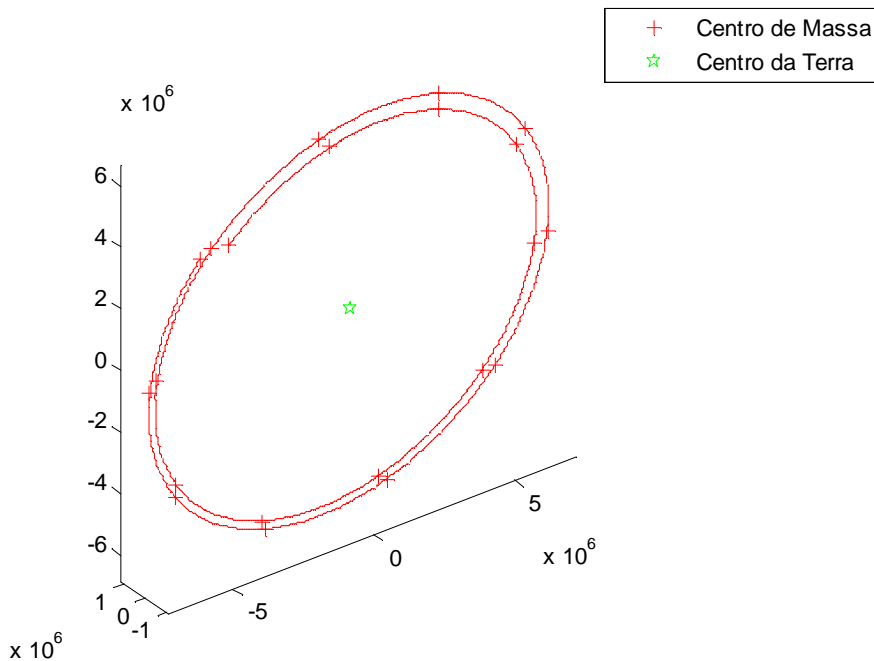


Figura 4.28 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

#### 4.5.7. Simulação 7

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1, que o coeficiente de cisalhamento foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.29 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.30 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.

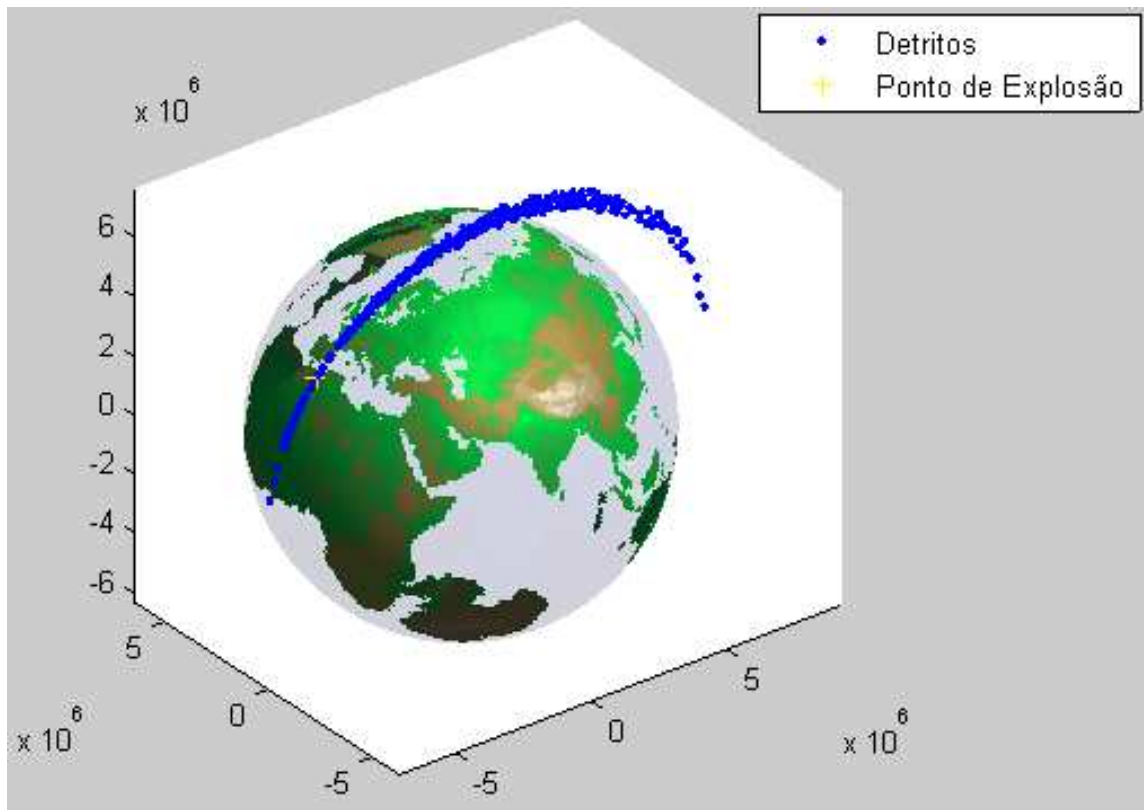


Figura 4.29 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

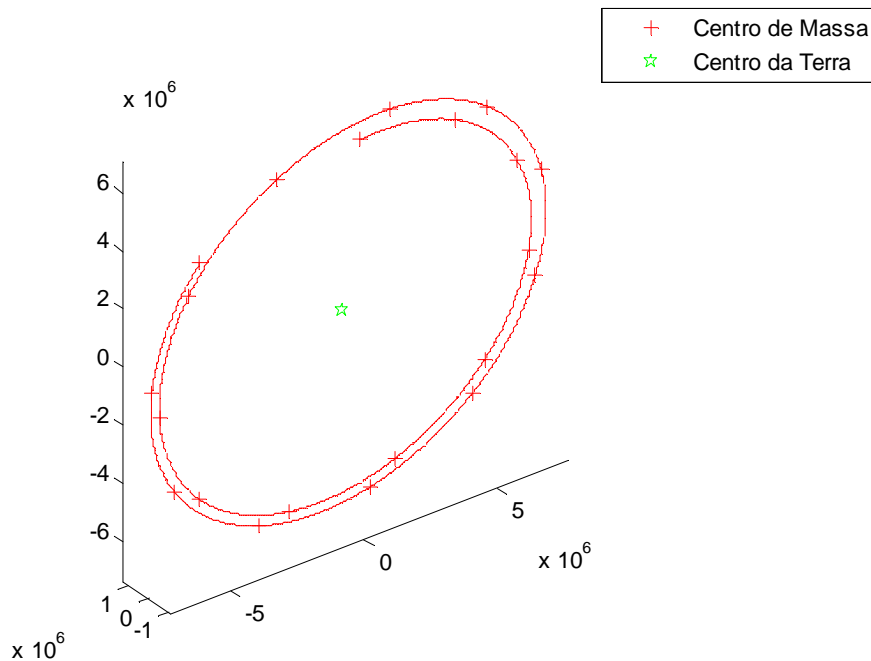


Figura 4.30 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

#### 4.5.8. Simulação 8

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5, que o coeficiente de cisalhamento foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.31 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano). A Figura 4.32 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 5º caso.

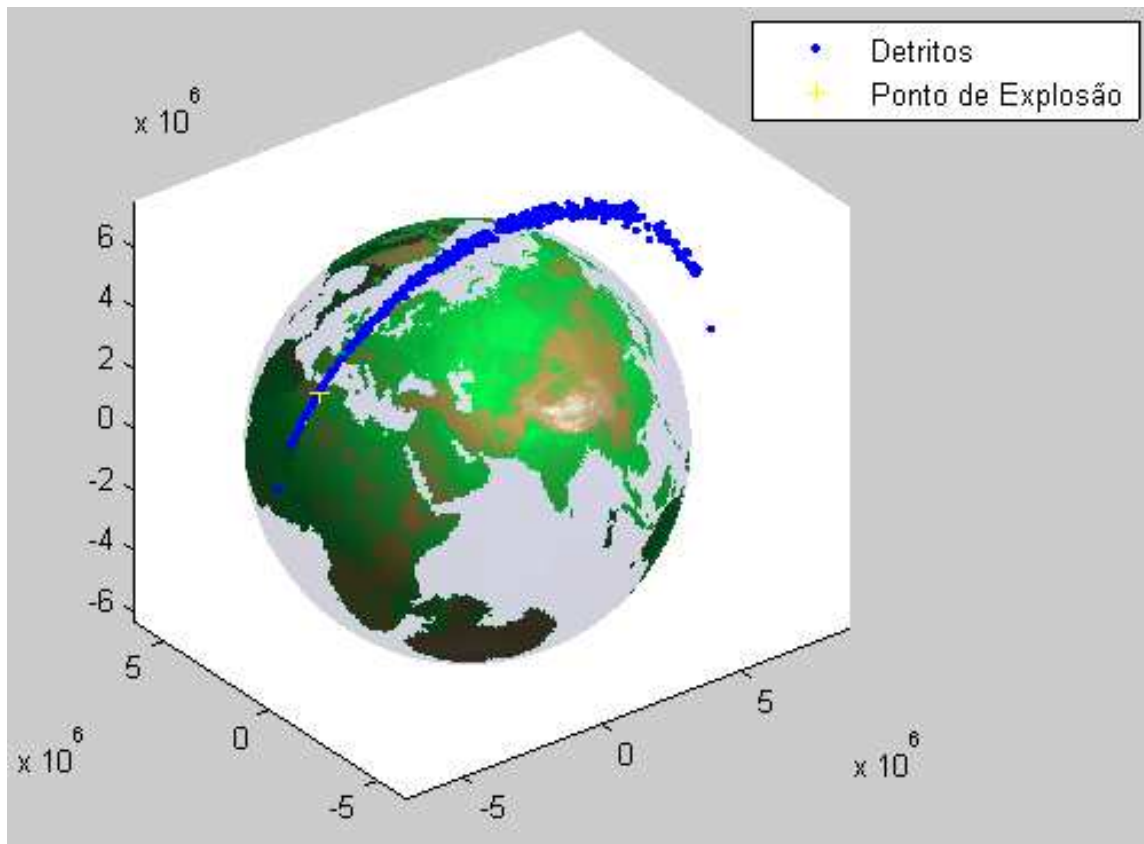


Figura 4.31 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

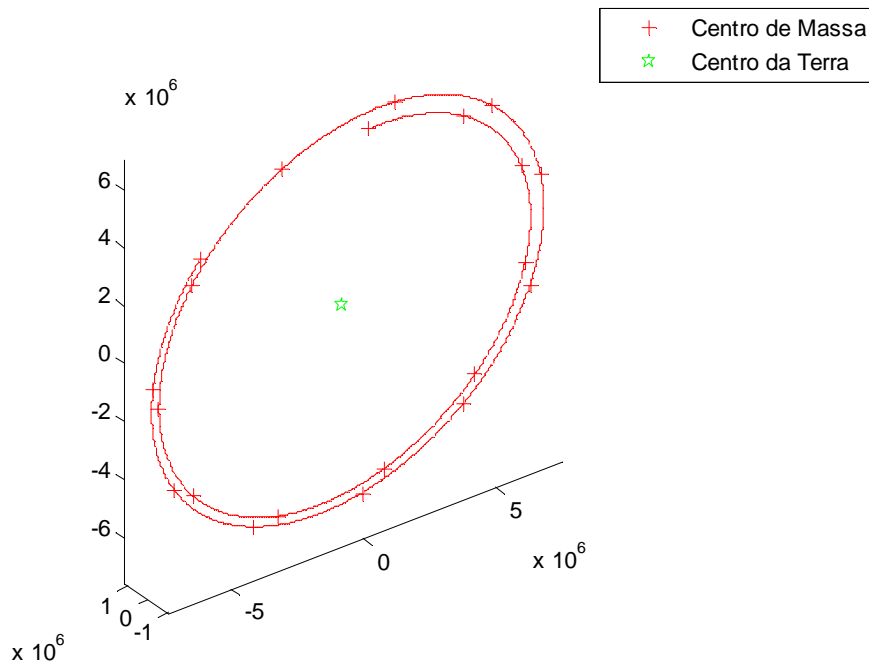


Figura 4.32 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

**Comentários:** De acordo com as simulações podemos observar que: 1) à medida que o tempo de propagação passa a nuvem de detritos assume progressivamente a forma de um “anel” em torno da Terra; 2) eventualmente todos os fragmentos retornam ao ponto de explosão (“*pinch point*”), o que já era esperado no método de propagação com o campo gravitacional central (kepleriano); 3) se aumentarmos o desvio padrão da velocidade dos detritos espaciais em relação a velocidade do satélite, a nuvem de detritos se espalha mais rapidamente e o centro de massa se aproxima mais rapidamente do centro da Terra; 4) a variação no coeficiente de restituição e o coeficiente de cisalhamento acarreta uma pequena variação da posição da nuvem de detritos.

#### **4.6. 6º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano)**

##### **4.6.1. Simulação 1**

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.33 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.34 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

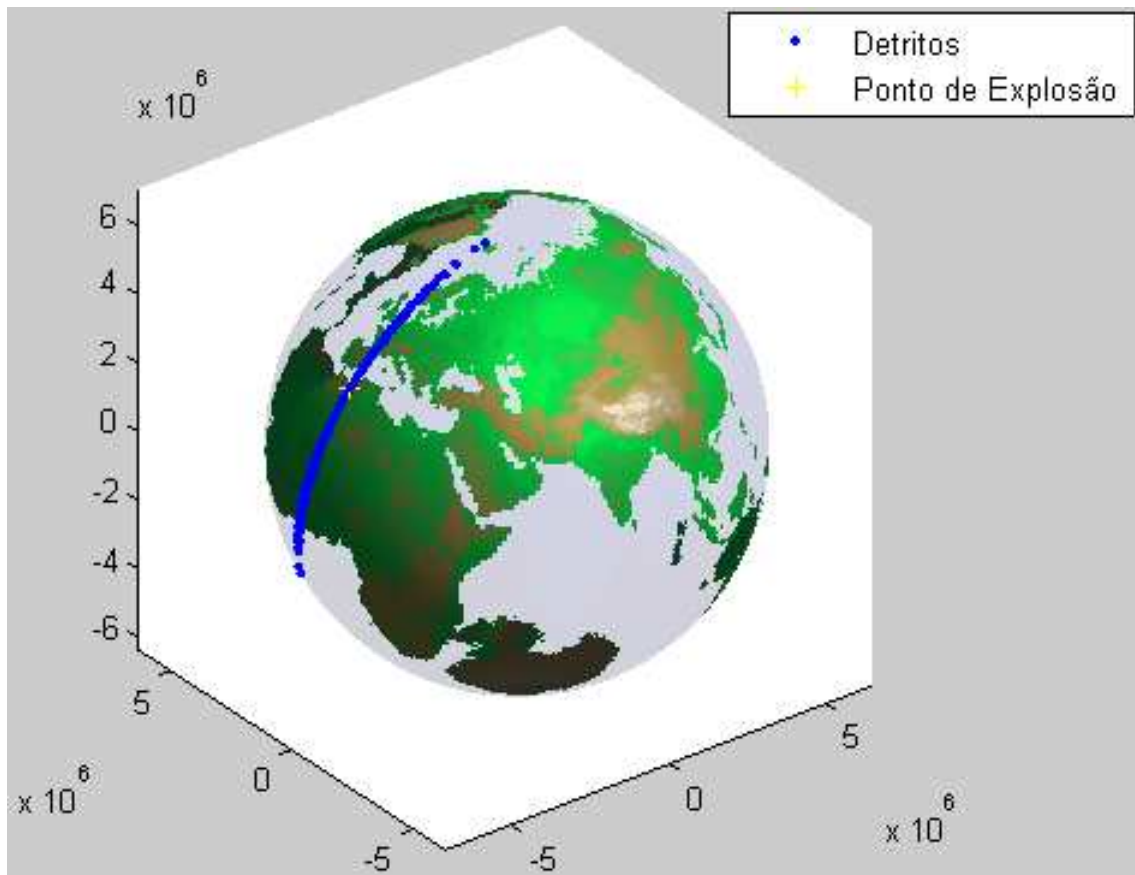


Figura 4.33 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .



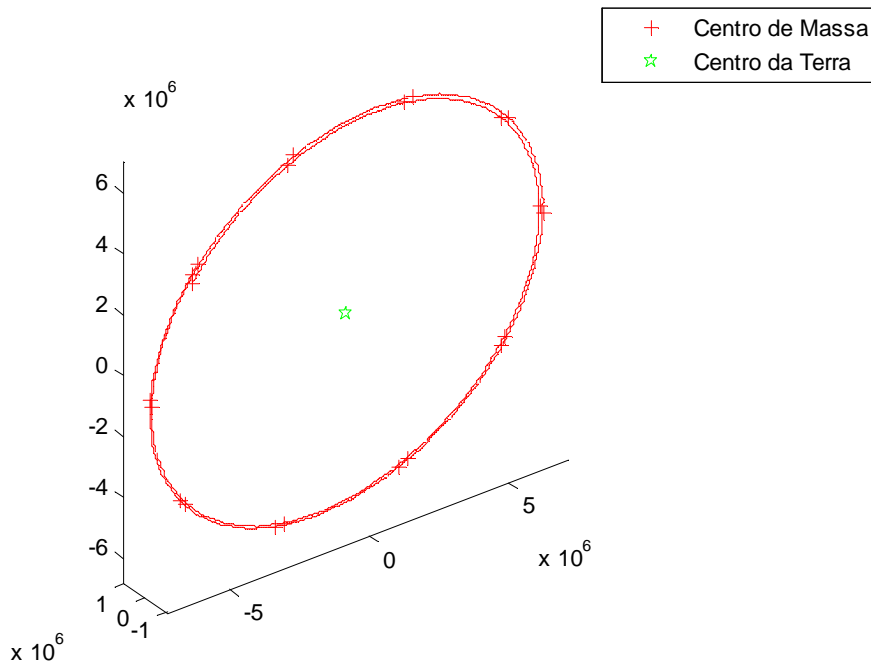


Figura 4.34 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.6.2. Simulação 2

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros, considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.35 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.36 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

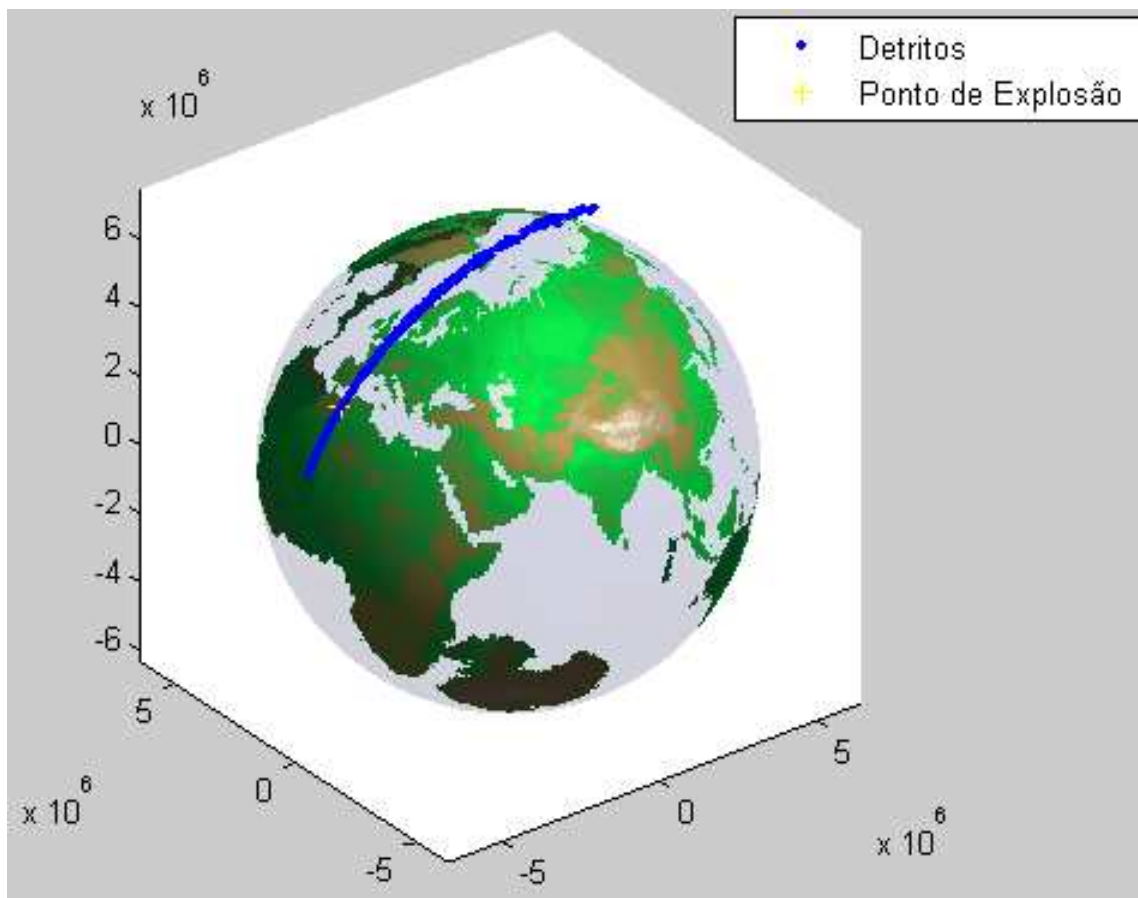


Figura 4.35 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

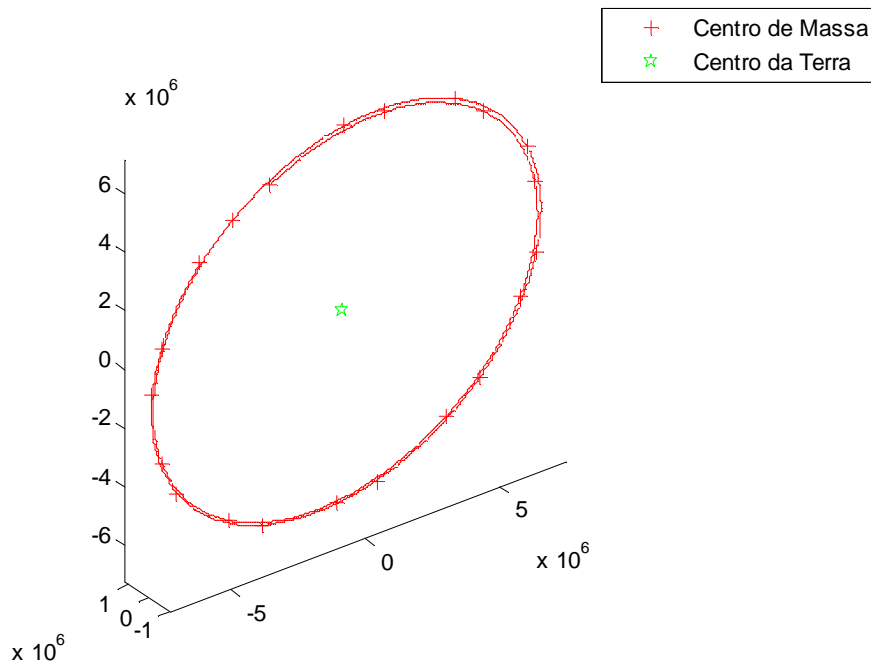


Figura 4.36 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

### 4.6.3. Simulação 3

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1, que o coeficiente de cisalhamento foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.37 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.38 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

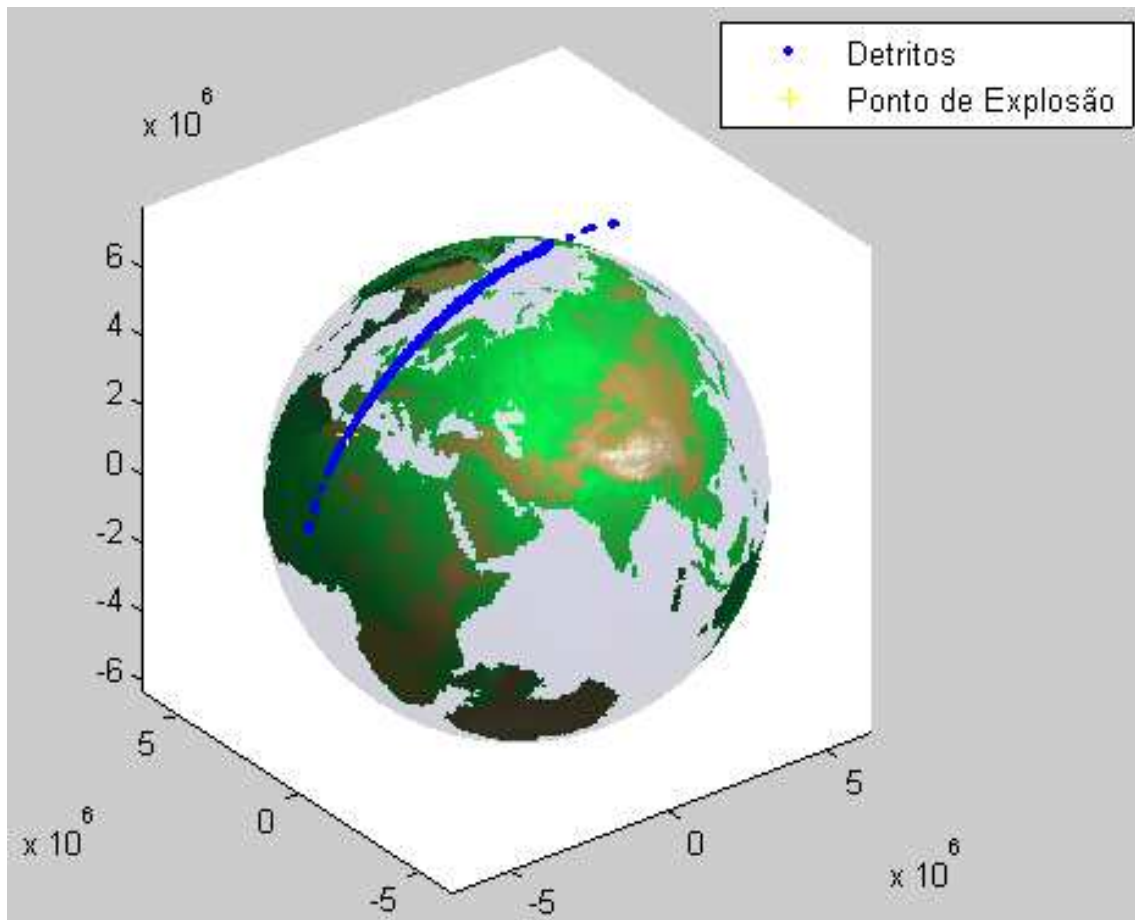


Figura 4.37 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

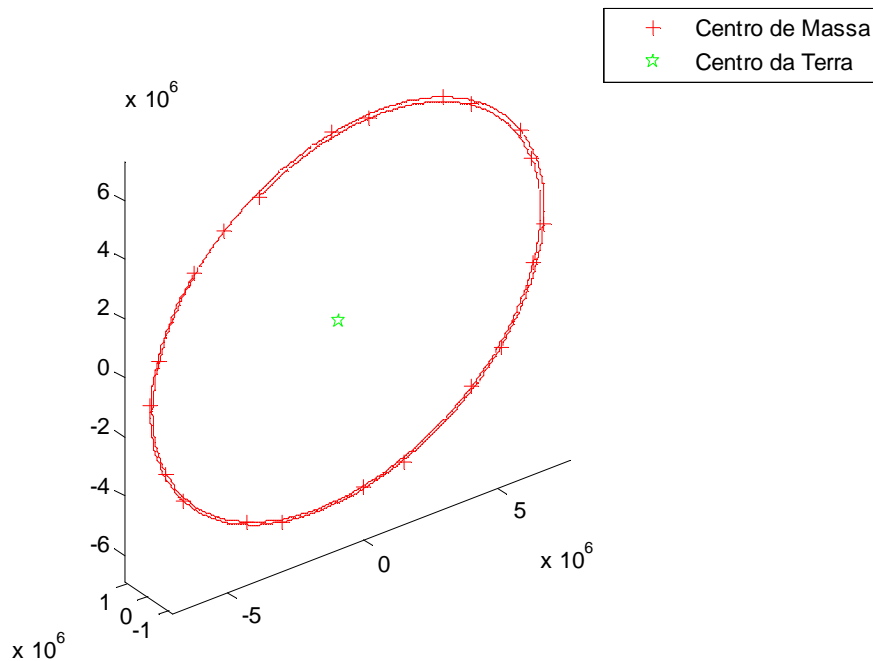


Figura 4.38 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.6.4. Simulação 4

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 1,5 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5, que o coeficiente de cisalhamento foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 50 metros por segundo.

A Figura 4.39 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.40 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

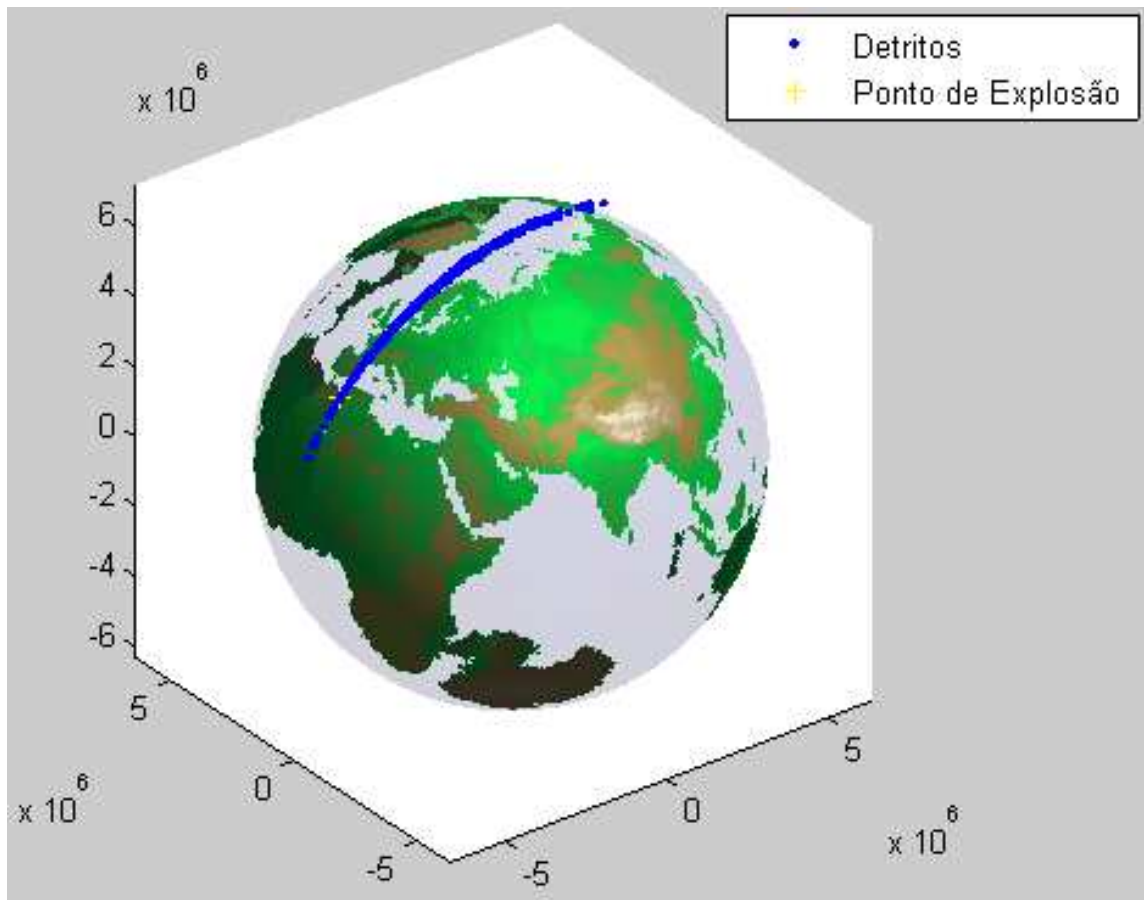


Figura 4.39 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

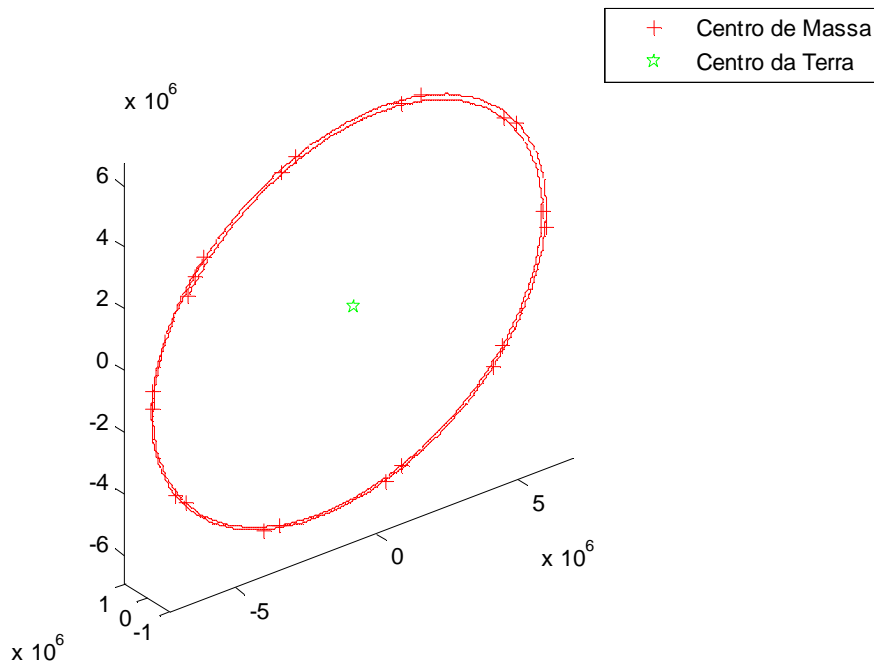


Figura 4.40 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s.

#### 4.6.5. Simulação 5

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.41 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.42 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

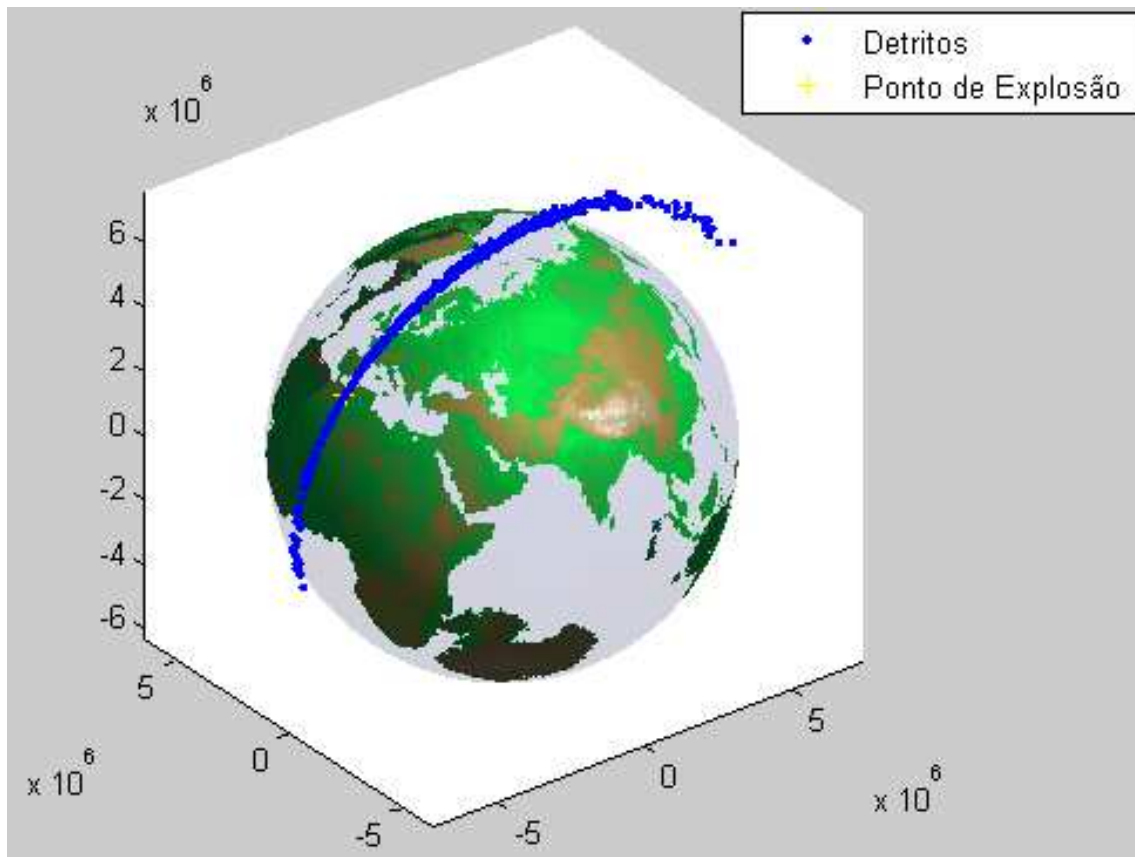


Figura 4.41 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .



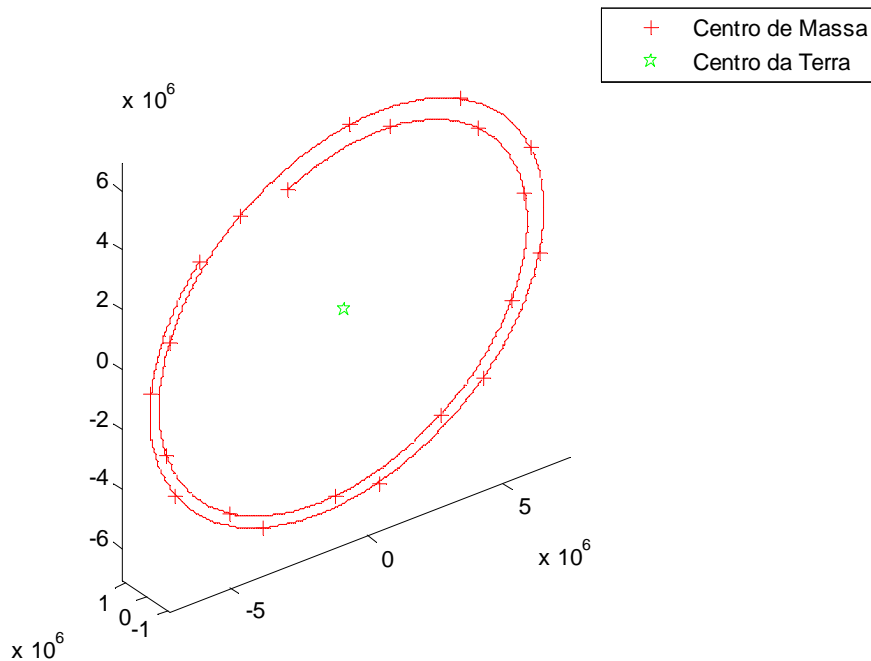


Figura 4.42 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

#### 4.6.6. Simulação 6

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.43 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.44 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

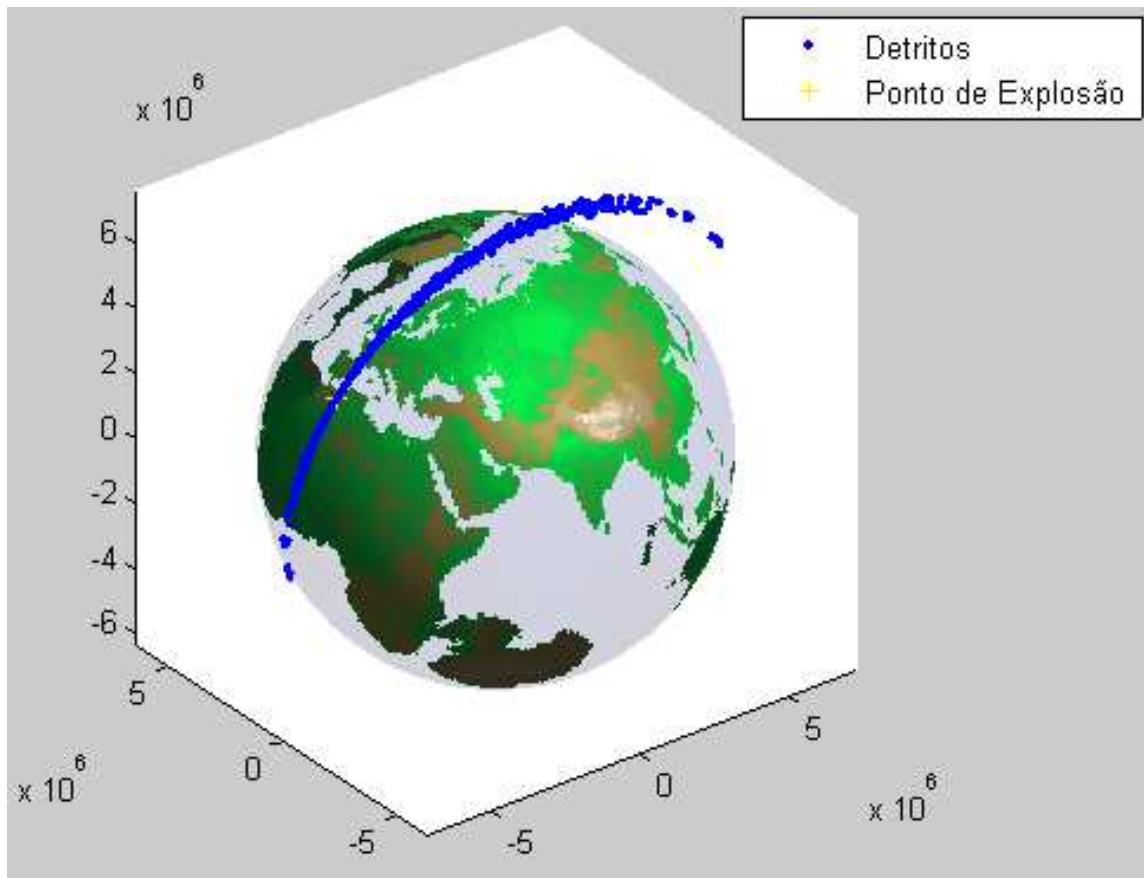


Figura 4.43 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

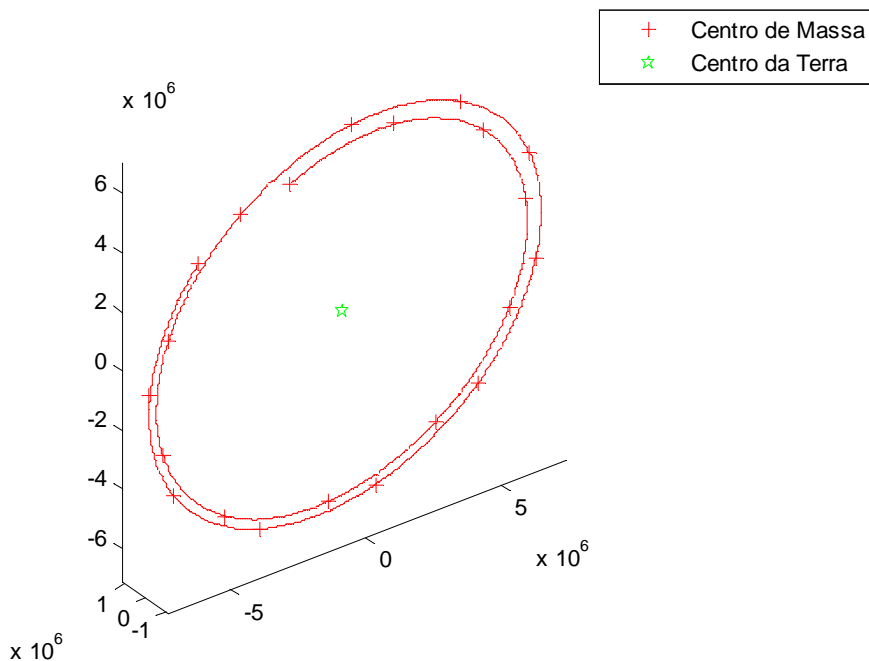


Figura 4.44 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

#### 4.6.7. Simulação 7

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 1, que o coeficiente de cisalhamento foi 1 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.45 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.46 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

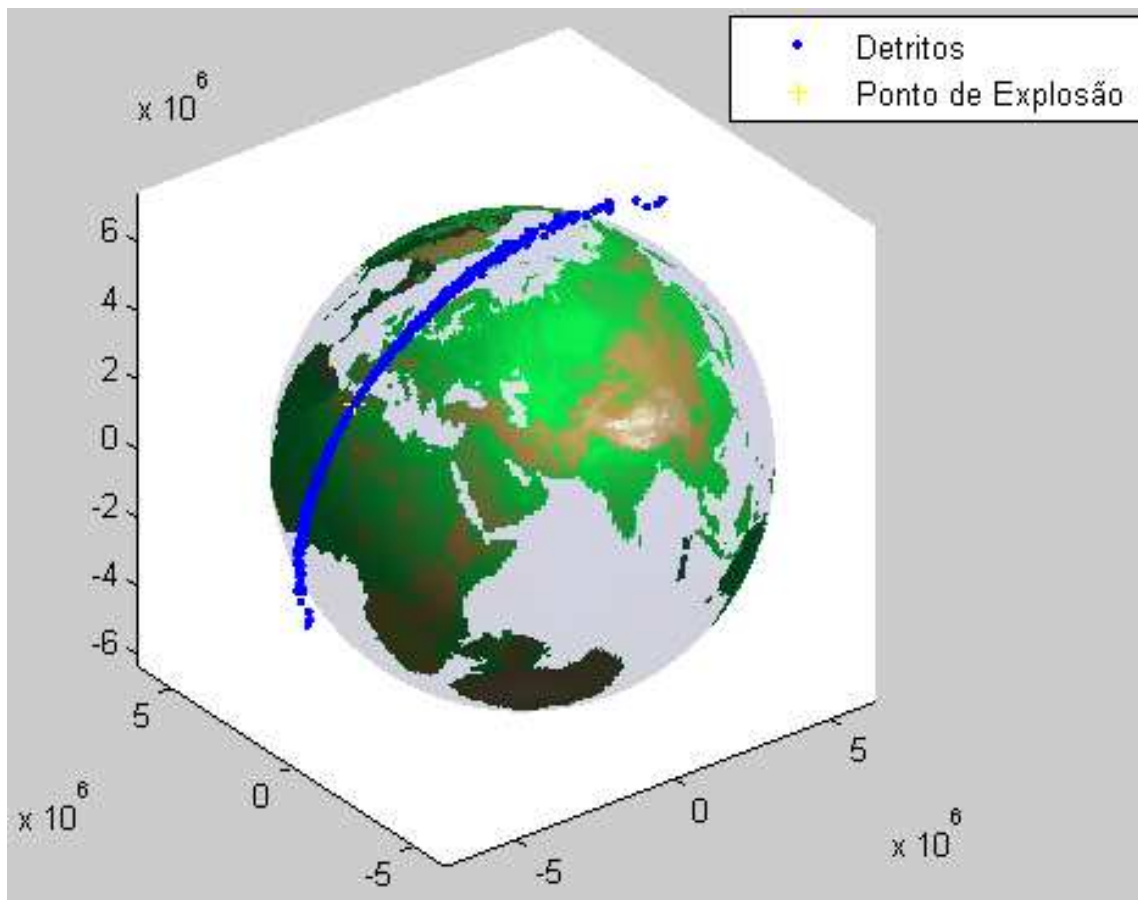


Figura 4.45 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

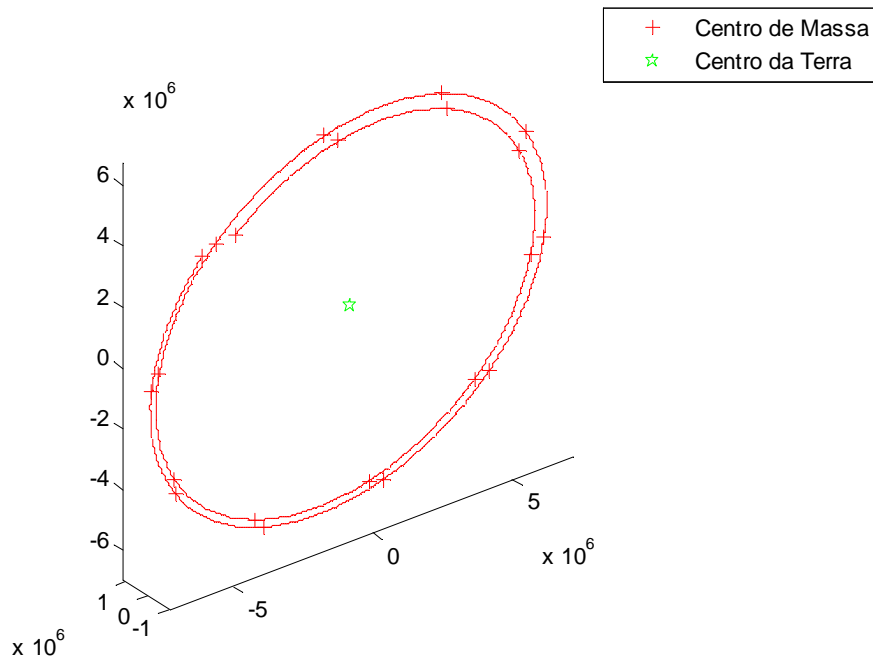


Figura 4.46 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

#### 4.6.8. Simulação 8

Nesta simulação o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C foi modelado como um disco de raio 3 metros. Considerou-se também que a colisão gerou 500 detritos, que o coeficiente de restituição foi 0,5, que o coeficiente de cisalhamento foi 0,5 e que o desvio padrão das velocidades foi de 100 metros por segundo.

A Figura 4.47 ilustra a nuvem de detritos resultante da fragmentação do satélite após dois períodos orbitais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional não central (não kepleriano). A Figura 4.48 ilustra o centro de massa da nuvem de detritos durante dois períodos orbitais, de acordo com o Apêndice A, 6º caso.

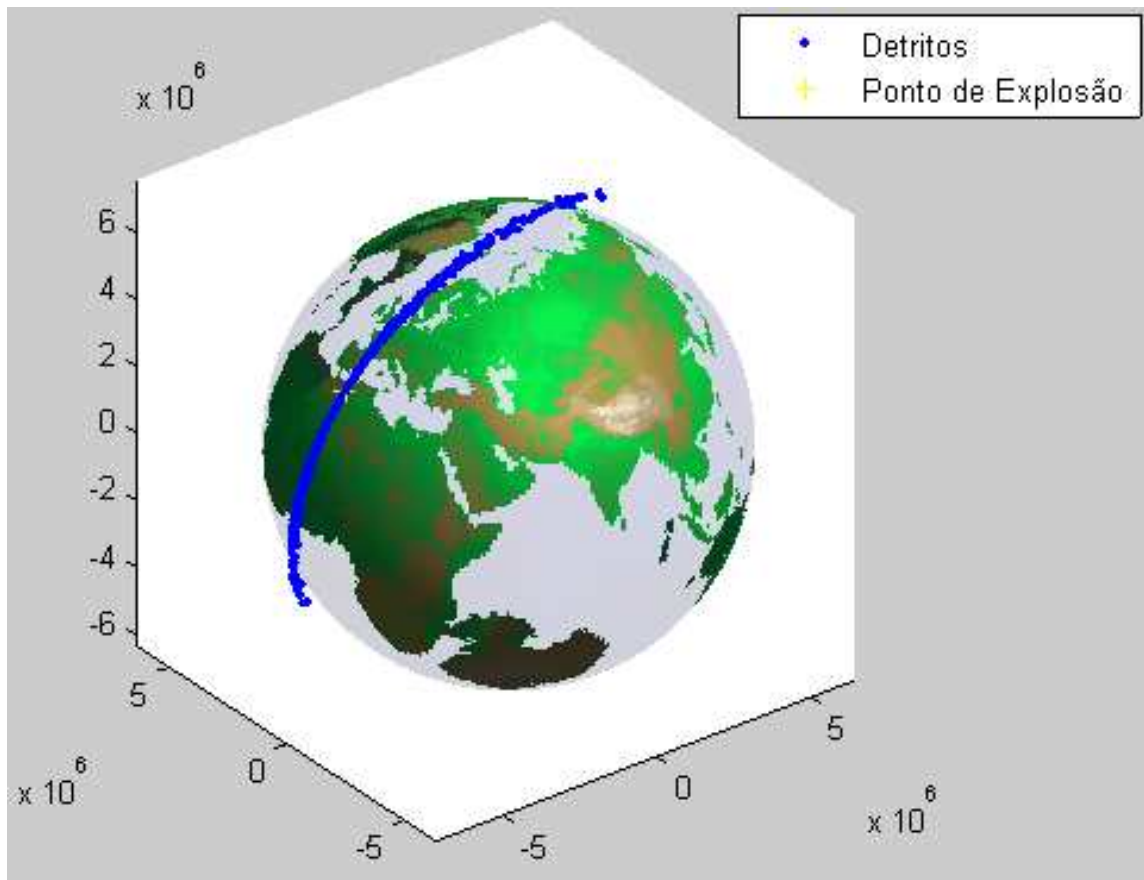


Figura 4.47 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s no instante  $2P_{sat}$ .

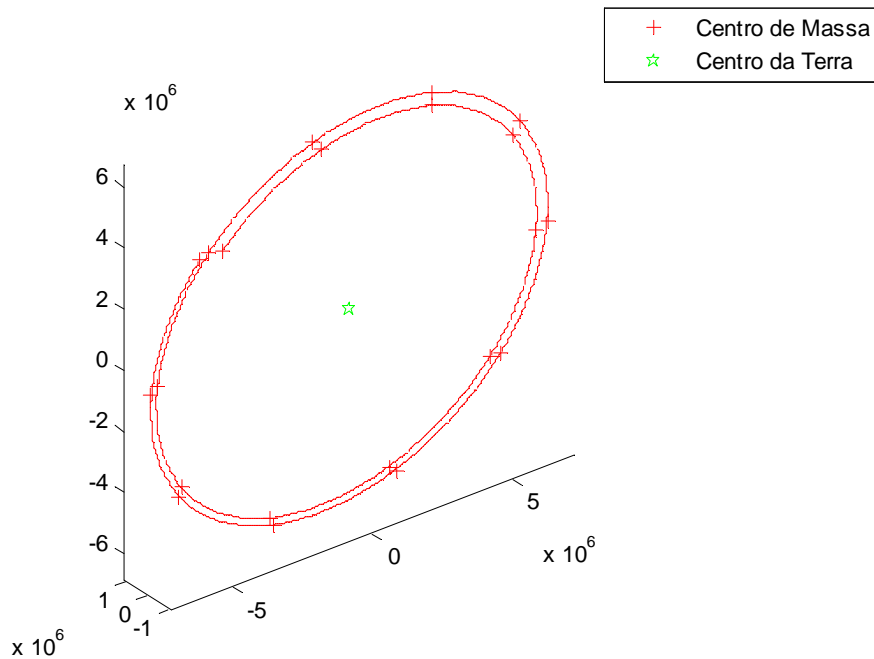


Figura 4.48 – Centro de Massa da Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s.

**Comentários:** A partir das simulações podemos observar que: 1) as características observadas na geração de detritos espaciais utilizando o modelo determinístico e probabilístico de colisão e o método analítico de propagação de detritos com o campo gravitacional central (kepleriano) se mantêm inalteradas; 2) durante o período de propagação da nuvem de detritos (dois períodos orbitais) a há uma pequena diferença entre o método de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método de propagação com campo gravitacional não central (não central); 3) esta diferença também pode ser explicada pelo fato das velocidades dos detritos serem calculadas usando uma distribuição de probabilidade gaussiana.

#### **4.7. Comparação dos Modelos de Geração e dos Métodos de Propagação de Detritos Espaciais Artificiais**

De acordo com as simulações anteriores podemos observar que: 1) em todos os modelos de geração e métodos de propagação de detritos espaciais artificiais, à medida que o tempo de propagação passa a nuvem de detritos assume progressivamente a forma de um “anel” em torno da Terra; 2) em todos os modelos de geração e métodos de propagação de detritos espaciais artificiais, eventualmente todos os fragmentos retornam ao ponto de explosão (“*pinch point*”) ou muito próximo dele; 3) no modelo determinístico de explosão, se aumentarmos o raio do satélite e o gradiente de explosão, a nuvem de detritos se espalha mais rapidamente, e o centro de massa se aproxima mais rapidamente do centro da Terra; 4) no modelo determinístico de explosão, durante o período de propagação da nuvem de detritos (dois períodos orbitais), a diferença entre o método de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e o método de propagação com campo gravitacional não central (não central) é imperceptível visualmente; 5) no modelo probabilístico de fragmentação, e no modelo determinístico e probabilístico de colisão, se aumentarmos o desvio padrão da velocidade dos detritos espaciais em relação à velocidade do satélite, a nuvem de detritos se espalha mais rapidamente e o centro de massa se aproxima mais rapidamente do centro da Terra; 6) no modelo determinístico e probabilístico de colisão, a variação no coeficiente de restituição e/ou no coeficiente de cisalhamento acarretam uma pequena variação da posição da nuvem de detritos. 7) em todos os casos, o centro de massa da nuvem de detritos se move em direção ao centro da Terra em forma de espiral.

Podemos observar que, de acordo com a Figura 4.49 extraída de Kelso (2007), após um minuto e cinquenta segundos a nuvem de detritos já está espalhada em torno da Terra, enquanto que, nos modelos simples de geração de detritos espaciais utilizados, nesse instante, mostrado na Figura 4.50, a nuvem de



detritos ainda não começou a espalhar em torno da Terra. Como explicado por Kelso (2007), isto é o resultado de deficiências na modelagem dos efeitos do arrasto atmosférico usados na propagação retrógrada e geração a posteriori da primeira estimativa, pois ele fez uma propagação retrógrada dos TLEs dos detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C. Uma conjectura nossa, não mutuamente exclusiva com a explicação de Kelso (2007), é que essa diferença talvez possa ser parcialmente explicada por um arranjo de modelos de geração (onde ordem e espécie importam), pois pode ter acontecido a colisão (entre o satélite e o míssil), a explosão (do míssil) e a fragmentação (de ambos); e talvez até tenham acontecido múltiplas colisões, explosões e fragmentações sucessivas.

A Figura 4.49 (igual a Figura 2.10) ilustra os detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C um minuto e cinquenta segundos após a sua destruição, de acordo com o Kelso (2007). A Figura 4.50 ilustra a nuvem de detritos um minuto e cinquenta segundos após a destruição no modelo determinístico de explosão, no modelo probabilístico de fragmentação e no modelo probabilístico e determinístico de colisão respectivamente, vista de lado. A Figura 4.51 ilustra a nuvem de detritos um minuto e cinquenta segundos após a destruição no modelo determinístico de explosão, no modelo probabilístico de fragmentação e no modelo probabilístico e determinístico de colisão respectivamente, vista de topo.

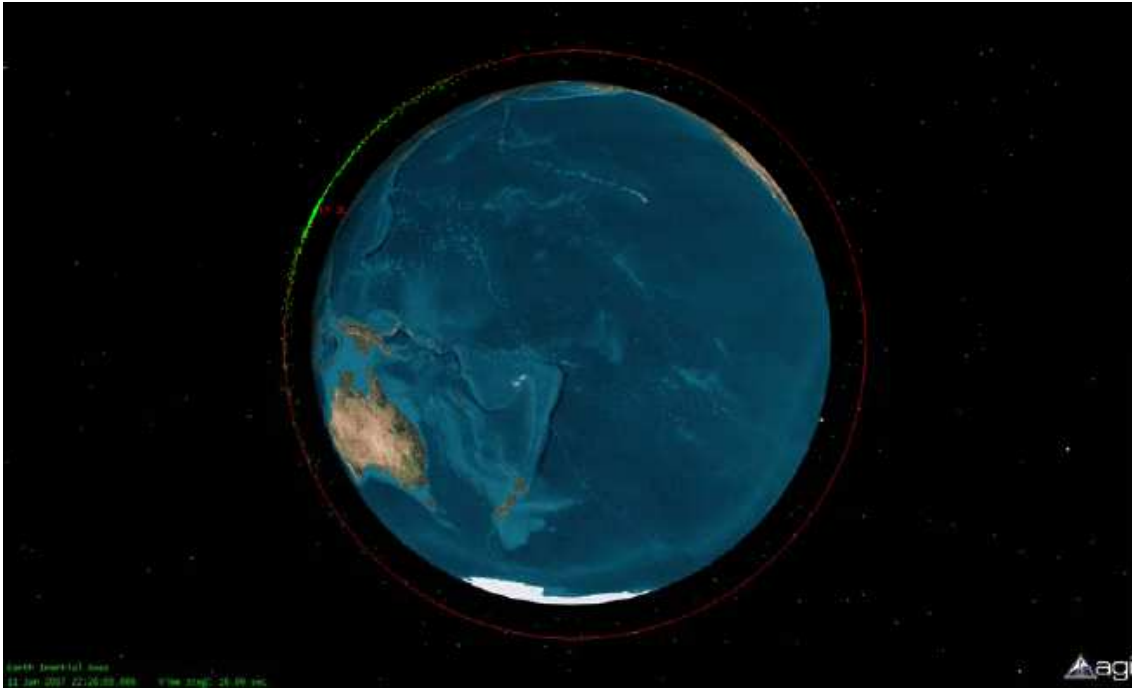


Figura 4.49 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Um Minuto e Cinquenta Segundos Após a sua Destruição.

Fonte: Kelso (2007).

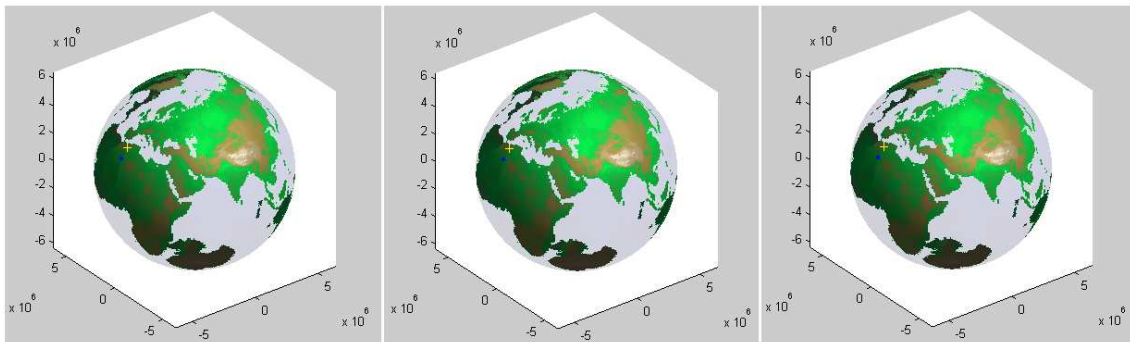


Figura 4.50 – Nuvem de Detritos Um Minuto e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de lado.

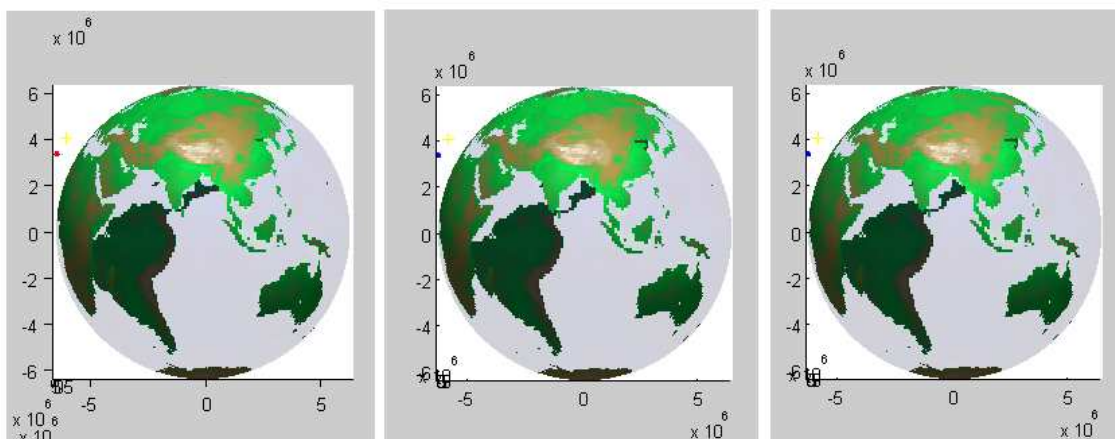


Figura 4.51 – Nuvem de Detritos Um Minuto e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de topo.

Contudo, podemos observar que, de acordo com as Figuras 4.51 e 4.52, os modelos simples de geração de detritos espaciais explicam razoavelmente o processo de colisão, explosão e fragmentação do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C duas horas, trinta e um minutos e cinquenta segundos após a destruição.

A Figura 4.52 (igual à Figura 2.13) ilustra a nuvem de detritos resultantes da destruição do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C duas horas, trinta e um minutos e cinquenta segundos após a destruição do satélite (em 12 de Janeiro de 2007 às 00:58 UTC), de acordo com o Kelso (2007). A Figura 4.53 ilustra a nuvem de detritos duas horas, trinta e um minutos e cinquenta segundos após a destruição no modelo determinístico de explosão, no modelo probabilístico de fragmentação e no modelo probabilístico e determinístico de colisão, vista de lado. A Figura 4.54 ilustra a nuvem de detritos duas horas, trinta e um minutos e cinquenta segundos após a destruição no modelo determinístico de explosão, no modelo probabilístico de fragmentação e no modelo probabilístico e determinístico de colisão, vista de topo.

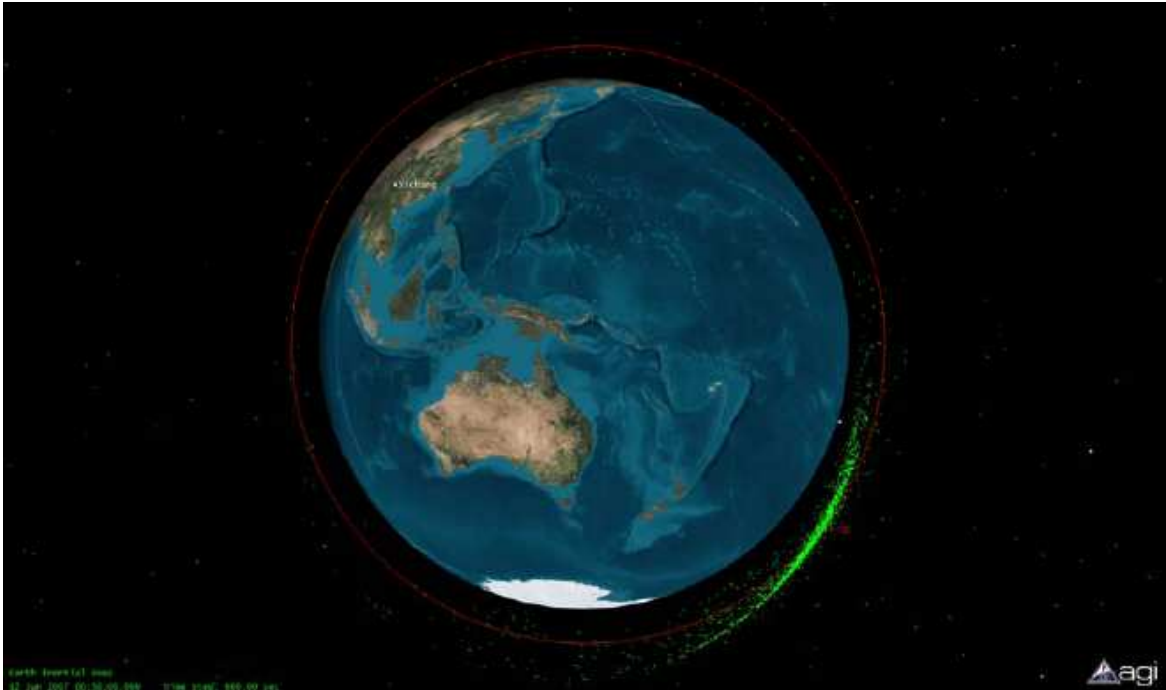


Figura 4.52 – Detritos Resultantes da Destruição do Satélite Meteorológico Chinês Fengyun – 1C Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinqüenta Segundos após a Destruição do Satélite (em 12 de Janeiro de 2007 às 00:58 UTC).

Fonte: Kelso (2007).

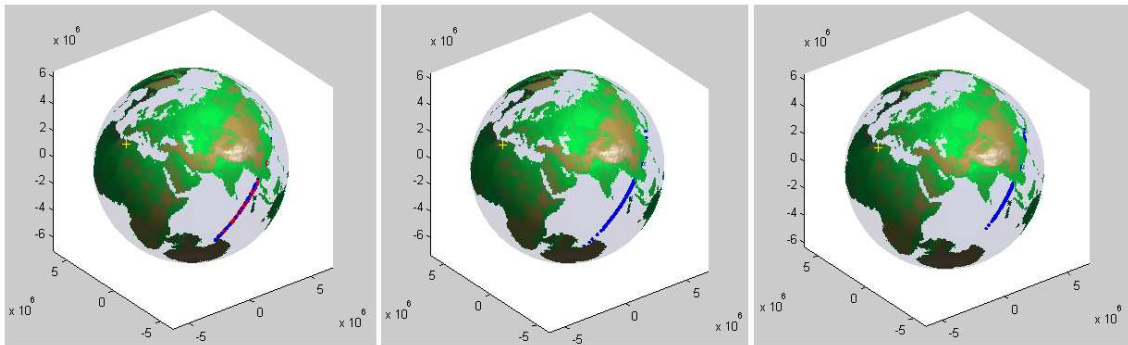


Figura 4.53 – Nuvem de Detritos Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinqüenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de lado.

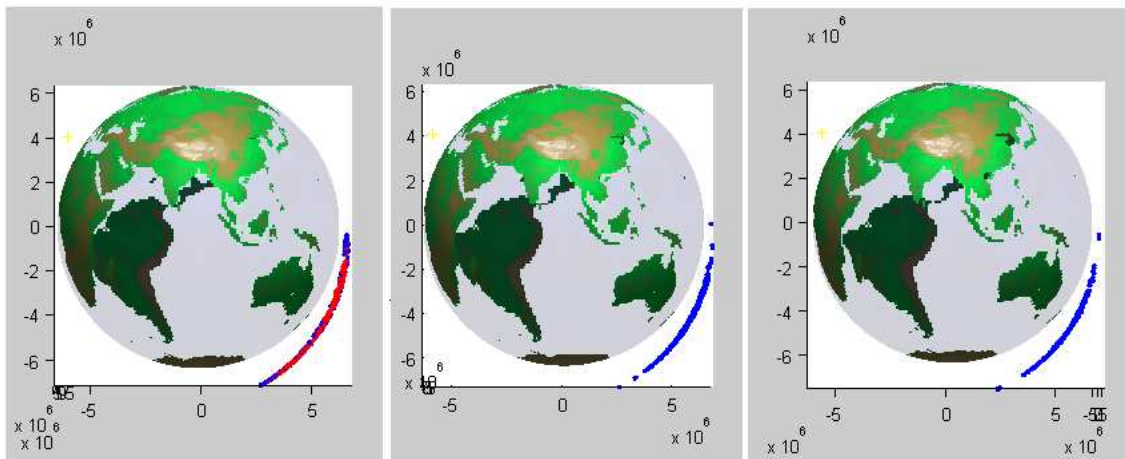


Figura 4.54 – Nuvem de Detritos Duas Horas, Trinta e Um Minutos e Cinquenta Segundos após a Destruição no Modelo Determinístico de Explosão, no Modelo Probabilístico de Fragmentação e no Modelo Probabilístico e Determinístico de Colisão respectivamente, vista de topo.



## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 5.1. Conclusões

O estudo dos detritos espaciais torna-se cada vez mais importante devido: 1) ao crescente número de detritos espaciais artificiais que se encontram em órbita ao redor da Terra; 2) à permanência desses detritos em órbitas compartilhadas por outros corpos por um longo tempo, gerando riscos de colisões inclusive com veículos espaciais ainda em funcionamento.

Este trabalho focou o estudo em modelos de geração e métodos de propagação prógrados de detritos espaciais artificiais. Foram estudados modelos de geração de detritos espaciais e métodos de propagação com campo gravitacional central (kepleriano) e métodos de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano).

Este trabalho utilizou três modelos simples de geração de detritos espaciais e dois métodos de propagação prógrados de detritos espaciais. Os três modelos de geração de detritos espaciais foram:

- 1) O modelo determinístico de explosão que considerou um satélite, no plano orbital, como um disco homogêneo, que é fragmentado em  $N$  partes iguais.
- 2) O modelo probabilístico de fragmentação que gerou uma nuvem de detritos a partir da súbita fragmentação de um satélite utilizando uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais.
- 3) O modelo determinístico e probabilístico de fragmentação que utilizou princípios fundamentais da Física relacionados à colisão, tais como a conservação da quantidade de movimento linear e o coeficiente de restituição e

utilizou uma distribuição de probabilidade gaussiana para as velocidades dos detritos em coordenadas inerciais.

Os dois métodos de propagação prógrados de detritos espaciais utilizados foram:

4) O método de propagação com campo gravitacional central (kepleriano);

5) O método de propagação com campo gravitacional não central (não kepleriano) que incluiu o efeito do J<sub>2</sub>, influenciando principalmente o argumento do perigeu e a ascensão reta do nodo ascendente

Foram realizadas simulações combinando os modelos de geração e os métodos de propagação de detritos espaciais, estas simulações foram realizadas utilizando o MATLAB.

De acordo com as simulações pudemos observar em todos os modelos de geração e métodos de propagação de detritos espaciais artificiais que: 1) à medida que o tempo de propagação passa a nuvem de detritos assume progressivamente a forma de um “anel” em torno da Terra; 2) eventualmente todos os fragmentos retornam ao ponto de explosão (“pinch point”); 3) em todos os casos o centro de massa da nuvem de detritos se move em direção ao centro da Terra em forma de espiral.

Os resultados sugerem que os modelos usados concordam qualitativamente em centro mas não em espalhamento com a estimativa da distribuição de detritos do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C disponível na literatura consultada, um minuto e cinquenta segundos após sua fragmentação. Mas os modelos usados concordam qualitativamente em centro e em espalhamento com a estimativa da distribuição de detritos do satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C disponível na literatura consultada, duas horas, trinta e um



minutos e cinquenta segundos após sua fragmentação. Isto pode ser: 1) o resultado de deficiências na modelagem dos efeitos do arrasto atmosférico usados na propagação retrógrada e geração a posteriori da primeira estimativa, como explicado pelo seu autor; e/ou 2) uma ou mais seqüências de colisões, explosões, e fragmentações, onde ordem e espécie importam, como conjecturado por nós. Ambas as causas serão investigadas por nós no futuro.

## **5.2.Sugestões para Trabalhos Futuros**

O assunto sobre detritos espaciais é muito extenso e várias linhas de pesquisa podem ser desenvolvidas. A seguir existem algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Aperfeiçoar os modelos simples de geração de detritos espaciais visando investigar futuramente seus eventos orbitais (o instante, o local, e a probabilidade de futuras colisões com veículos espaciais; idem entre detritos espaciais; decaimento destes; etc.);
- Usar formas geométricas mais gerais que esferas homogêneas, mas ainda equacionáveis, para representar o satélite e o detrito no modelo determinístico de explosão e no modelo determinístico e probabilístico de colisão. Essas formas geométricas poderiam ser elipsóides, cilindros e outras formas adotadas pela NASA.
- Usar diferentes distribuições de probabilidade no modelo probabilístico de fragmentação.
- Aperfeiçoar os métodos simples de propagação prógrada de detritos espaciais visando investigar futuramente seus eventos orbitais (o instante, o local, e a probabilidade de futuras colisões com veículos espaciais; idem entre detritos espaciais; decaimento destes; etc.);

- Usar métodos numéricos de propagação de detritos espaciais que incluam forças como o arrasto, e outras perturbações de órbitas.
- Propor métricas para avaliar a concordância quantitativa em centro e em espalhamento de detritos produzidos por modelos de geração a priori com a estimativa da distribuição de detritos de satélites como o satélite meteorológico chinês Fengyun – 1C.
- Arranjar (onde ordem e espécie importam) o modelo determinístico de explosão, o modelo probabilístico de fragmentação e o modelo determinístico e probabilístico de colisão.
- Possibilitar múltiplas explosões, fragmentações e colisões.
- Revisar a literatura sobre modelos de geração a posteriori e métodos de propagação retrógrados de detritos espaciais visando investigar seus eventos orbitais (o instante, o local, e a probabilidade de geração de detritos espaciais no passado; o processo de geração; etc.).
- Selecionar modelos de geração a posteriori e métodos de propagação retrógrados de detritos espaciais visando investigar seus eventos.
- Modelar e simular modelos de geração a posteriori visando investigar seus eventos orbitais.
- Modelar e simular métodos de propagação retrógrados de detritos espaciais visando investigar seus eventos orbitais
- Comparar os modelos e métodos usados, especialmente usando as métricas propostas.

- Aplicar os modelos e métodos a um caso verídico para verificar o desempenho dos modelos e métodos utilizados.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AEROSPACE. **Spacecraft reentry FAQ**: are there examples of objects that have survived reentry?. Center for orbital and reentry debris studies. 2004. Disponível em: <<http://www.aero.org/capabilities/cords/faq3.html>>. Acesso em: 13 set. de 2010.

ALBY, F.; LANSARD, E.; MICHAL, T. Collision of cerise with space debris. In: EUROPEAN CONFERENCE ON SPACE DEBRIS, 2., 1997, Darmstadt, Germany. **Electronic Proceeding...** Darmstadt, Germany: ESA, ESOC, 1997. p. 589. (1997, ESA-SP 393., p. 589). Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/full/1997ESASP.393..589A>>. Acesso em: 29 dez. 2010.

ALFRIEND, K. T.; AKELLA, M. R.; FRISBEE, J.; FOSTER, J. L.; LEE, D-J.; WILKINS, M. Probability of collision error analysis. **Space Debris**, v 1, n. 1, p. 21-35, 1999.

ANILKUMAR, A. K.; ANANTHASAYANAM, M. R.; RAO P. V. S. **A posterior semi-stochastic low Earth debris on-orbit breakup simulation model**. 2005. Disponível em: <<http://eprints.iisc.ernet.in/3699/1/A165.pdf>>. Acesso em: 12 mai. 2011.

ARRAES, A. A.; SOUZA, M. L. O. Propagation of uncertainties in the navigation of aerospace vehicles to minimize the collision risk. In: CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, 17., 2008, São Paulo, Brasil. **Anais...** São Paulo: SAE Brasil, 2008.

BATISTA, A.C; LOPES, R. V. F; KUGA, H. K; SOUZA, M. L. O. Estimativa bayesiana do instante e do local de colisão a partir da observação de fragmentos. In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS (DINCON'09), 8., Bauru. **Proceedings...** Bauru: Unesp, 2009.

BBC NEWS. **Space blast's huge debris field**. 2007. Disponível em: <<http://news.bbc.co.uk/2/hi/6398513.stm>>. Acesso em: 8 set. 2010.

BRAGA, A. O.; SOUZA, M. L. O. **Análise e simulação de reentradas atmosféricas controladas**. Trabalho apresentado no SICINPE - 2006. São José dos Campos. 2006. p. 19 p. (INPE-14004-PRE/9179). Disponível em:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m16@80/2006/08.09.13.17>>. Acesso em: 5 ago. 2010.

CARRICO, T.; CARRICO, J.; POLICASTRI, L.; LOUCKS, M. **Investigating orbital debris events using numerical methods with full force model orbit propagation**. American Astronautical Society, 2008. Disponível em: <[http://www.agi.com/downloads/support/productSupport/literature/pdfs/whitePapers/AAS08\\_OrbitalDebrisEvents\\_Carrico.pdf](http://www.agi.com/downloads/support/productSupport/literature/pdfs/whitePapers/AAS08_OrbitalDebrisEvents_Carrico.pdf)>. Acesso em: 13 ago. 2010.

CELESTRAK. **Chinese ASAT test**. 2010. Disponível em: <<http://celestrak.com/events/asat.asp>>. Acesso em 27 jul. 2010.

CELESTRAK. **Iridium 33/Cosmos 2251 collision**. 2009. Disponível em: <<http://celestrak.com/events/collision.asp>> Acesso em: 23 jul. 2010.

CHOBOTOV, V. A. **Orbital mechanics**. Washington, D.C.: AIAA, 1996

ESCOBAL, P. R. **Methods of orbit determination**. New York, NY: John Wiley & Sons, 1965. 463 p.

EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA). **Detritos espaciais: avaliar o risco**. 2005. Disponível em: <[http://www.esa.int/esaCP/SEMPXMRMD6E\\_Portugal\\_0.html](http://www.esa.int/esaCP/SEMPXMRMD6E_Portugal_0.html)>. Acesso em: 25 jun. 2009.

EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA). **History and background: space debris environment**. 2009. Disponível em: <[http://www.esa.int/esaMI/Space\\_Debris/SEMQQ8VPXPF\\_1.html](http://www.esa.int/esaMI/Space_Debris/SEMQQ8VPXPF_1.html)>. Acesso em: 11 set. 2010.

EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA). **Space debris: evolution in pictures**. ESOC - European Space Operations Centre. 2010. Disponível em: <[http://www.esa.int/SPECIALS/ESOC/SEMN2VM5NDF\\_mg\\_1\\_s\\_b.html](http://www.esa.int/SPECIALS/ESOC/SEMN2VM5NDF_mg_1_s_b.html)>. Acesso em: 29 ago. 2010

EUA tentam derrubar hoje satélite que pode colidir com a terra. **Folha Online**. São Paulo, 20 jan. 2008. Disponível em:

<<http://www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u374100.shtml>>. Acesso em: 25 jun. 2009.

JOHNSON, N. L.; MCNIGHT, D. N. **Artificial space debris**. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 1991.

KELSO, T.S. **Analysis of the 2007 chinese ASAT test and the impact of its debris on the space environment**. Trabalho apresentado no AMOS CONFERENCE, 2007. Maui, Hawaii. 2007. Disponível em: <<http://celestrak.com/publications/AMOS/2007/AMOS-2007.pdf>>. Acesso em: 9 jan. 2011

KLINKRAD, H. **Space debris: models and risk analysis**. Berlin, Germany : Springer, 2006.

KUGA, H. K. **Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico**. São José dos Campos: INPE, 1986. 20 p. (INPE-3779-NTE/250).

KUGA, H. K.; RAO, K. R. **Introdução a mecânica orbital**. São José dos Campos, SP: INPE, 1995 7499029 (INPE-5615-PUD/064)

MASSA, D; CARRICO T. **Technical description of color and opacity blending (COB) debris visualization technique**. [S.l.]: Analytical Graphics, Inc. 2007.

MAYBECK, P. S. **Stochastic models, estimation and control**, v. 1, New York, NY, Academic Press, 1979.

Míssil da marinha dos EUA atinge satélite espião. **Folha Online**, São Paulo, 21 fev. 2008. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u374432.shtml>>. Acesso em: 26 jun. 2009.

NASA. **Orbital debris graphics**. Nasa Orbital Debris Program Office. 2005. Disponível em: <<http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/photogallery/beehives.html#leo>>. Acesso em: 29 ago. 2010.

NASA. **Orbital debris photo gallery**. Nasa Orbital Debris Program Office. 2009. Disponível em: <<http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/photogallery/photogallery.html>>. Acesso em: 10 fev. 2010.

NORAD. **North american aerospace defense command**. 2009. Disponível em: <<http://www.norad.mil>>. Acesso em: 28 ago. 2009.

NUNES, D.; SOUZA, M. L. O. Forecasting space debris distribution: A measure theory approach. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 51., 2000, Rio de Janeiro. **Proceedings...** Rio de Janeiro: AIAA, 2000

SATÉLITES da Rússia e dos EUA colidem no espaço. **O Globo**. 2009. Disponível em: <<http://oglobo.globo.com/ciencia/mat/2009/02/12/satelites-da-russia-dos-eua-colidem-no-espaco-754375196.asp>>. Acesso em 30 jun. 2009.

SEDERBERG, T. W. **Rotation about an arbitrary axis**. Disponível em: <<http://tom.cs.byu.edu/~455/hw/rotation.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2010

SHEPPERD, S. W. Universal keplerian state transition matrix. **Celestial Mechanics**, v. 35, p. 129-144, 1985.

SINODEFENCE.COM. **Fengyun 1 meteorological satellite**. 2008. Disponível em: <<http://www.sinodefence.com/space/spacecraft/fengyun1.asp>>. Acesso em: 7 jan. 2010.

SOUZA, M. L. O.; NUNES, D.; CASTRO, S. F.; PEREIRA, A. P. A. Numerical and semi-analytical propagation of a space debris distribution for collision avoidance with constellations. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON SATELLITE CONSTELLATIONS AND FORMATION FLYING, (IWSCFF), 4., , São José dos Campos. **Proceedings...** 2005. p. 30-42. Papel. (INPE-13371-PRE/8586). Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/iris@1916/2005/10.06.12.33>>. Acesso em: 10 maio 2011.



SPACE TRACK. **The source of space surveillance data**. 2011. Disponível em: <<http://www.space-track.org/>>. Acesso em 15 jan. 2011.

WIKIPÉDIA. **Anti-satellite weapon**. Flórida, 2010. Disponível em: <[http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Anti-satellite\\_weapon&oldid=412282357](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Anti-satellite_weapon&oldid=412282357)>. Acesso em: 27 jul. 2010.

WIKIPÉDIA. **ASM-135 ASAT**. Flórida. 2010b. Disponível em: <[http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=ASM-135\\_ASAT&oldid=410504466](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=ASM-135_ASAT&oldid=410504466)>. Acesso em: 20 dez. 2010

WIKIPÉDIA. **Cerise (Satélite)**. Flórida. 2010c. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Cerise\\_\(sat%C3%A9lite\)&oldid=22771405](http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Cerise_(sat%C3%A9lite)&oldid=22771405)>. Acesso em: 5 set. 2010.

WIKIPÉDIA. **Coeficiente de restituição**. Flórida. 2011. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Coeficiente\\_de\\_restitui%C3%A7%C3%A3o](http://pt.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_restitui%C3%A7%C3%A3o)>. Acesso em: 5 mai. 2011.

WIKIPÉDIA. **Detrito espacial**. Flórida. 2010d. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Detrito\\_espacial&oldid=23255126](http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Detrito_espacial&oldid=23255126)>. Acesso em: 5 set. 2010.

WIKIPÉDIA. **List of thor and delta launches (1960–1969)**. Flórida. 2010e. Disponível em: <[http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List\\_of\\_Thor\\_and\\_Delta\\_launches\\_\(1960%E2%80%931969\)&oldid=385352609](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List_of_Thor_and_Delta_launches_(1960%E2%80%931969)&oldid=385352609)>. Acesso em: 4 set. 2010.

WIKIPÉDIA. **Pegasus (Foguete)**. Flórida. 2010f. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Pegasus\\_\(foguete\)&oldid=23796114](http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Pegasus_(foguete)&oldid=23796114)>. Acesso em: 5 set. 2010.

WIKIPÉDIA. **P78-1**. Flórida. 2010g. Disponível em: <<http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=P78-1&oldid=384545509>>. Acesso em: 22 dez. 2010.

WIKIPÉDIA. **Sputnik**. Flórida. 2010h. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Sputnik&oldid=23320926>>. Acesso em: 29 ago. 2010.

WIKIPÉDIA. **2007 Chinese anti-satellite missile test**. Flórida. 2010i. Disponível em: <[http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=2007\\_Chinese\\_anti-satellite\\_missile\\_test&oldid=410131977](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=2007_Chinese_anti-satellite_missile_test&oldid=410131977)>. Acesso em: 25 jul. 2010.

WIKIPÉDIA. **2009 Satellite collision**. Flórida. 2010j. Disponível em: <[http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=2009\\_satellite\\_collision&oldid=411149576](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=2009_satellite_collision&oldid=411149576)>. Acesso em: 23 jul. 2010.

## **APÊNDICE A – SIMULAÇÕES**

Neste apêndice são realizadas diversas simulações, utilizando as combinações entre os modelos de geração e os métodos de propagação prógrados de detritos espaciais descritos no Capítulo 3. As simulações são realizadas utilizando o programa MATLAB, diferentes variáveis de entrada e estão ordenadas conforme a Tabela 4.1.

### **A.1. 1º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)**

#### **Simulação 1**

Dados de Entrada:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Gradiente de Explosão: 100

Número de Pontos da Borda do Satélite: 100

Número de Pontos do Centro do Satélite: 400

Raio do Satélite (metros): 1.5

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :850

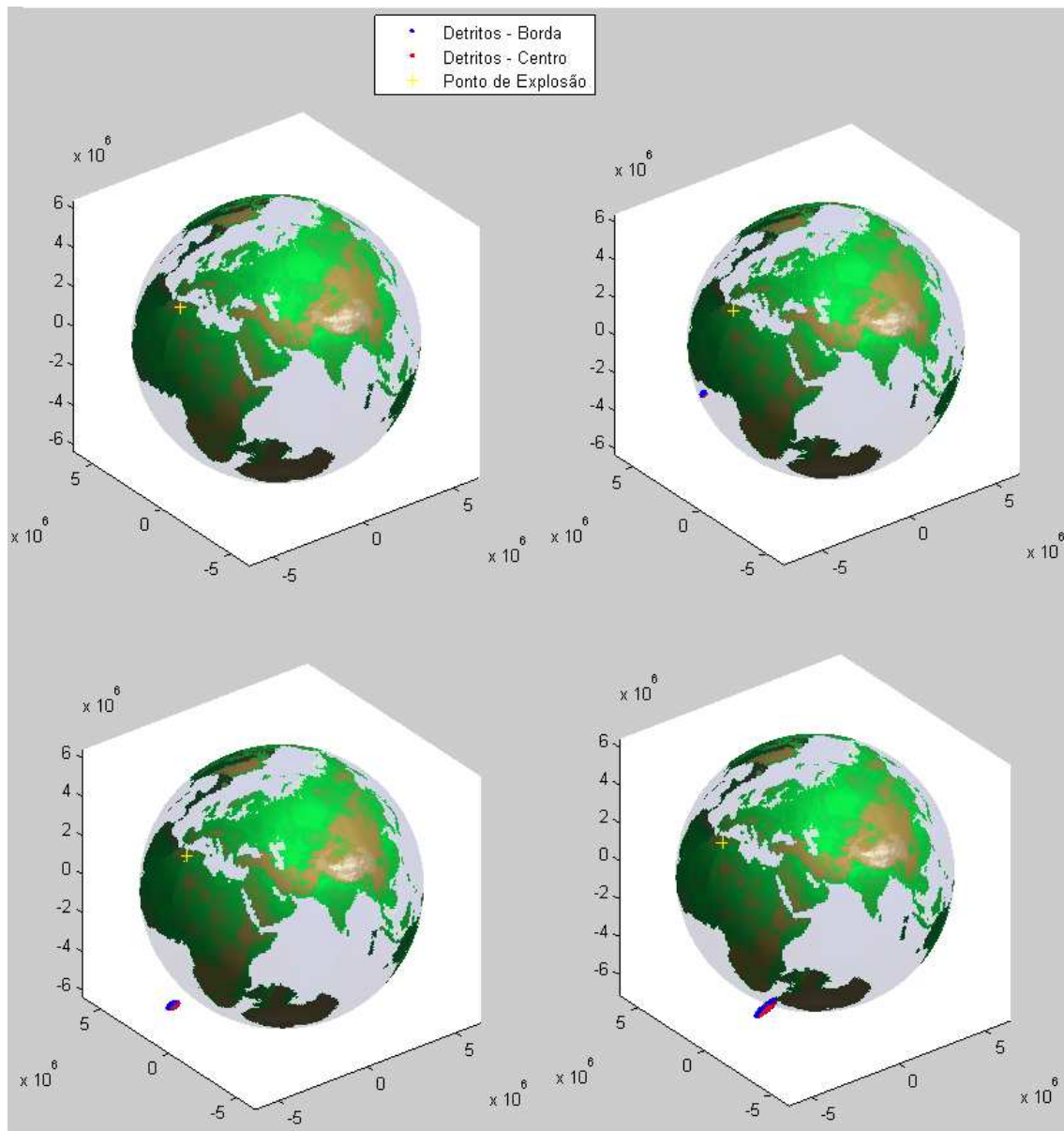


Figura A.1 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $0, 0,1P_{\text{sat}}, 0,2P_{\text{sat}}$  e  $0,3P_{\text{sat}}$ .

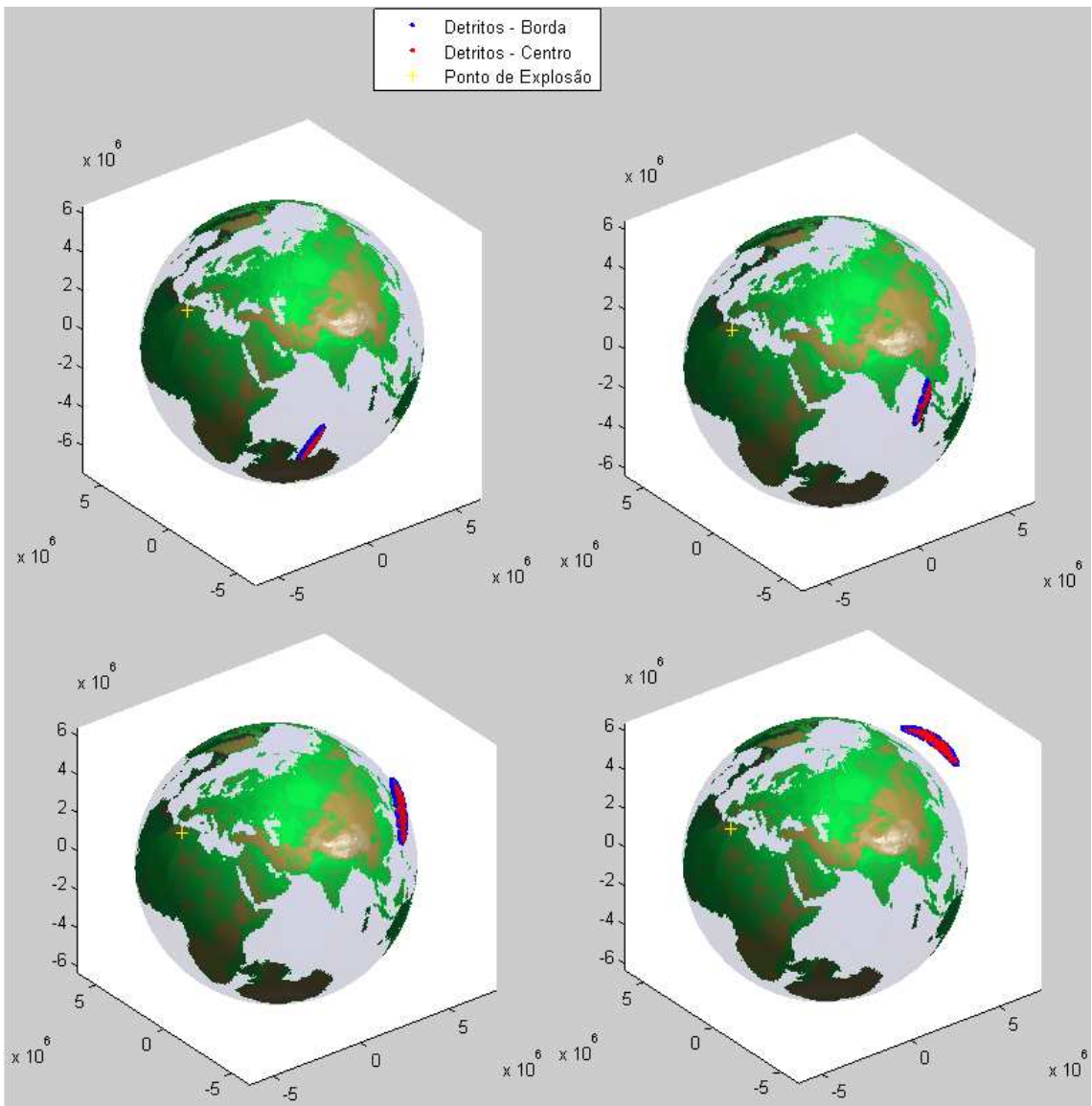


Figura A.2 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $0,4P_{\text{sat}}$ ,  $0,5P_{\text{sat}}$ ,  $0,6P_{\text{sat}}$  e  $0,7P_{\text{sat}}$ .

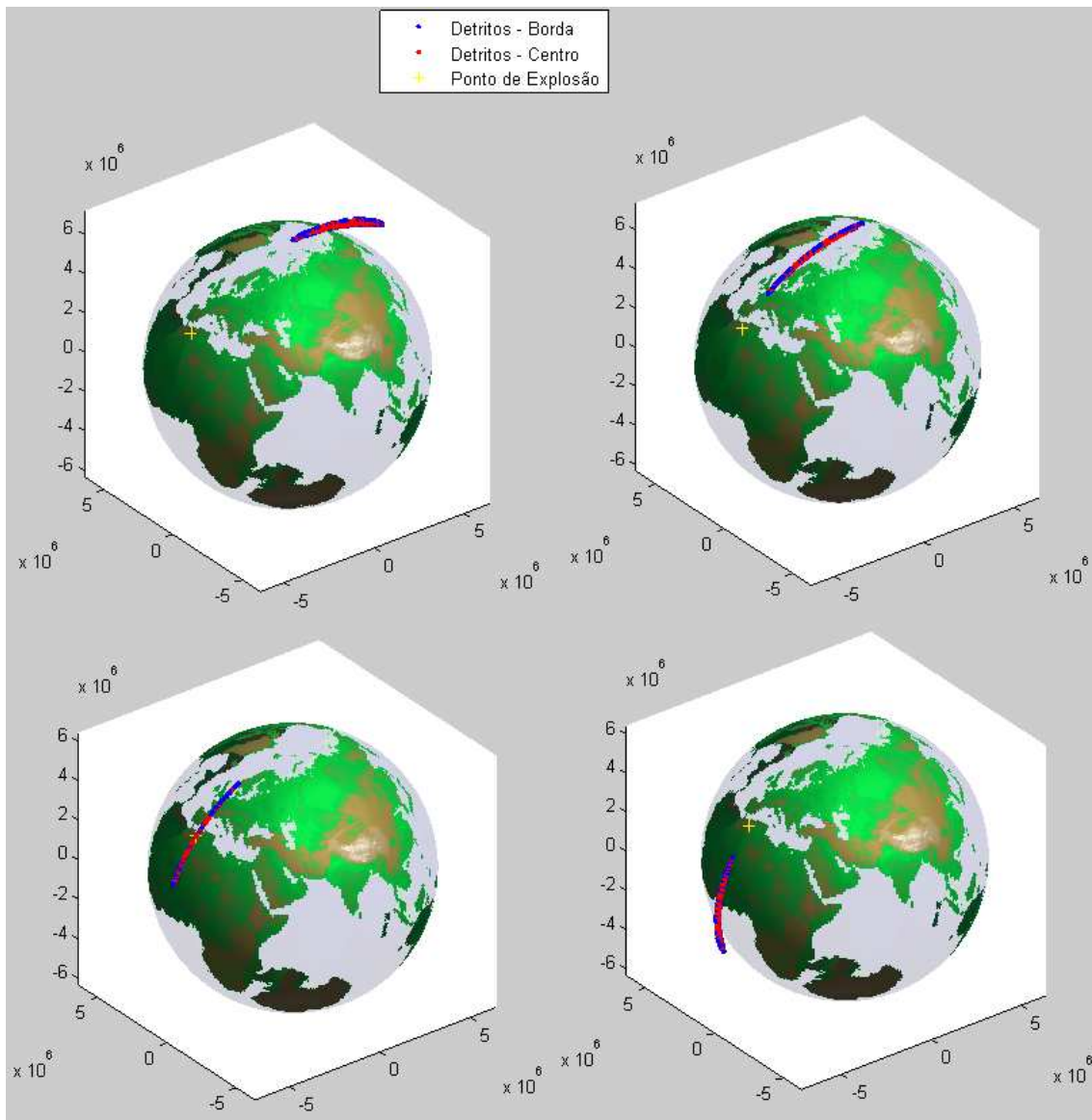


Figura A.3 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $0,8P_{\text{sat}}$ ,  $0,9P_{\text{sat}}$ ,  $P_{\text{sat}}$  e  $1,1P_{\text{sat}}$ .

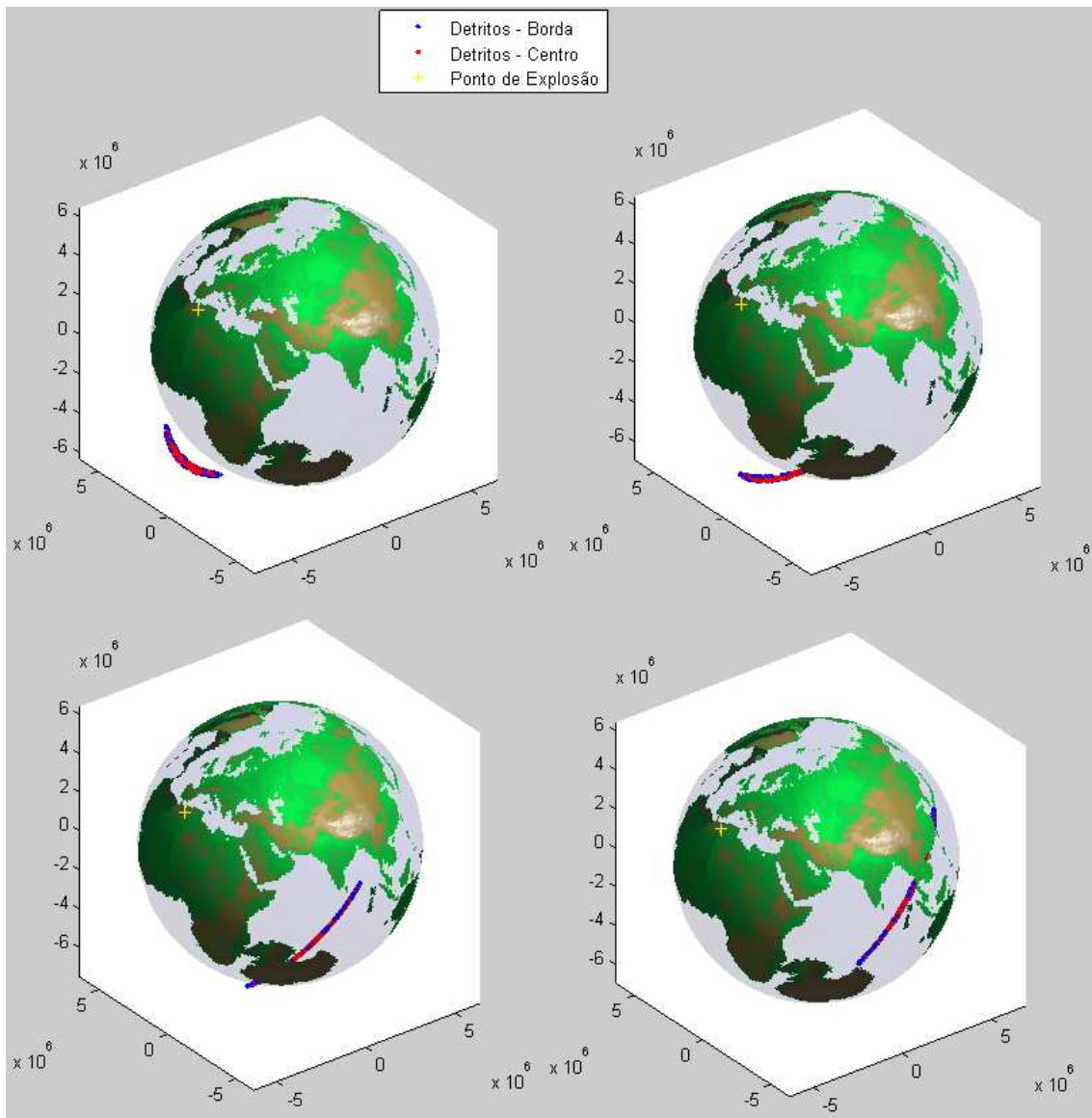


Figura A.4 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $1,2P_{\text{sat}}$ ,  $1,3P_{\text{sat}}$ ,  $1,4P_{\text{sat}}$  e  $1,5P_{\text{sat}}$ .

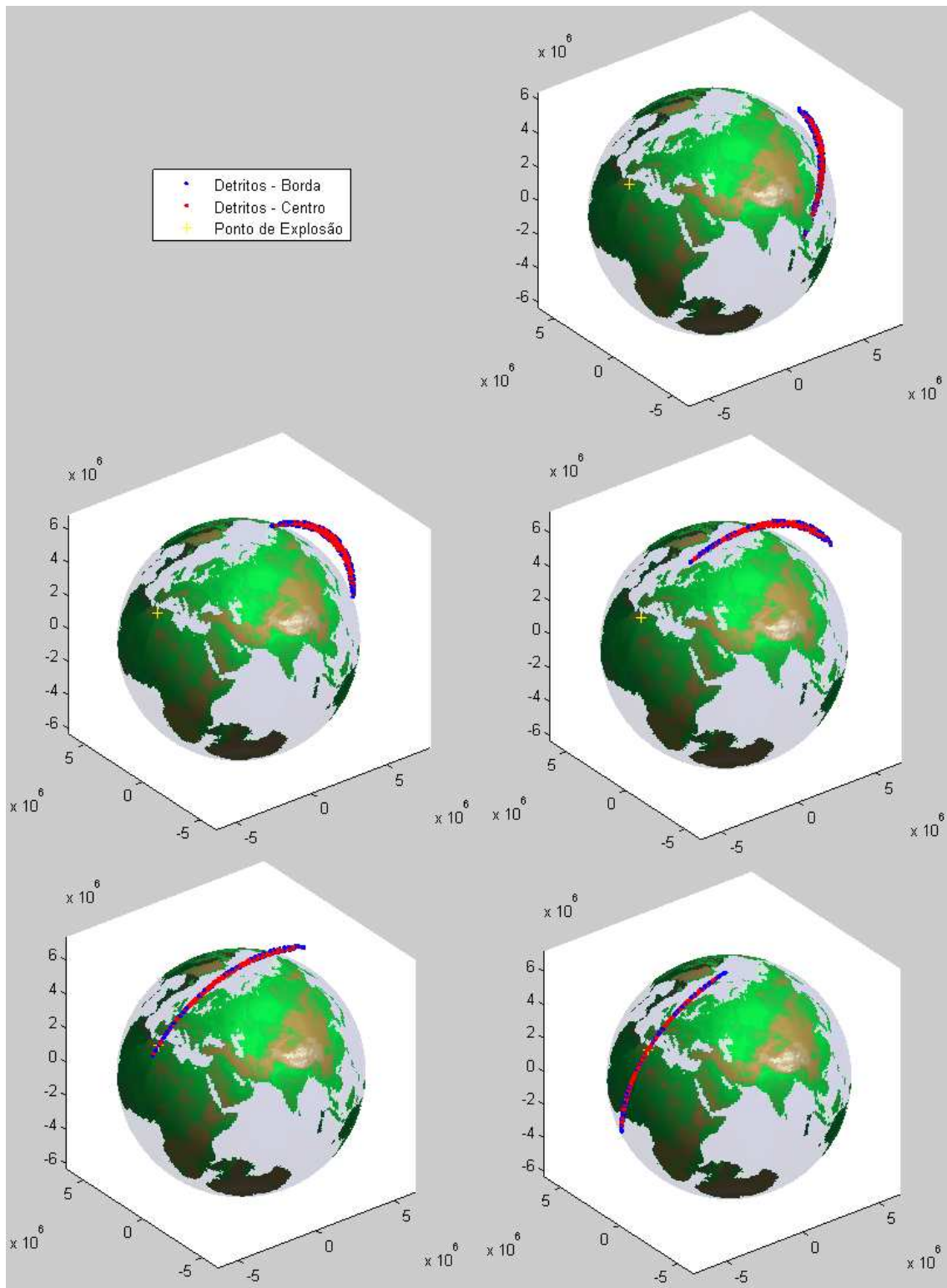


Figura A.5 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $1,6P_{\text{sat}}$ ,  $1,7P_{\text{sat}}$ ,  $1,8P_{\text{sat}}$ ,  $1,9P_{\text{sat}}$  e  $2P_{\text{sat}}$ .



## Simulação 2

Dados de Entrada:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Gradiente de Explosão: 200

Número de Pontos da Borda do Satélite: 100

Número de Pontos do Centro do Satélite: 400

Raio do Satélite (metros): 3

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :1700

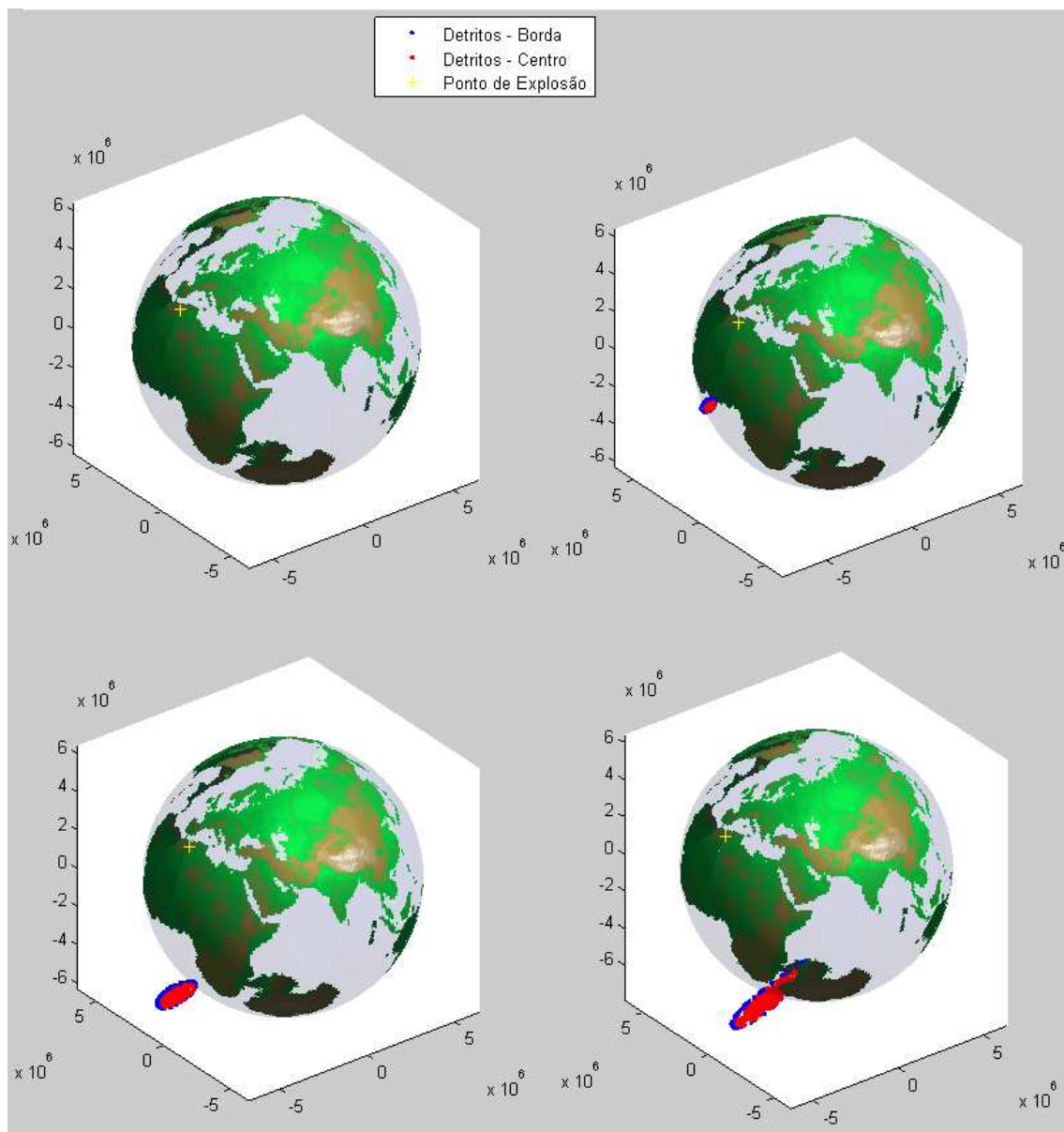


Figura A.6 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

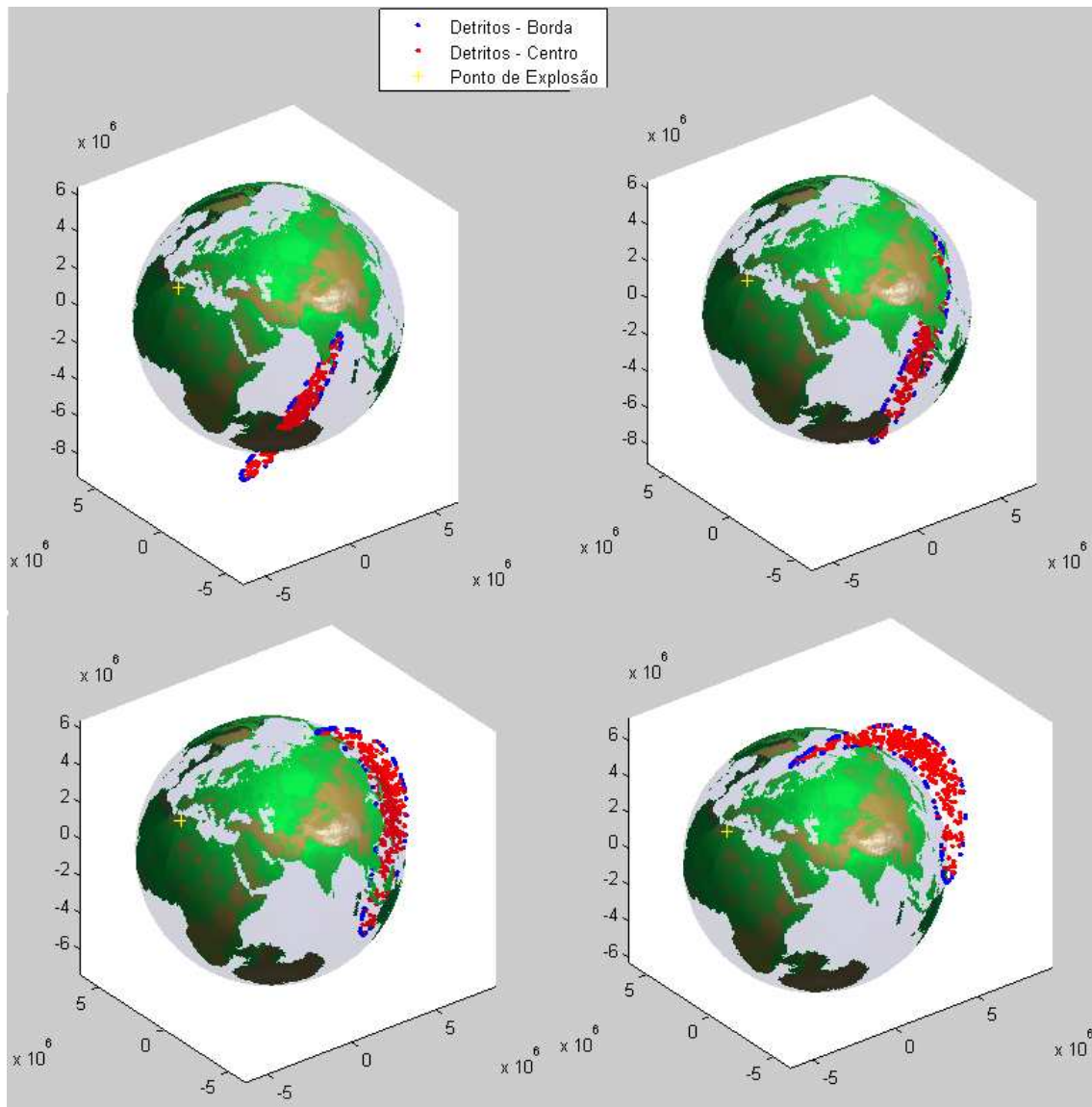


Figura A.7 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $0,4P_{\text{sat}}$ ,  $0,5P_{\text{sat}}$ ,  $0,6P_{\text{sat}}$  e  $0,7P_{\text{sat}}$ .

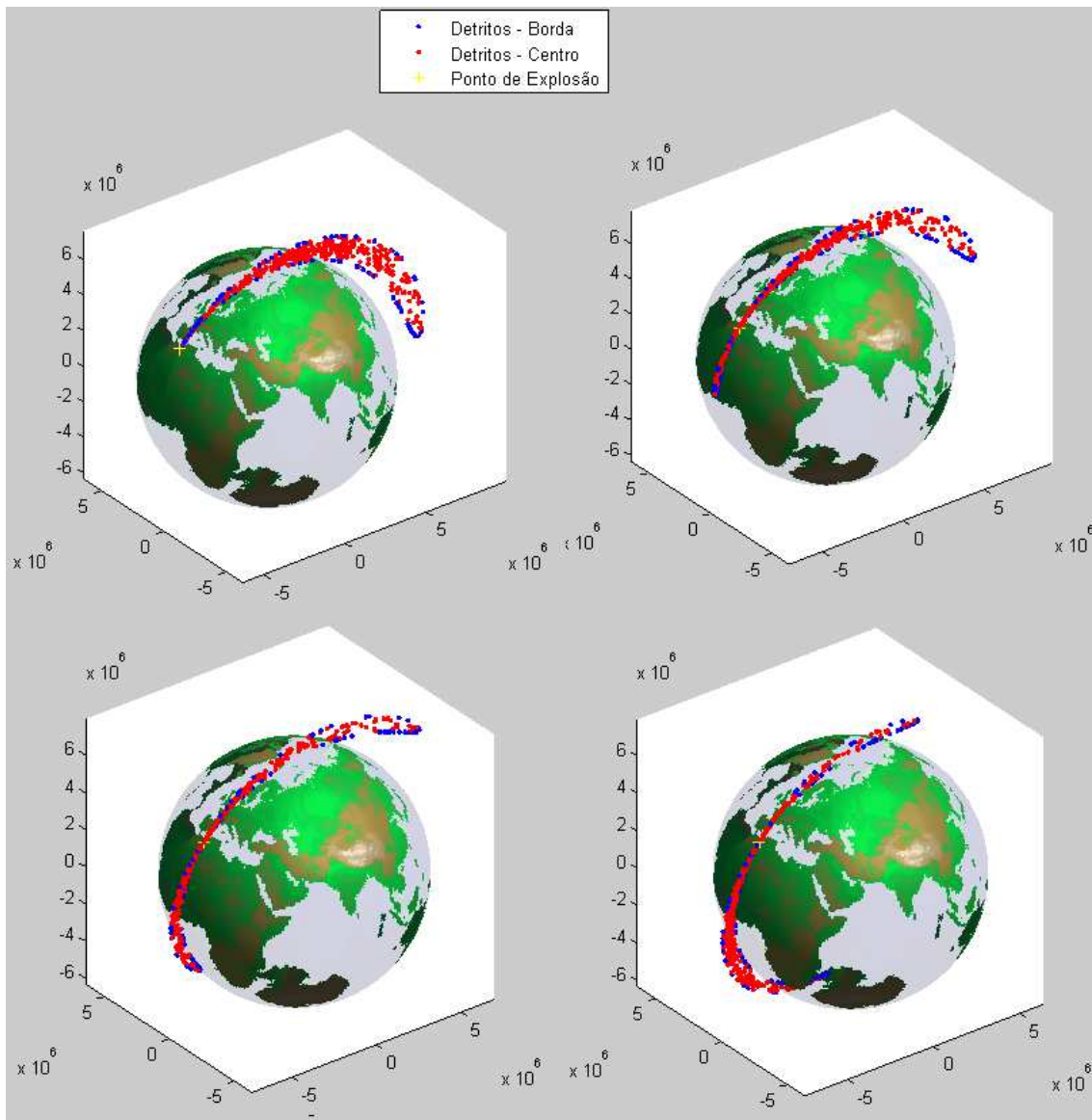


Figura A.8 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

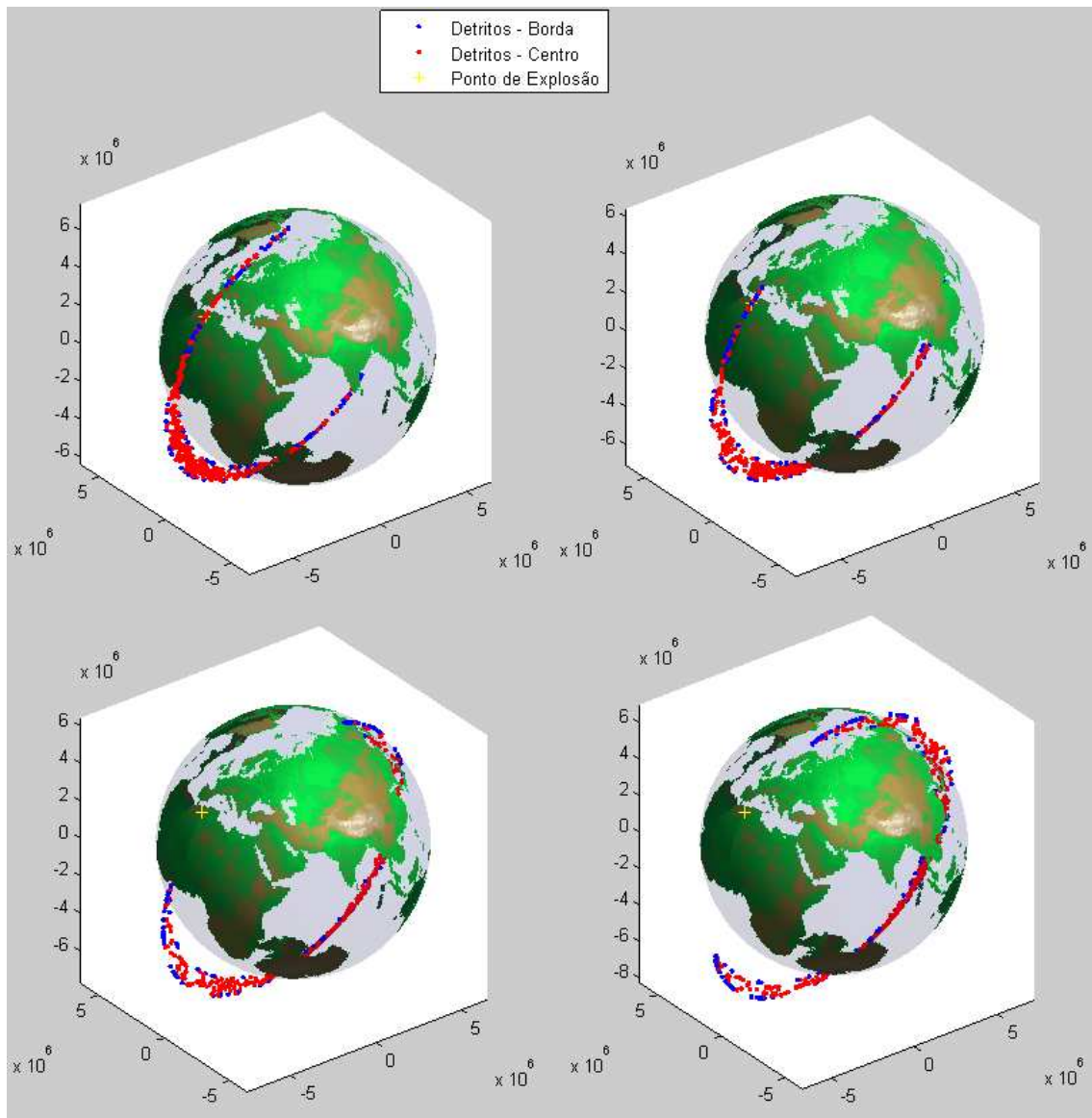


Figura A.9 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

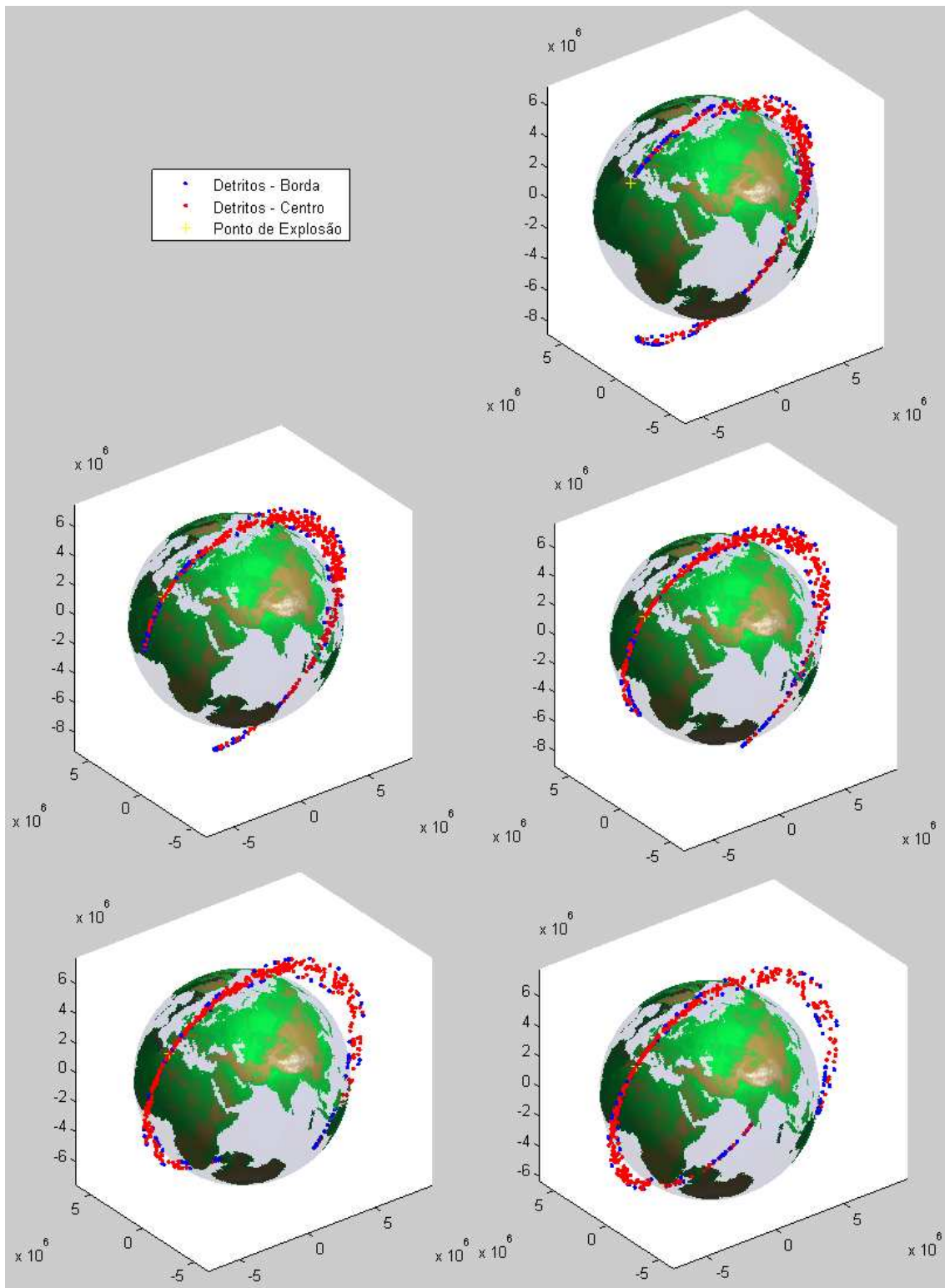


Figura A.10 – Distribuição de Detritos no 1º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $1,6P_{\text{sat}}$ ,  $1,7P_{\text{sat}}$ ,  $1,8P_{\text{sat}}$ ,  $1,9P_{\text{sat}}$  e  $2P_{\text{sat}}$ .

## **A.2. 2º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico de Explosão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano)**

### **Simulação 1**

Entradas:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Gradiente de Explosão: 100

Número de Pontos da Borda do Satélite: 100

Número de Pontos do Centro do Satélite: 400

Raio do Satélite (metros): 1.5

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :850

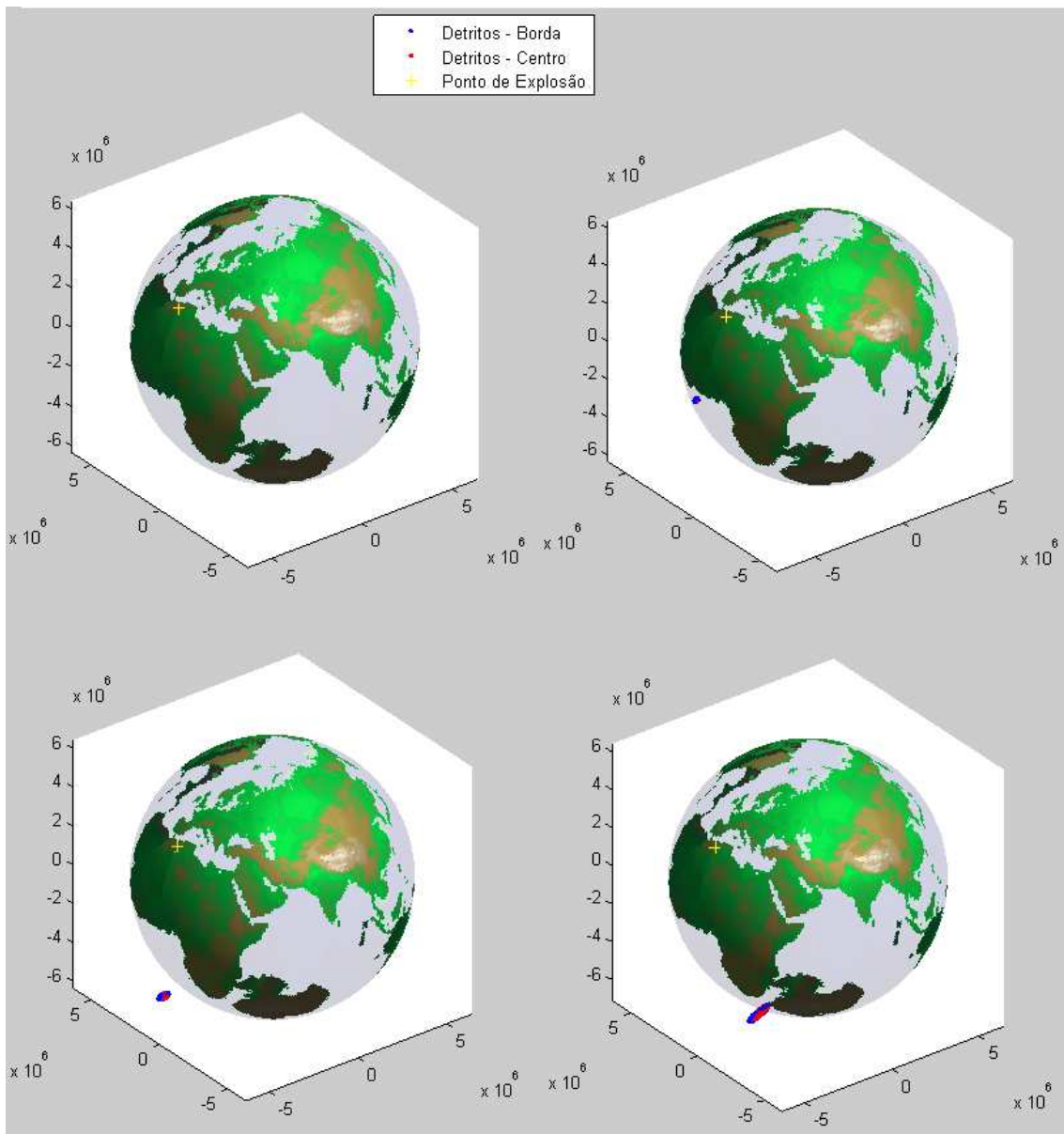


Figura A.11 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $0, 0,1P_{\text{sat}}, 0,2P_{\text{sat}}$  e  $0,3P_{\text{sat}}$ .



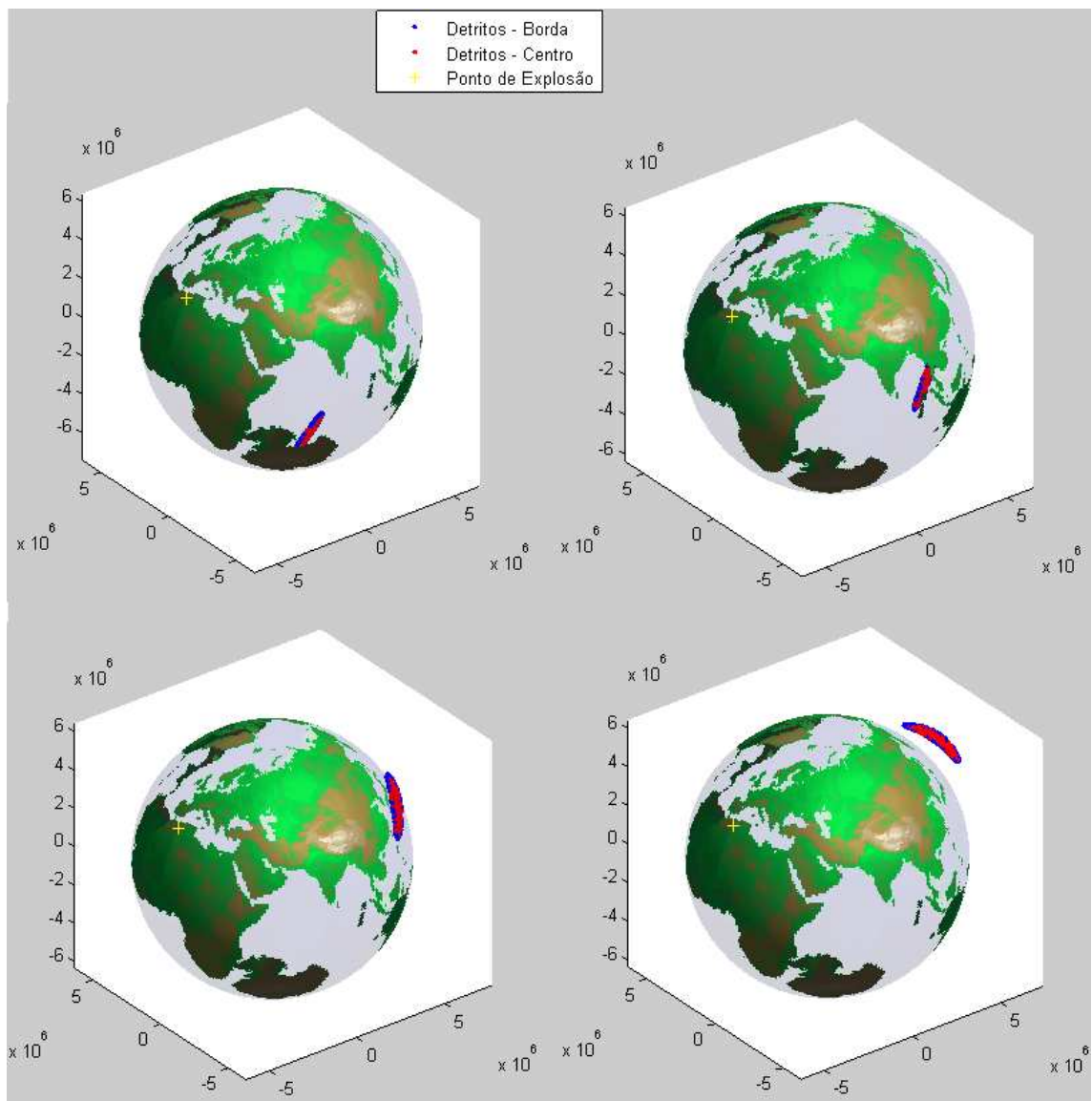


Figura A.12 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $0,4P_{\text{sat}}$ ,  $0,5P_{\text{sat}}$ ,  $0,6P_{\text{sat}}$  e  $0,7P_{\text{sat}}$ .

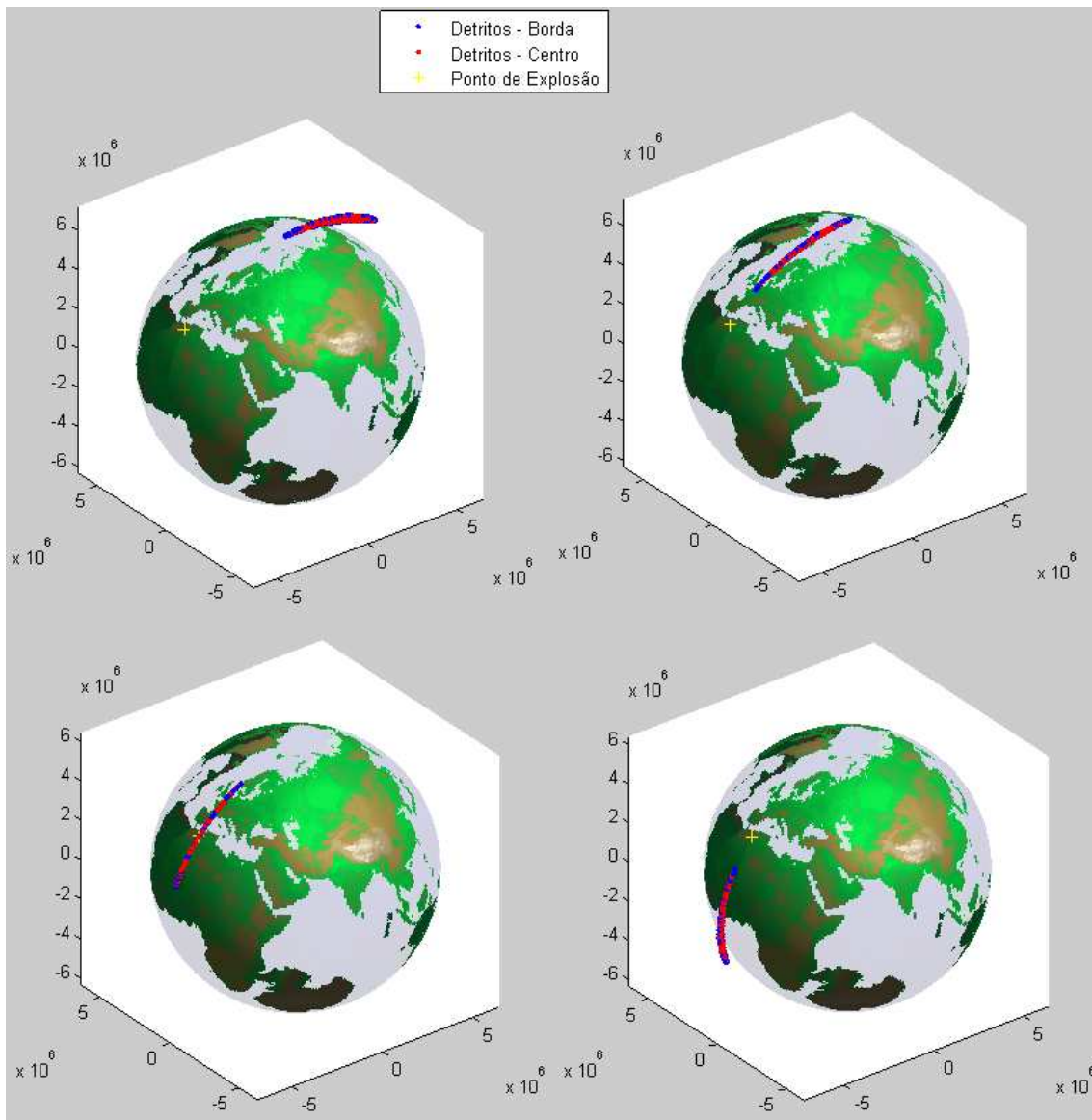


Figura A.13 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

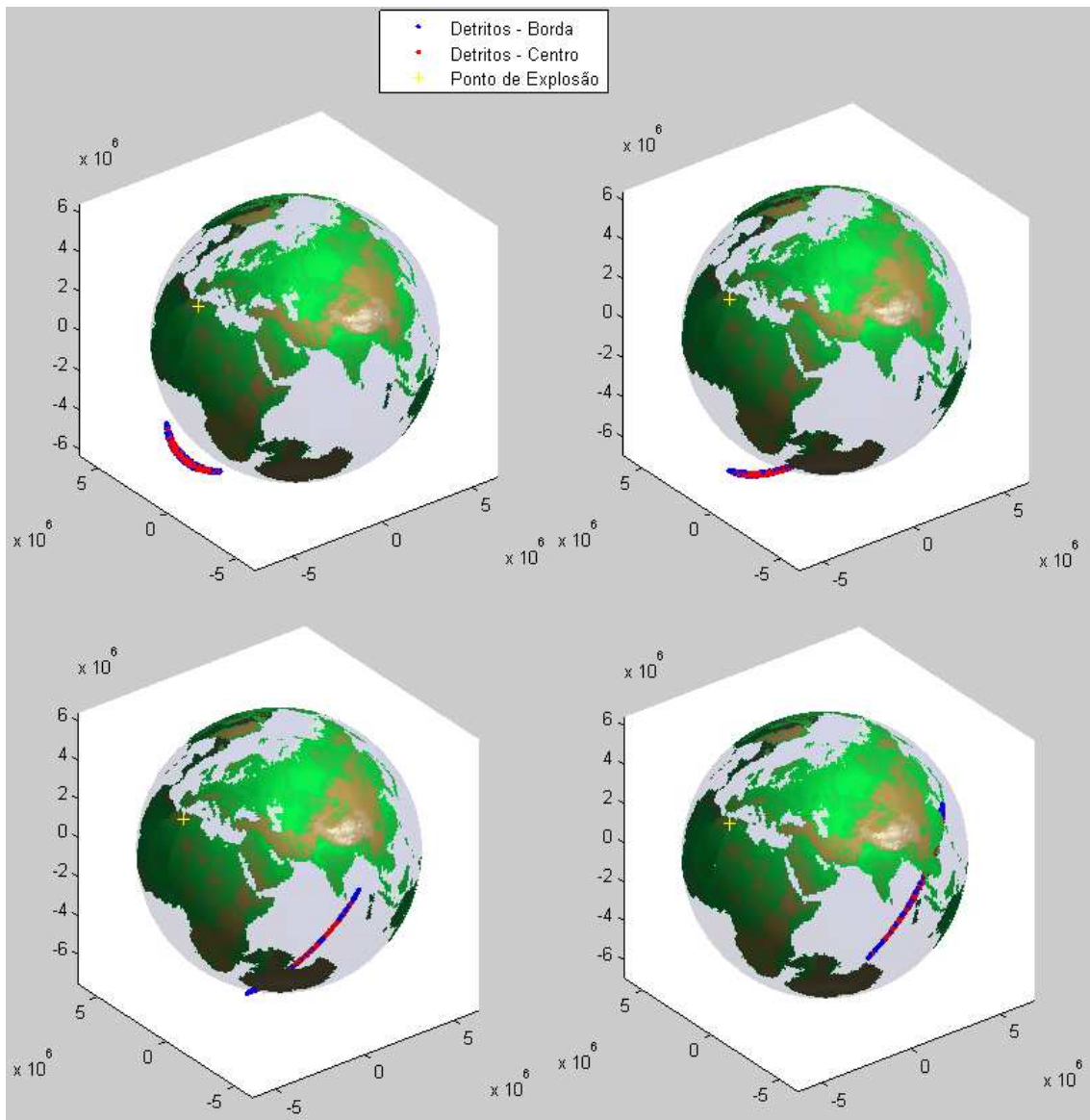


Figura A.14 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  m  
 $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

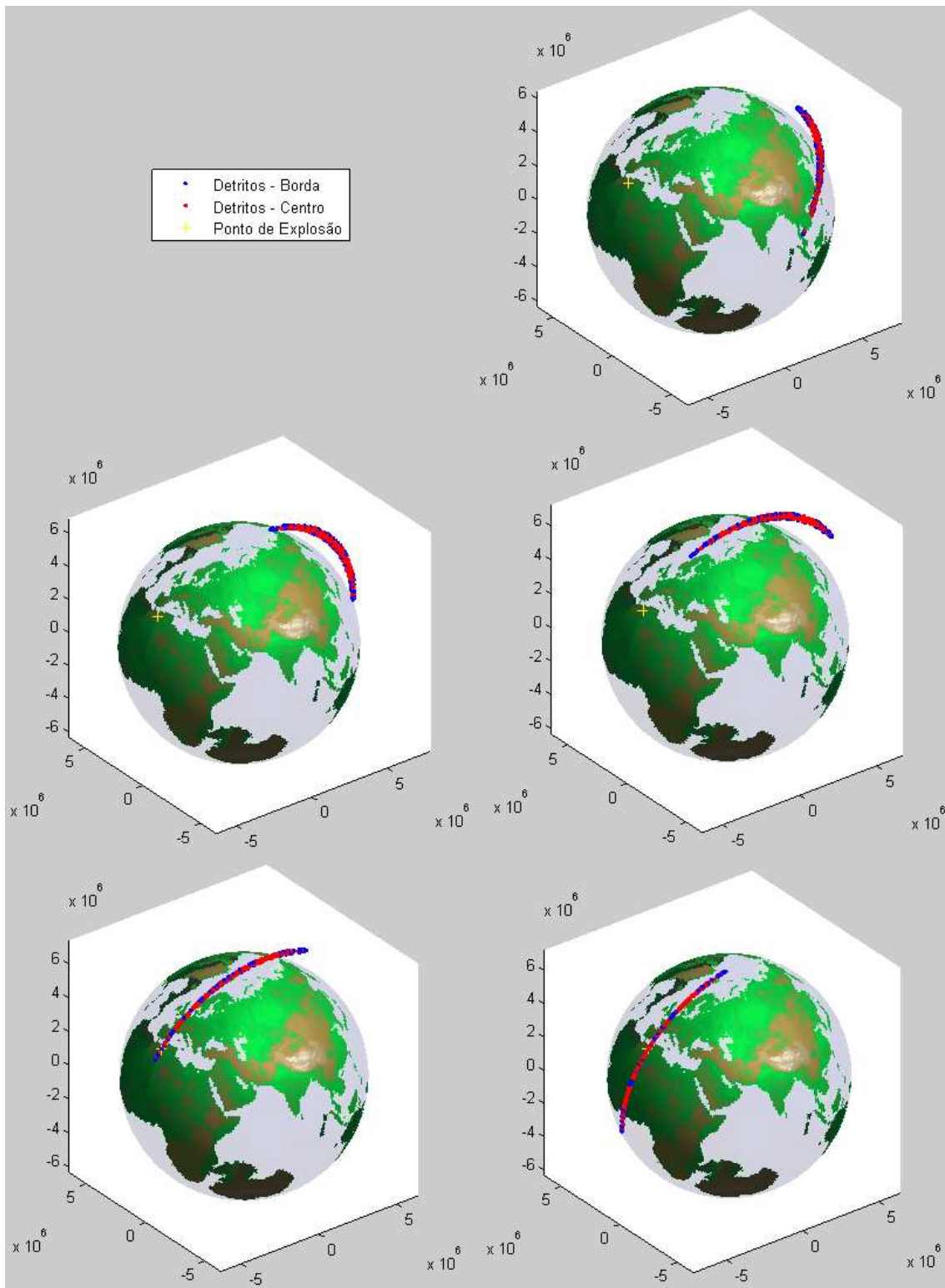


Figura A.15 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 100$  e  $r = 1,5$  nos instantes  $1,6P_{\text{sat}}$ ,  $1,7P_{\text{sat}}$ ,  $1,8P_{\text{sat}}$ ,  $1,9P_{\text{sat}}$  e  $2P_{\text{sat}}$ .

## Simulação 2

Entradas:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Gradiente de Explosão: 200

Número de Pontos da Borda do Satélite: 100

Número de Pontos do Centro do Satélite: 400

Raio do Satélite (metros): 3

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :1700

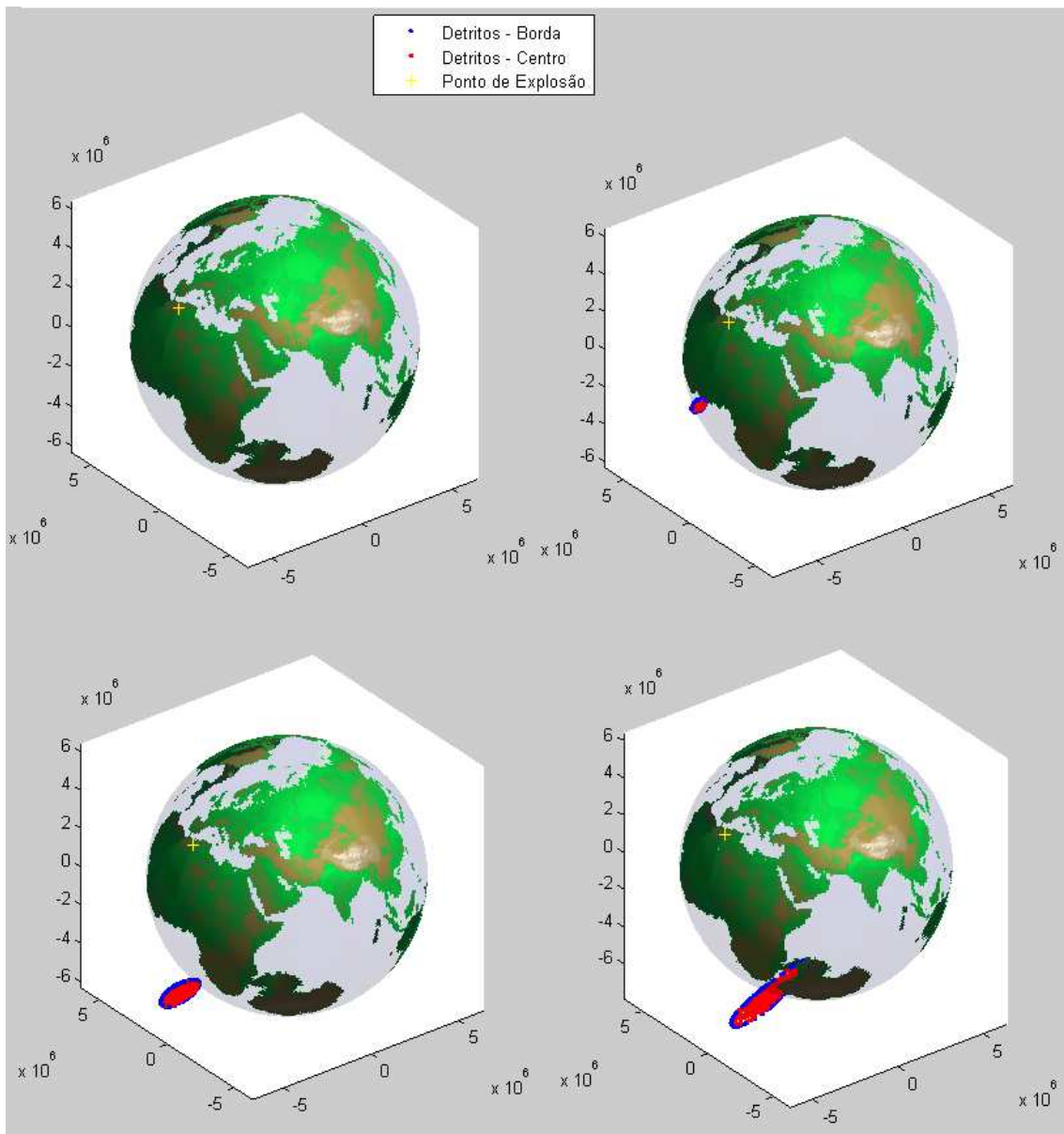


Figura A.16 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

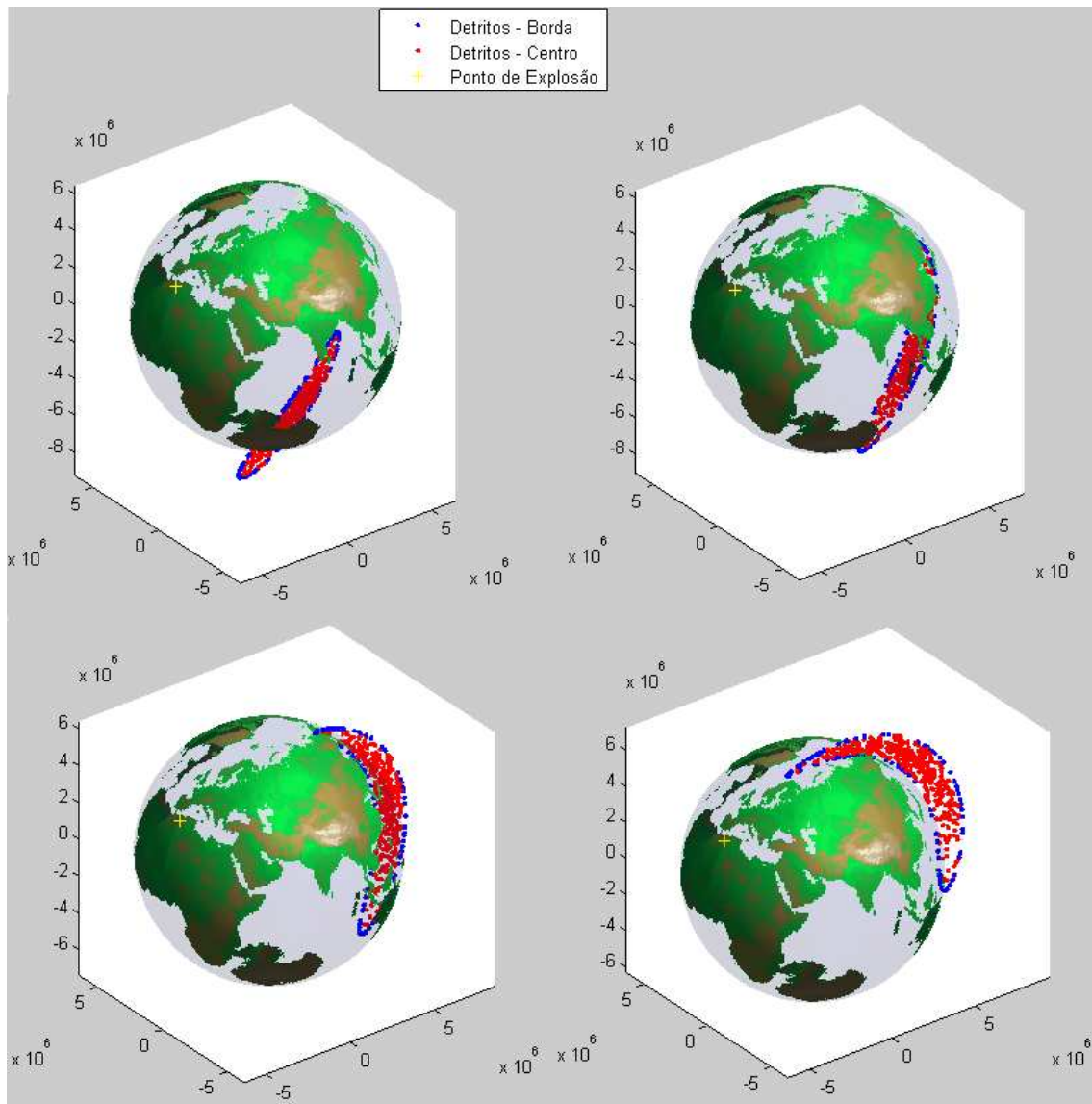


Figura A.17 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $0,4P_{\text{sat}}$ ,  $0,5P_{\text{sat}}$ ,  $0,6P_{\text{sat}}$  e  $0,7P_{\text{sat}}$ .

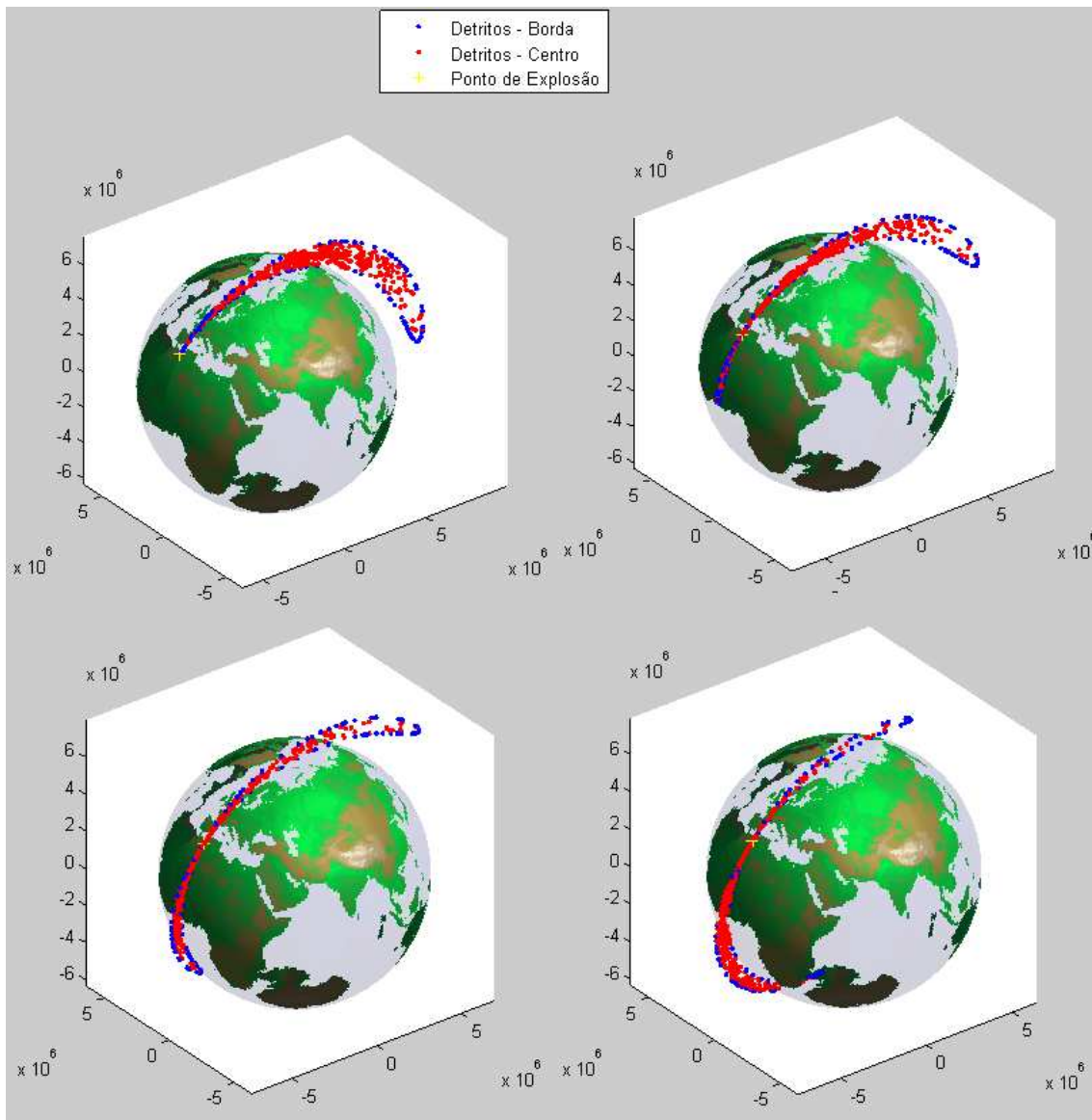


Figura A.18 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $0,8P_{\text{sat}}$ ,  $0,9P_{\text{sat}}$ ,  $P_{\text{sat}}$  e  $1,1P_{\text{sat}}$ .



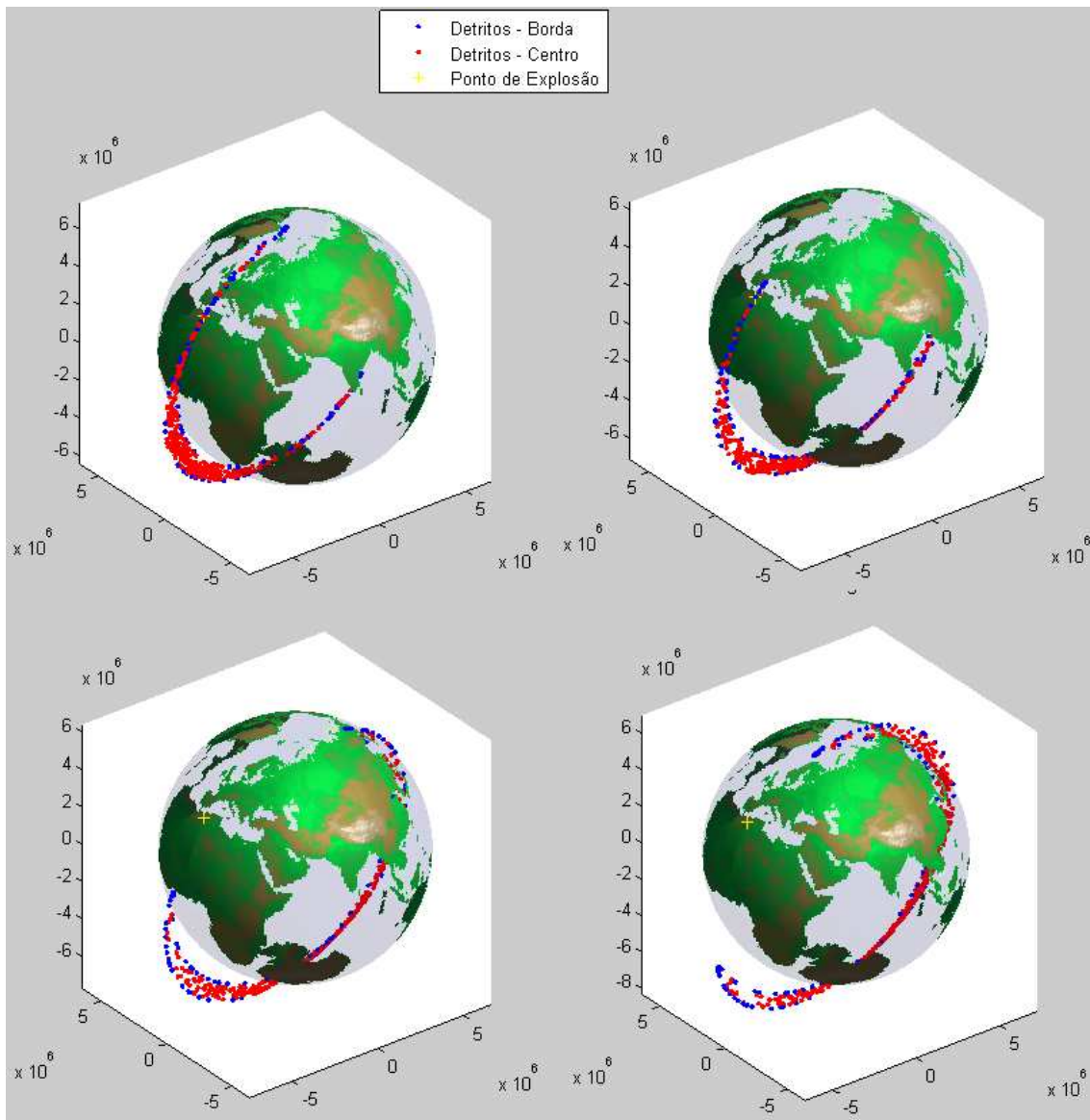


Figura A.19 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $1,2P_{\text{sat}}$ ,  $1,3P_{\text{sat}}$ ,  $1,4P_{\text{sat}}$  e  $1,5P_{\text{sat}}$ .

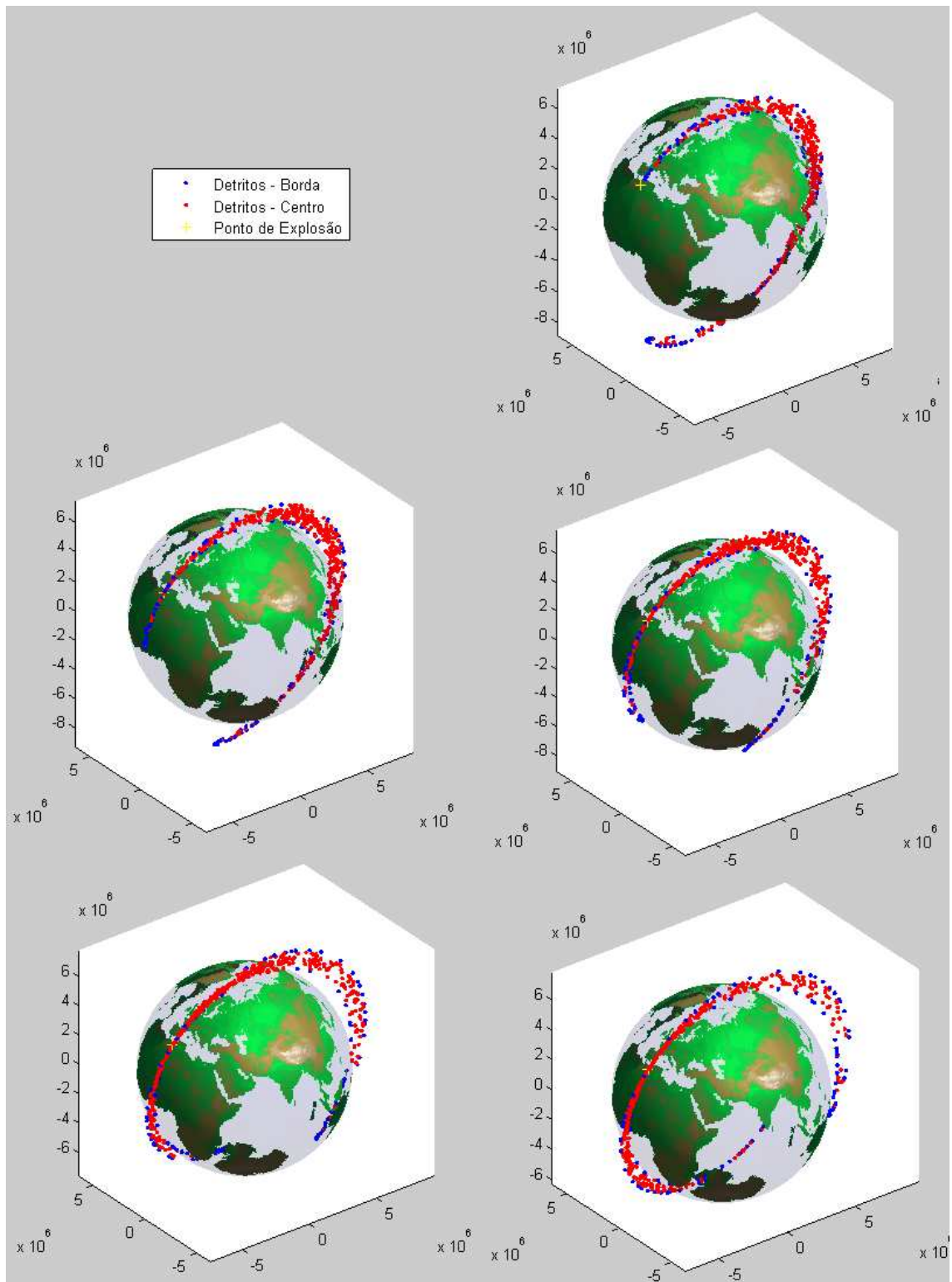


Figura A.20 – Distribuição de Detritos no 2º Caso com Parâmetros  $\beta = 200$  e  $r = 3$  m nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

### **A.3. 3º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)**

#### **Simulação 1**

Entradas:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Número de fragmentos:500

Desvio Padrão das Velocidades (km/s) dos fragmentos (1x1):0.05

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :850

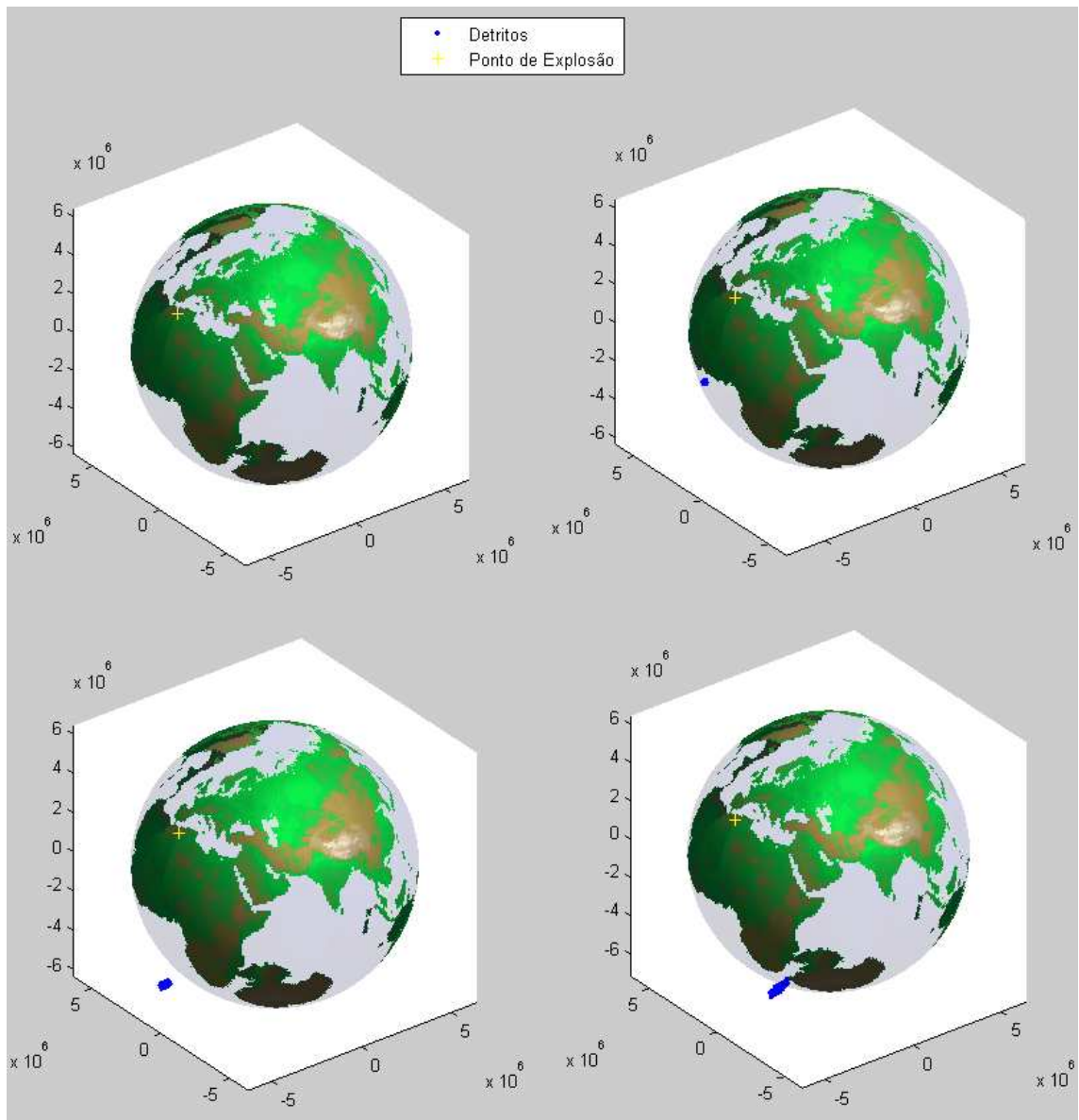


Figura A.21 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

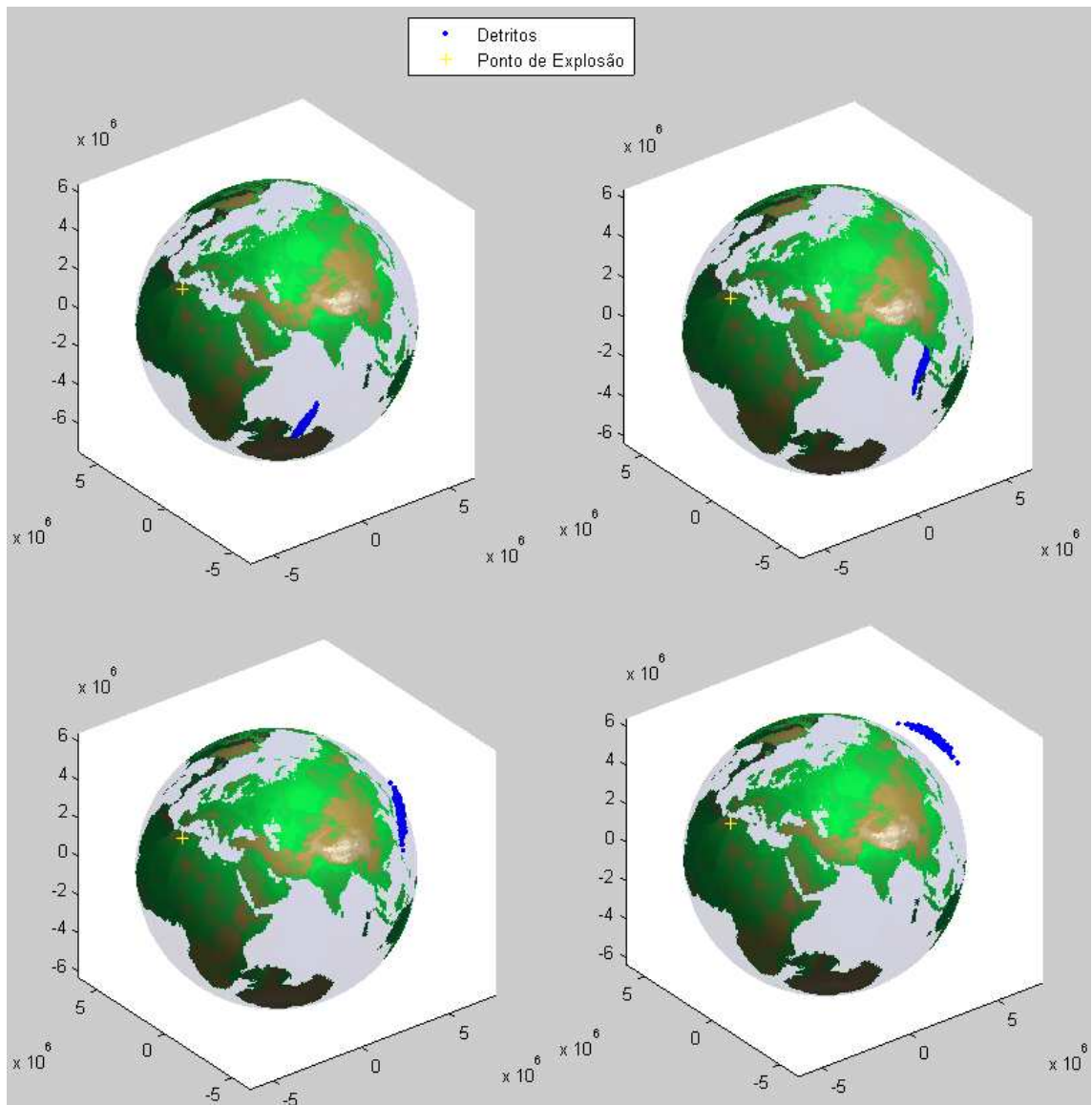


Figura A.22 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

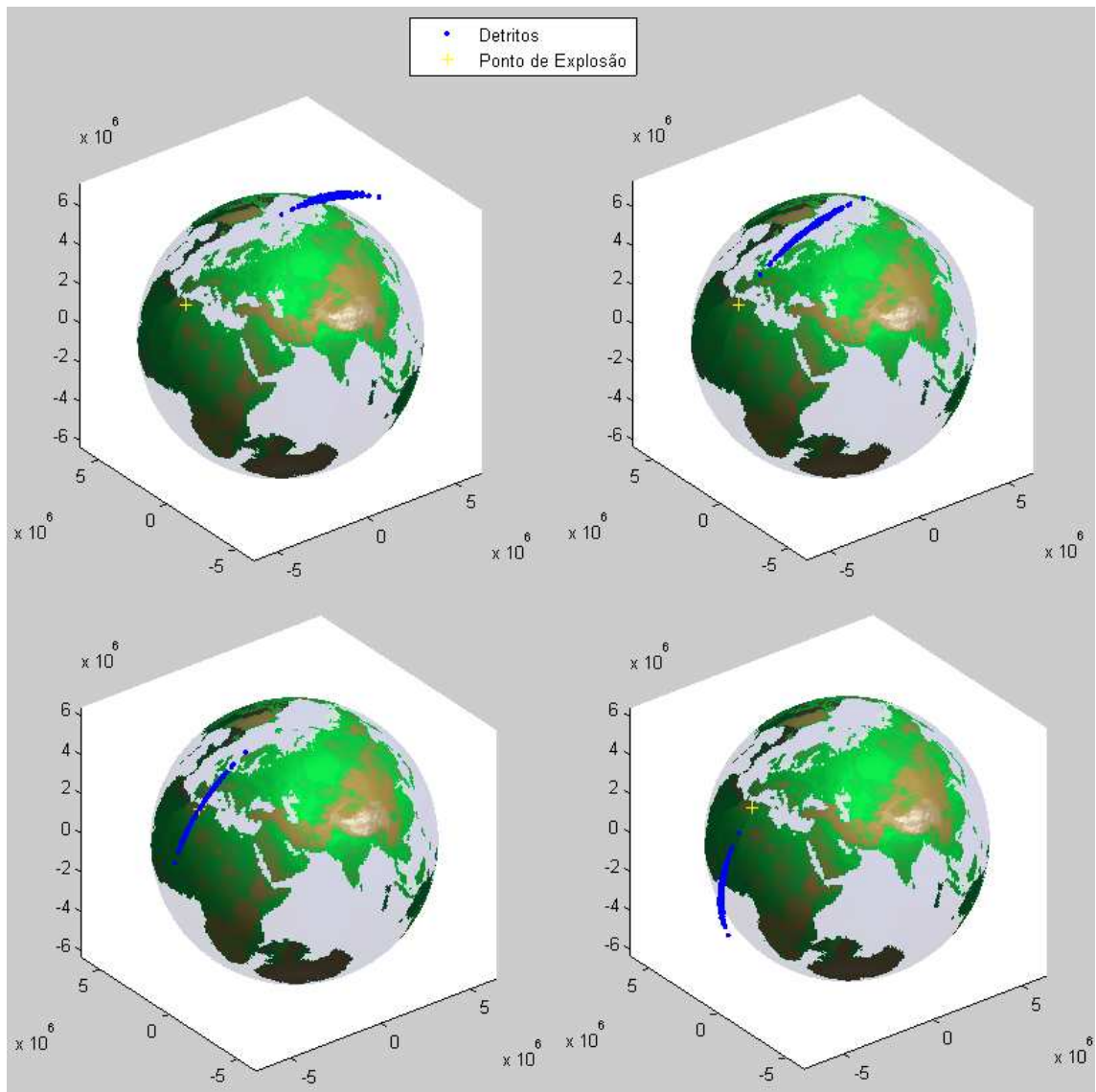


Figura A.23 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

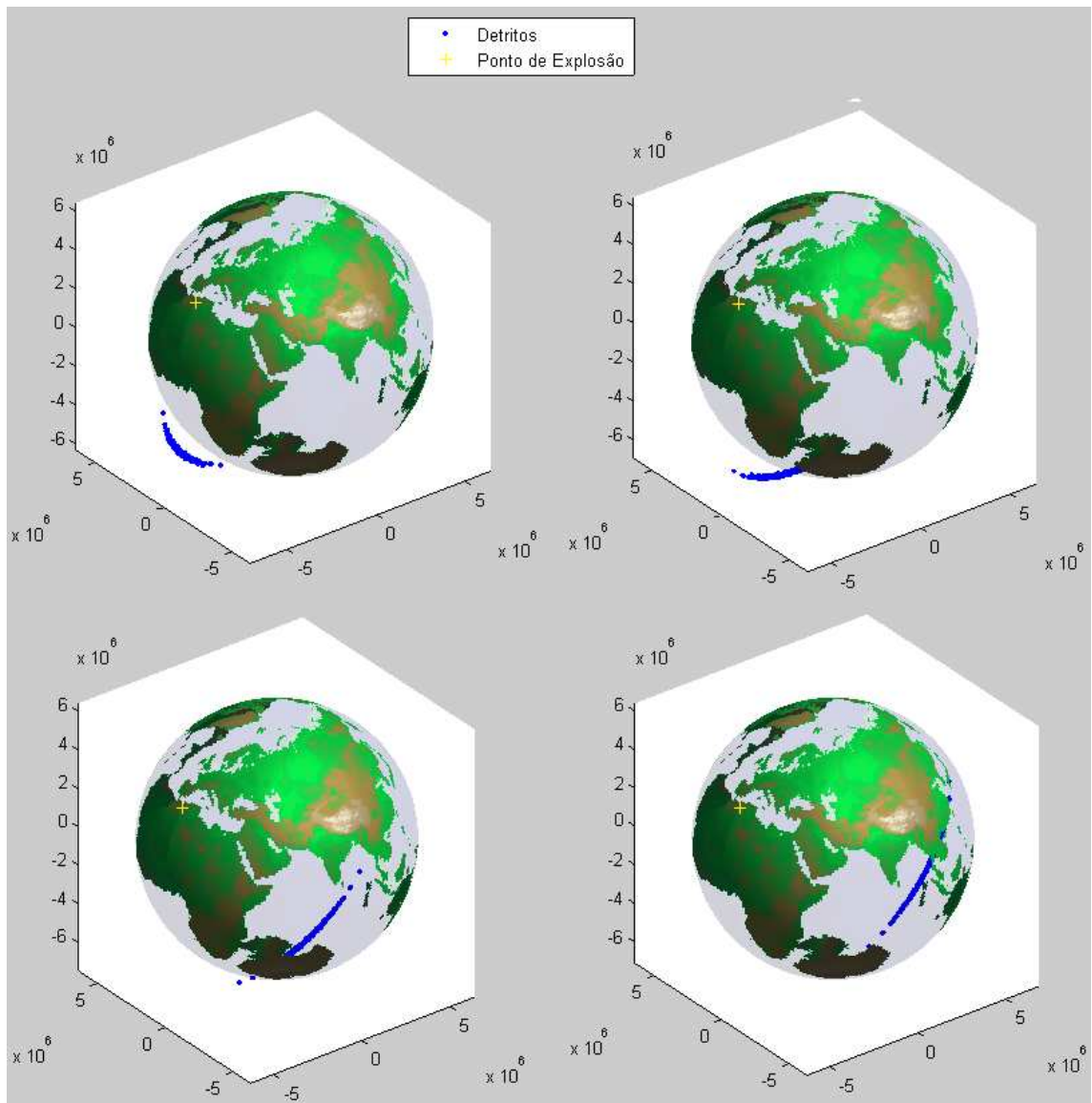


Figura A.24 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

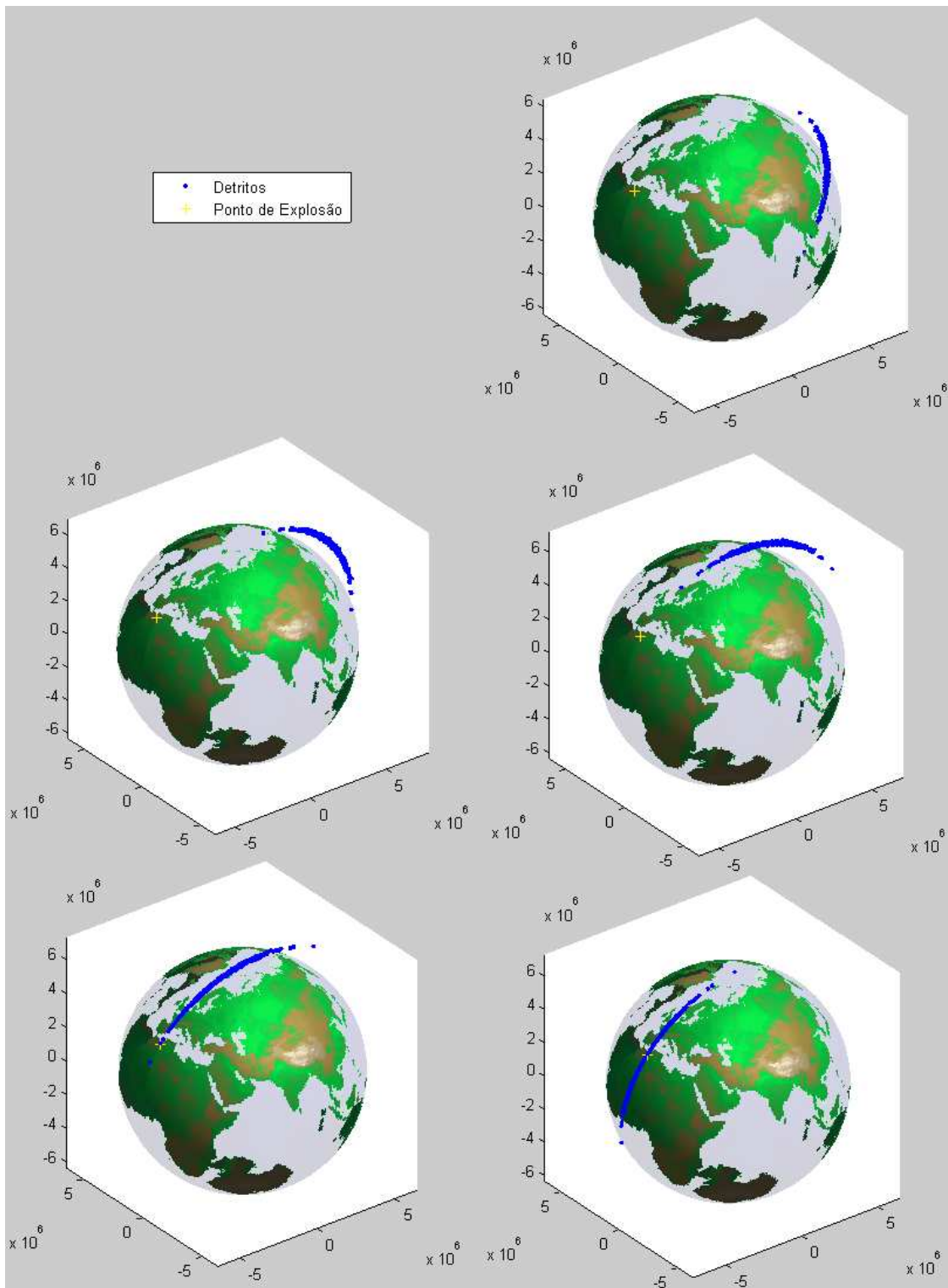


Figura A.25 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .



## Simulação 2

Entradas:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Número de fragmentos:500

Desvio Padrão das Velocidades (km/s) dos fragmentos (1x1):0.1

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) : 1700

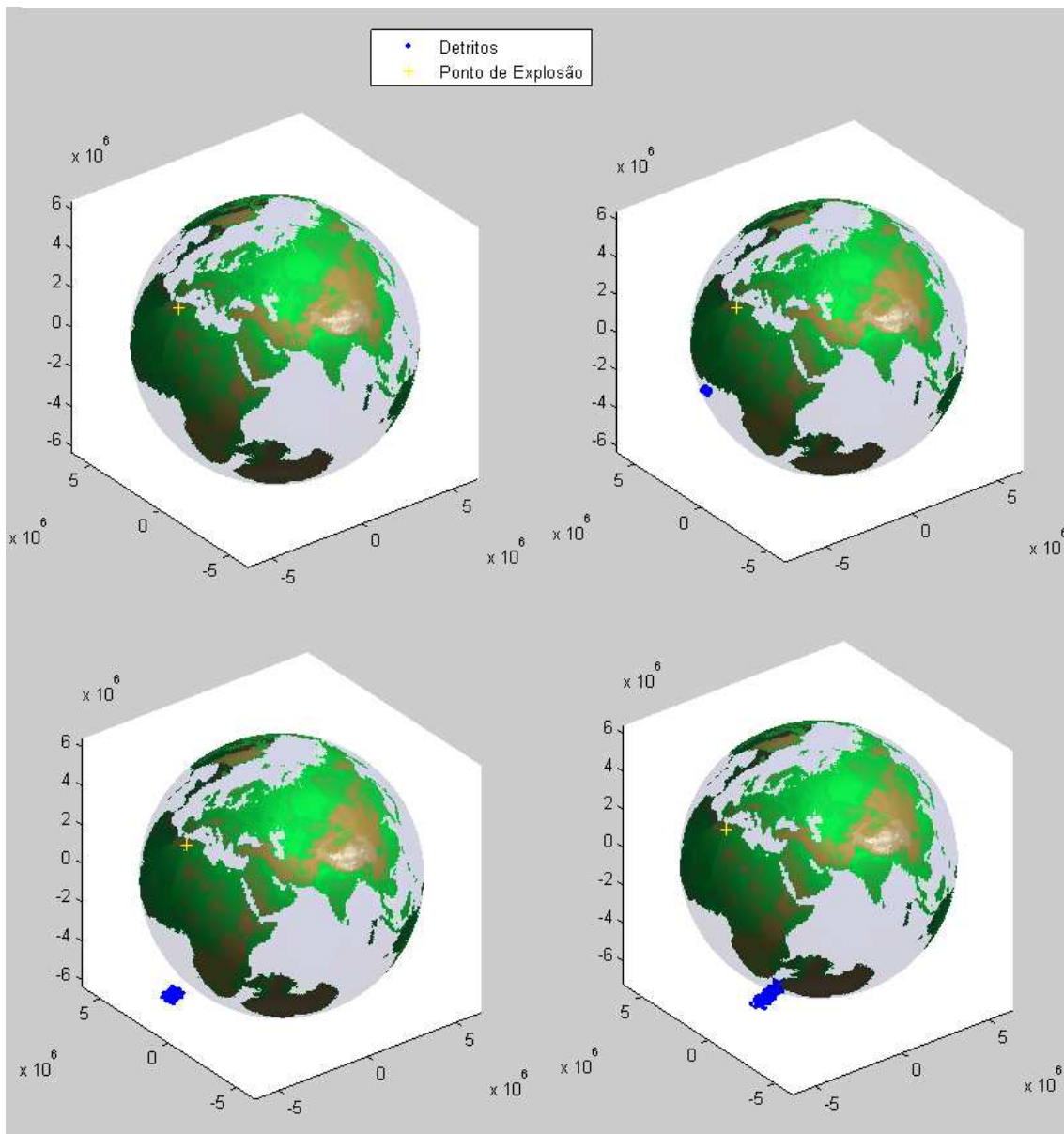


Figura A.26 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

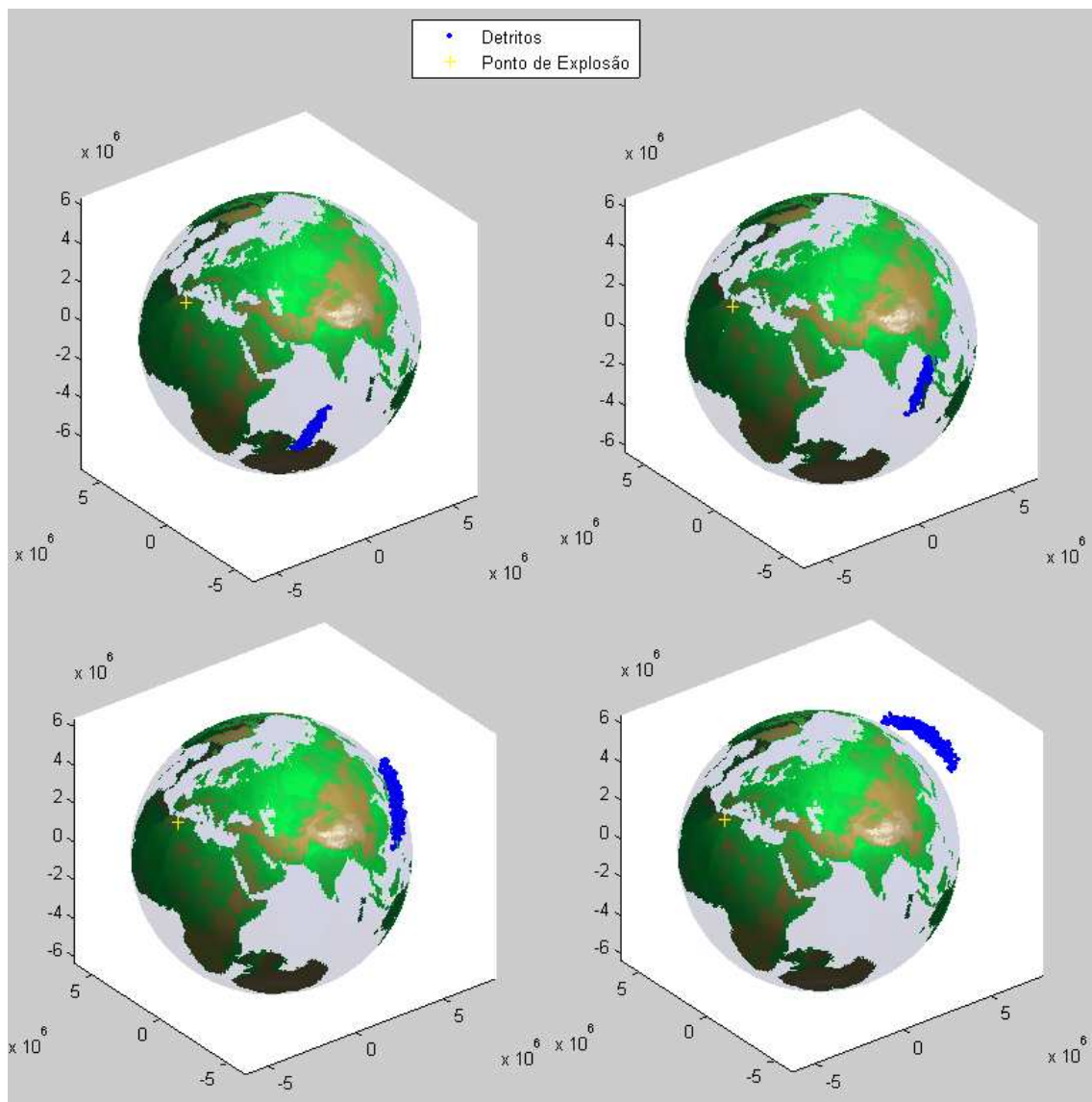


Figura A.27 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

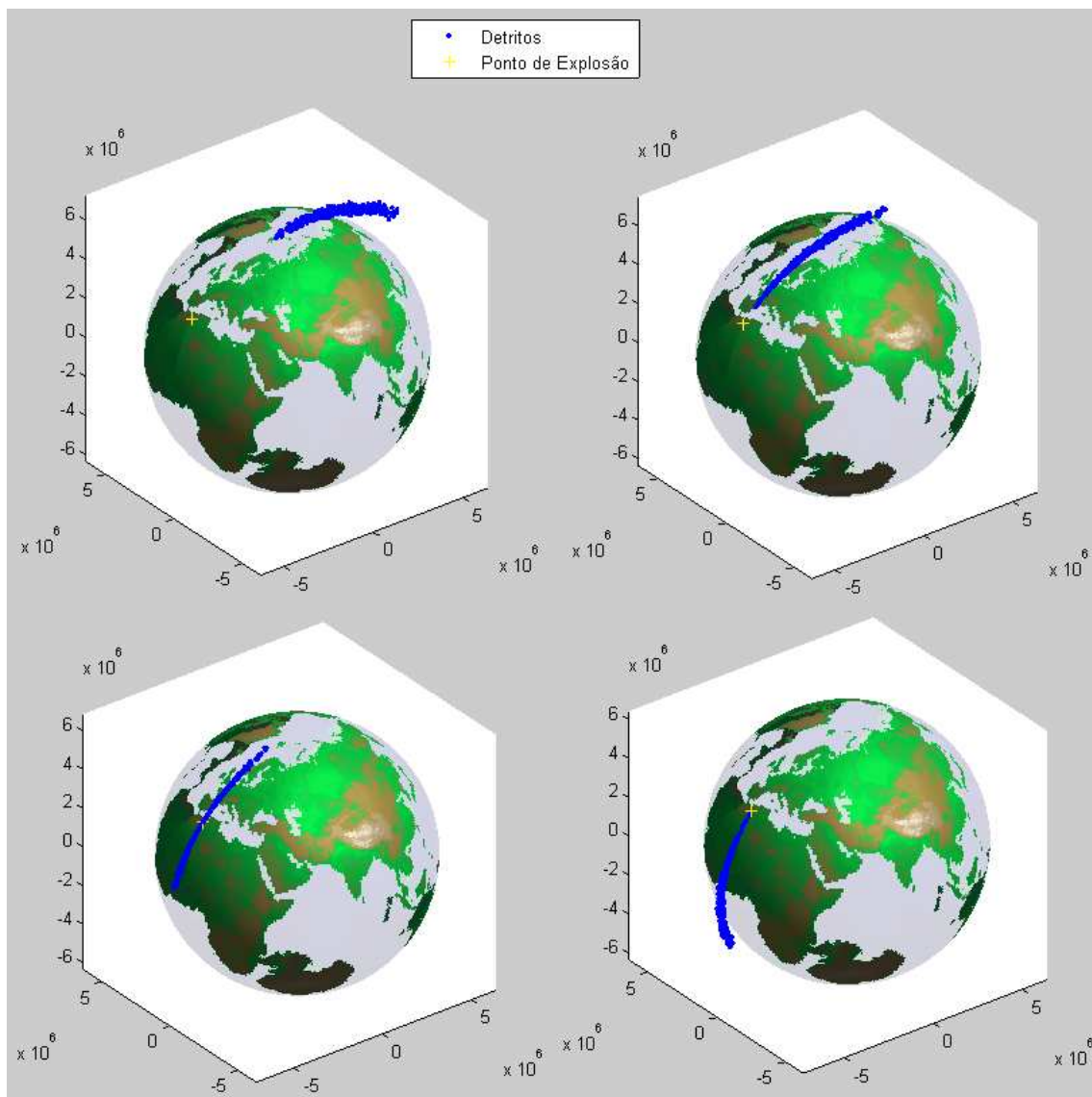


Figura A.28 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

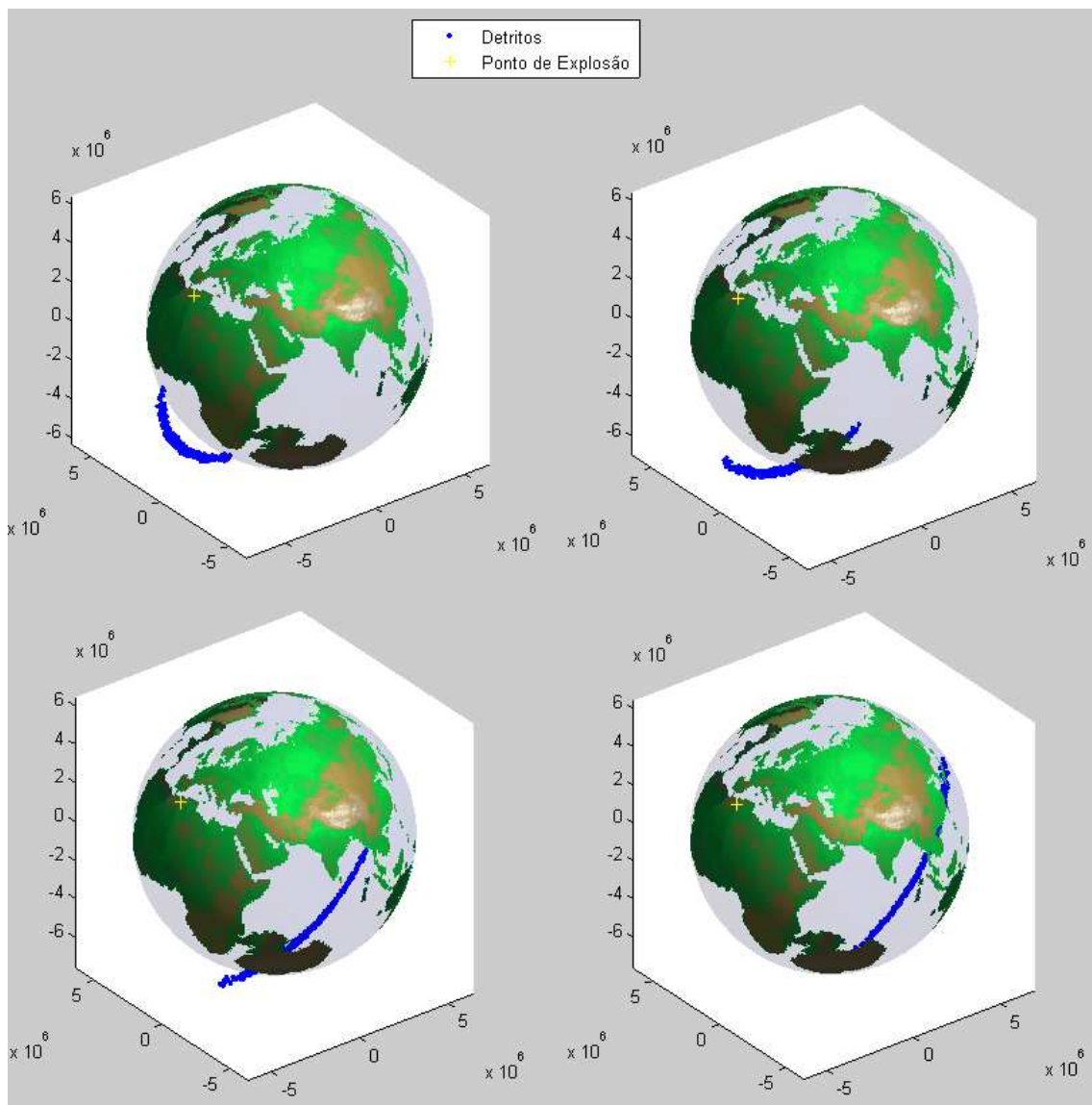


Figura A.29 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{\text{sat}}$ ,  $1,3P_{\text{sat}}$ ,  $1,4P_{\text{sat}}$  e  $1,5P_{\text{sat}}$ .

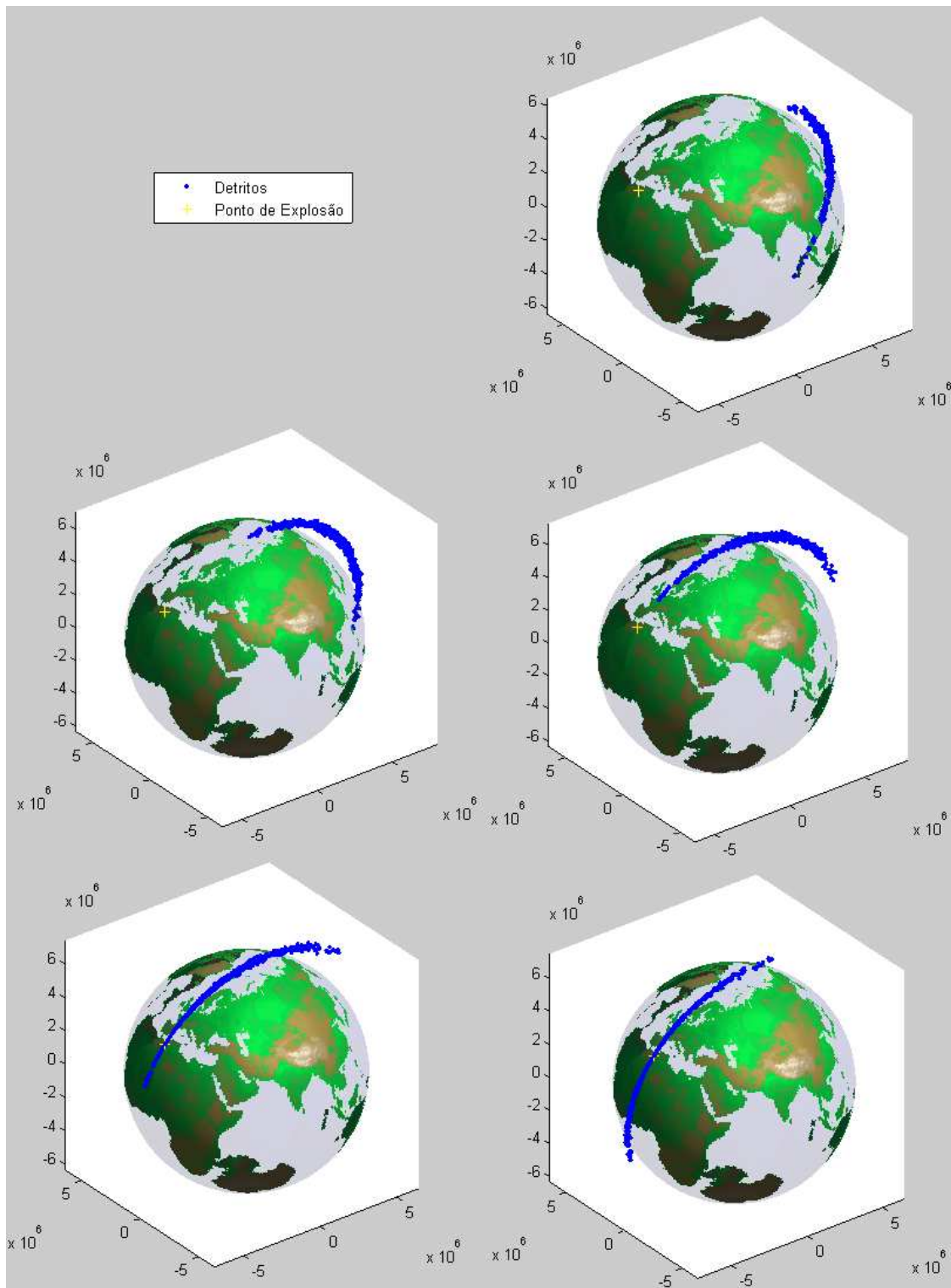


Figura A.30 – Distribuição de Detritos no 3º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{\text{sat}}$ ,  $1,7P_{\text{sat}}$ ,  $1,8P_{\text{sat}}$ ,  $1,9P_{\text{sat}}$  e  $2P_{\text{sat}}$ .

#### **A.4. 4º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Probabilístico de Fragmentação e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano)**

##### **Simulação 1**

Entradas:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Número de fragmentos:500

Desvio Padrão das Velocidades (km/s) dos fragmentos (1x1):0.05

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :850

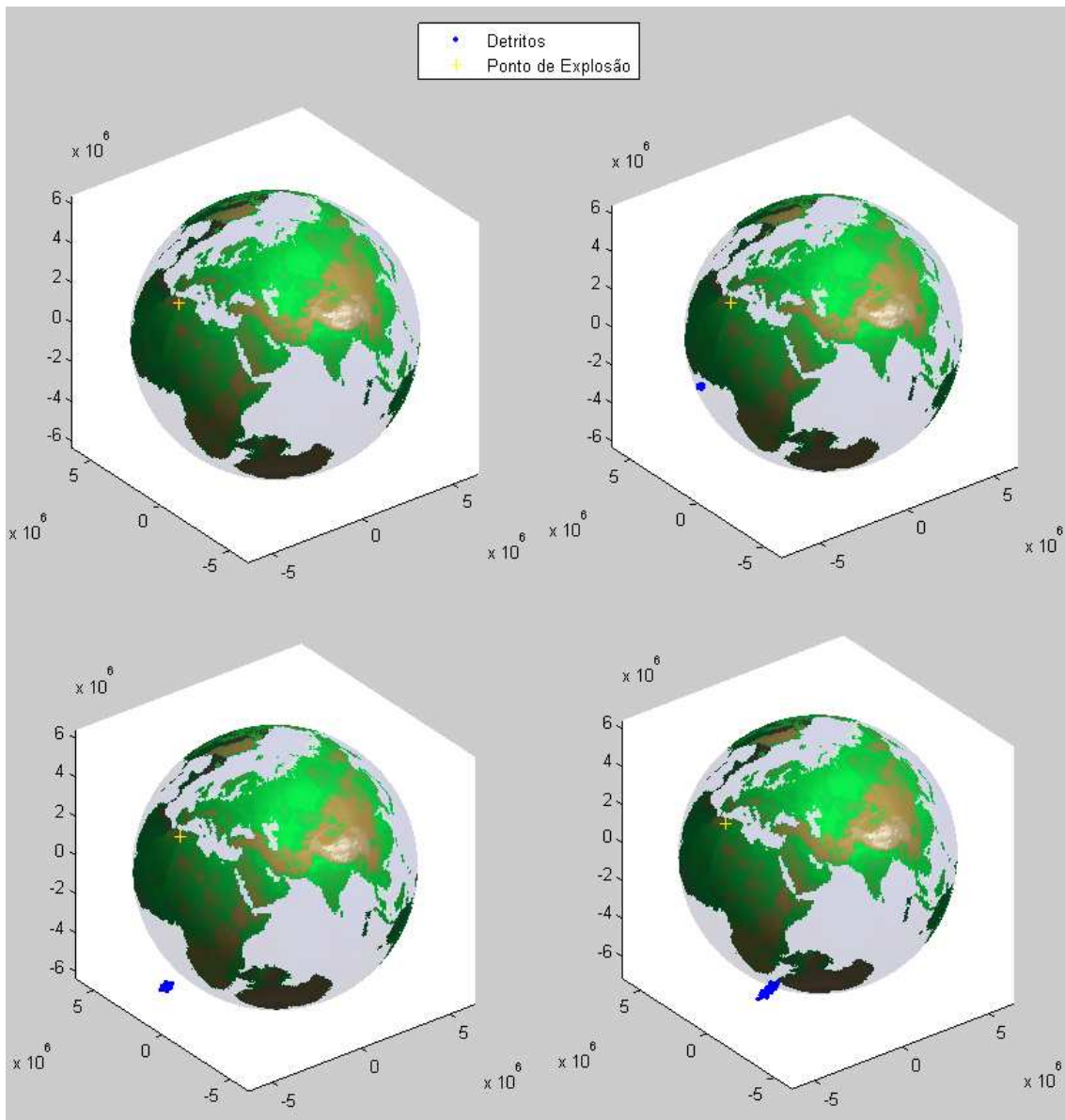


Figura A.31 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes 0,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .



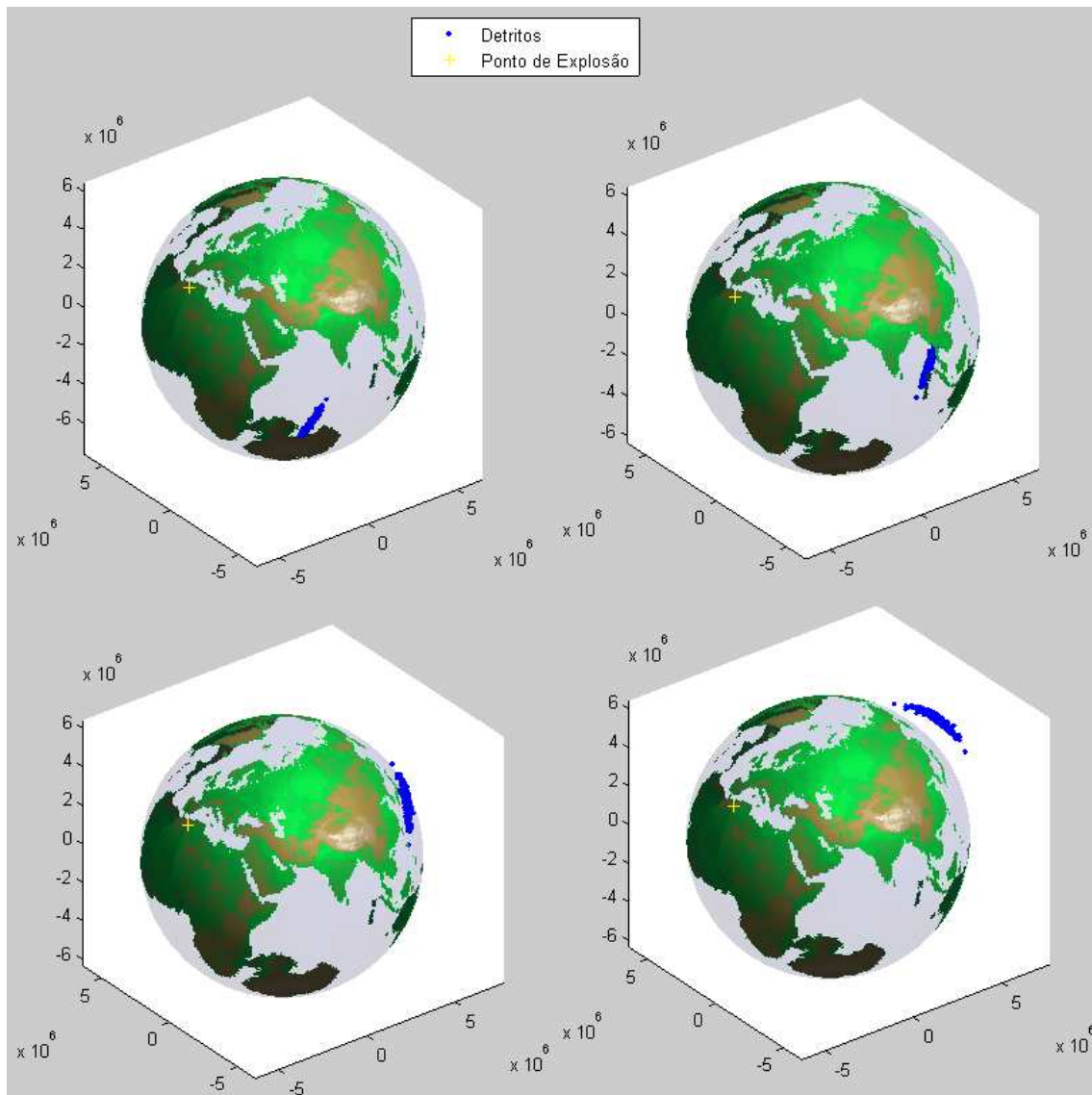


Figura A.32 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0.4P_{sat}$ ,  $0.5P_{sat}$ ,  $0.6P_{sat}$  e  $0.7P_{sat}$ .

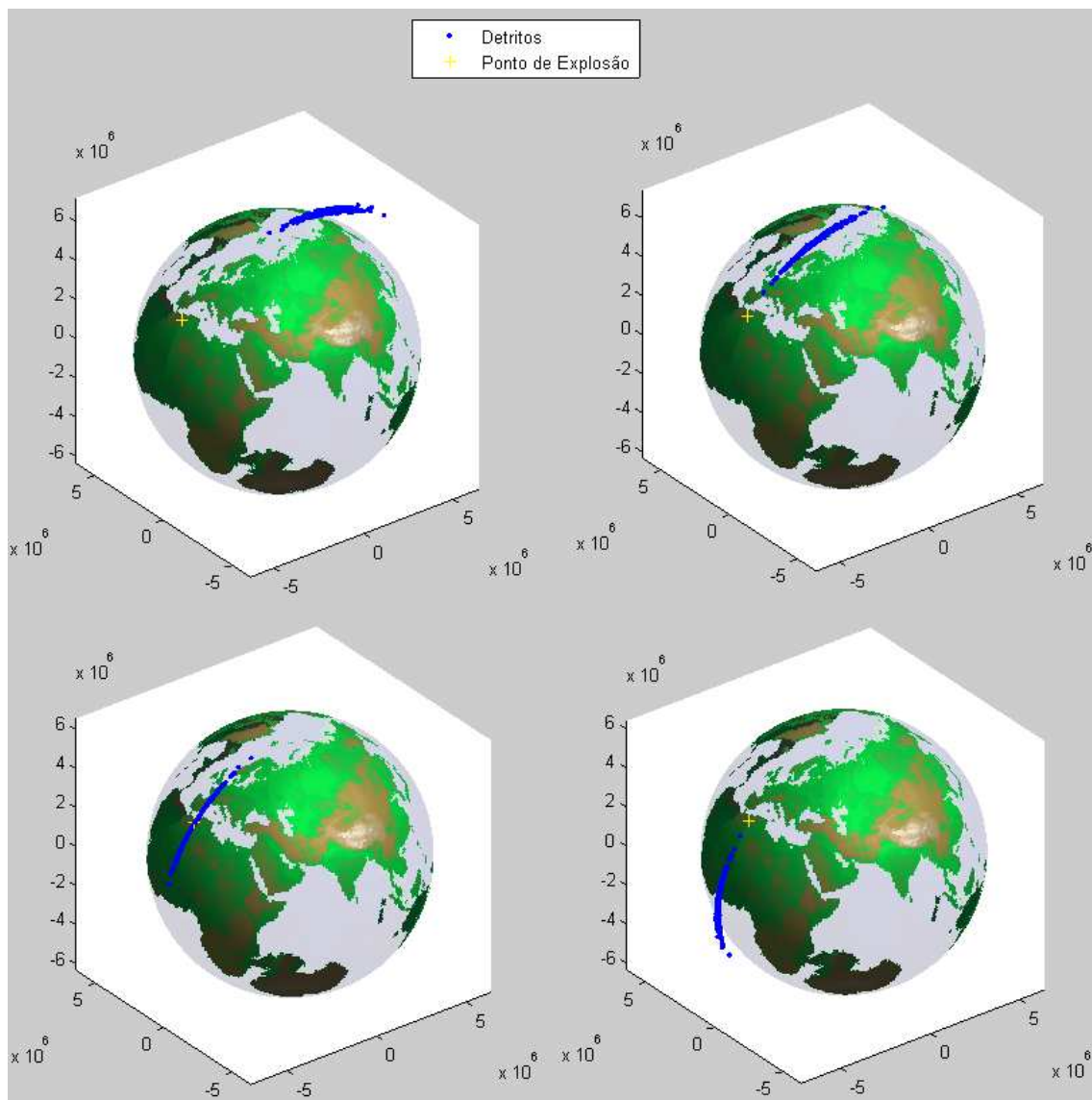


Figura A.33 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

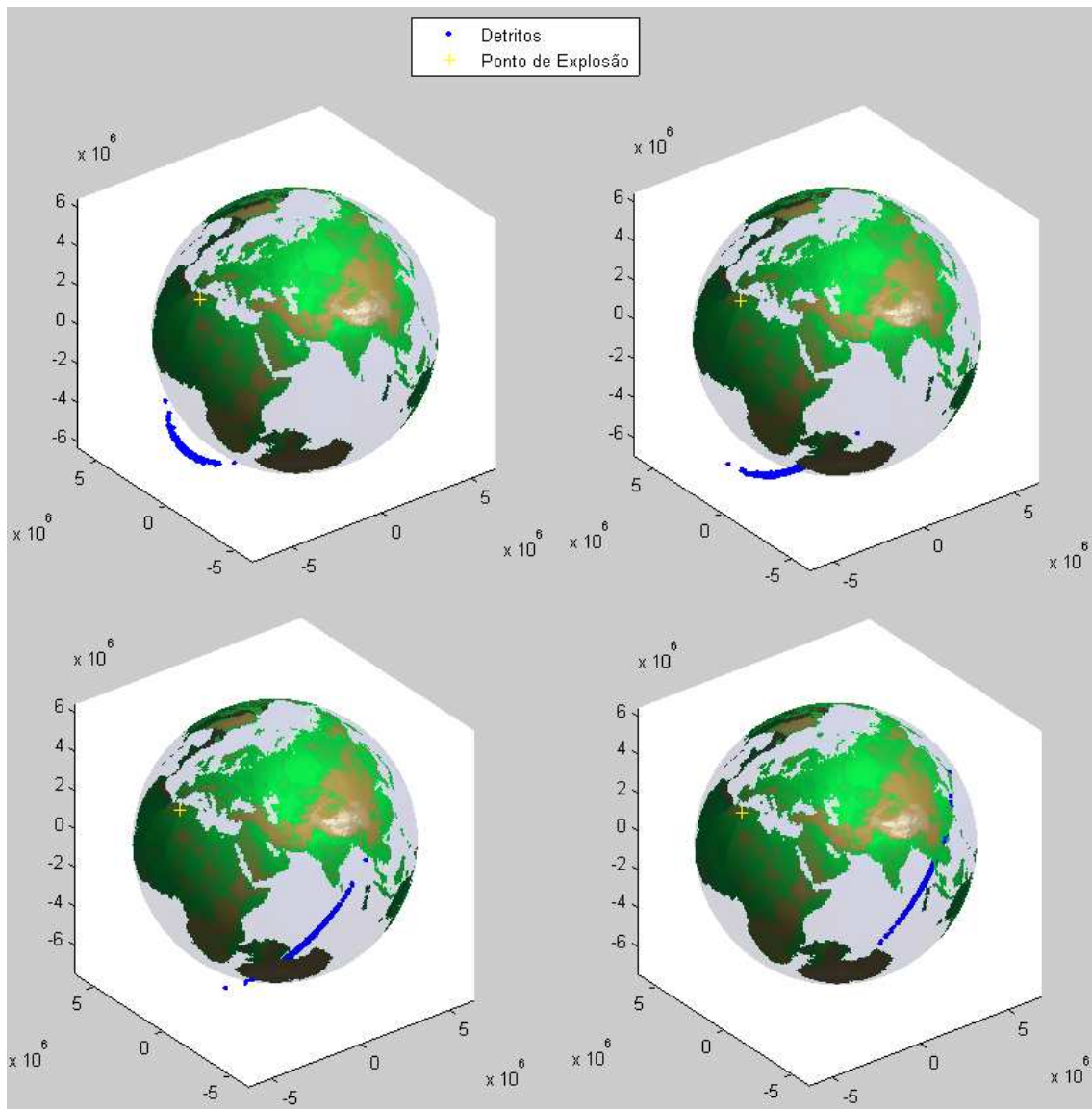


Figura A.34 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

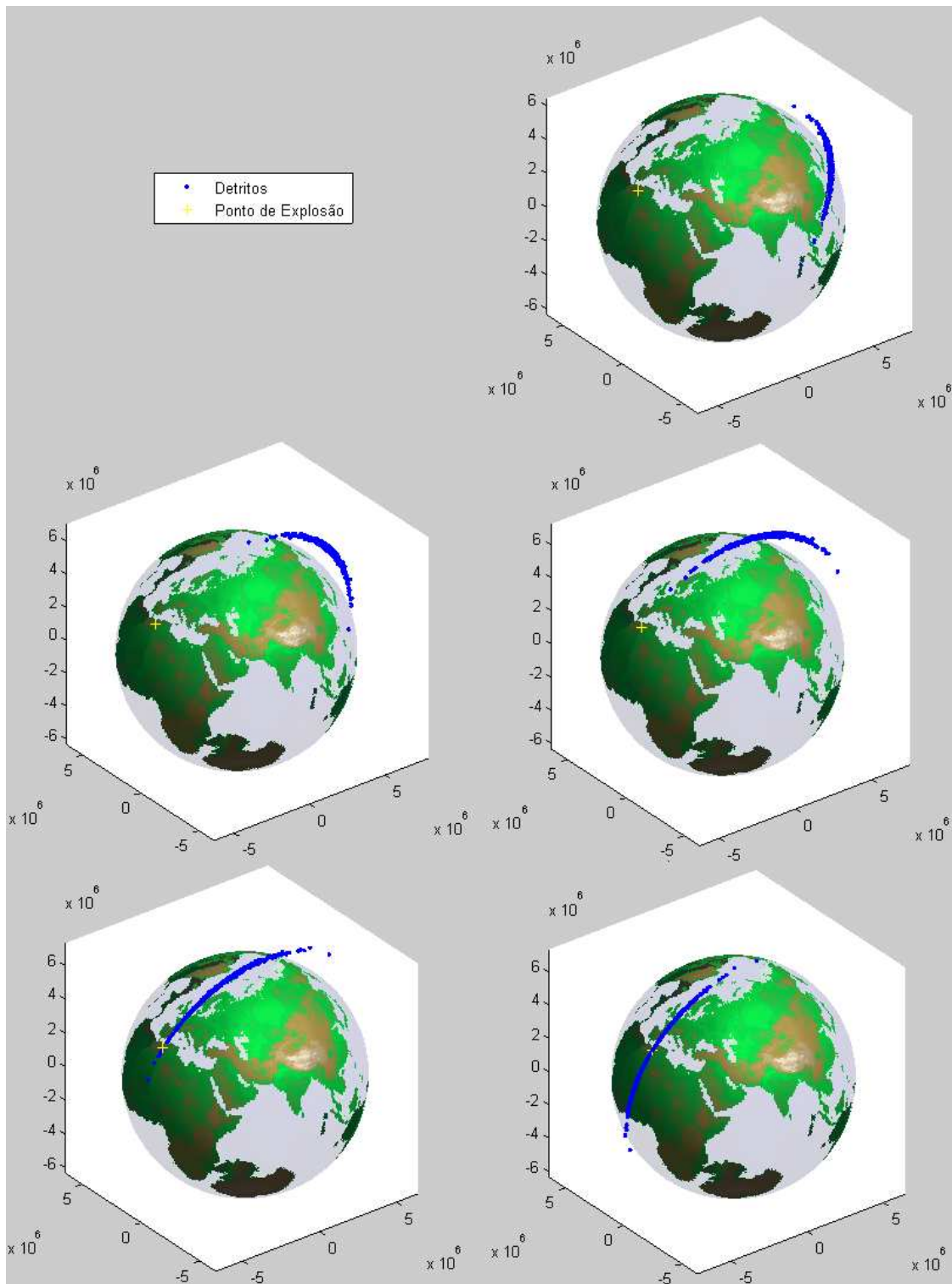


Figura A.35 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{\text{sat}}$ ,  $1,7P_{\text{sat}}$ ,  $1,8P_{\text{sat}}$ ,  $1,9P_{\text{sat}}$  e  $2P_{\text{sat}}$ .

## Simulação 2

Entradas:

Vetor (3x1) Posição do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] \cdot 10^3$

Vetor (3x1) Velocidade do Satélite propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Número de fragmentos:500

Desvio Padrão das Velocidades (km/s) dos fragmentos (1x1):0.1

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

Massa do Satélite (kg) :1700

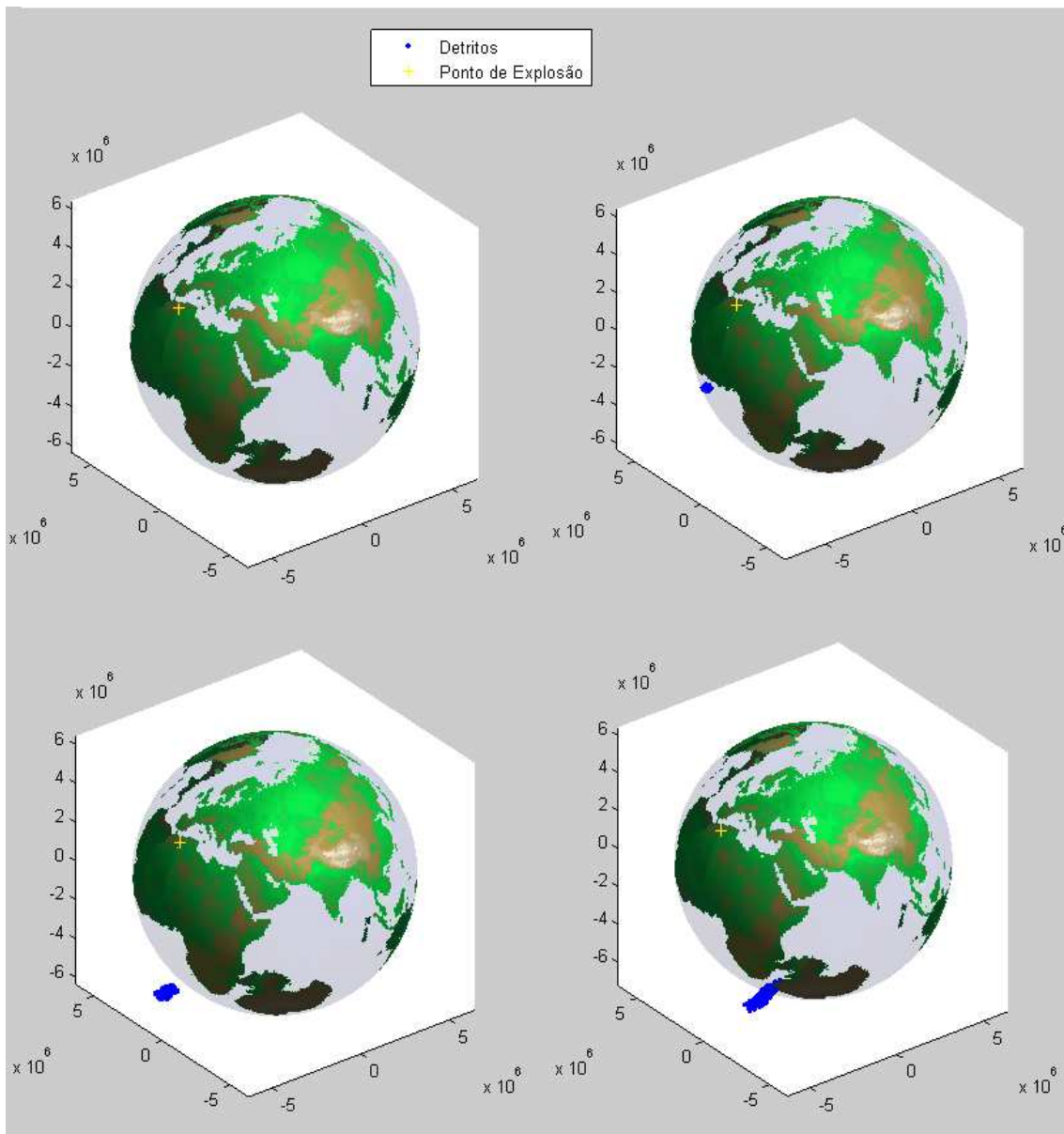


Figura A.36 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

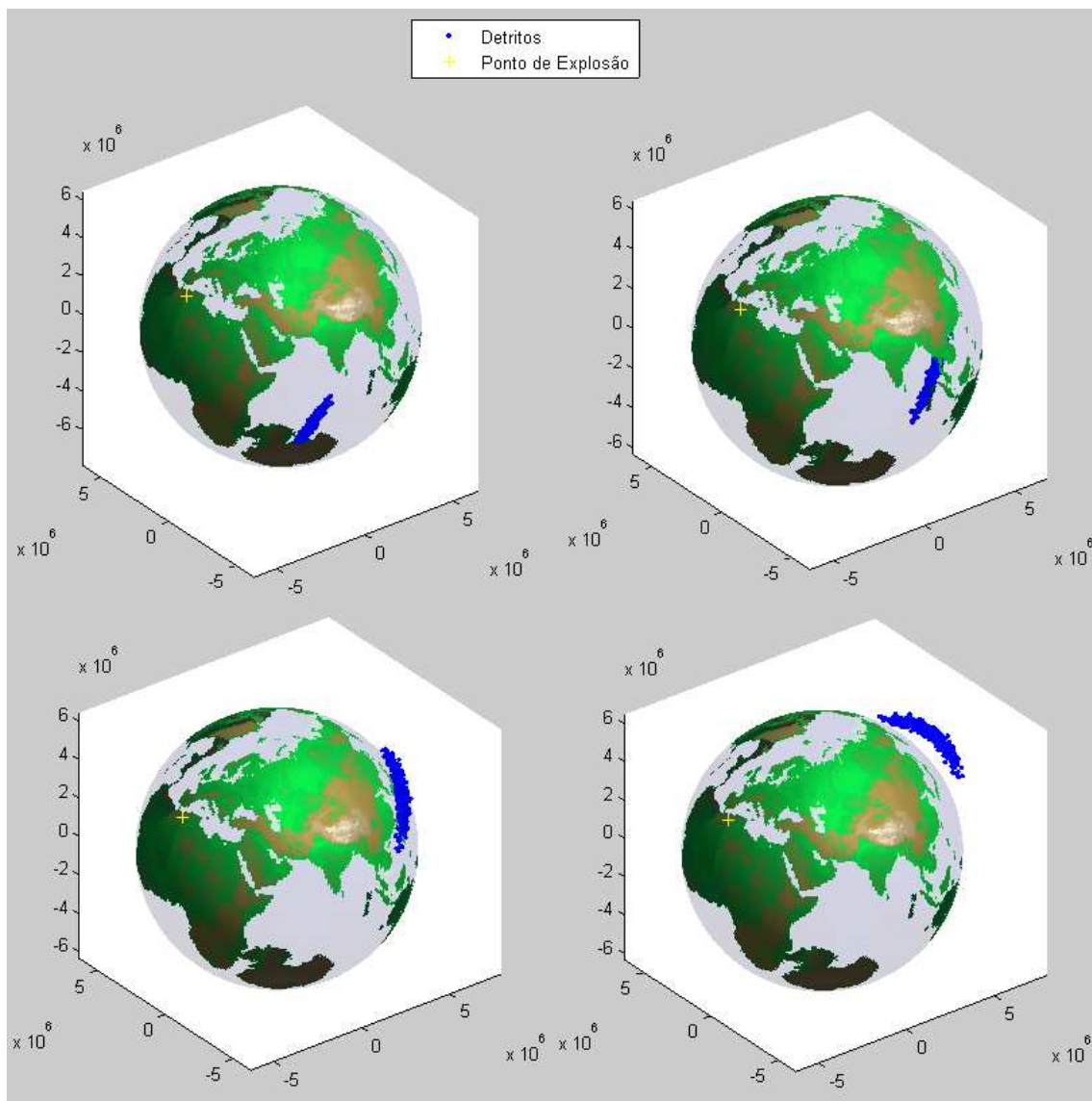


Figura A.37 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{\text{sat}}$ ,  $0,5P_{\text{sat}}$ ,  $0,6P_{\text{sat}}$  e  $0,7P_{\text{sat}}$ .

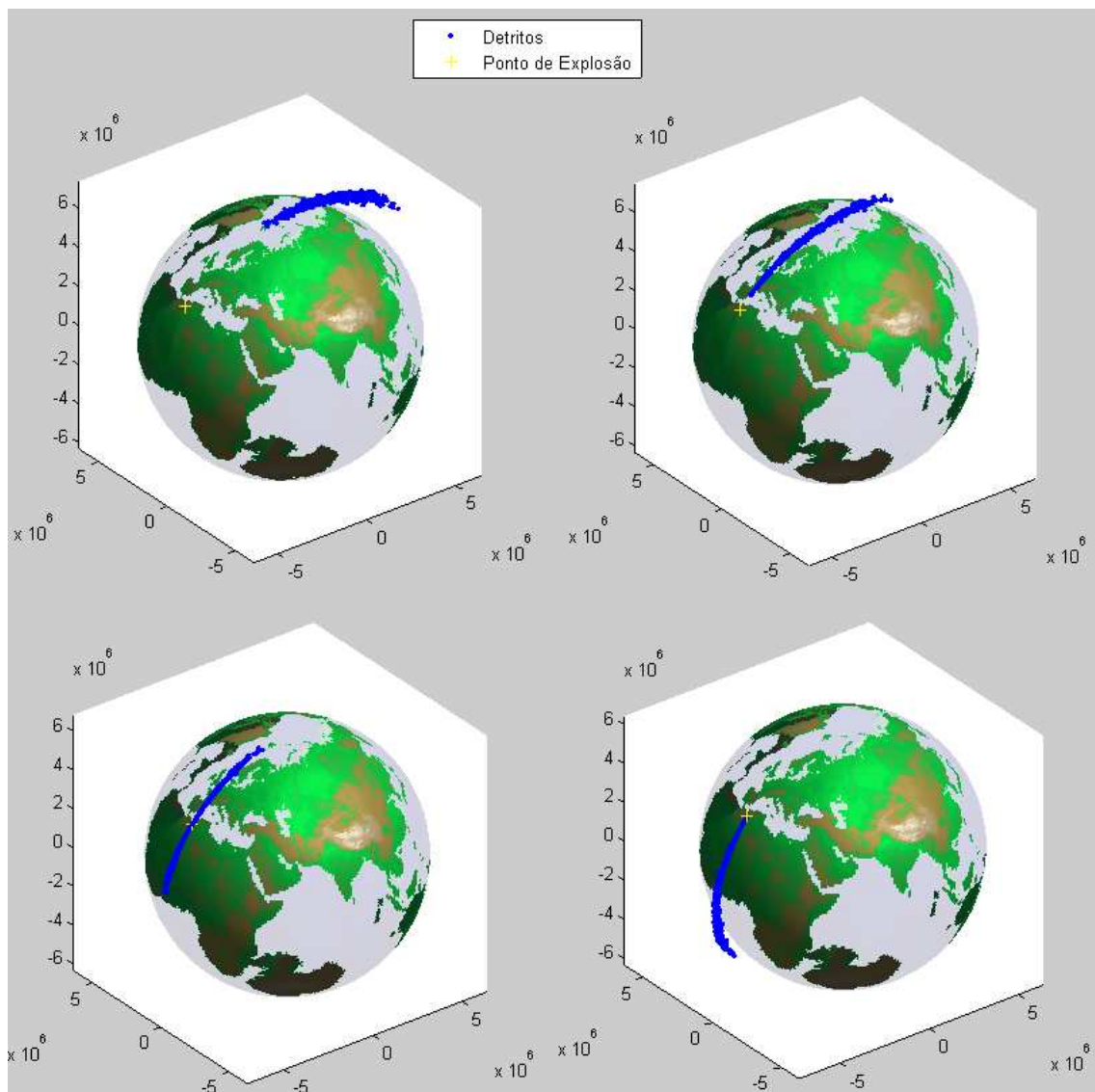


Figura A.38 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .



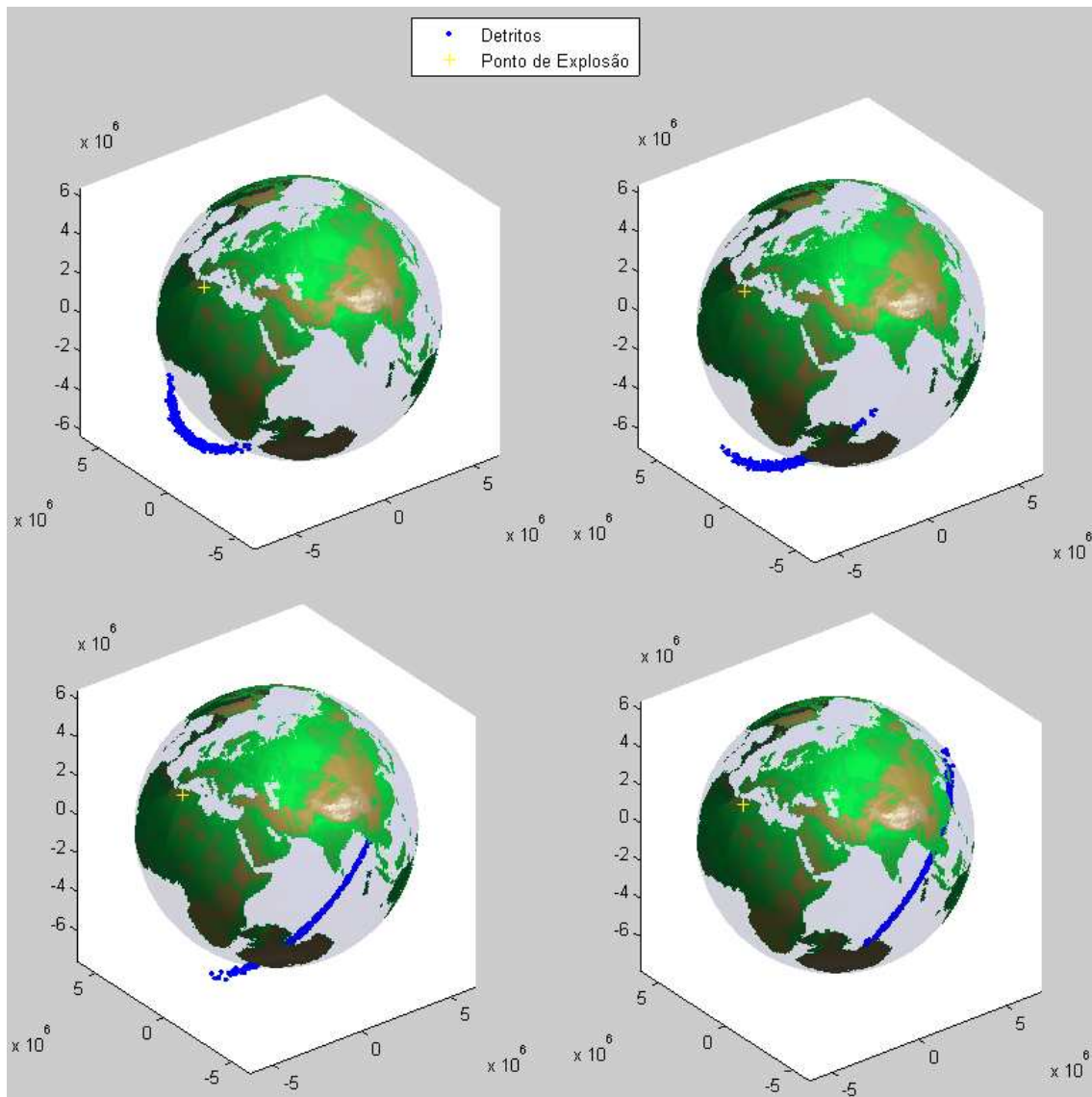


Figura A.39 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

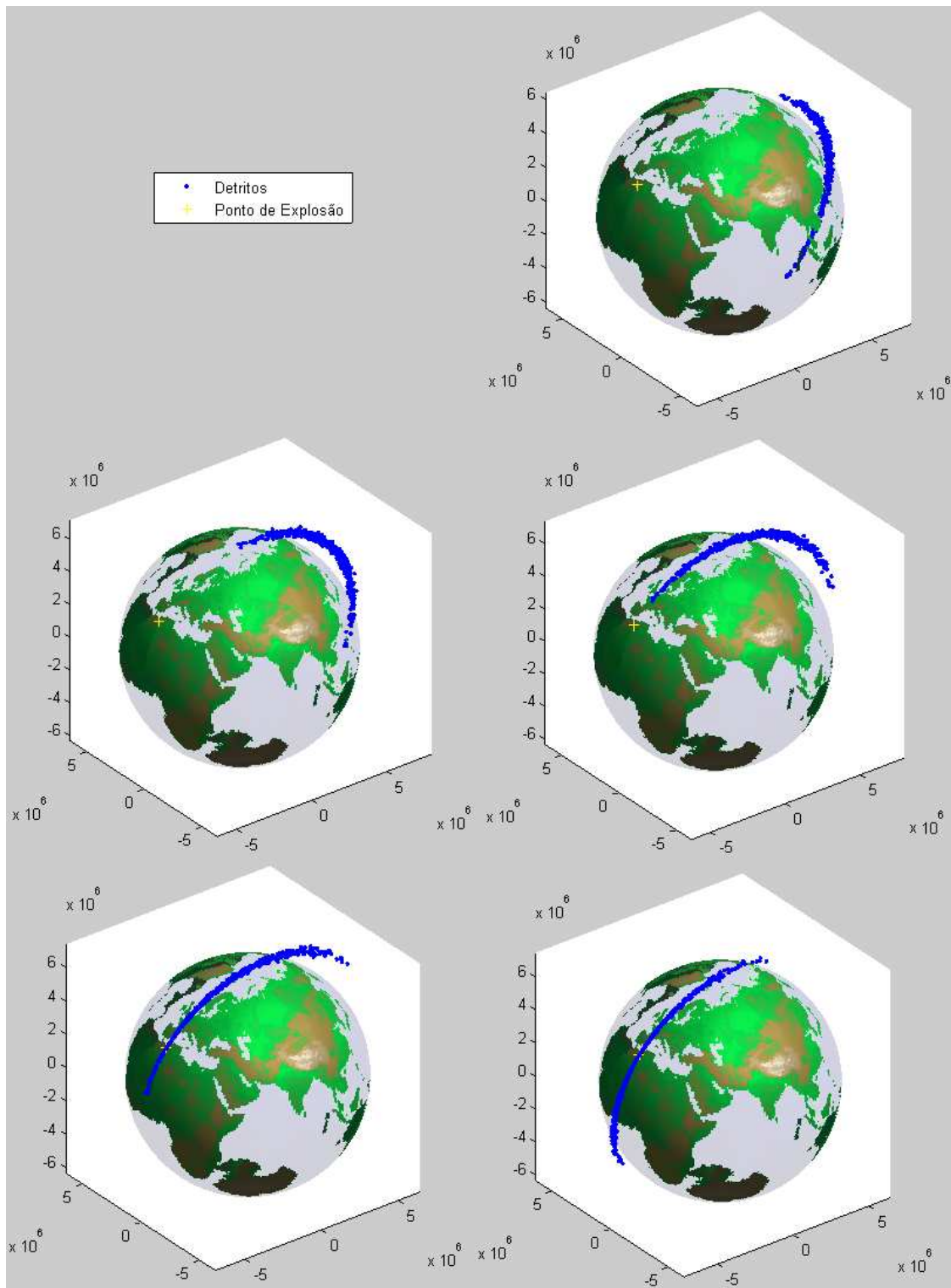


Figura A.40 – Distribuição de Detritos no 4º Caso com Parâmetro  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**A.5. 5º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Central (Kepleriano)**

**Simulação 1: Coeficiente de Restituição = 1 e  $\sigma_v = 50$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.9391483212100; -0.7976363347614; 4.0562952718888]10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

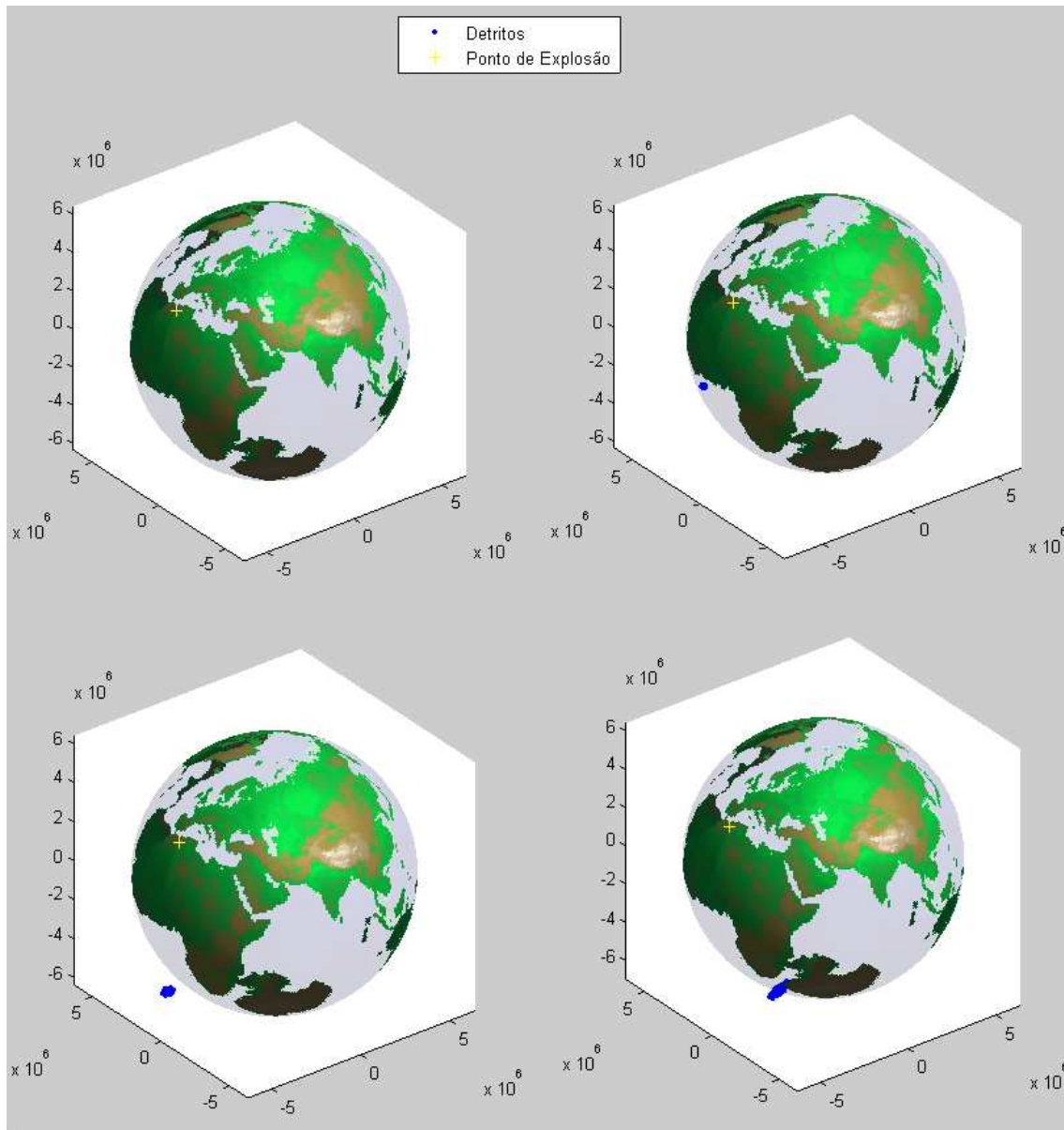


Figura A.41 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

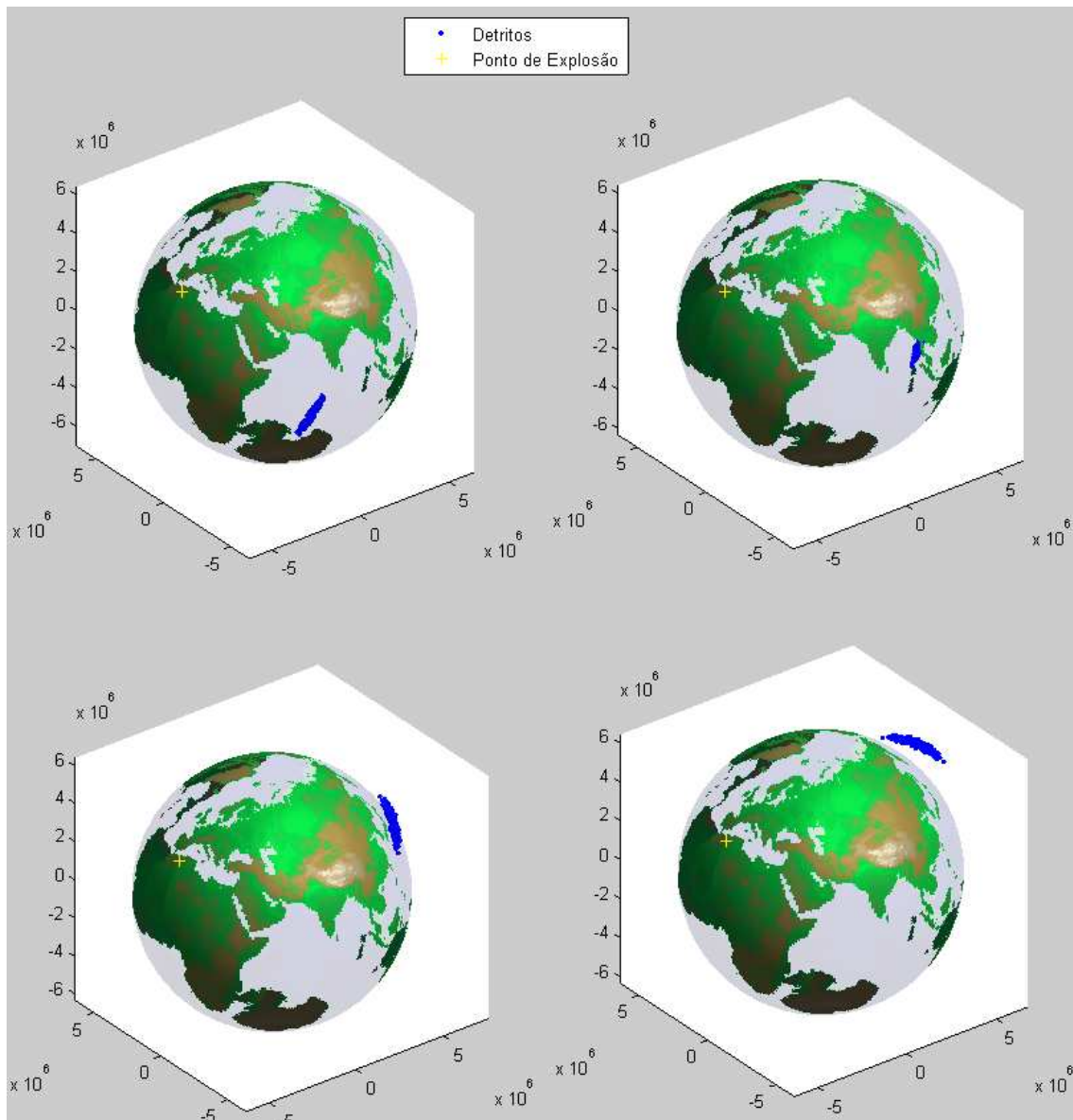


Figura A.42 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

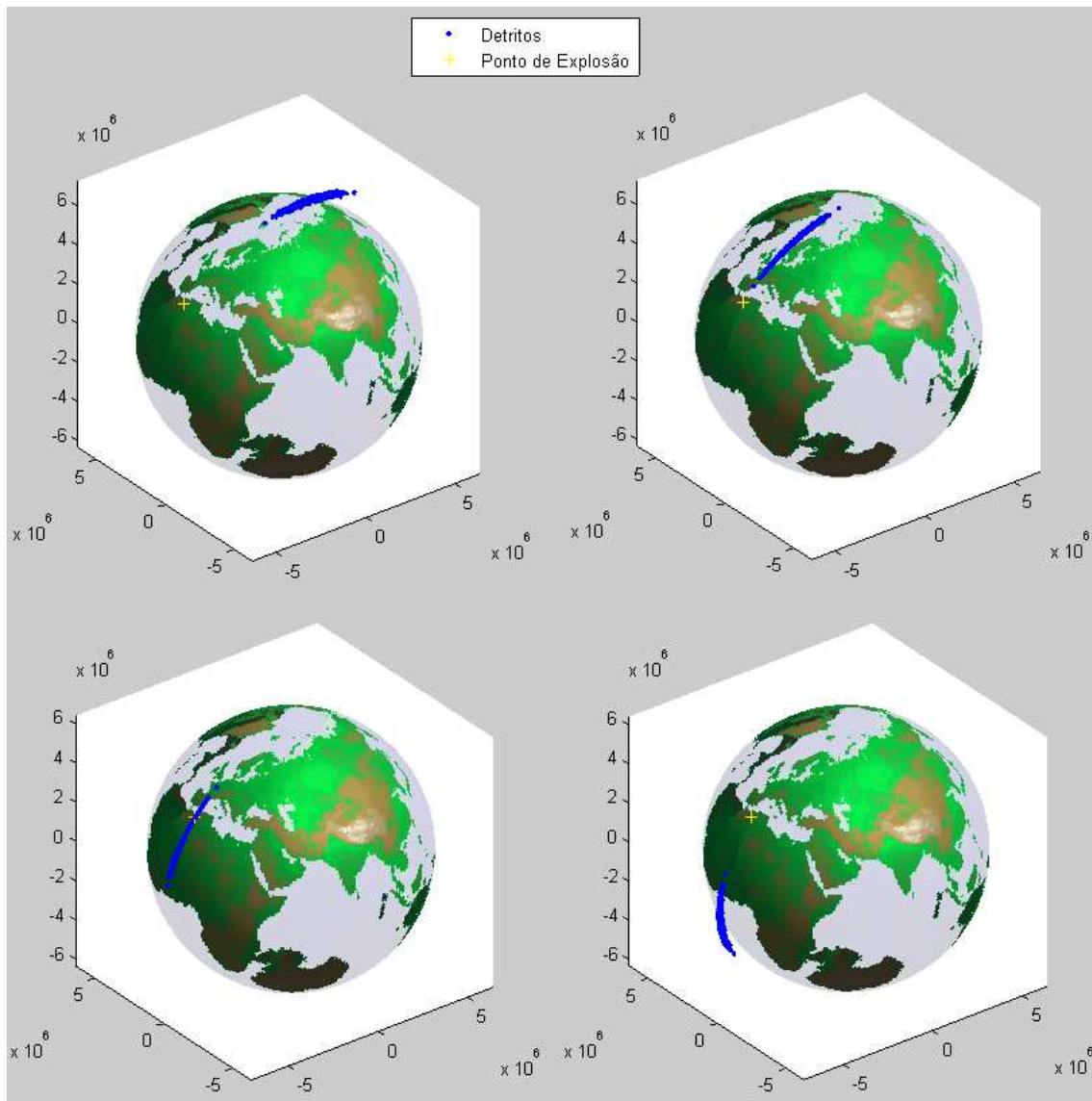


Figura A.43 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{\text{sat}}$ ,  $0,9P_{\text{sat}}$ ,  $P_{\text{sat}}$  e  $1,1P_{\text{sat}}$ .

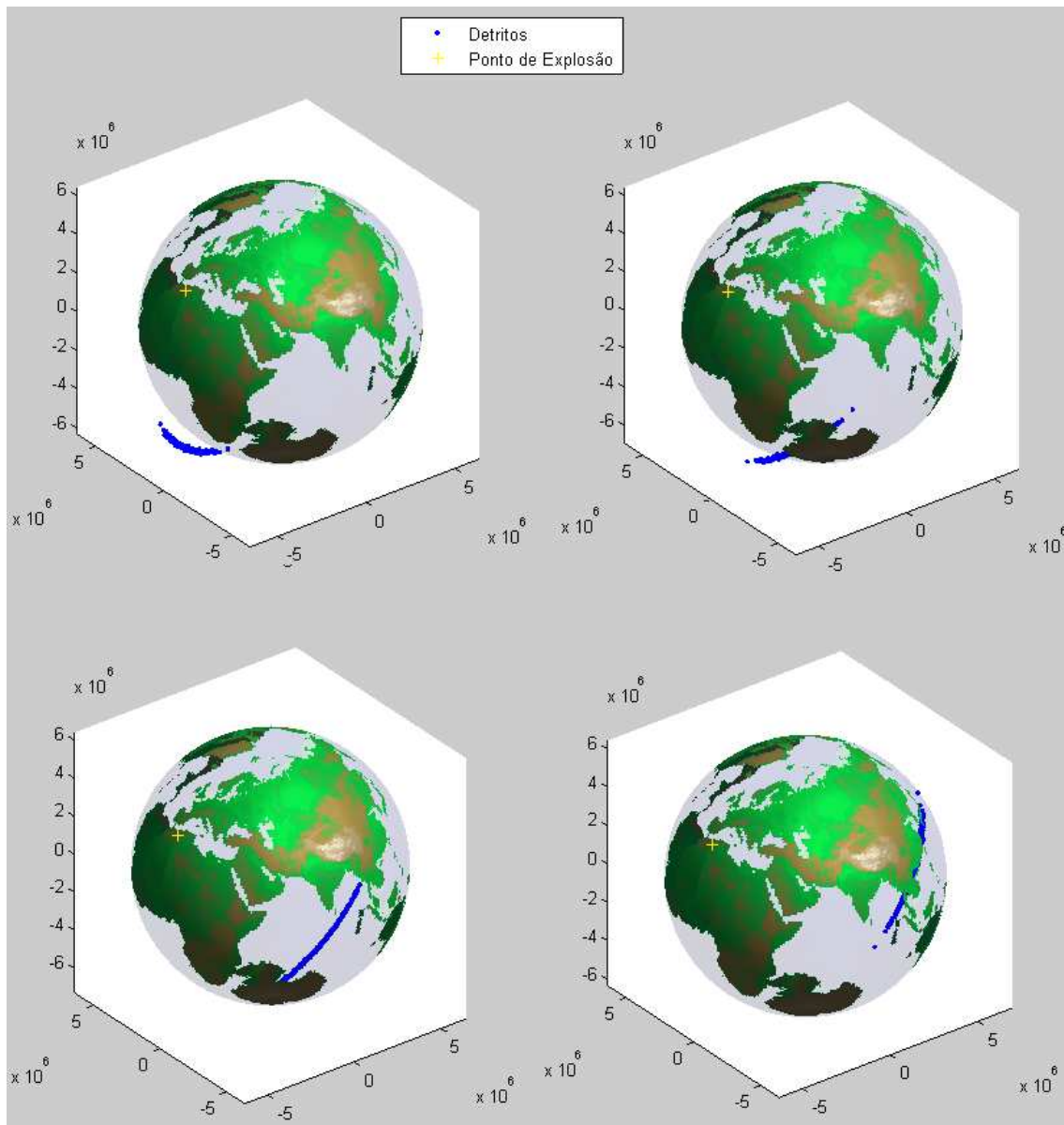


Figura A.44 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

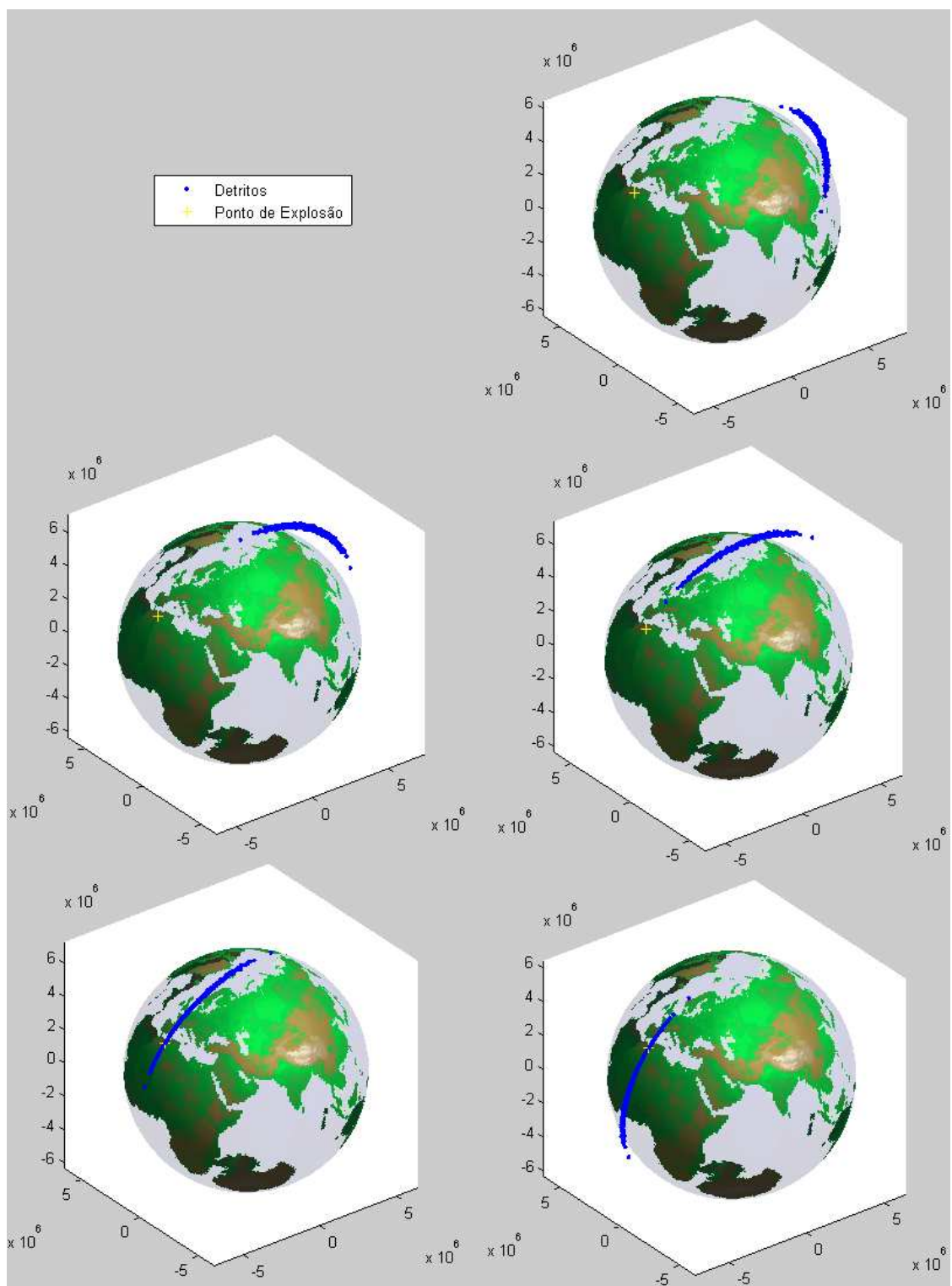


Figura A.45 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .



## Simulação 2: Coeficiente de Restituição = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

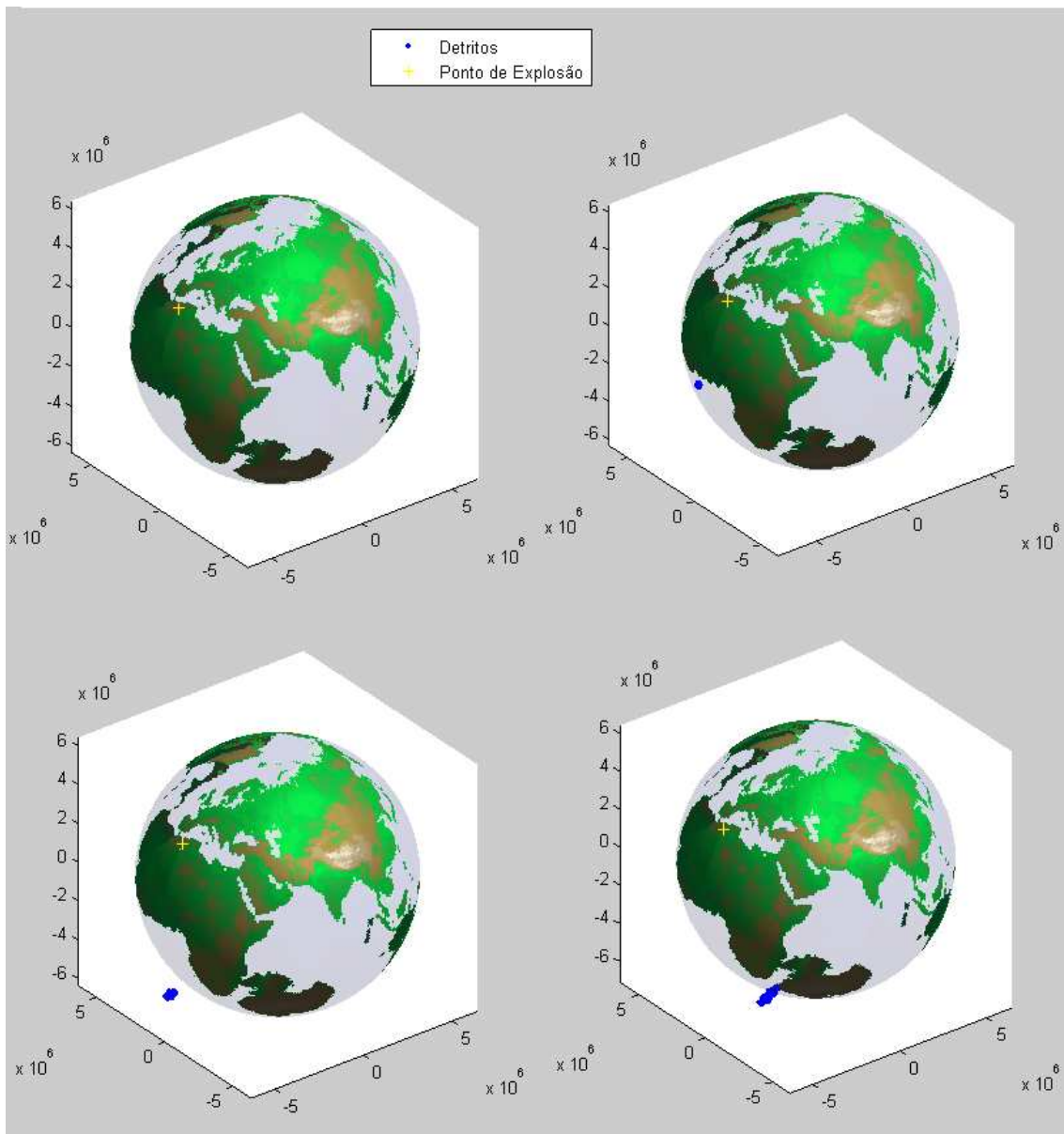


Figura A.46 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

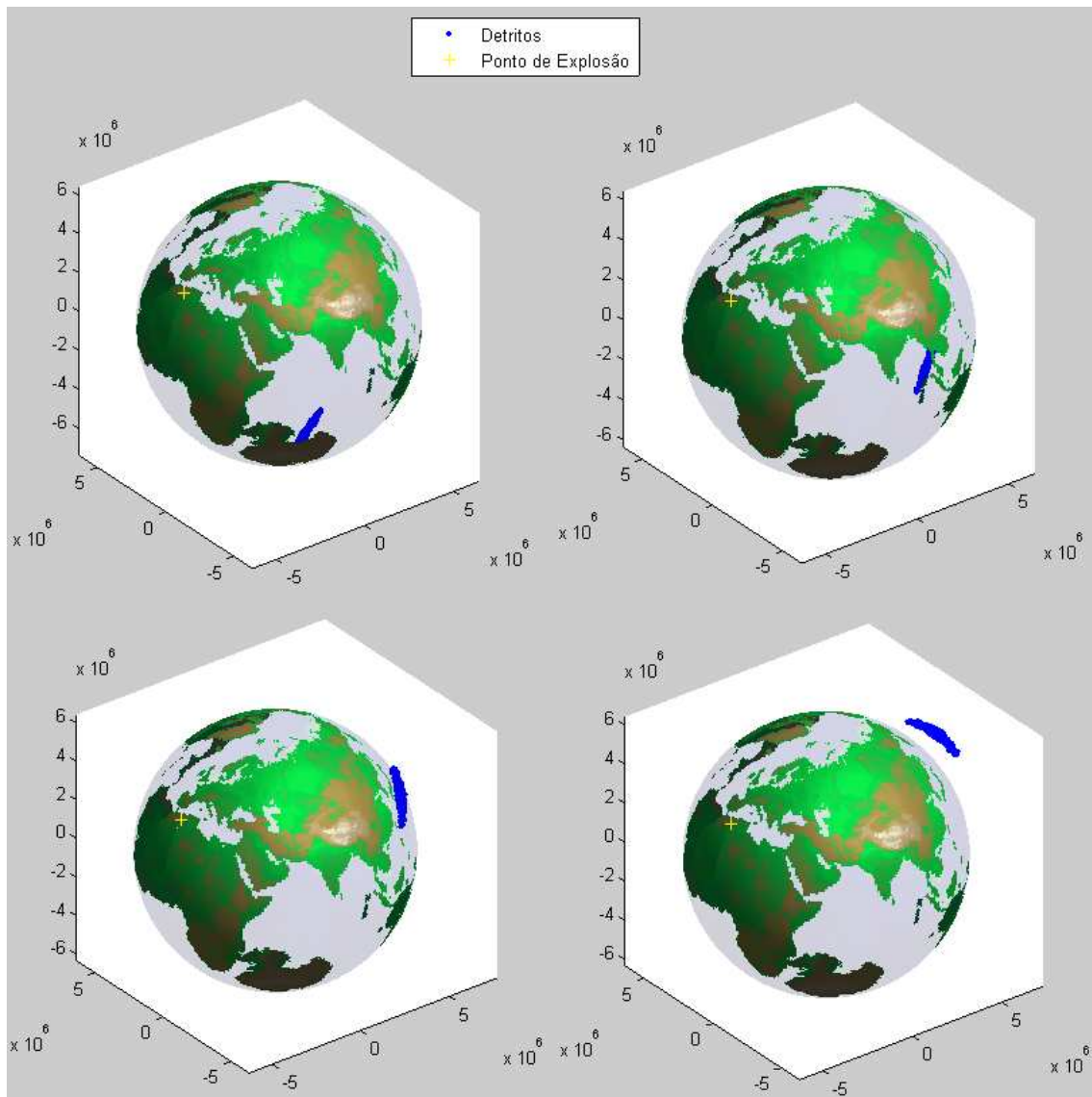


Figura A.47 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

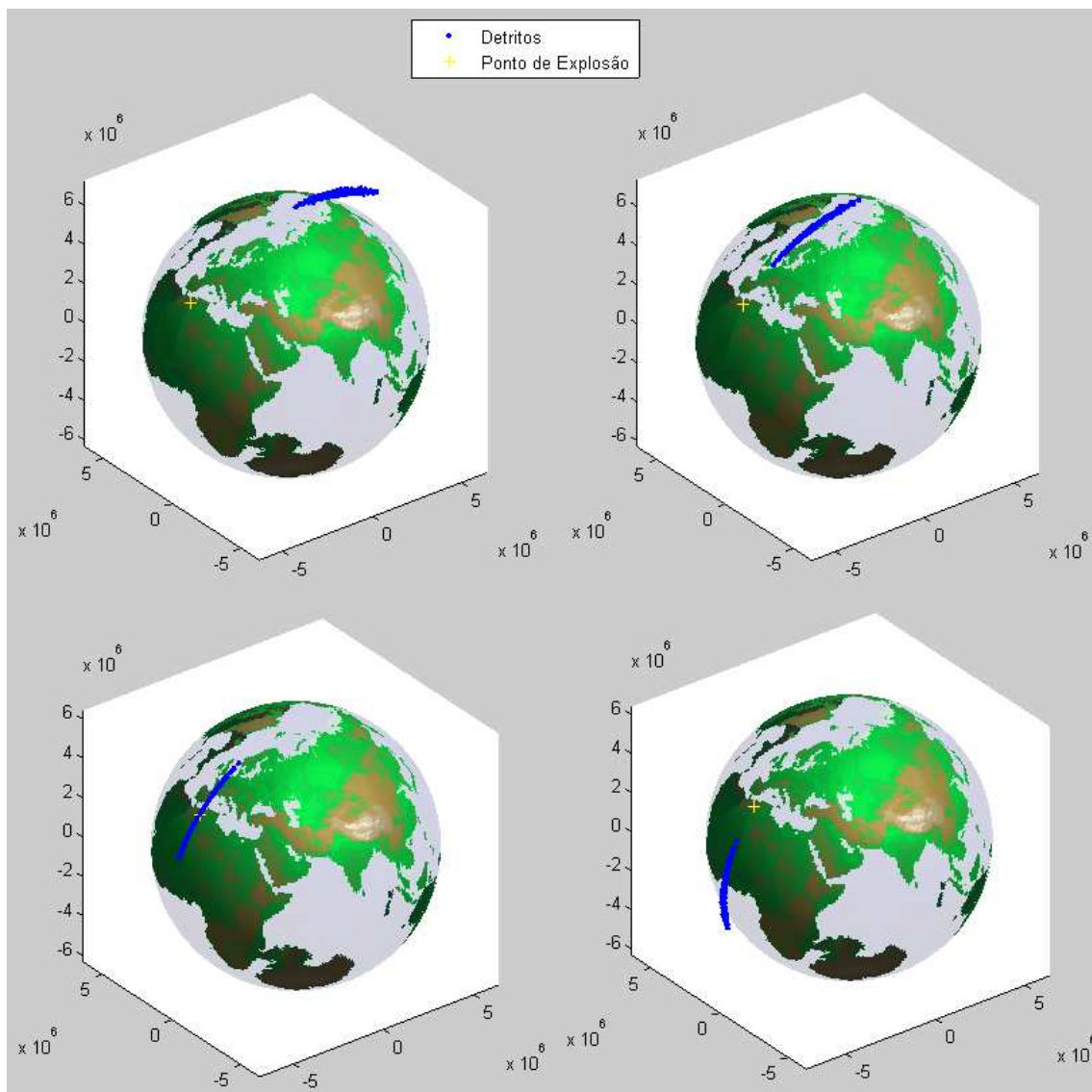


Figura A.48 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

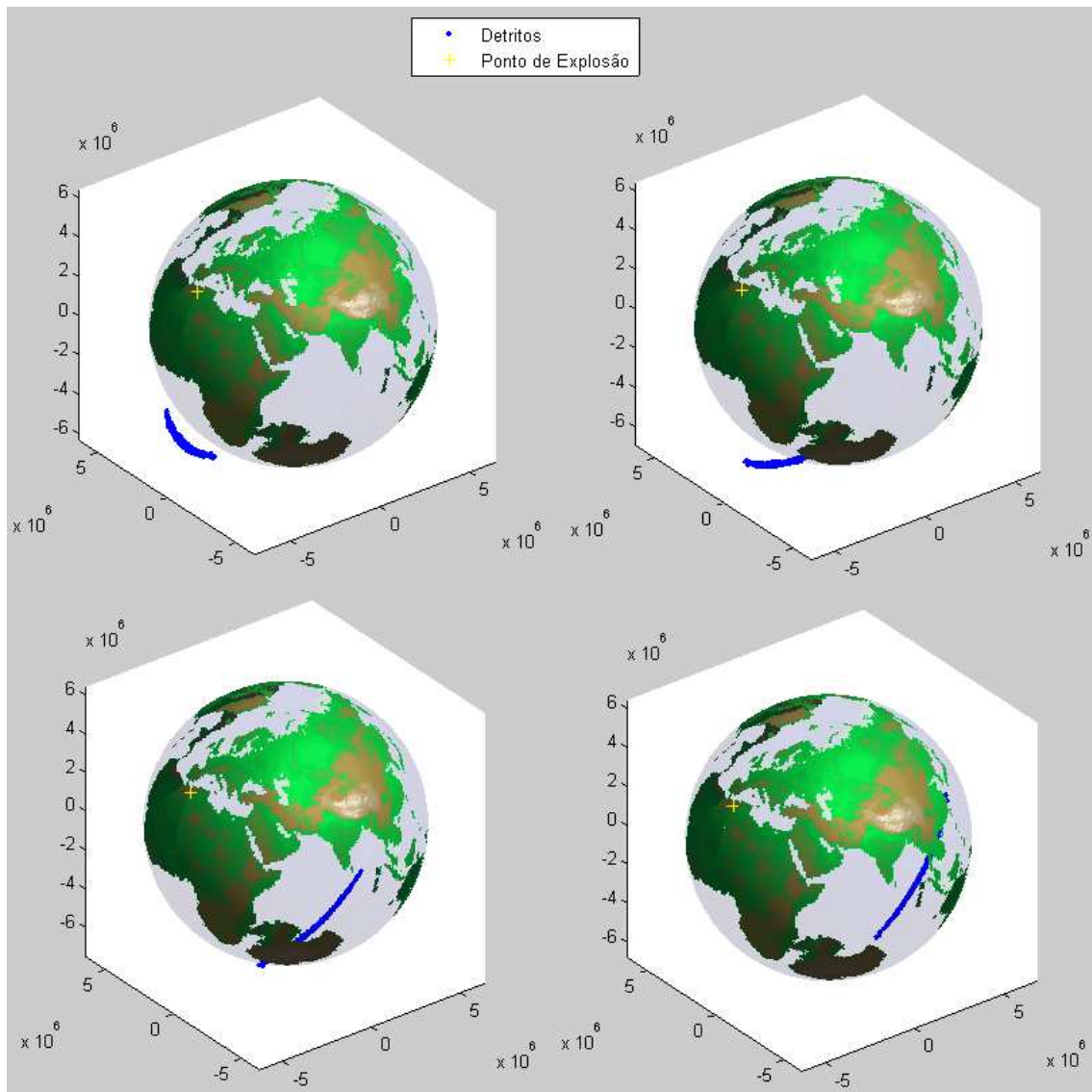


Figura A.49 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

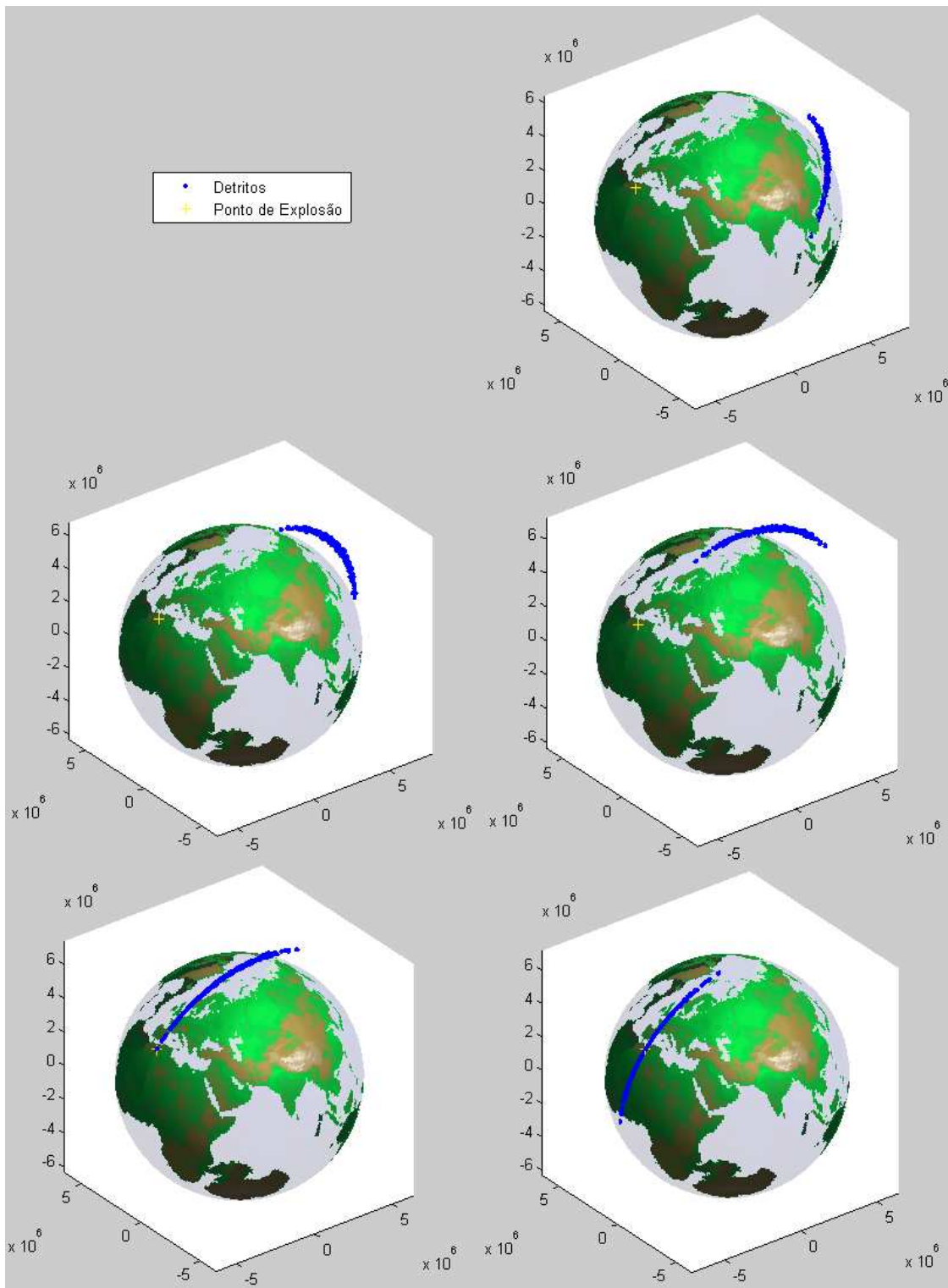


Figura A.50 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50 \text{ m/s}$  nos instantes  $1,6P_{\text{sat}}$ ,  $1,7P_{\text{sat}}$ ,  $1,8P_{\text{sat}}$ ,  $1,9P_{\text{sat}}$  e  $2P_{\text{sat}}$ .

**Simulação 3: Coeficiente de Restituição = 1, Coeficiente de Cisalhamento = 1 e  $\sigma_v = 50$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

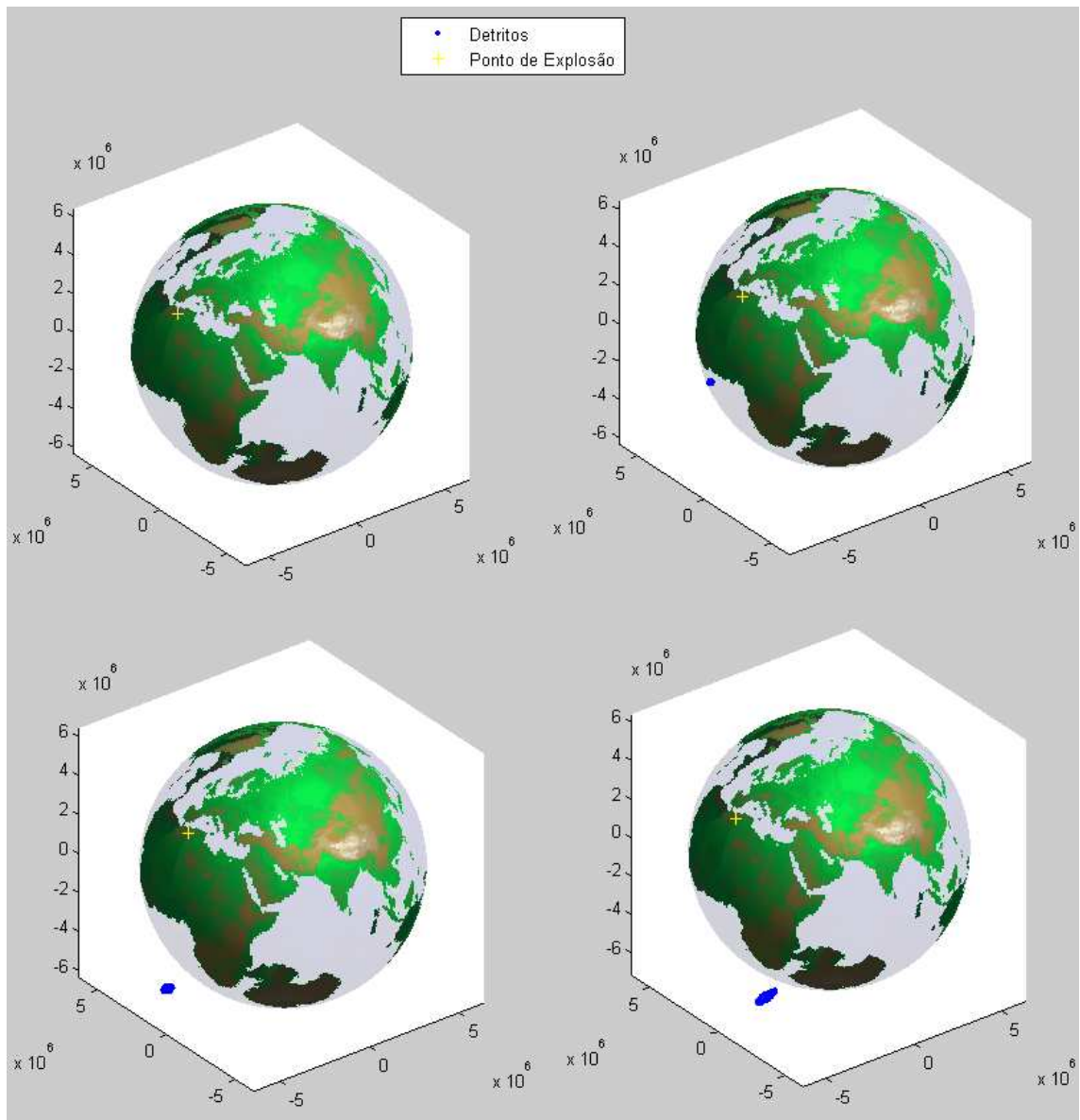


Figura 4.61 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .



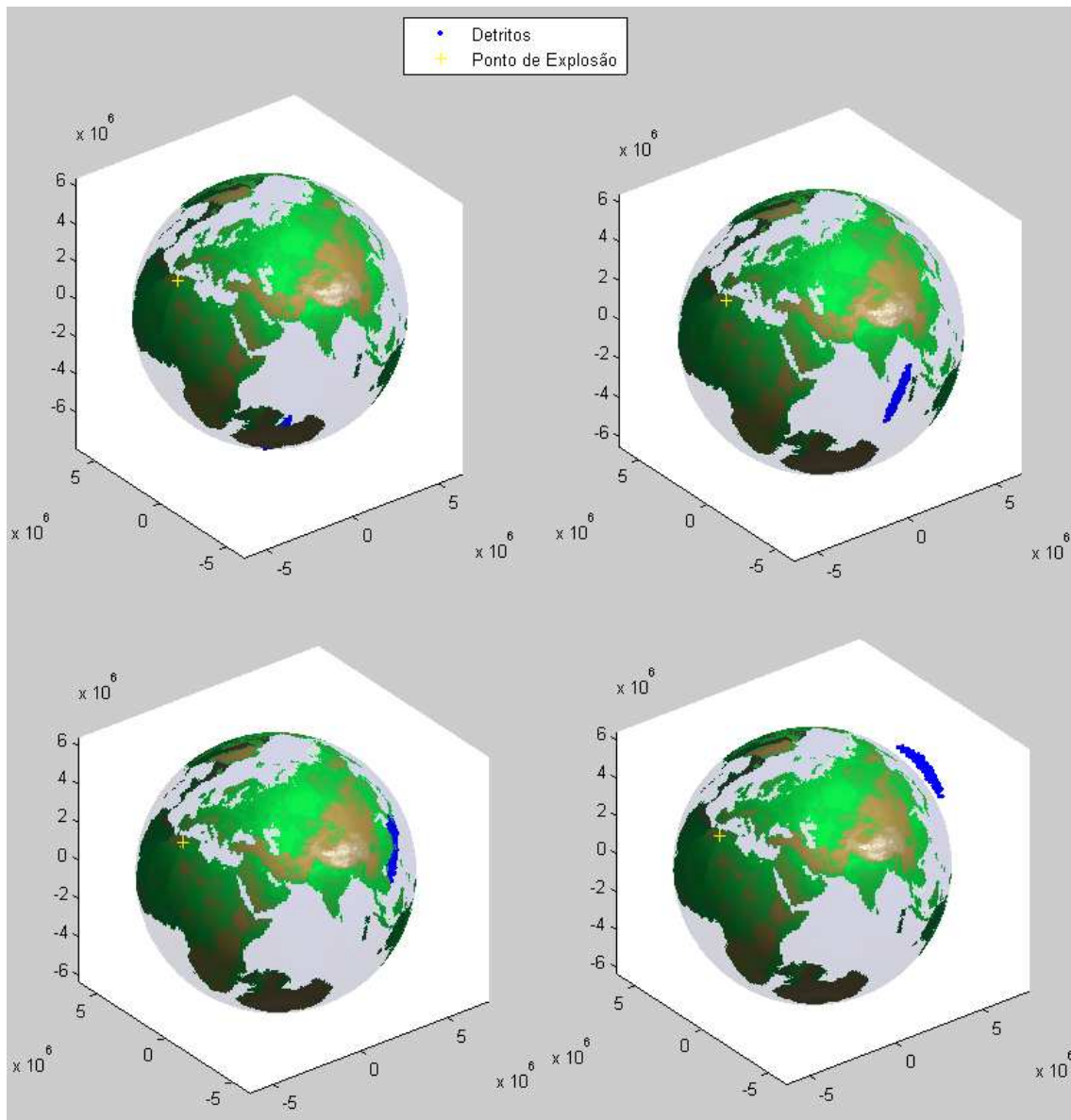


Figura A.52 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

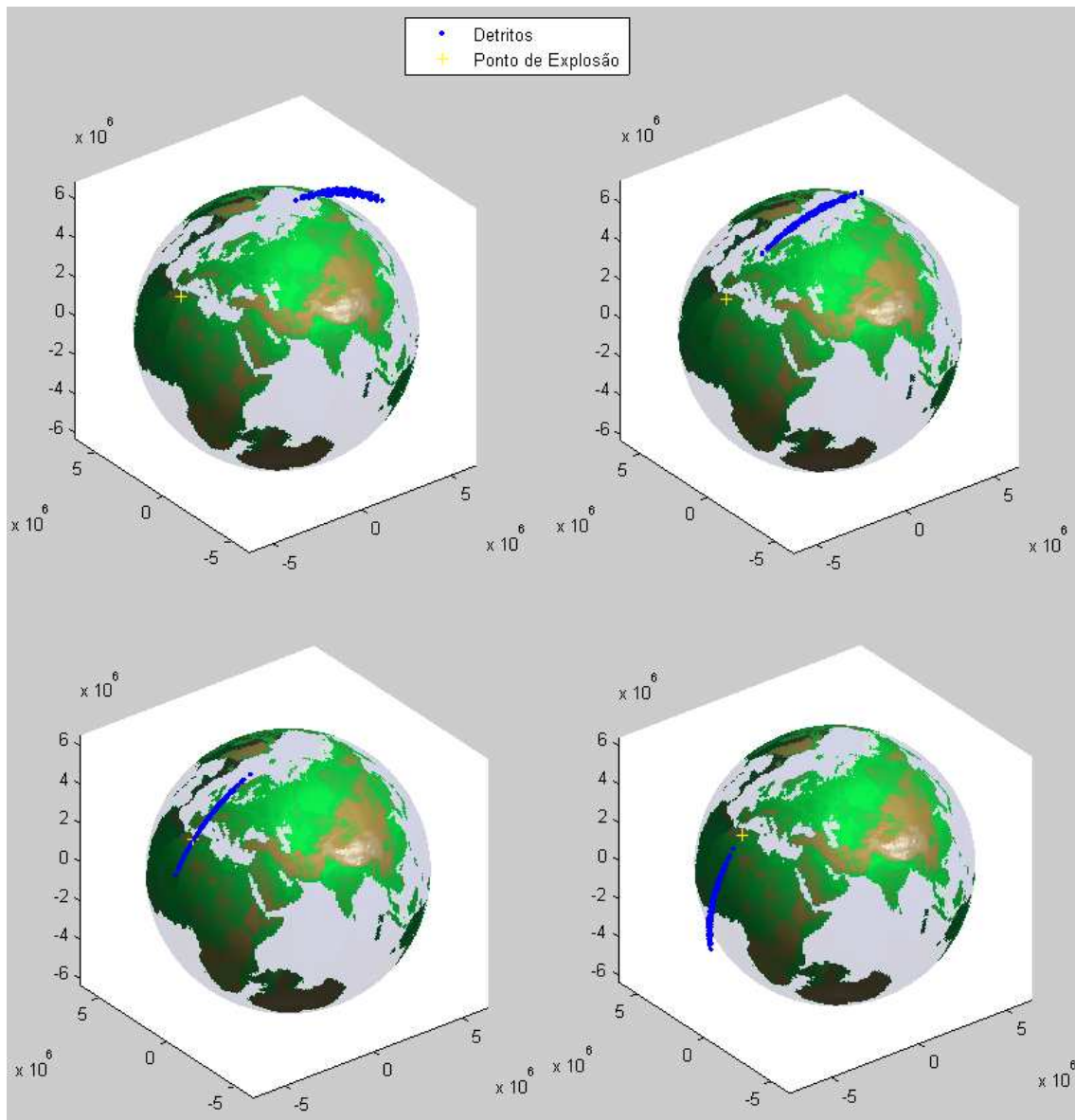


Figura A.53 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

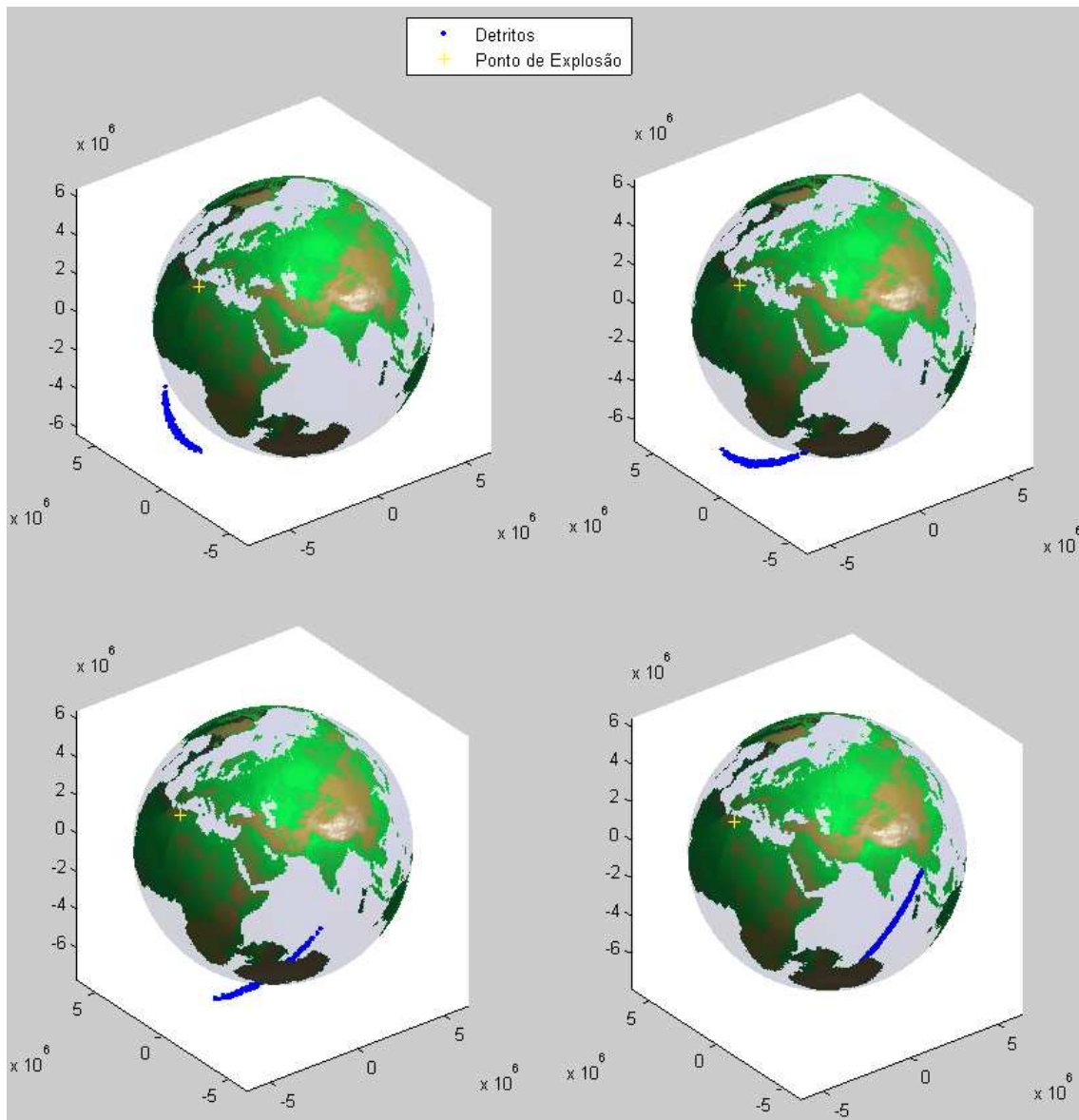


Figura A.54 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

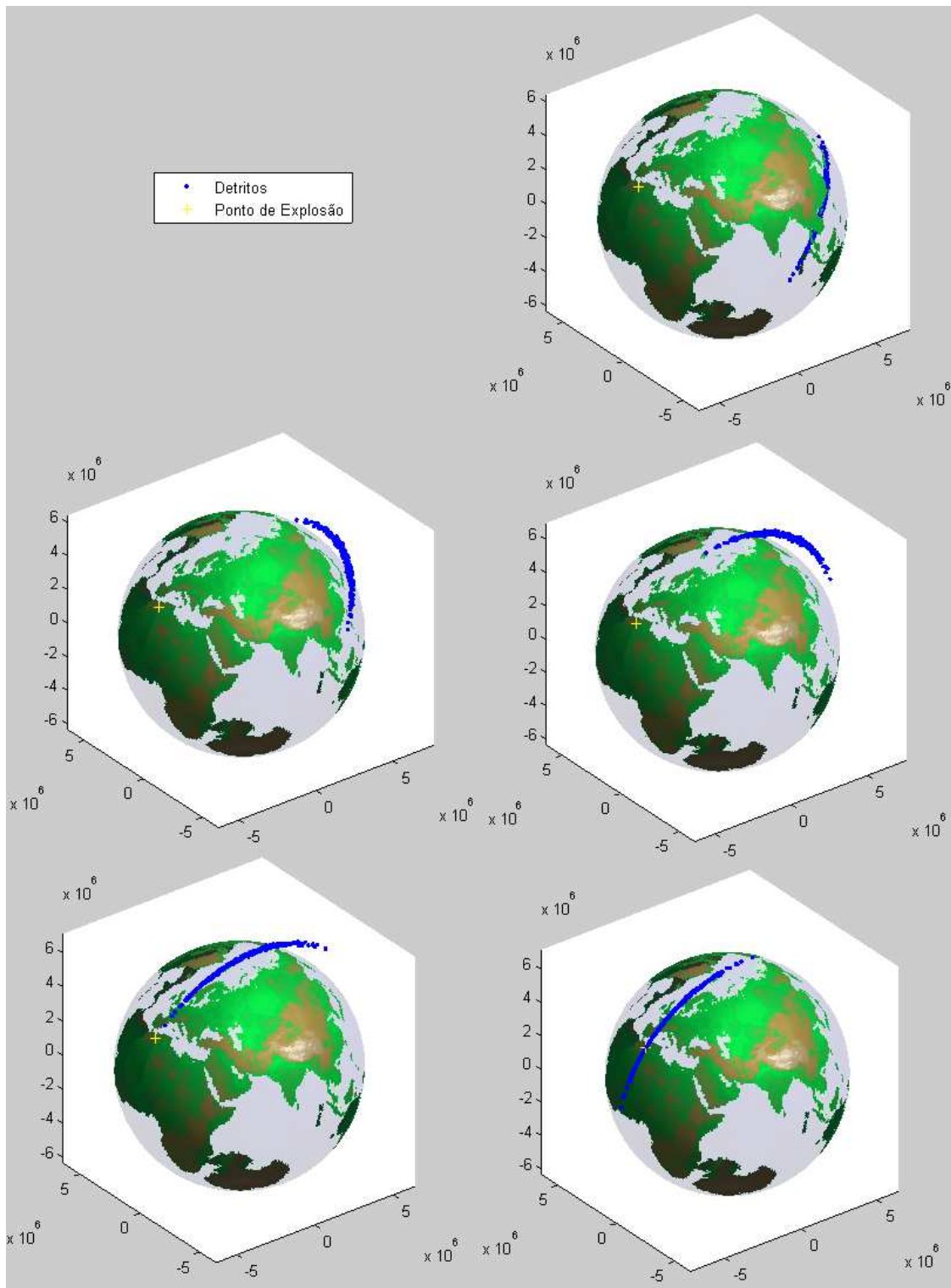


Figura A.55 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 4: Coeficiente de Restituição = 0,5, Coeficiente de Cisalhamento = 0,5 e  $\sigma_v = 50$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

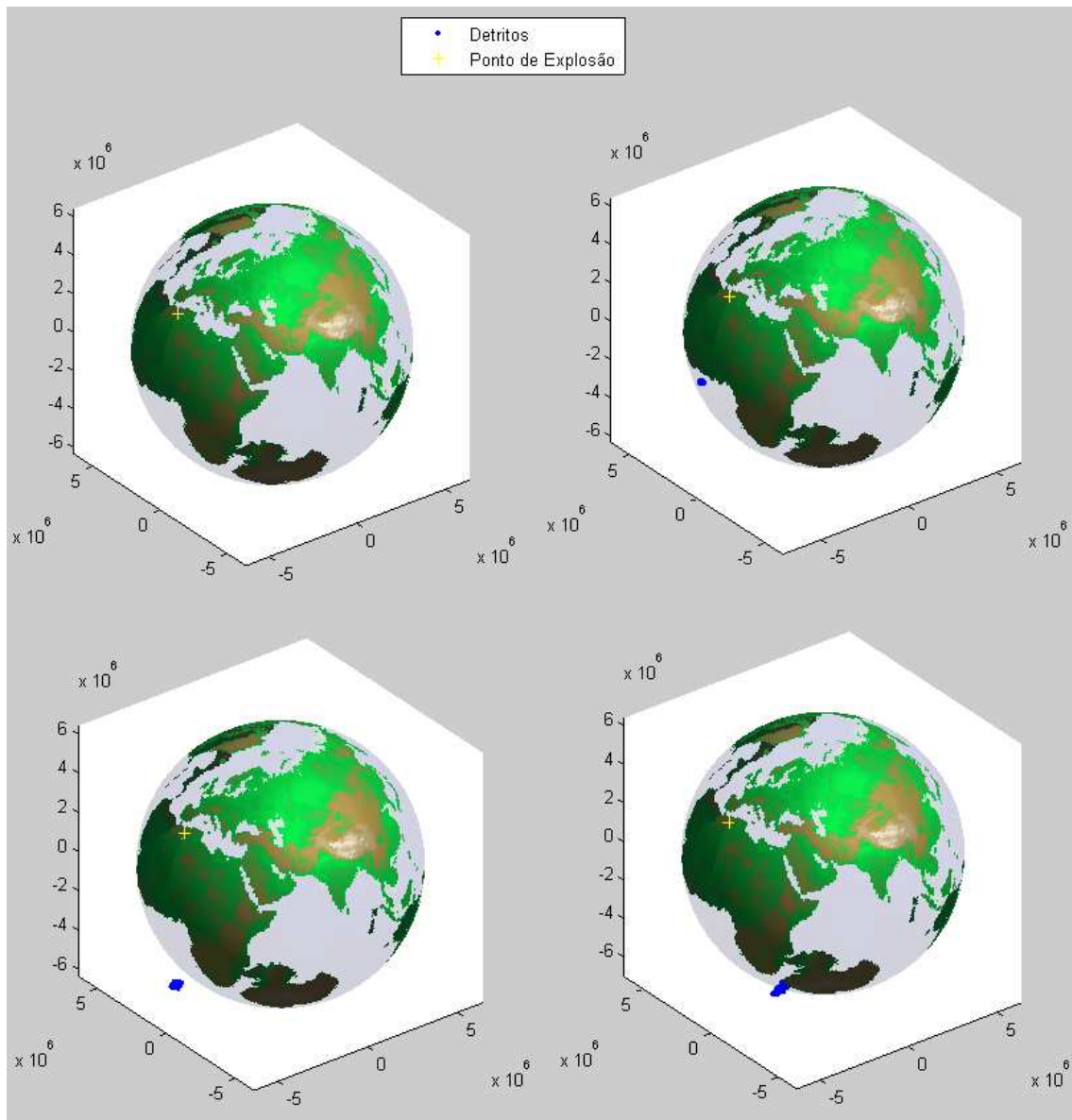


Figura A.56 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{\text{sat}}$ ,  $0,2P_{\text{sat}}$  e  $0,3P_{\text{sat}}$ .

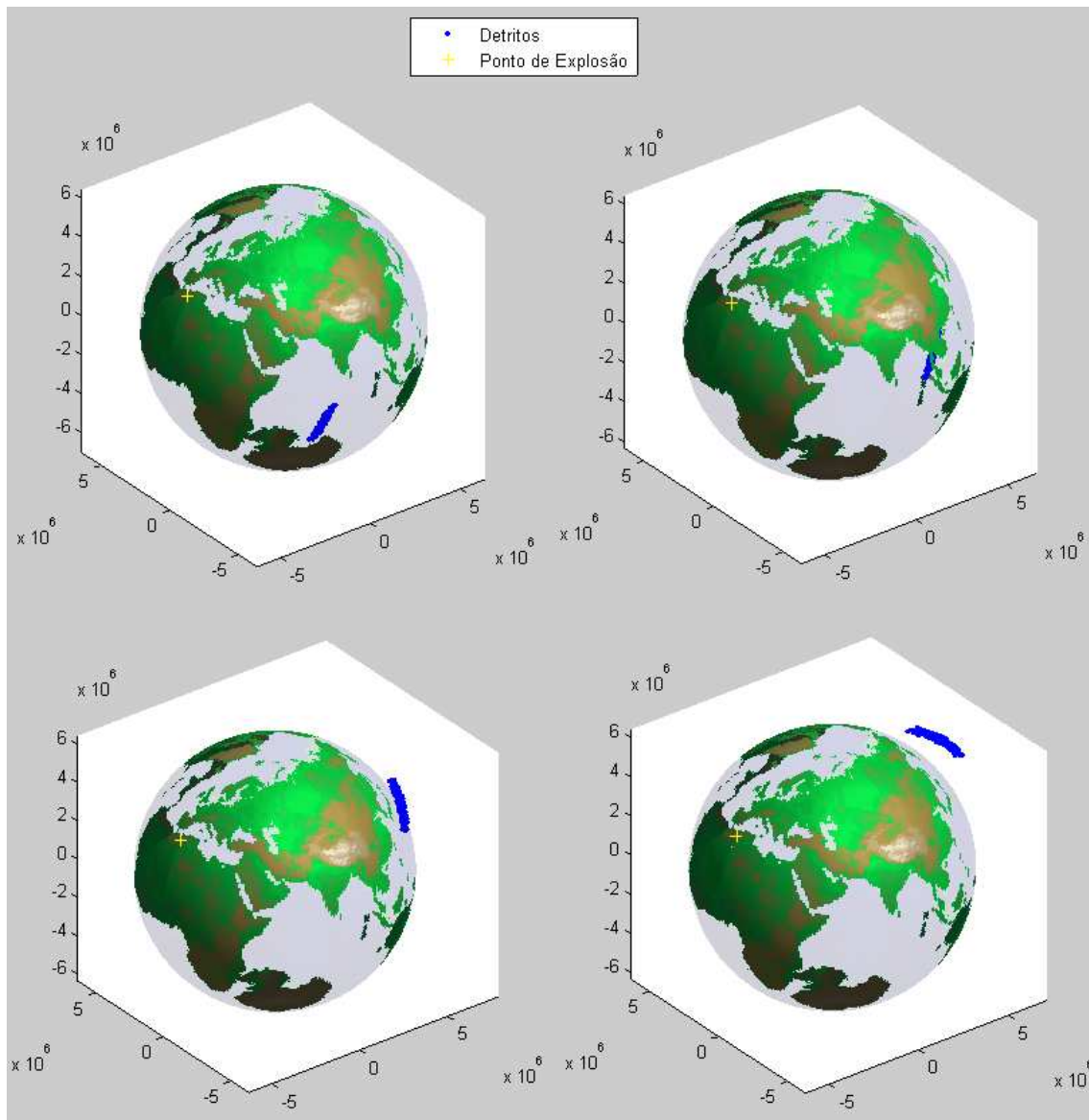


Figura A.57 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

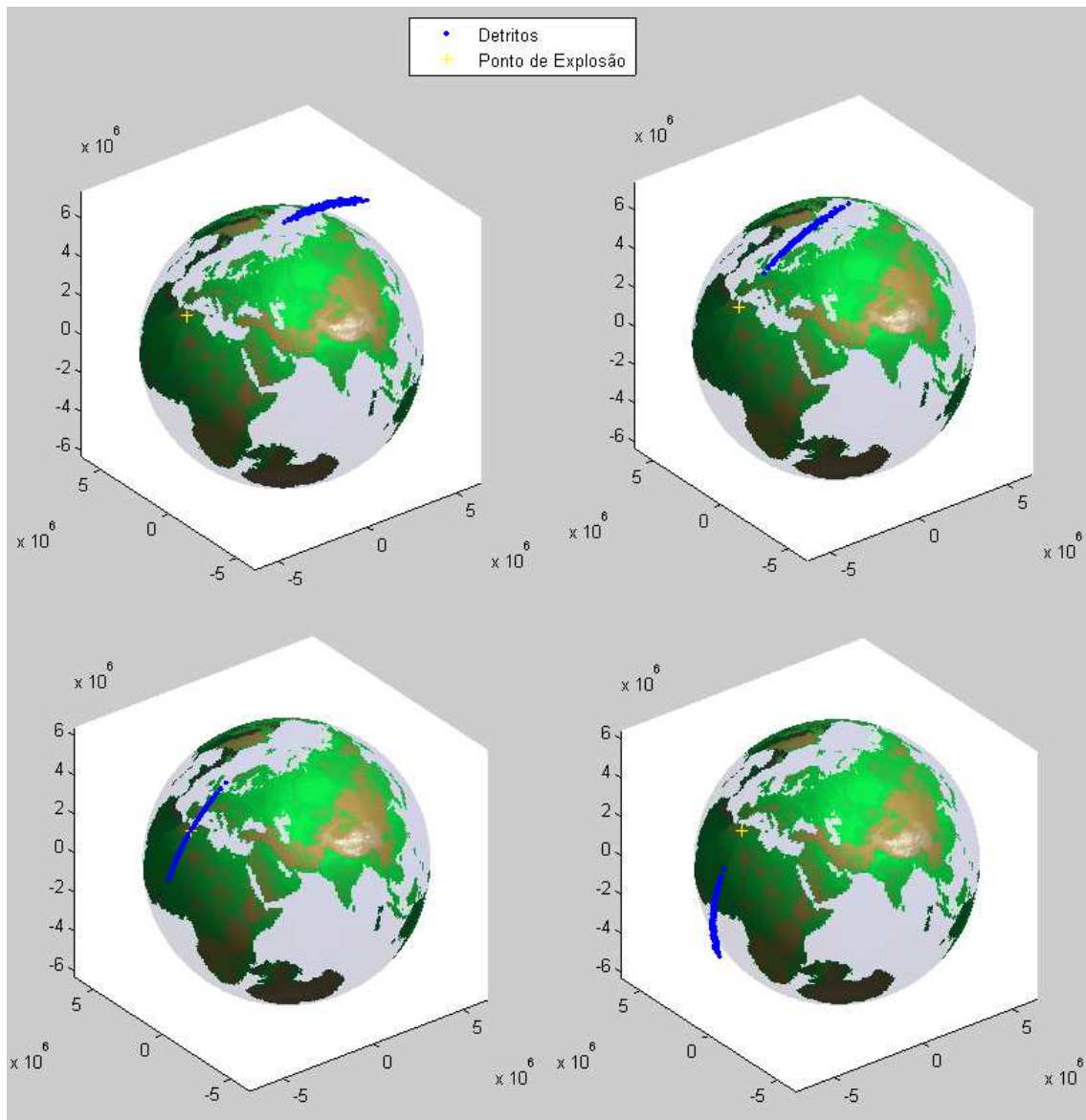


Figura A.58 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .



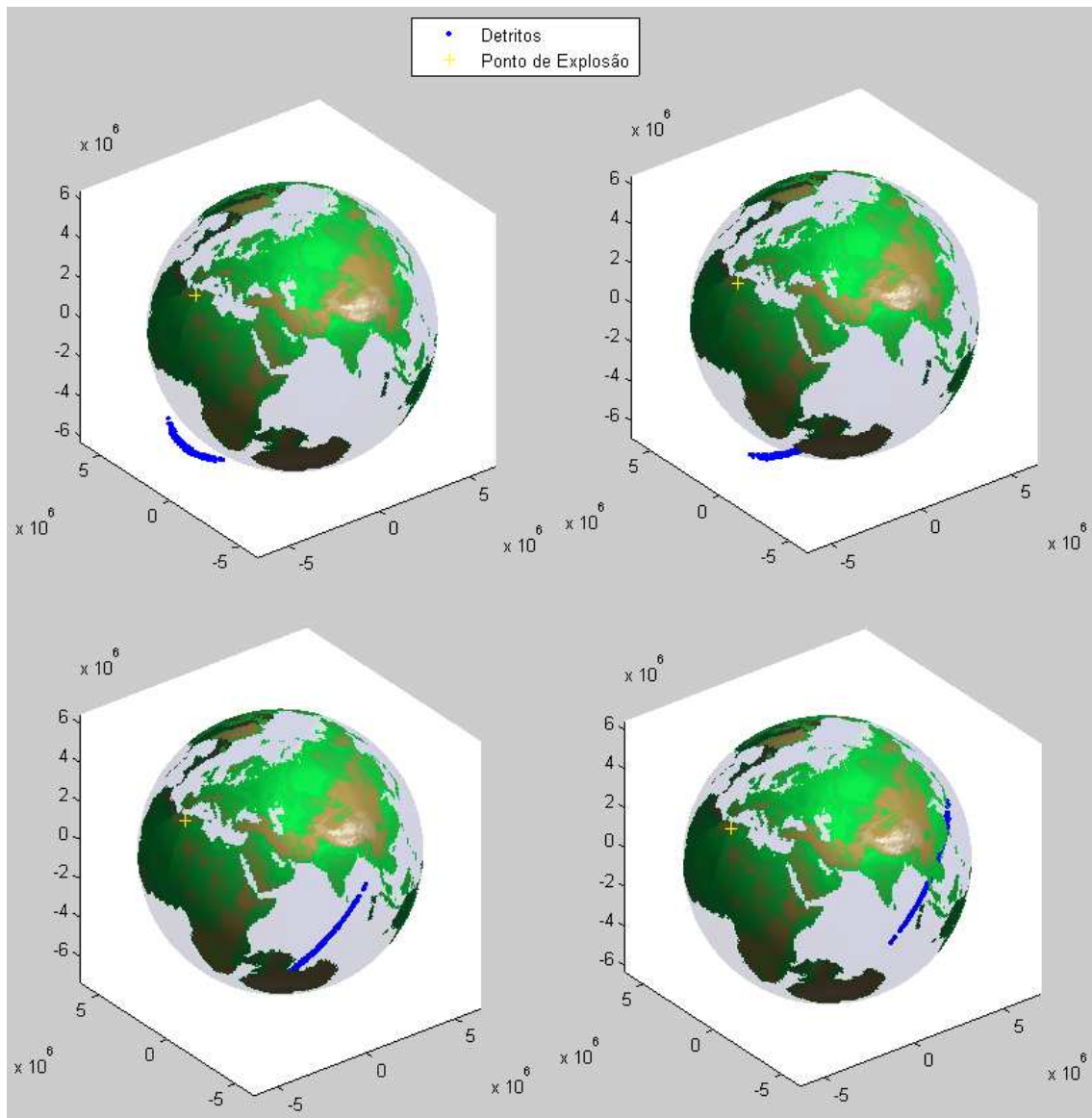


Figura A.59 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

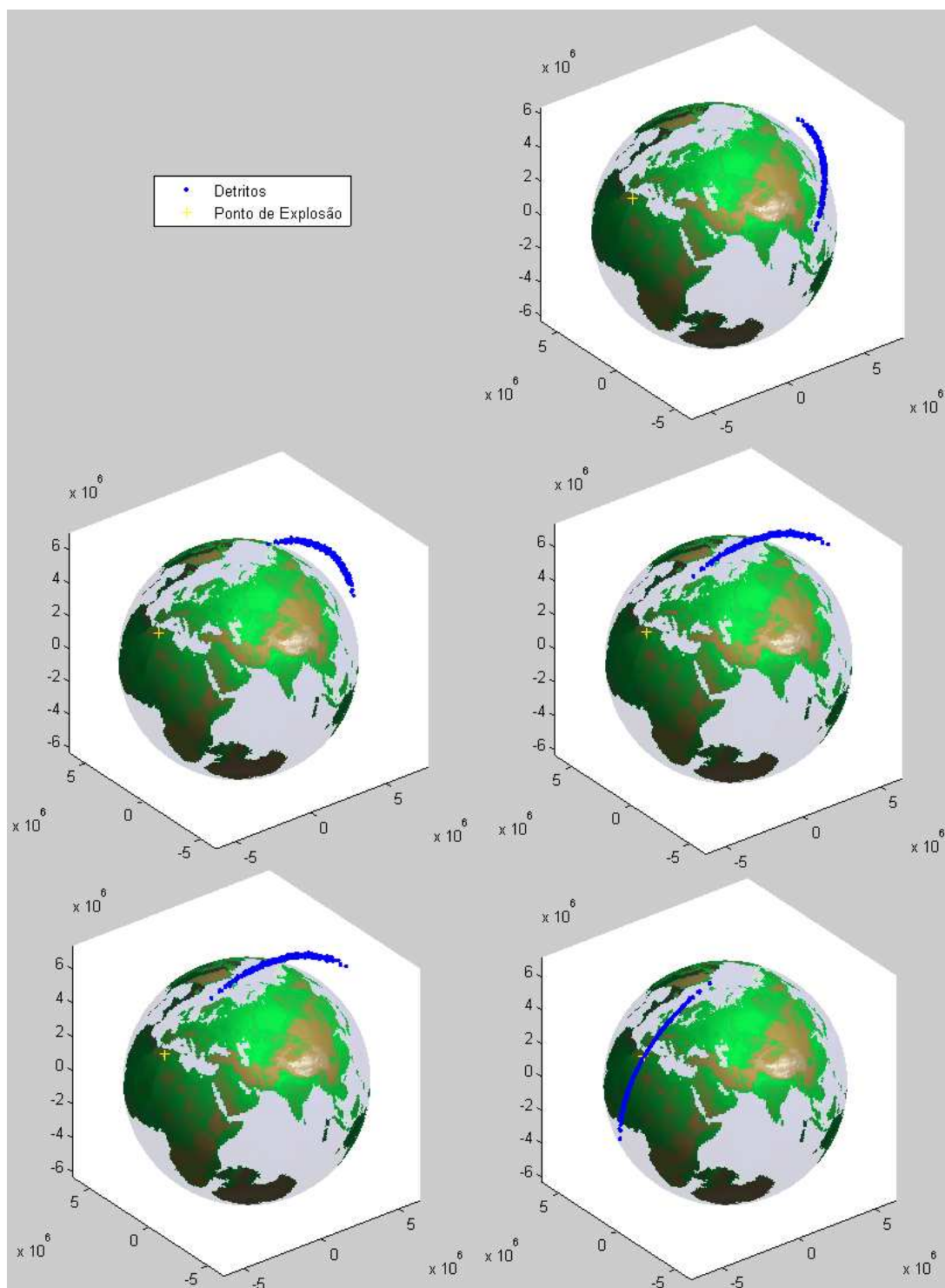


Figura A.60 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

### **Simulação 5: Coeficiente de Restituição = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10<sup>3</sup>

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos :2P<sub>sat</sub>

Número de Figuras :20

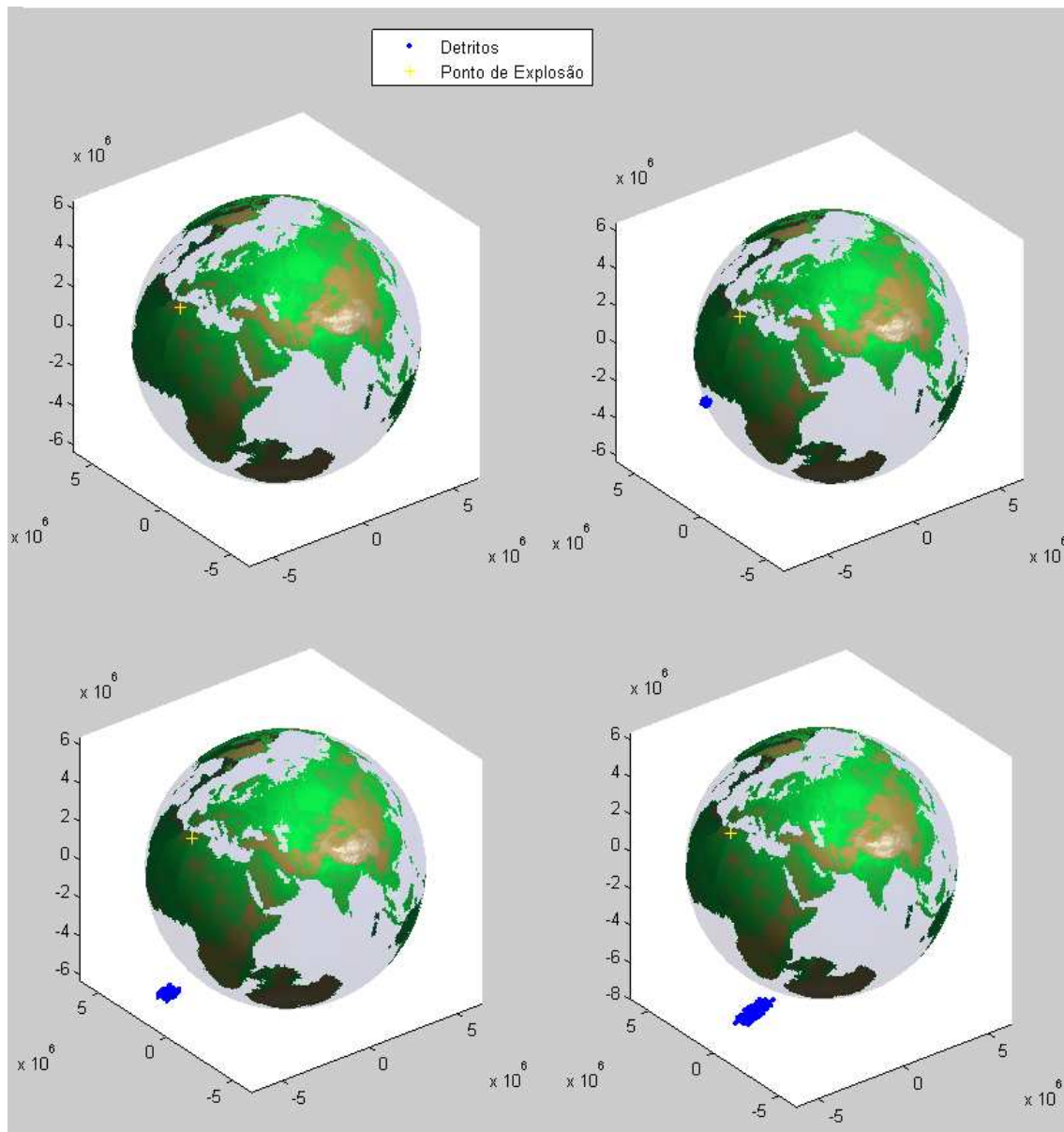


Figura A.61 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

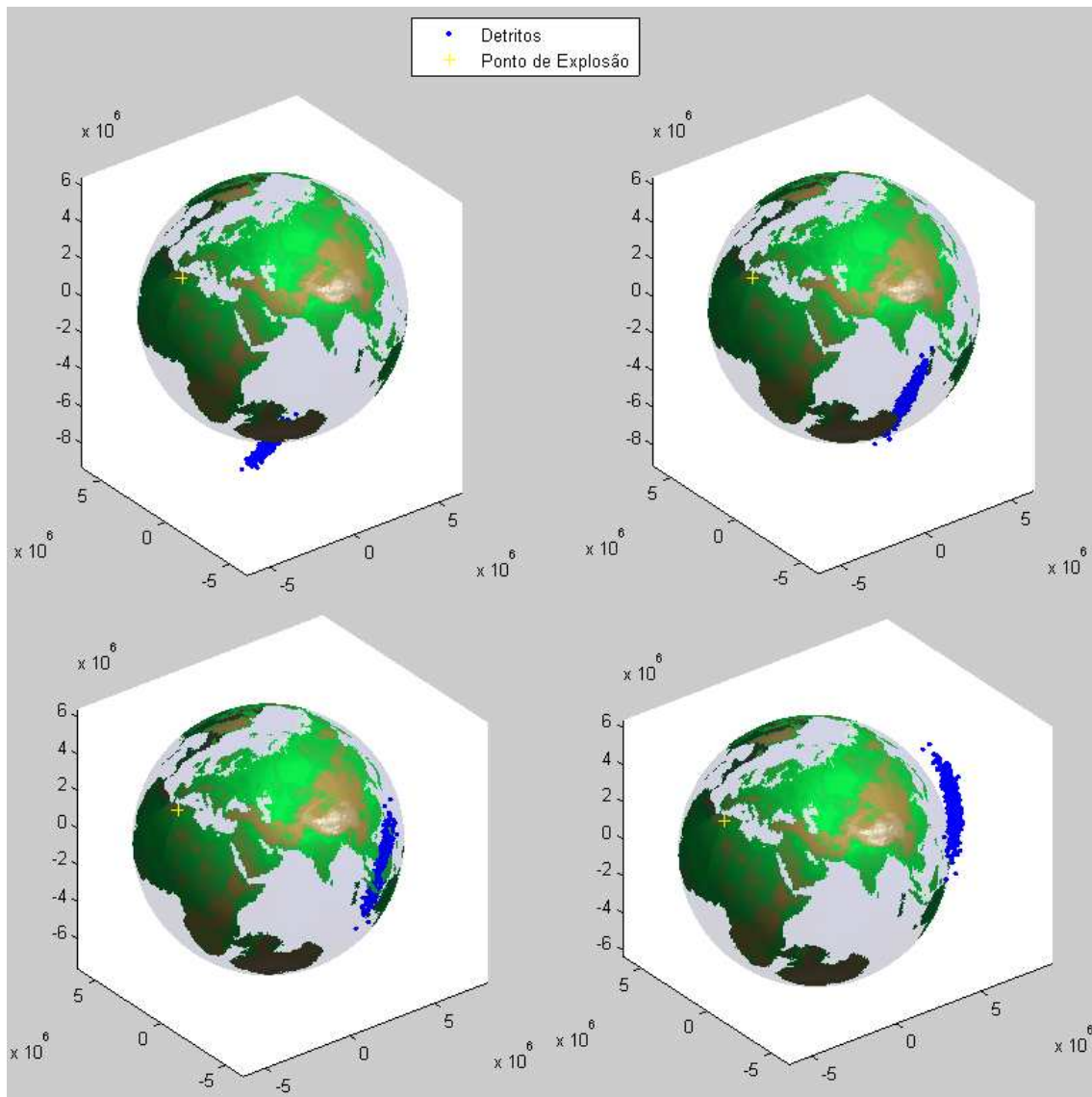


Figura A.62 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

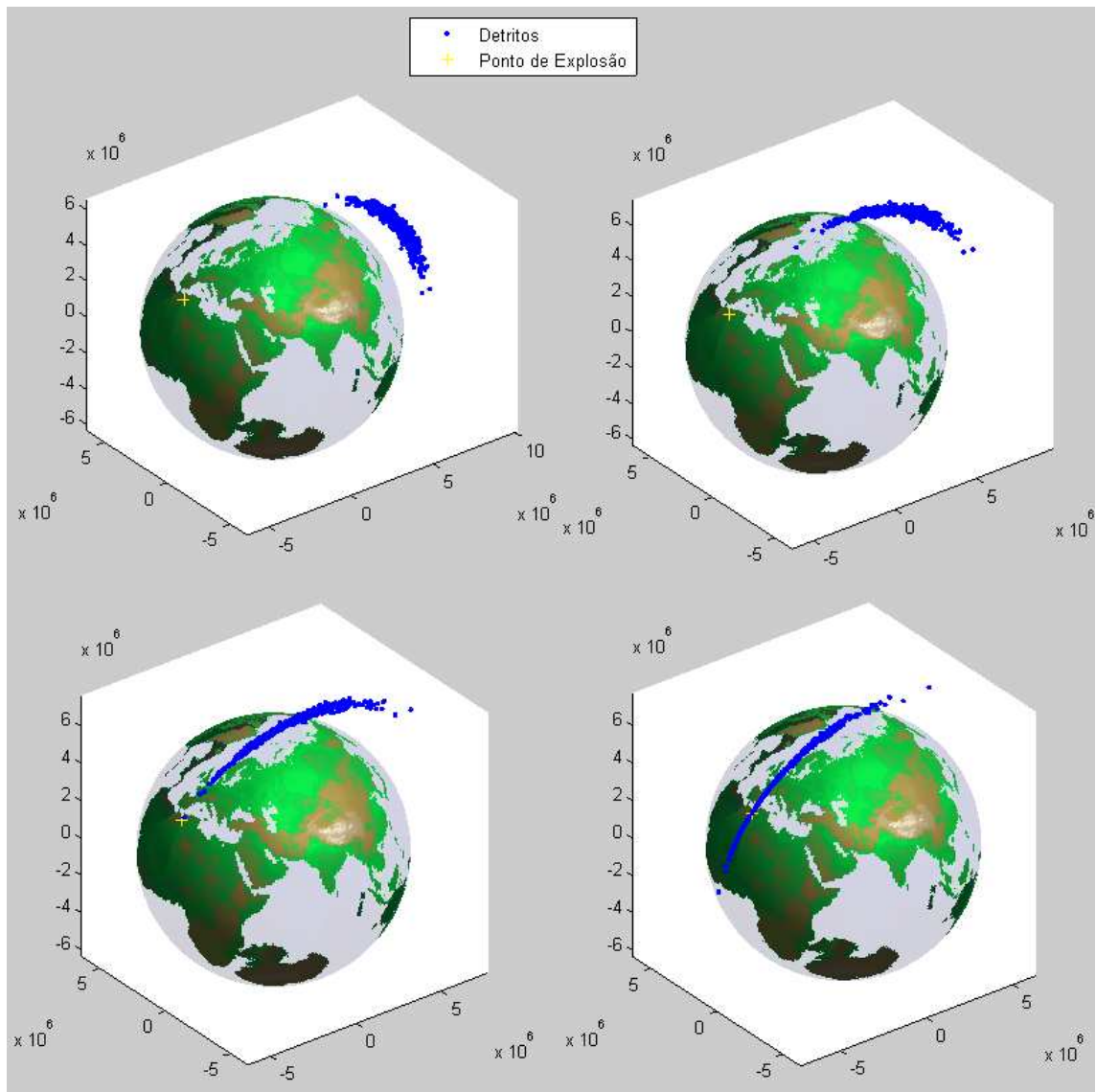


Figura A.63 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

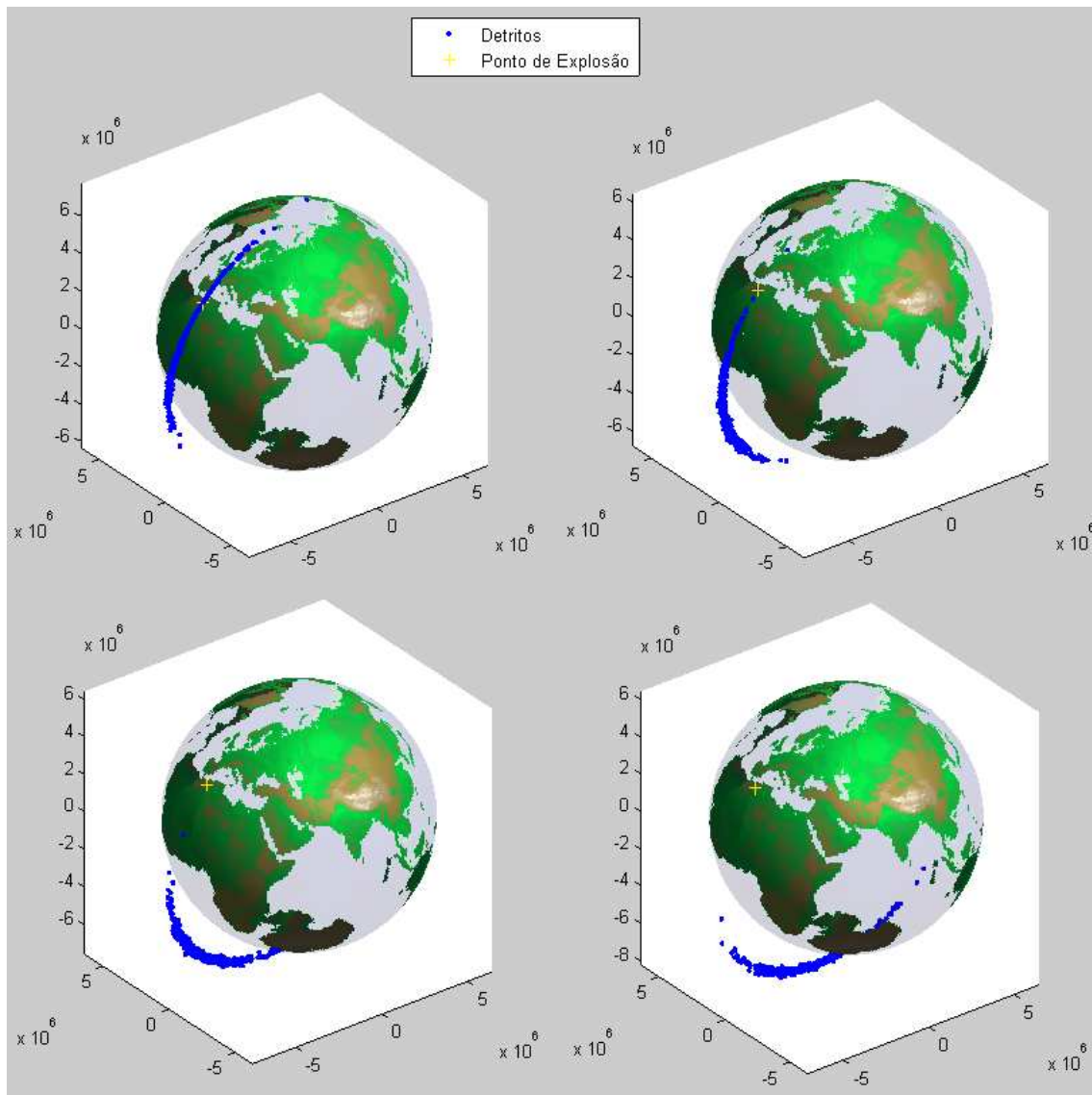


Figura A.64 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

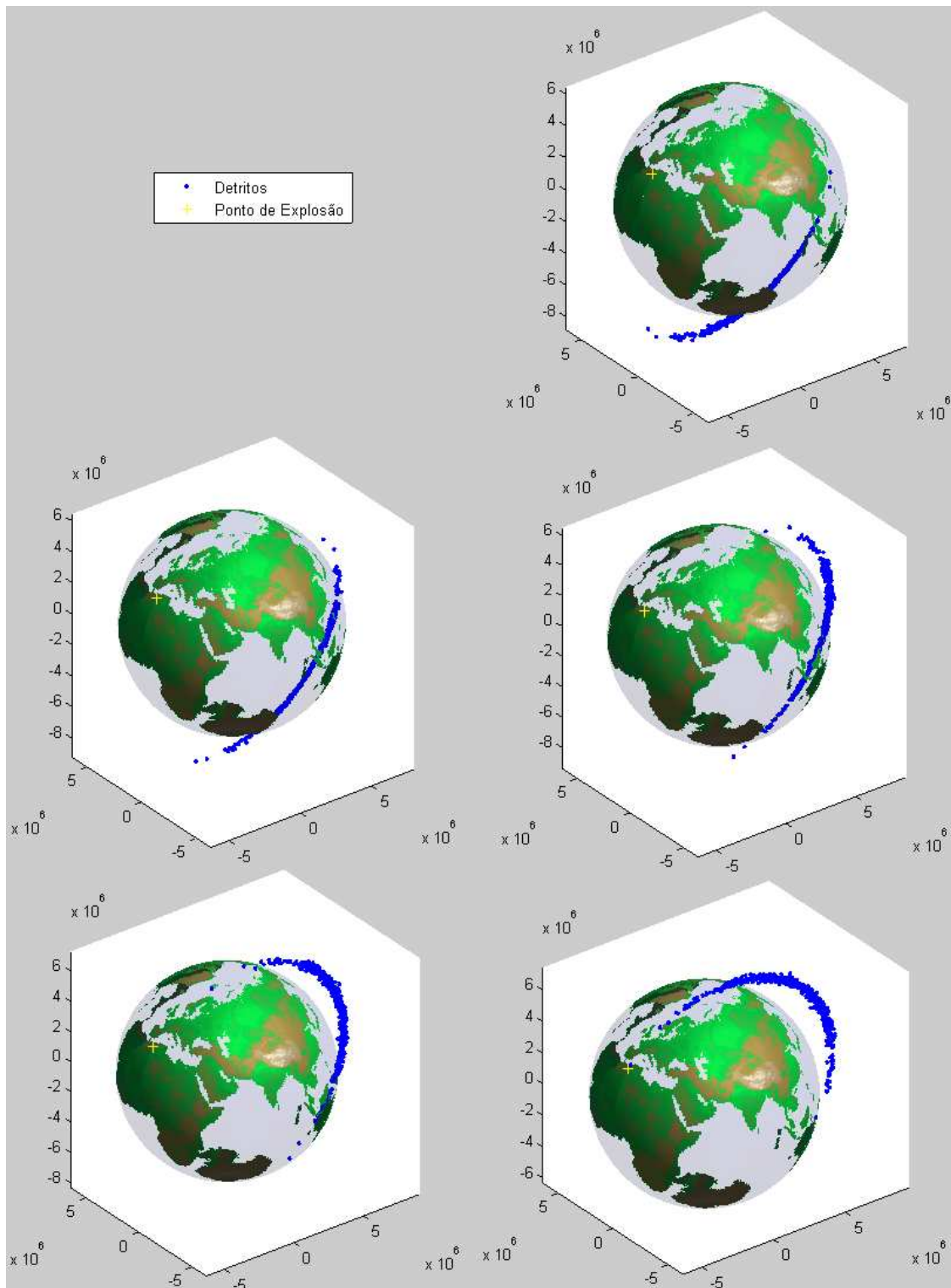


Figura A.65 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .



### **Simulação 6: Coeficiente de Restituição = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10<sup>3</sup>

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos :2P<sub>sat</sub>

Número de Figuras :20

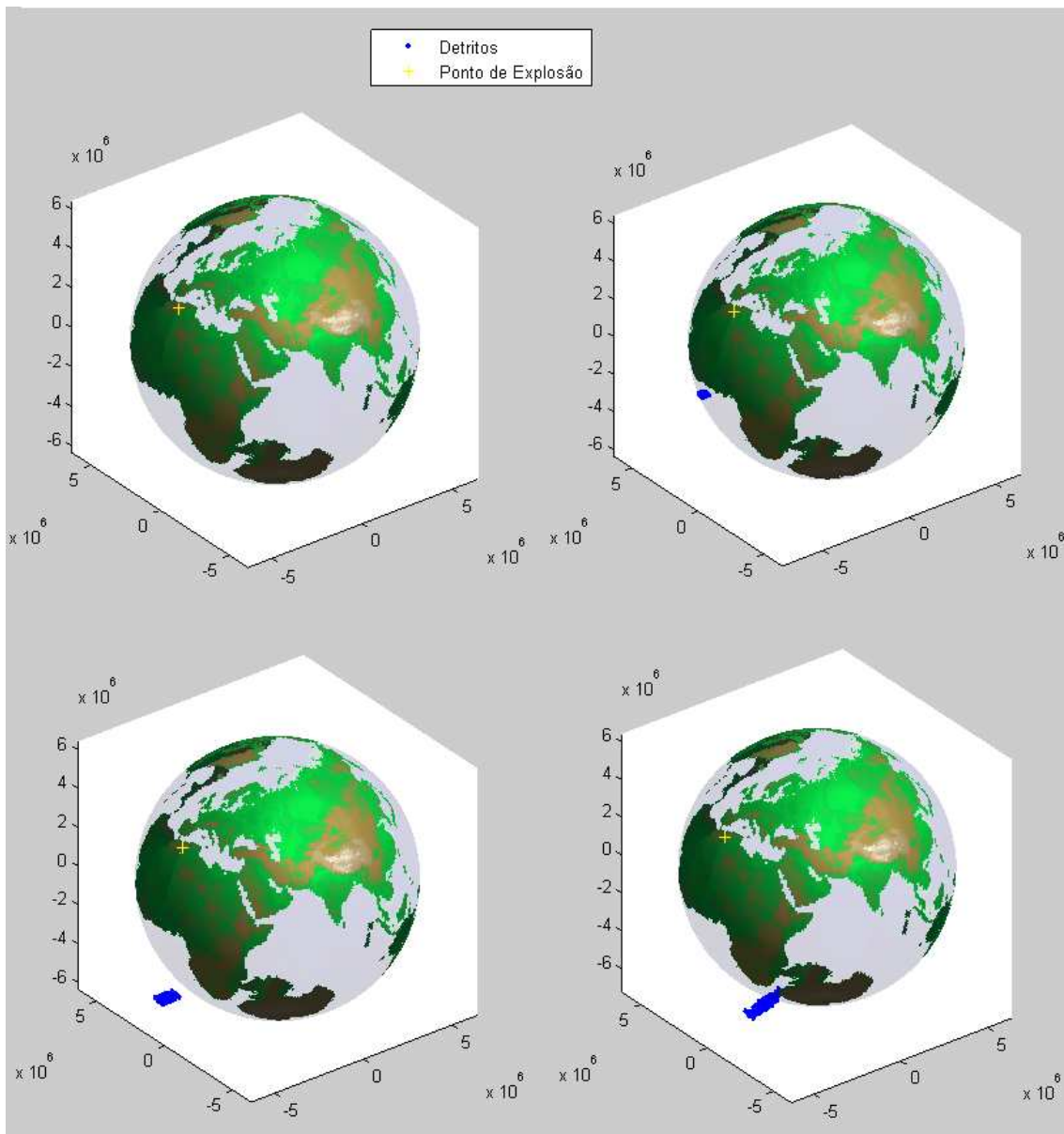


Figura A.66 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

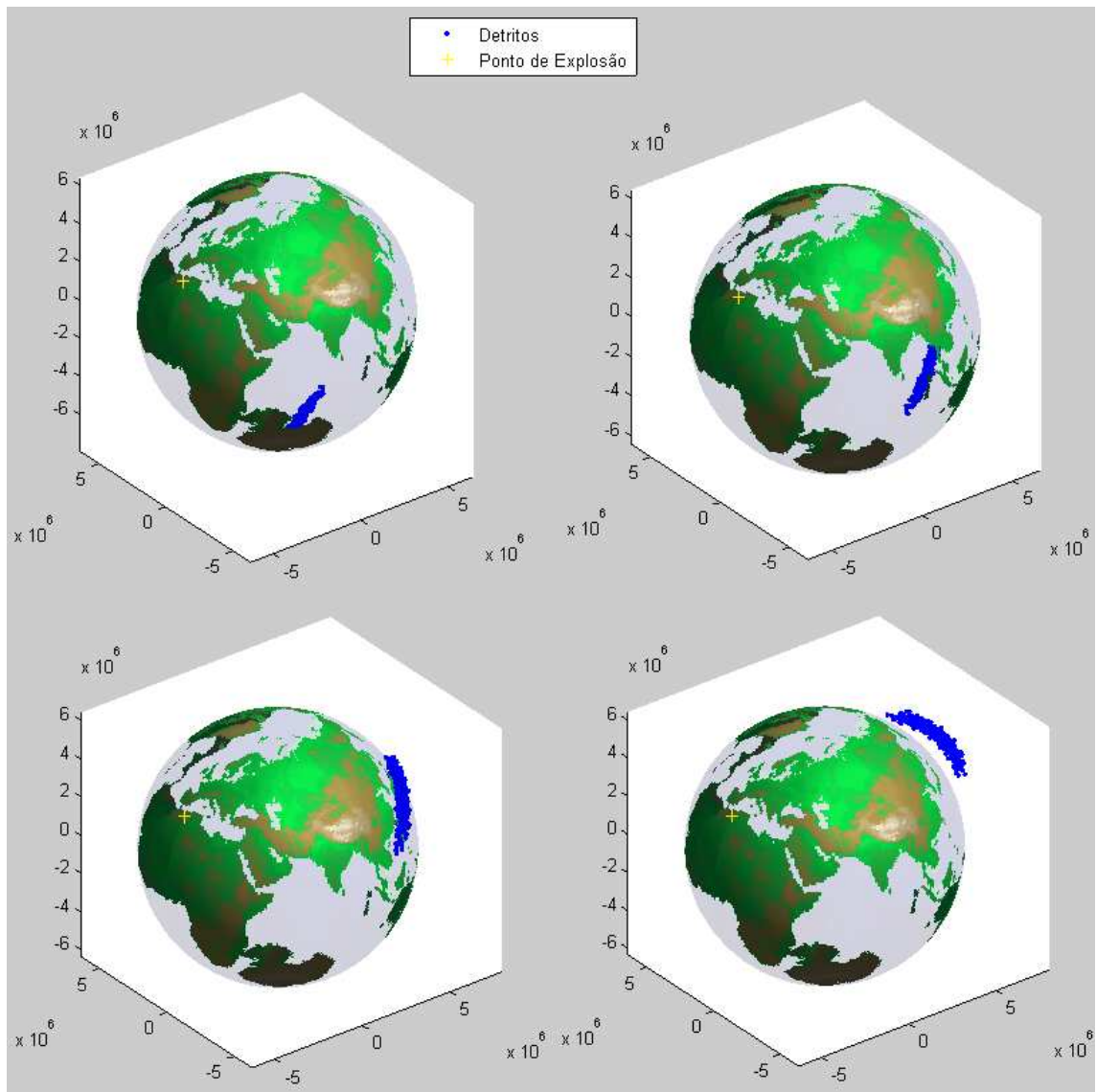


Figura A.67 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100 \text{ m/s}$  nos instantes  $0,4P_{\text{sat}}$ ,  $0,5P_{\text{sat}}$ ,  $0,6P_{\text{sat}}$  e  $0,7P_{\text{sat}}$ .

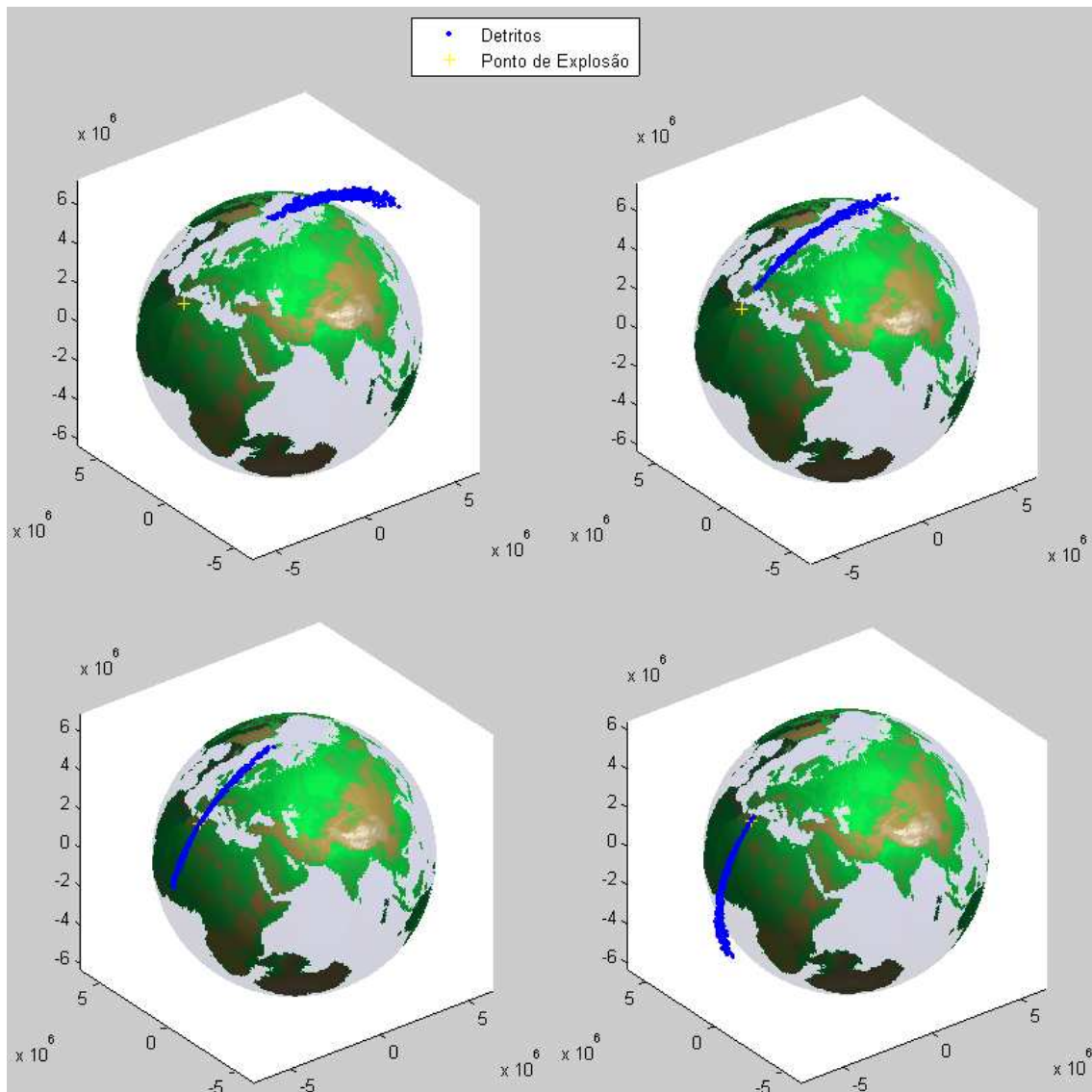


Figura A.68 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

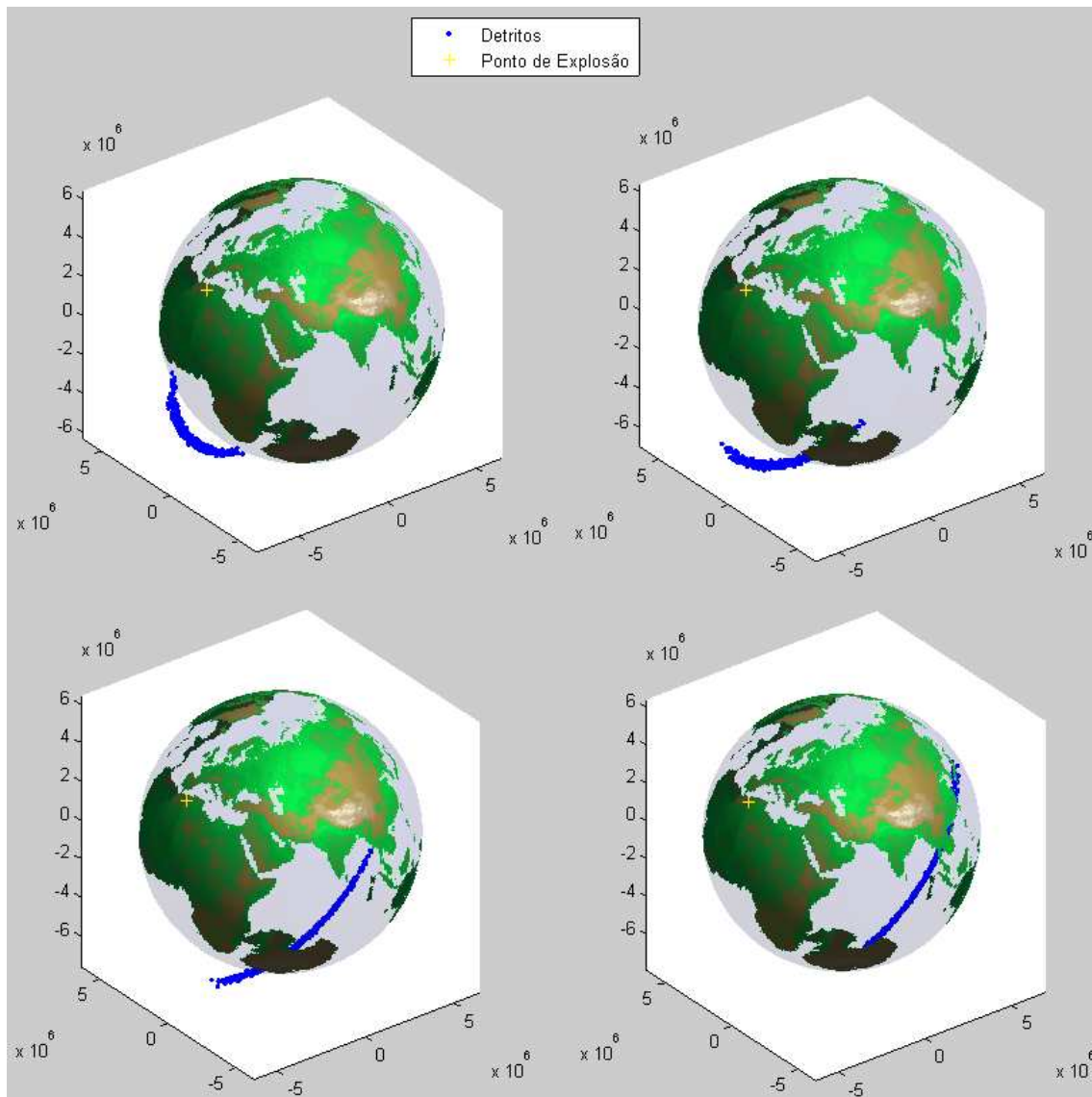


Figura A.69 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

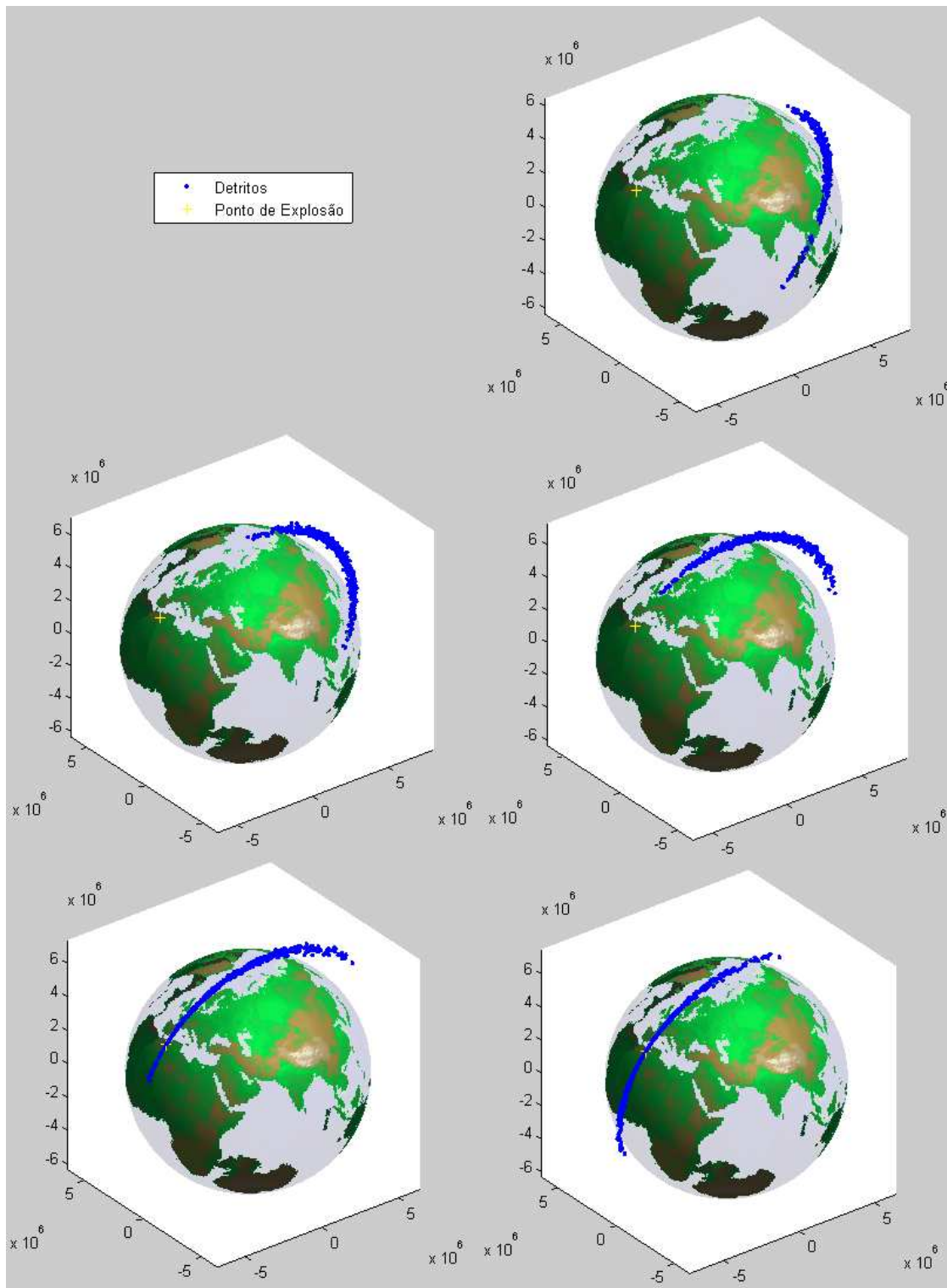


Figura A.70 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 7: Coeficiente de Restituição = 1, Coeficiente de Cisalhamento = 1 e  $\sigma_v = 100$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

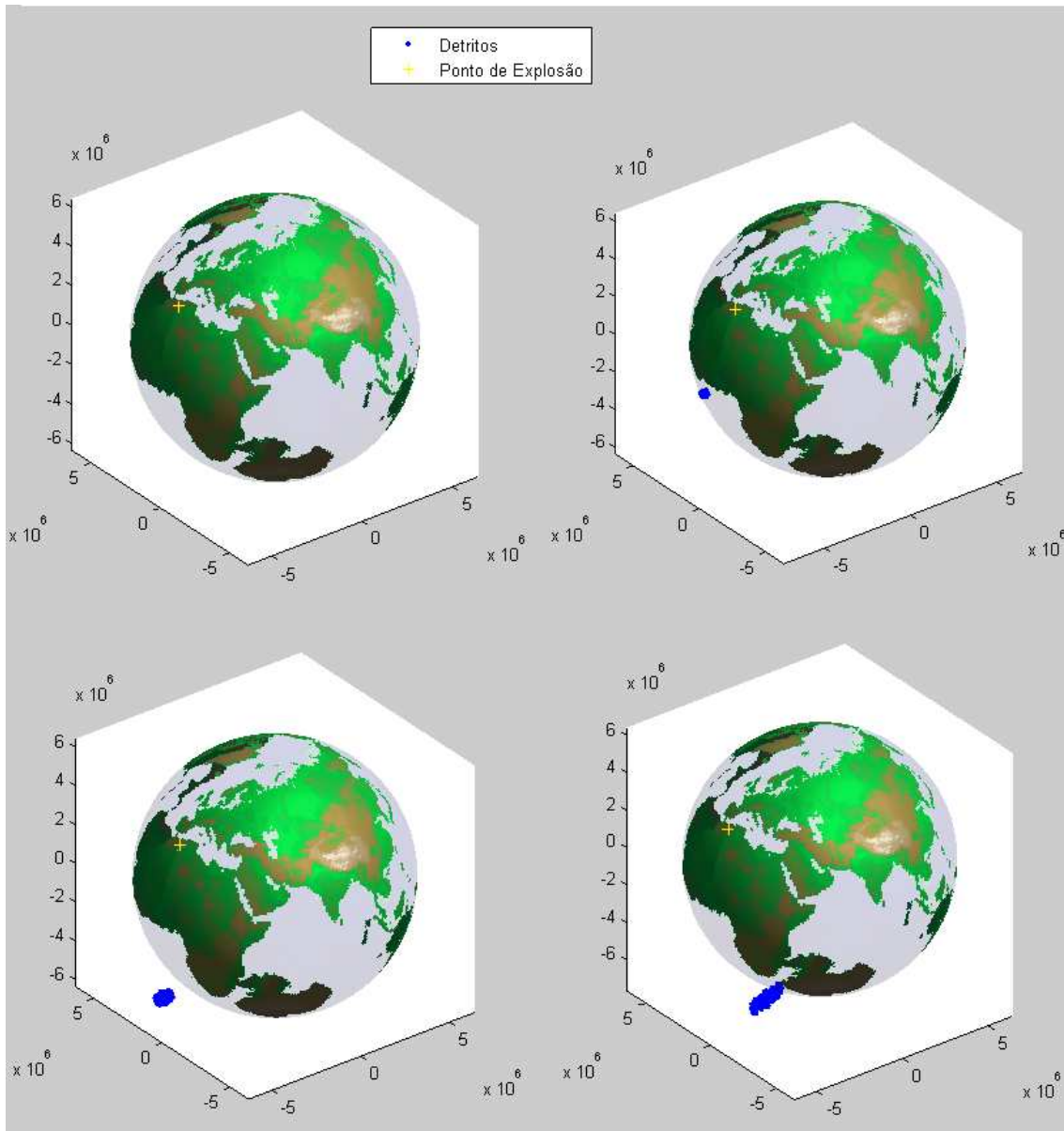


Figura A.71 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .



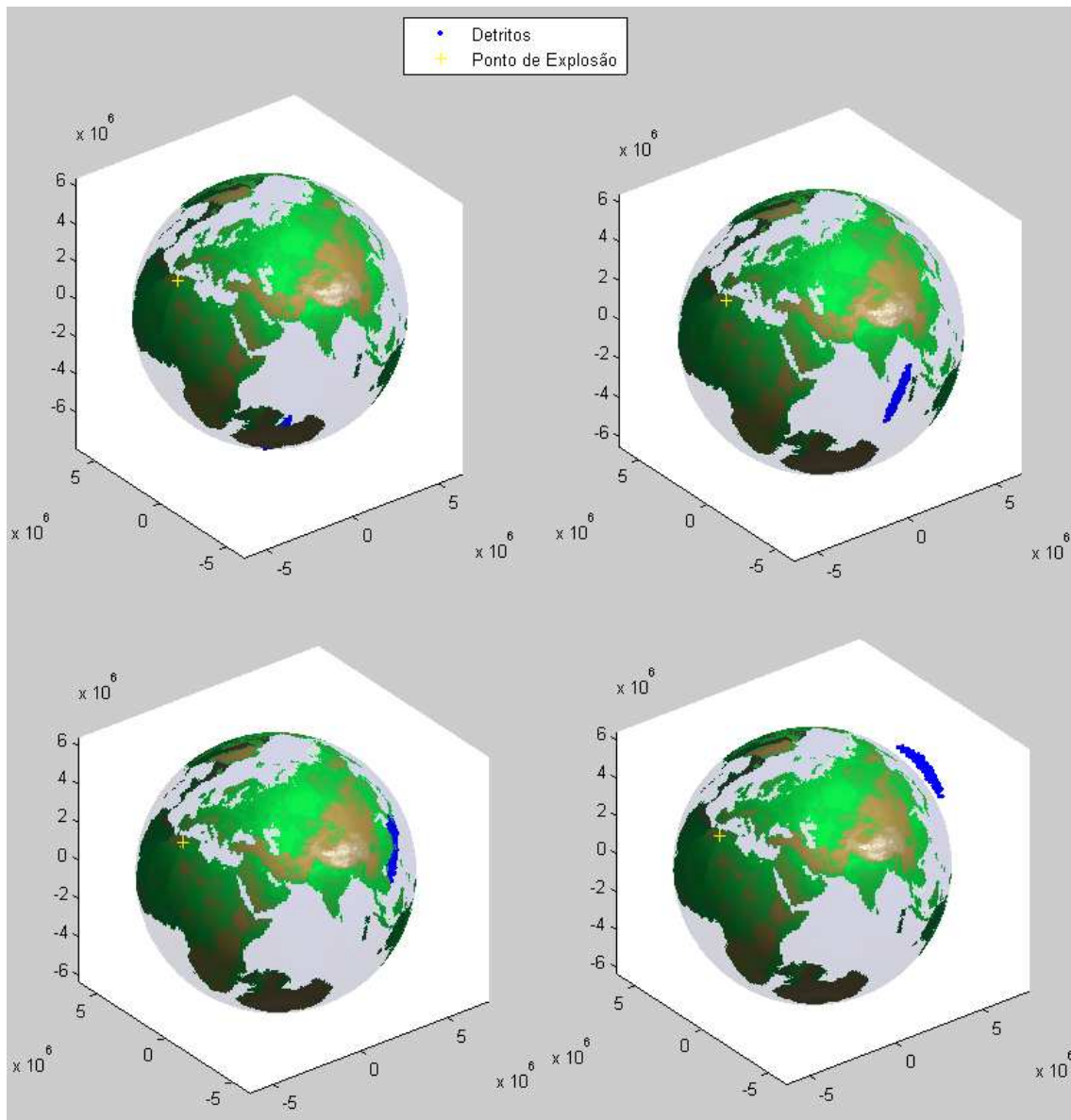


Figura A.72 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

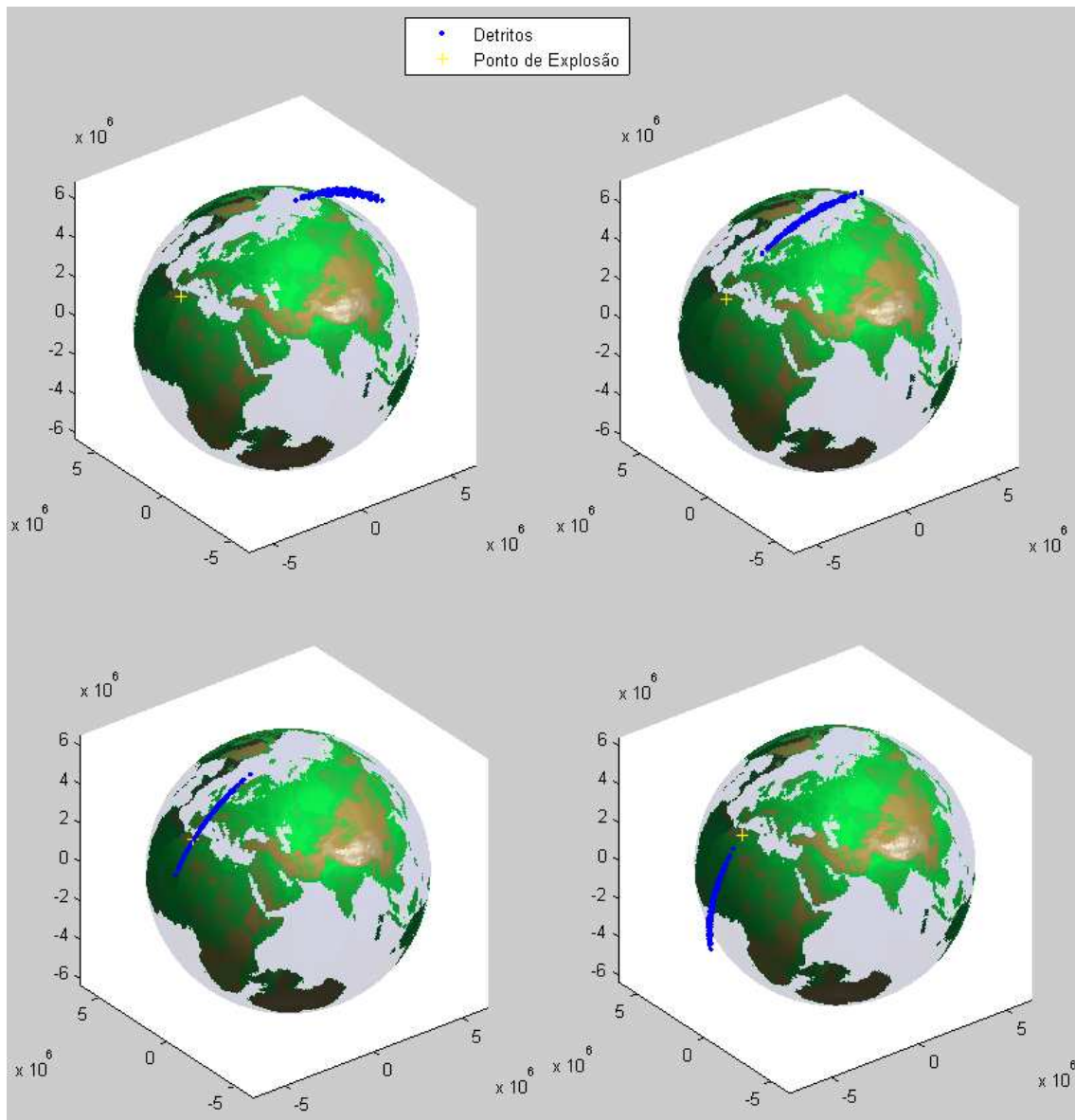


Figura A.73 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

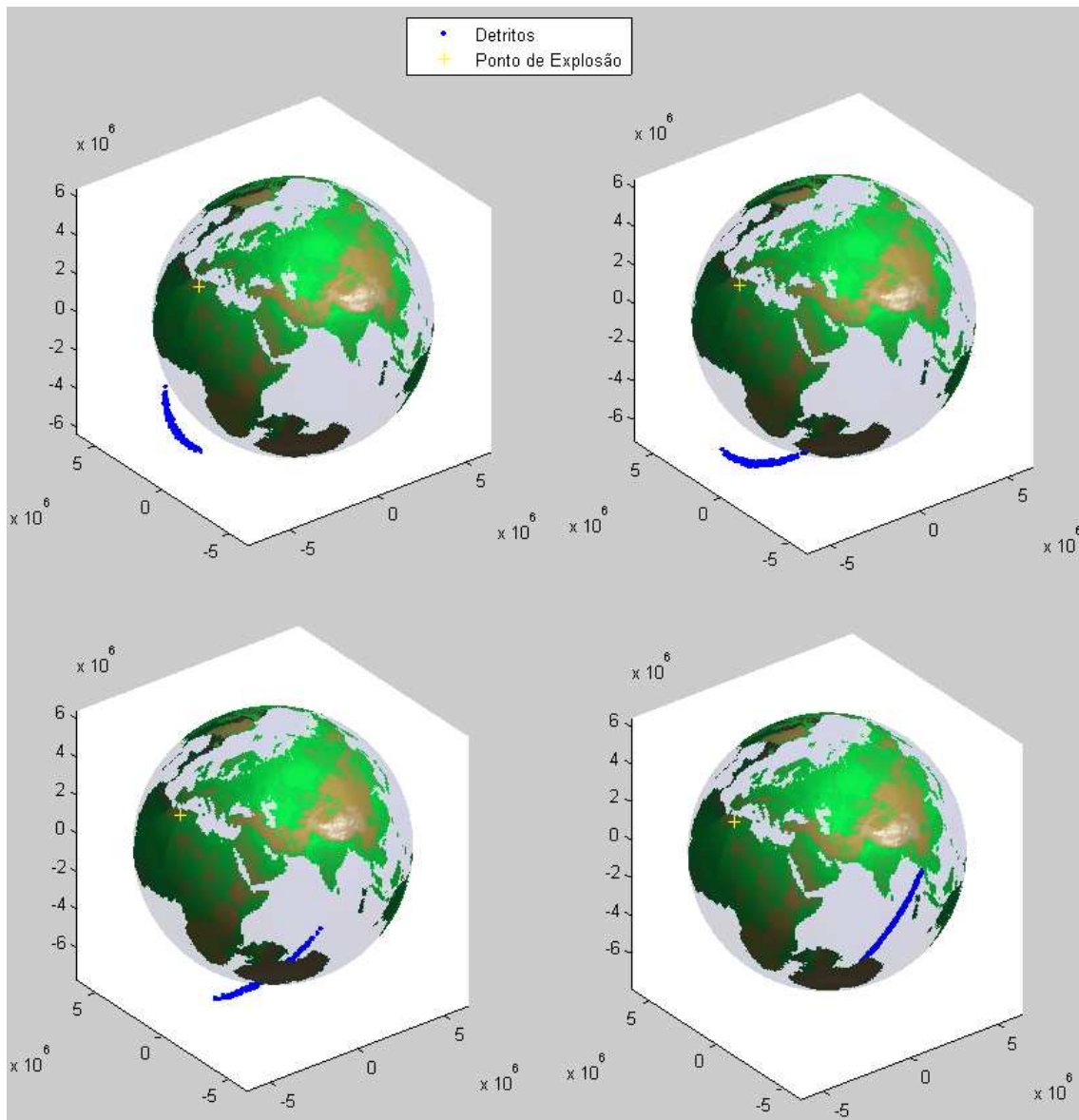


Figura A.74 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

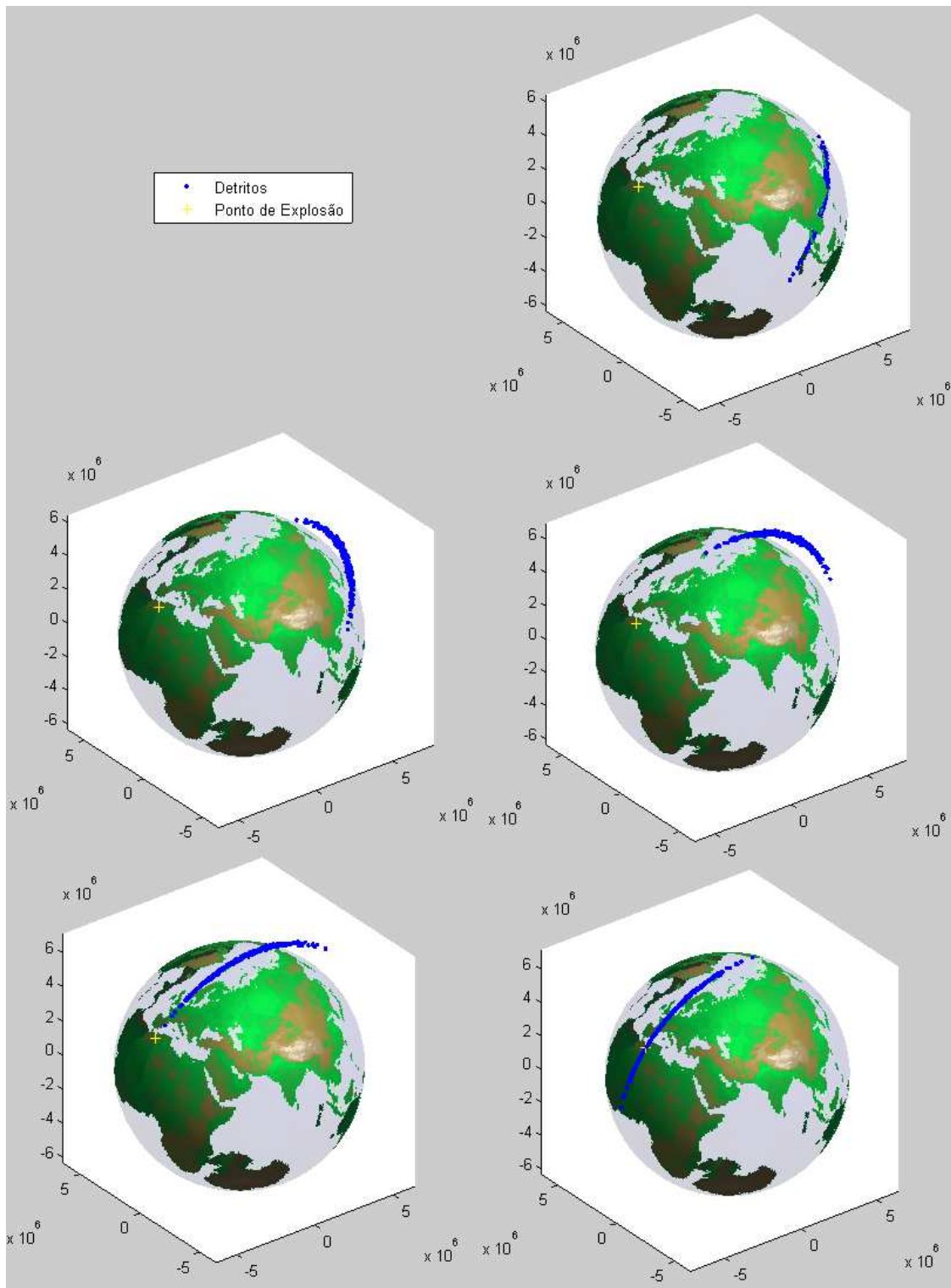


Figura A.75 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 8: Coeficiente de Restituição = 0,5, Coeficiente de Cisalhamento = 0,5 e  $\sigma_v = 100$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 0.5

Órbita Possível - Satélite 2 após o choque

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

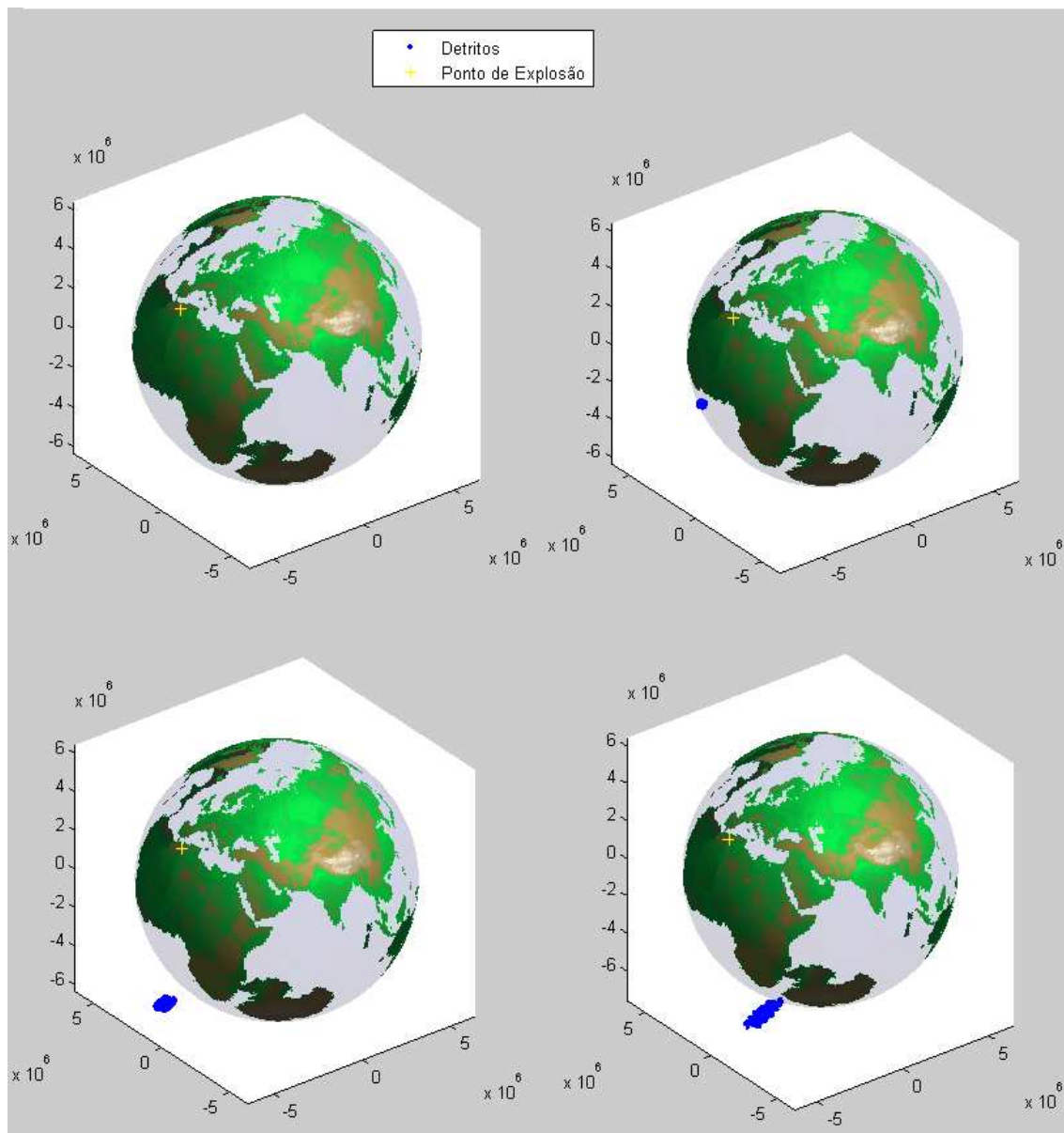


Figura A.76 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

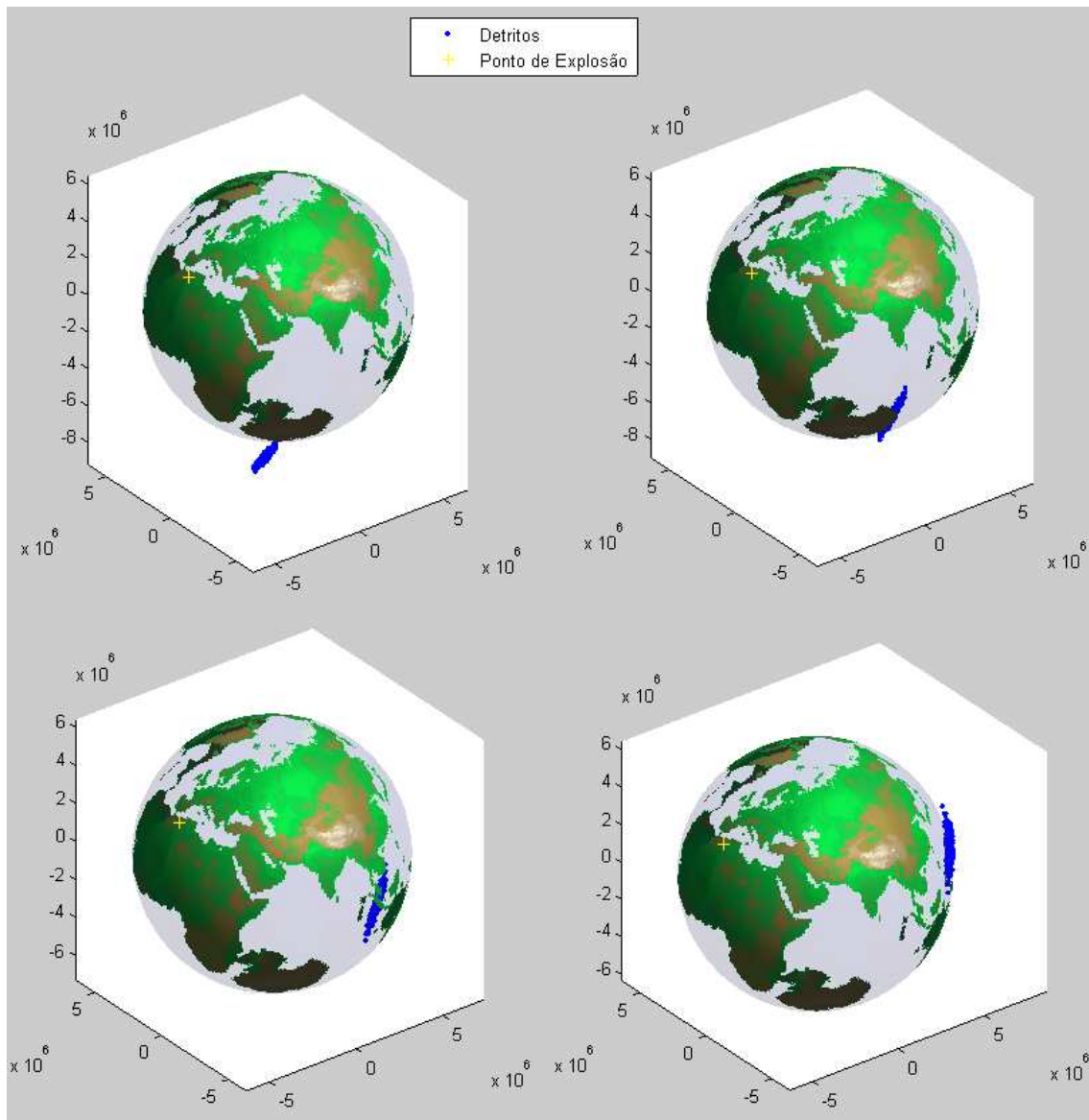


Figura A.77 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

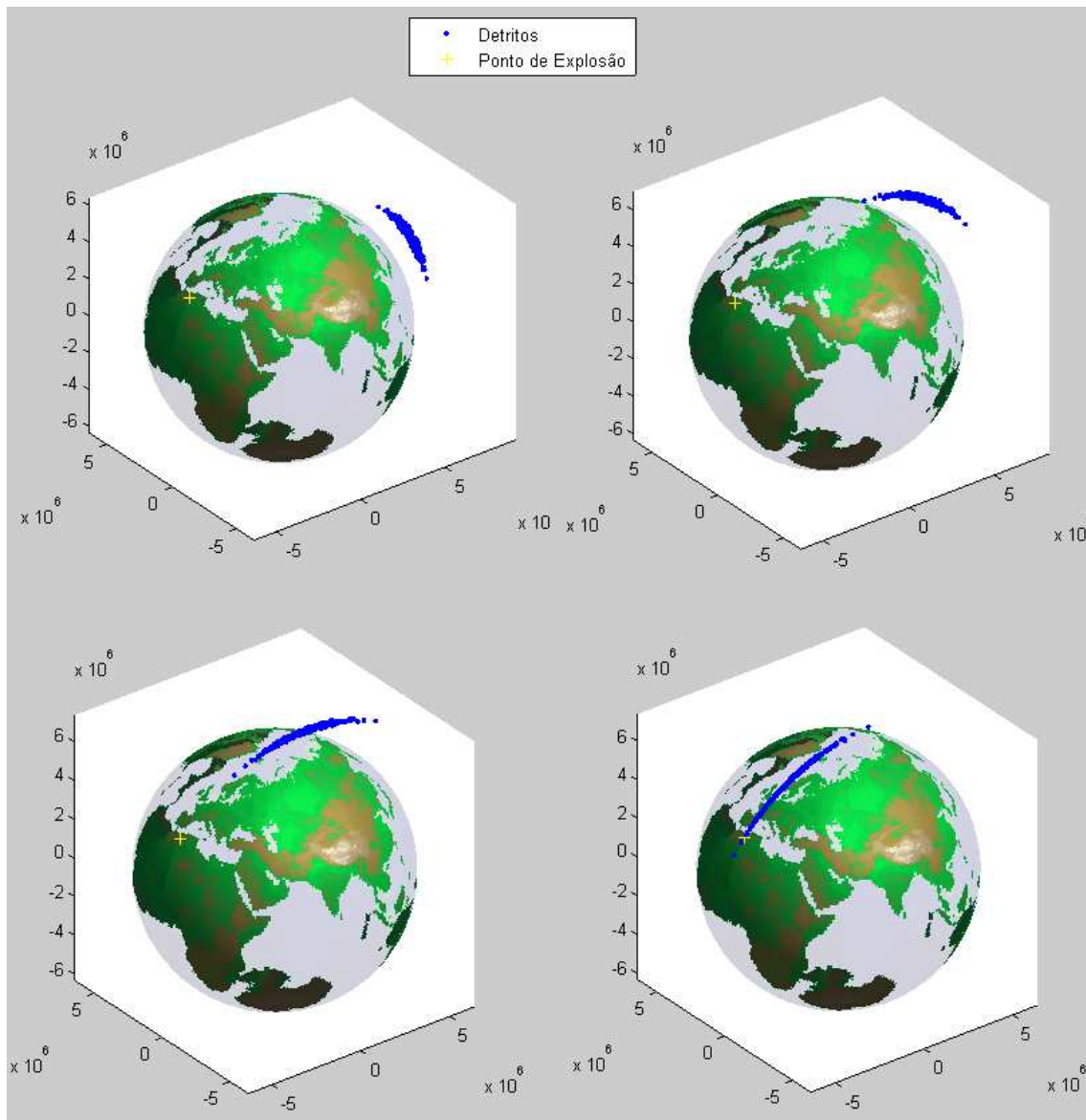


Figura A.78 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .



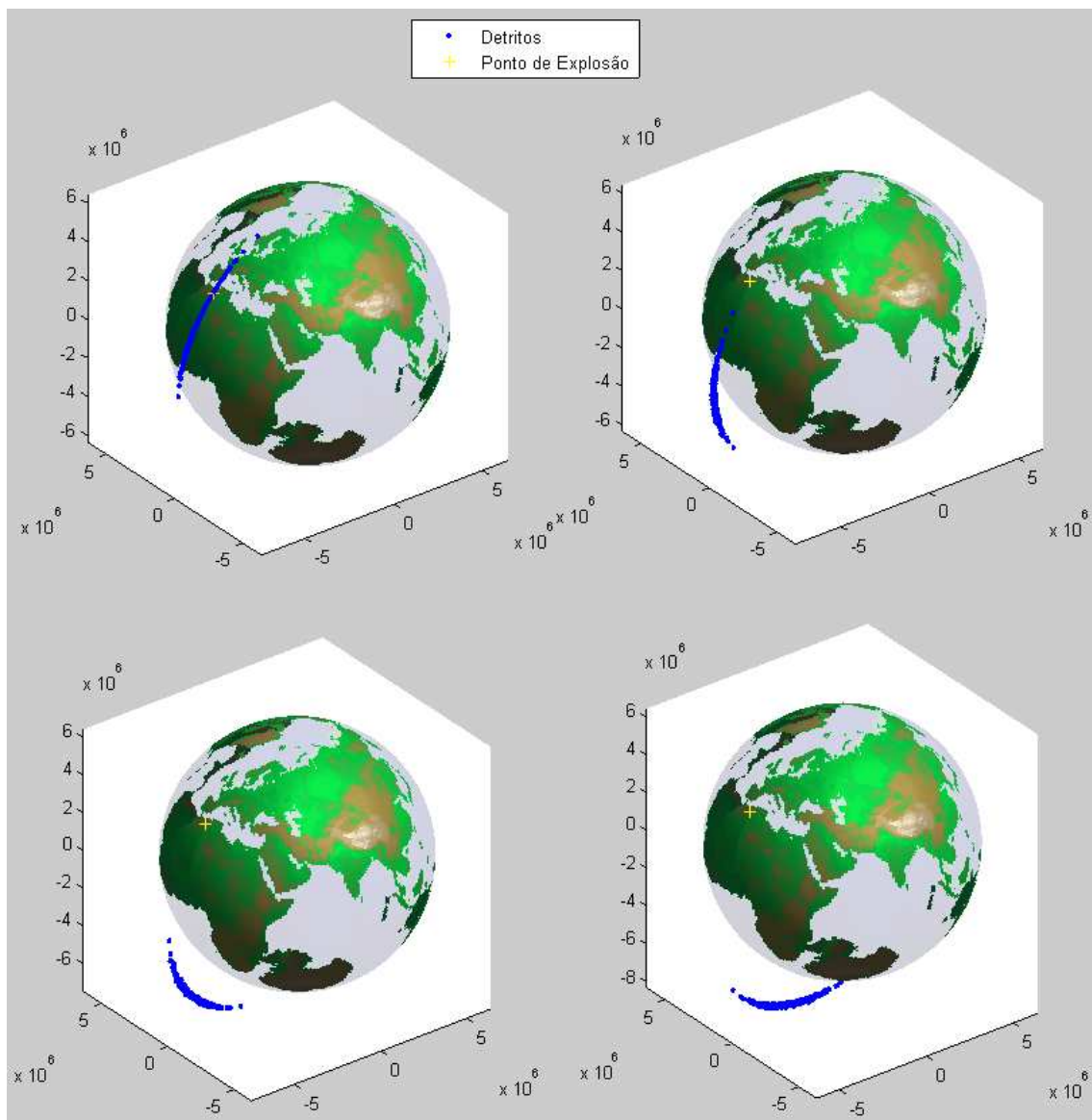


Figura A.79 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

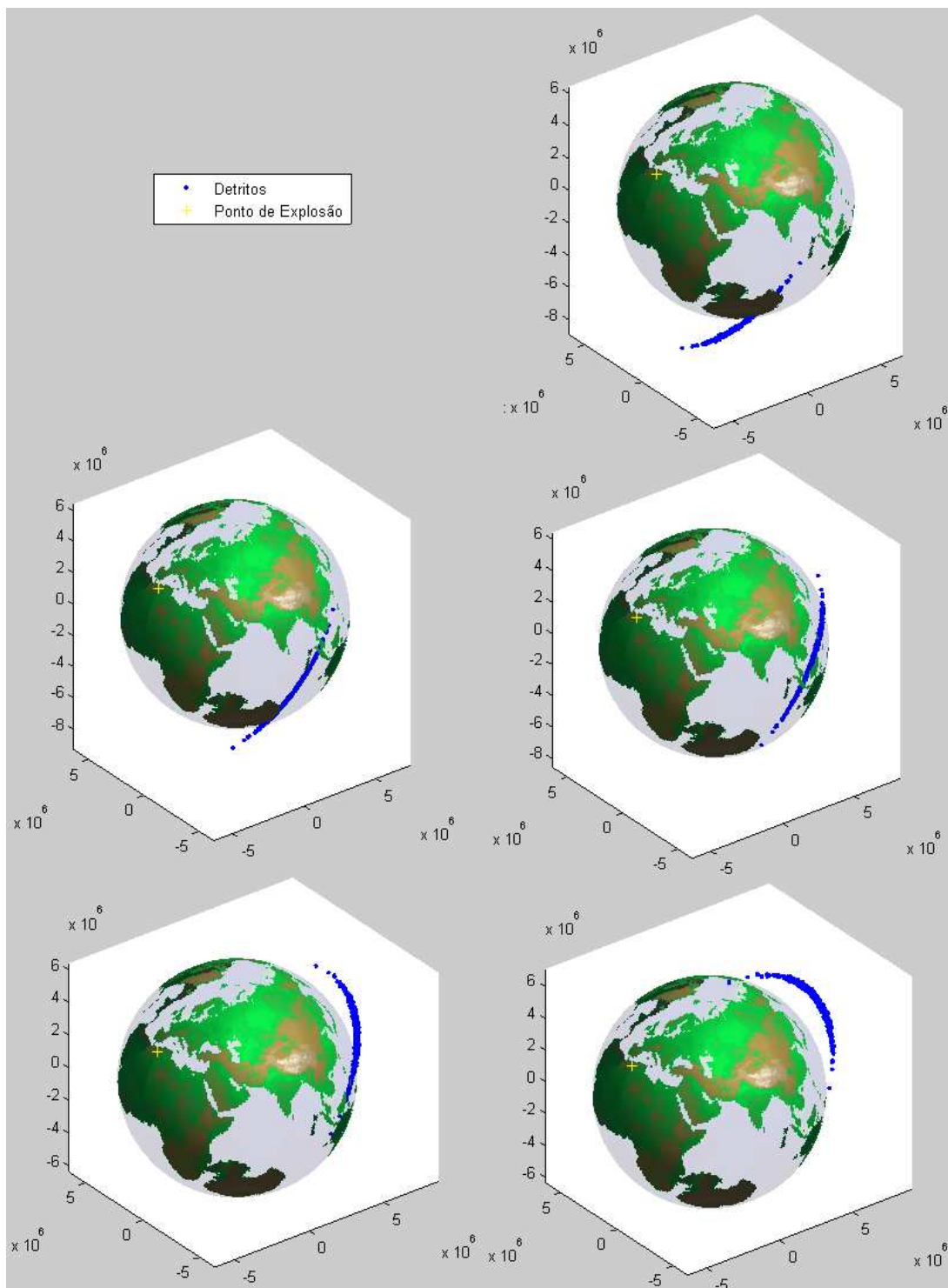


Figura A.80 – Distribuição de Detritos no 5º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**A.6. 6º Caso: Geração de Detritos Espaciais utilizando o Modelo Determinístico e Probabilístico de Colisão e o Método Analítico de Propagação de Detritos com o Campo Gravitacional Não Central (Não Kepleriano)**

**Simulação 1: Coeficiente de Restituição = 1 e  $\sigma_v = 50$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

$[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10_3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

$[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]$

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

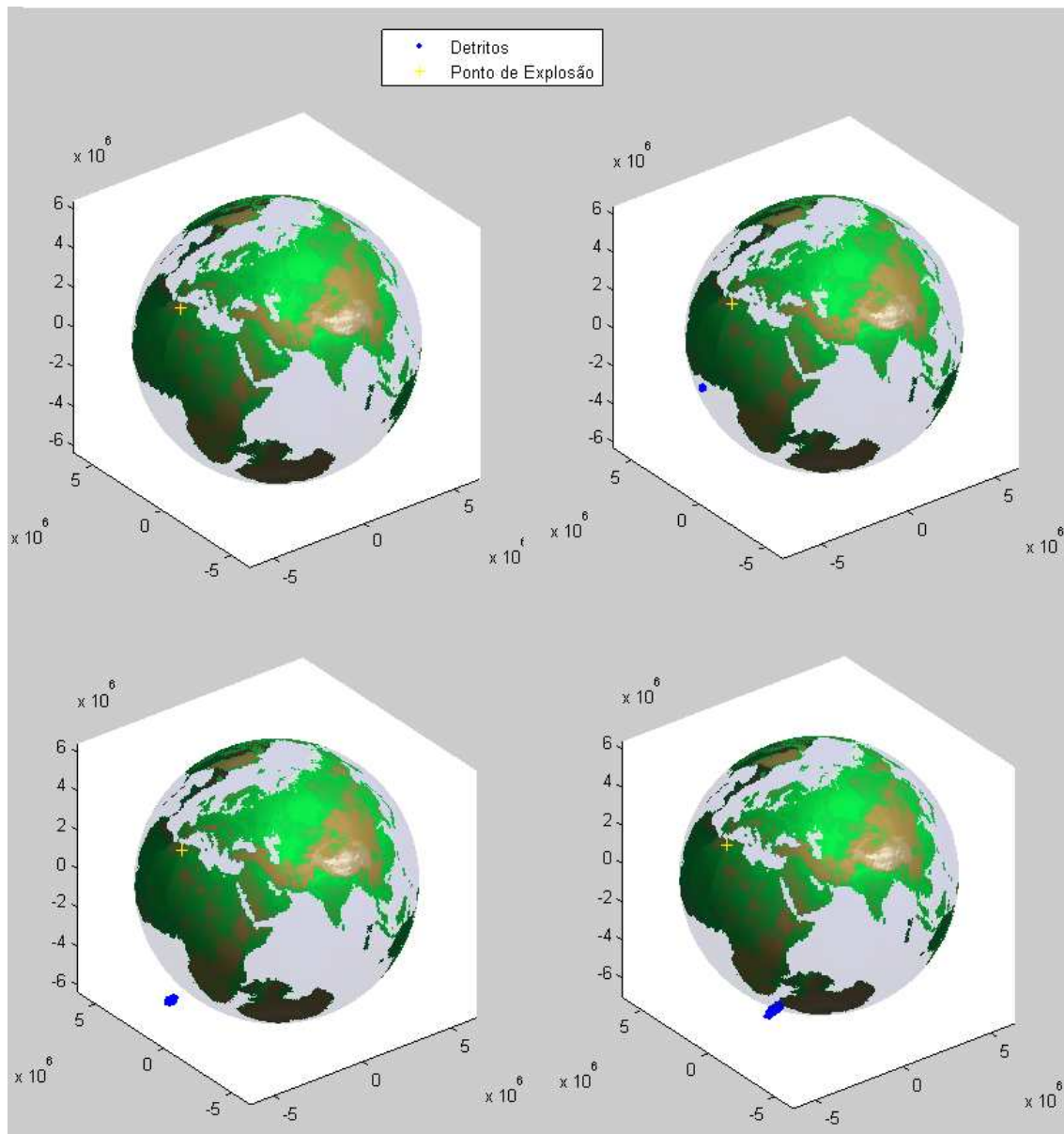


Figura A.81 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e

$\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{\text{sat}}, 0,2P_{\text{sat}}$  e  $0,3P_{\text{sat}}$ .

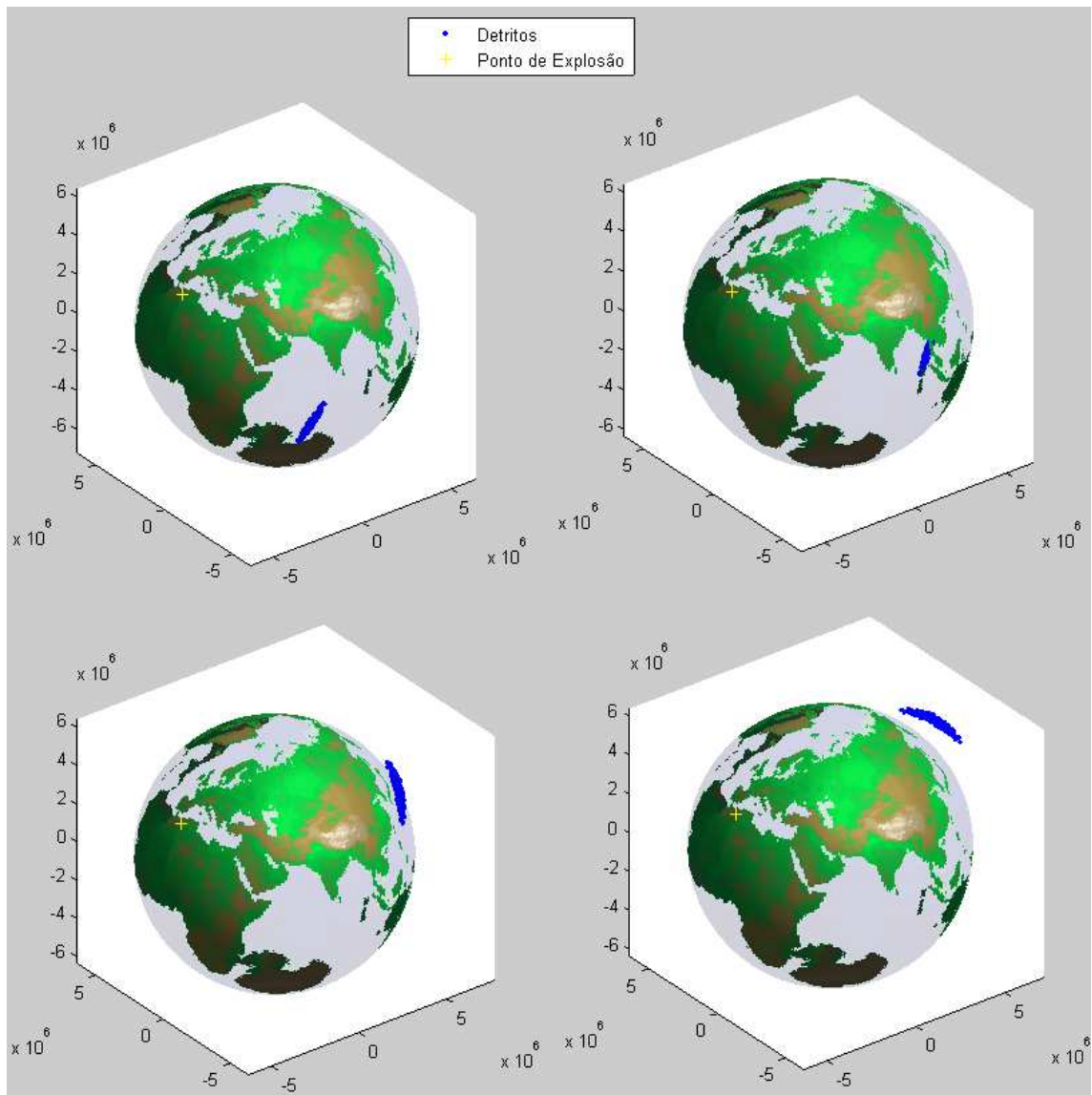


Figura A.82 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

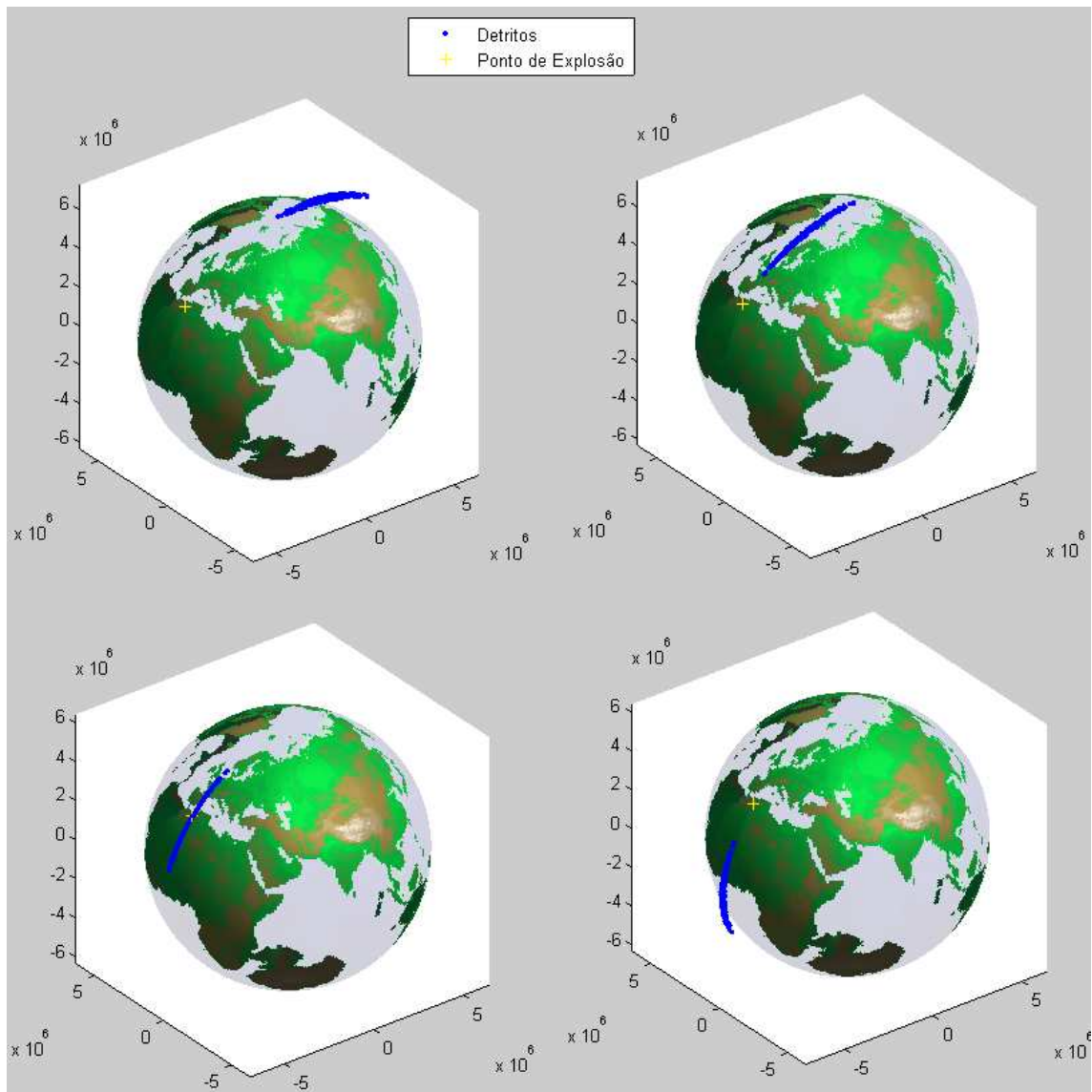


Figura A.83 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

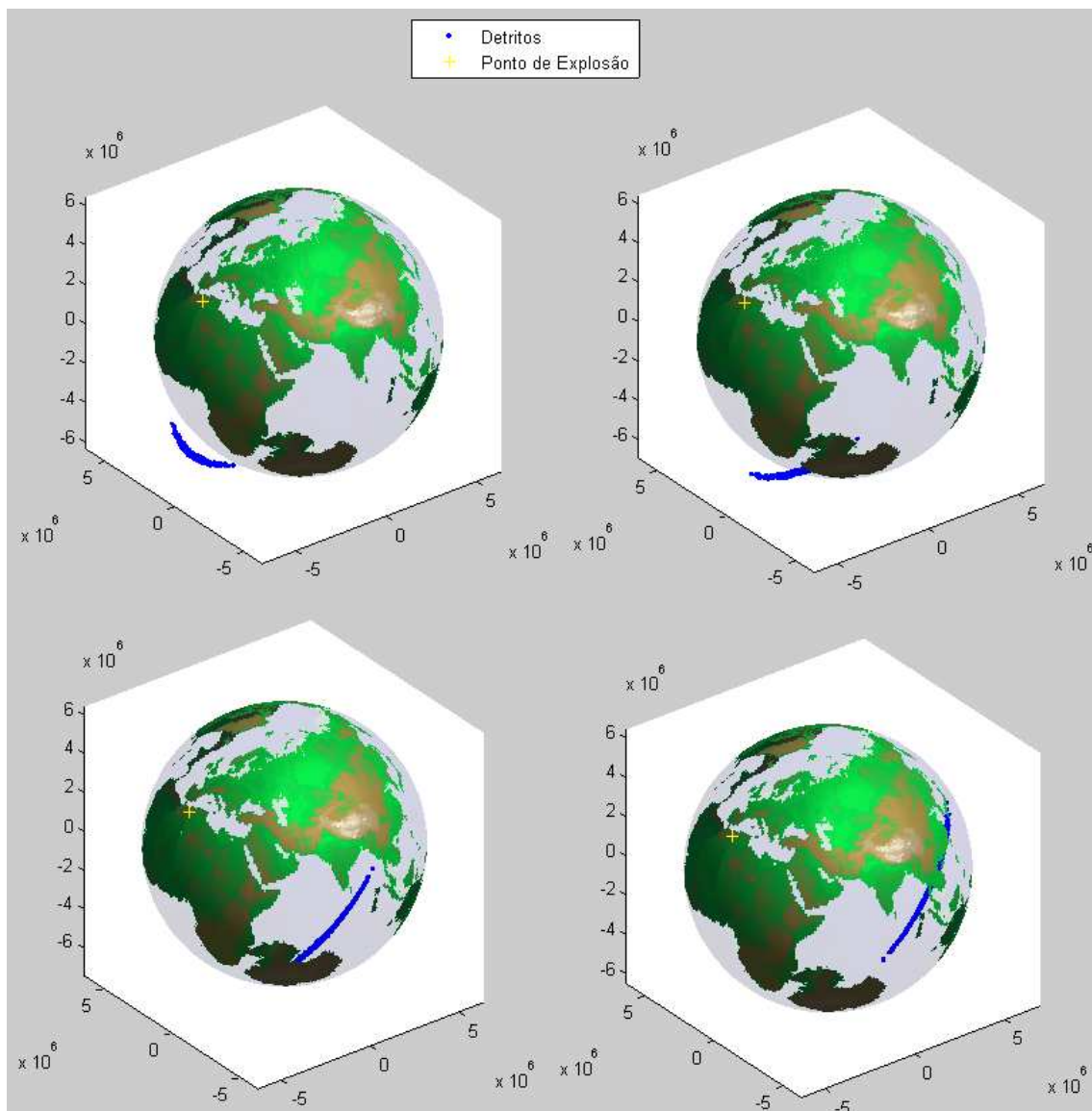


Figura A.84 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{\text{sat}}$ ,  $1,3P_{\text{sat}}$ ,  $1,4P_{\text{sat}}$  e  $1,5P_{\text{sat}}$ .

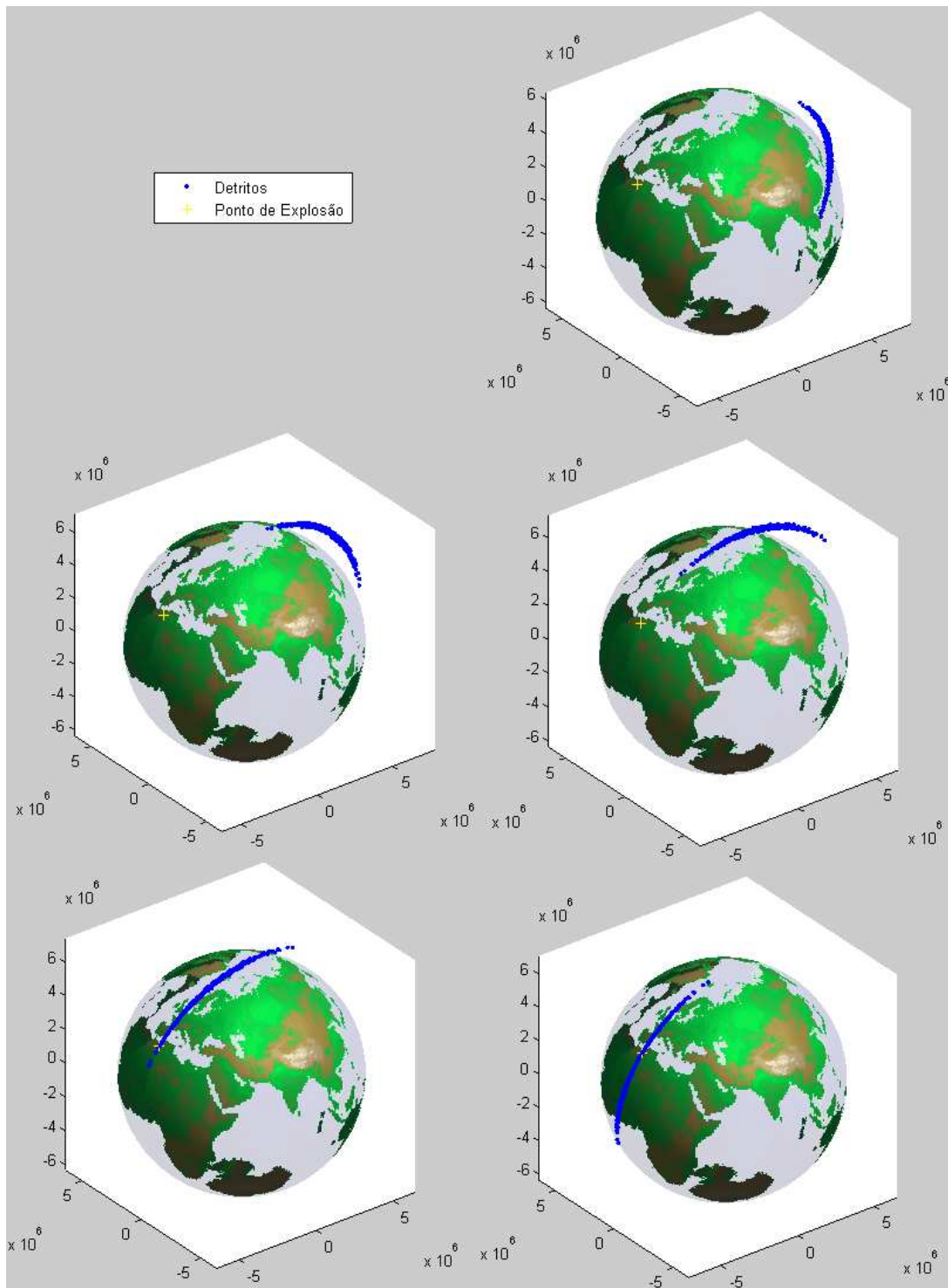


Figura A.85 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .



## Simulação 2: Coeficiente de Restituição = 0,5 e $\sigma_v = 50$ m/s

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]\*10<sup>3</sup>

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

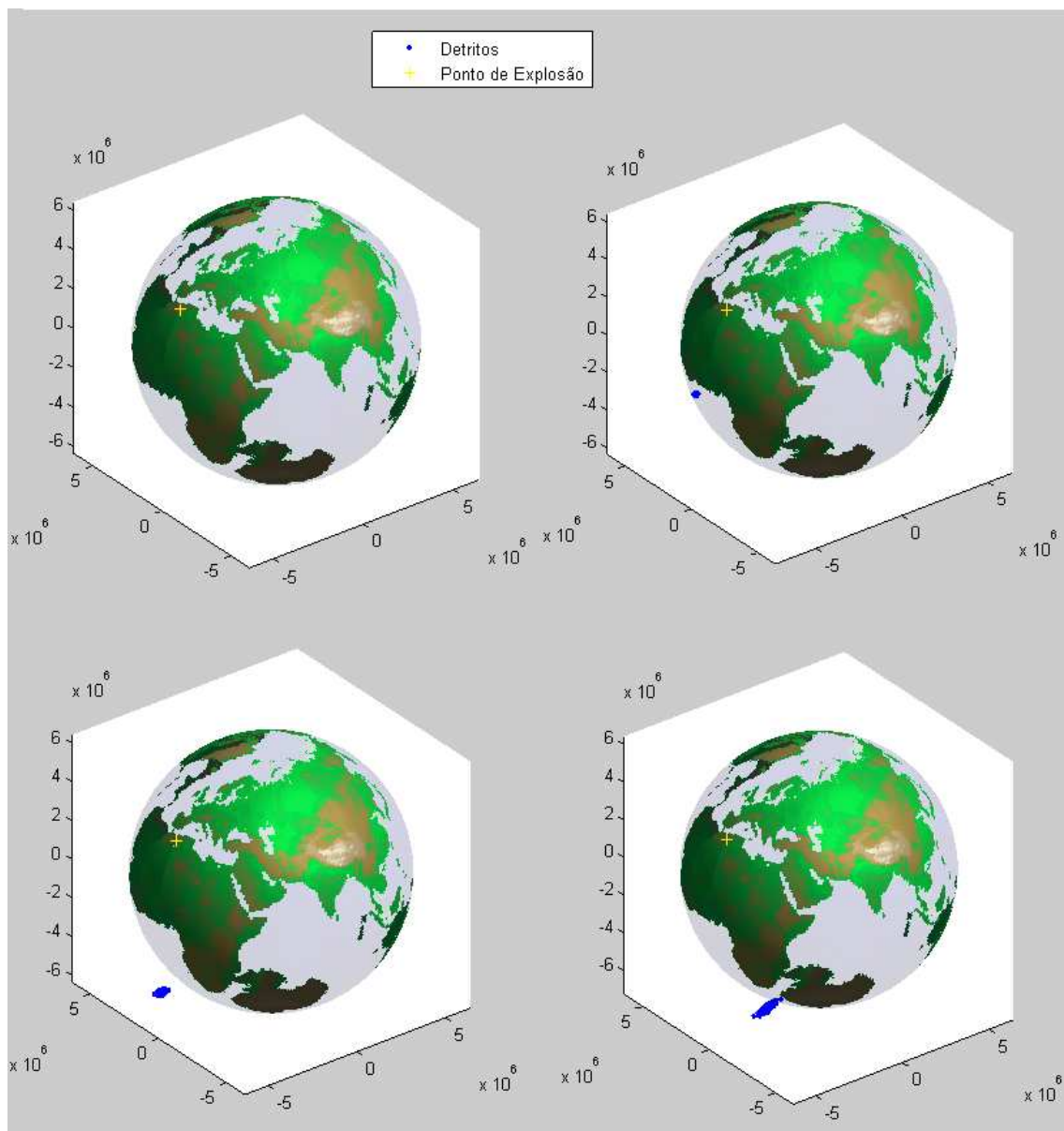


Figura A.86 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

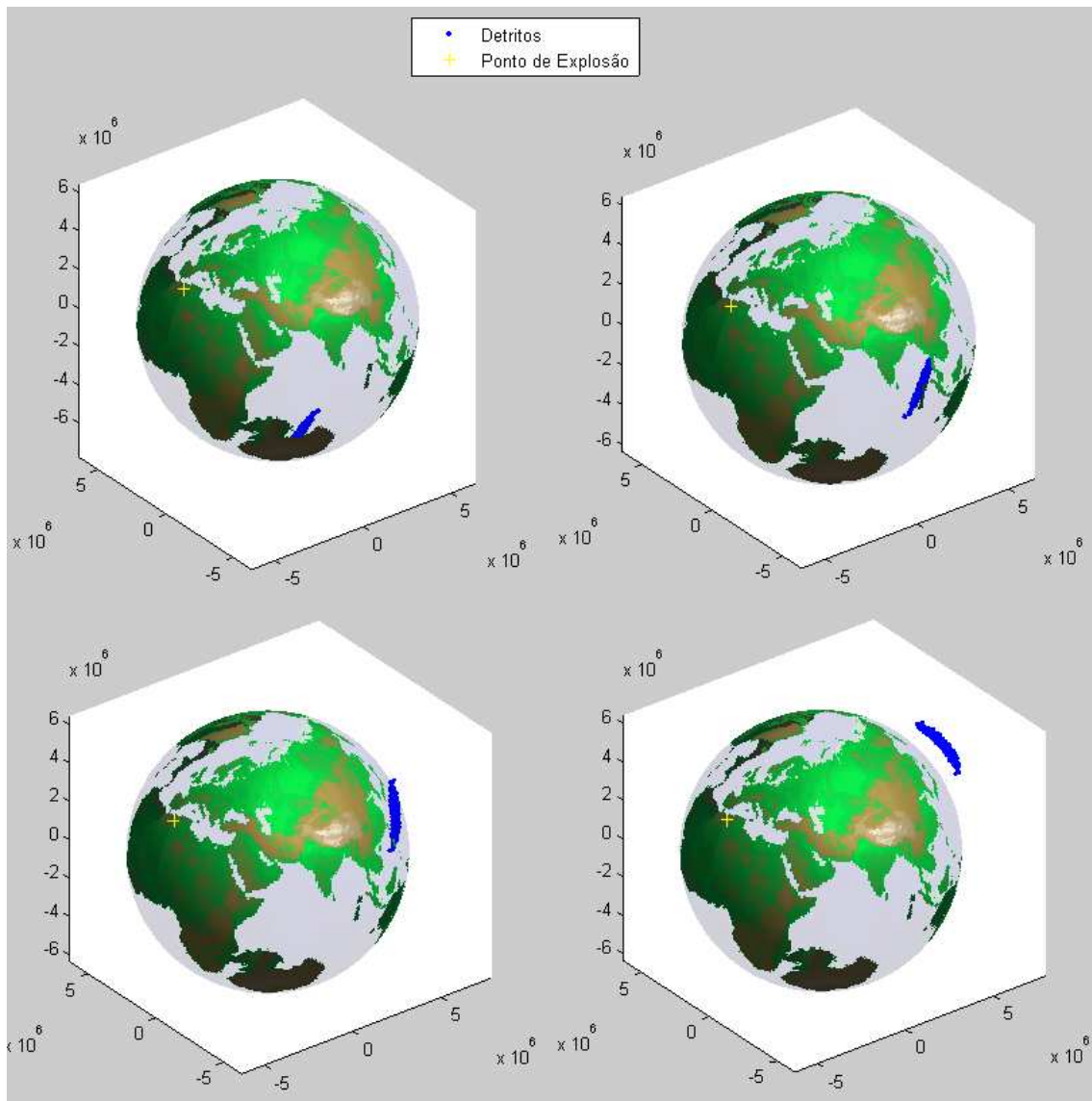


Figura A.87 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

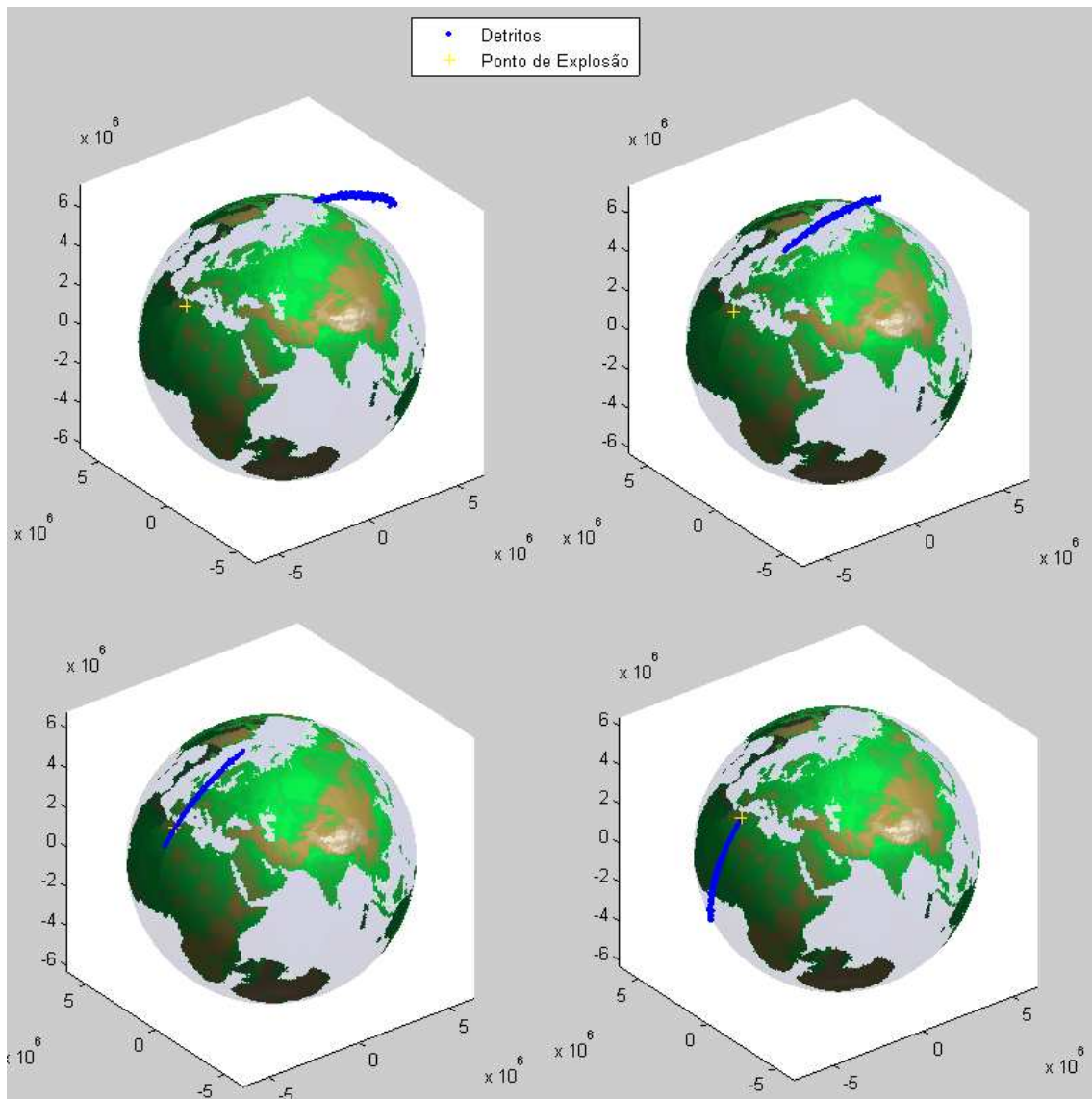


Figura A.88 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

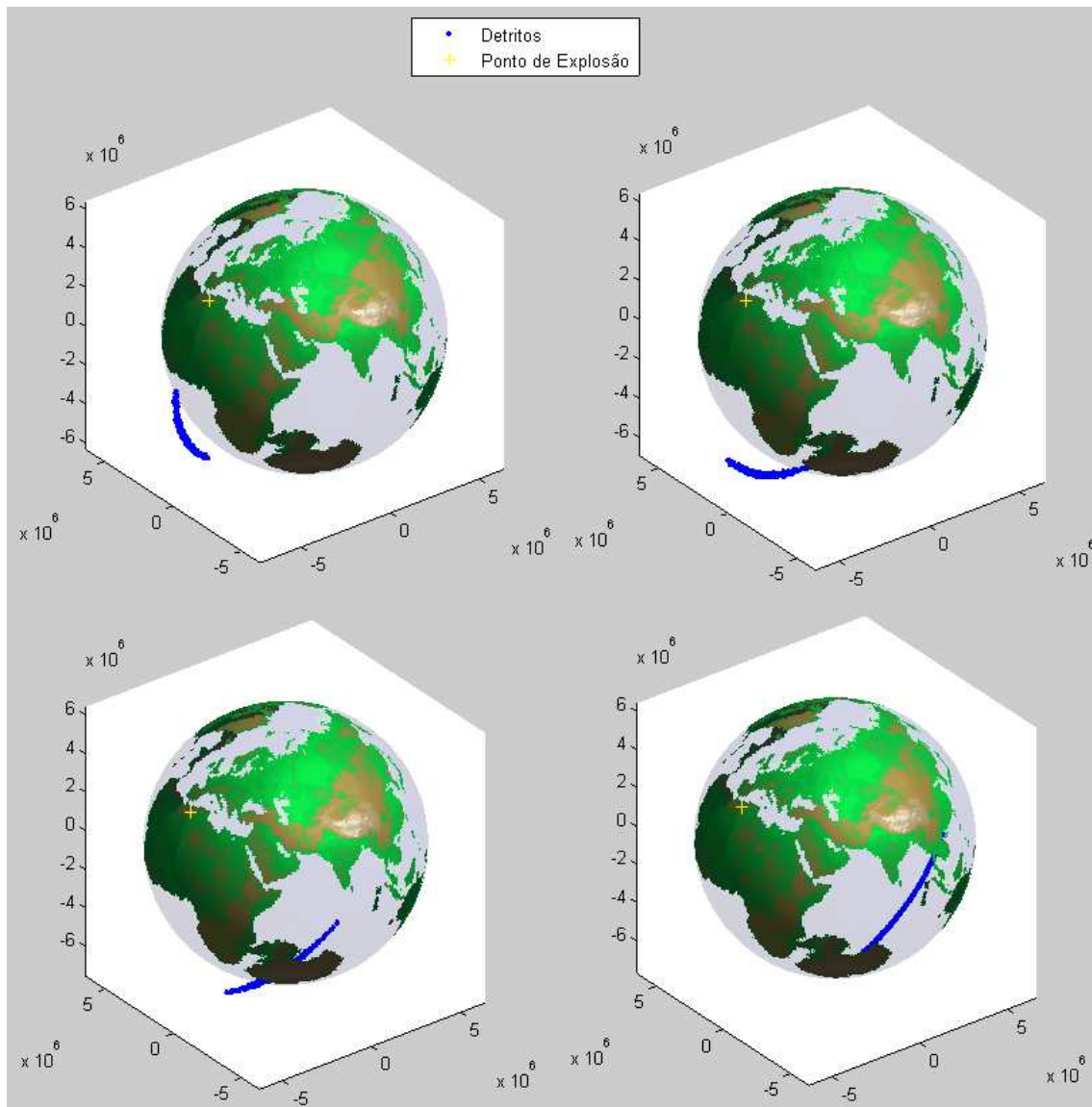


Figura A.89 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

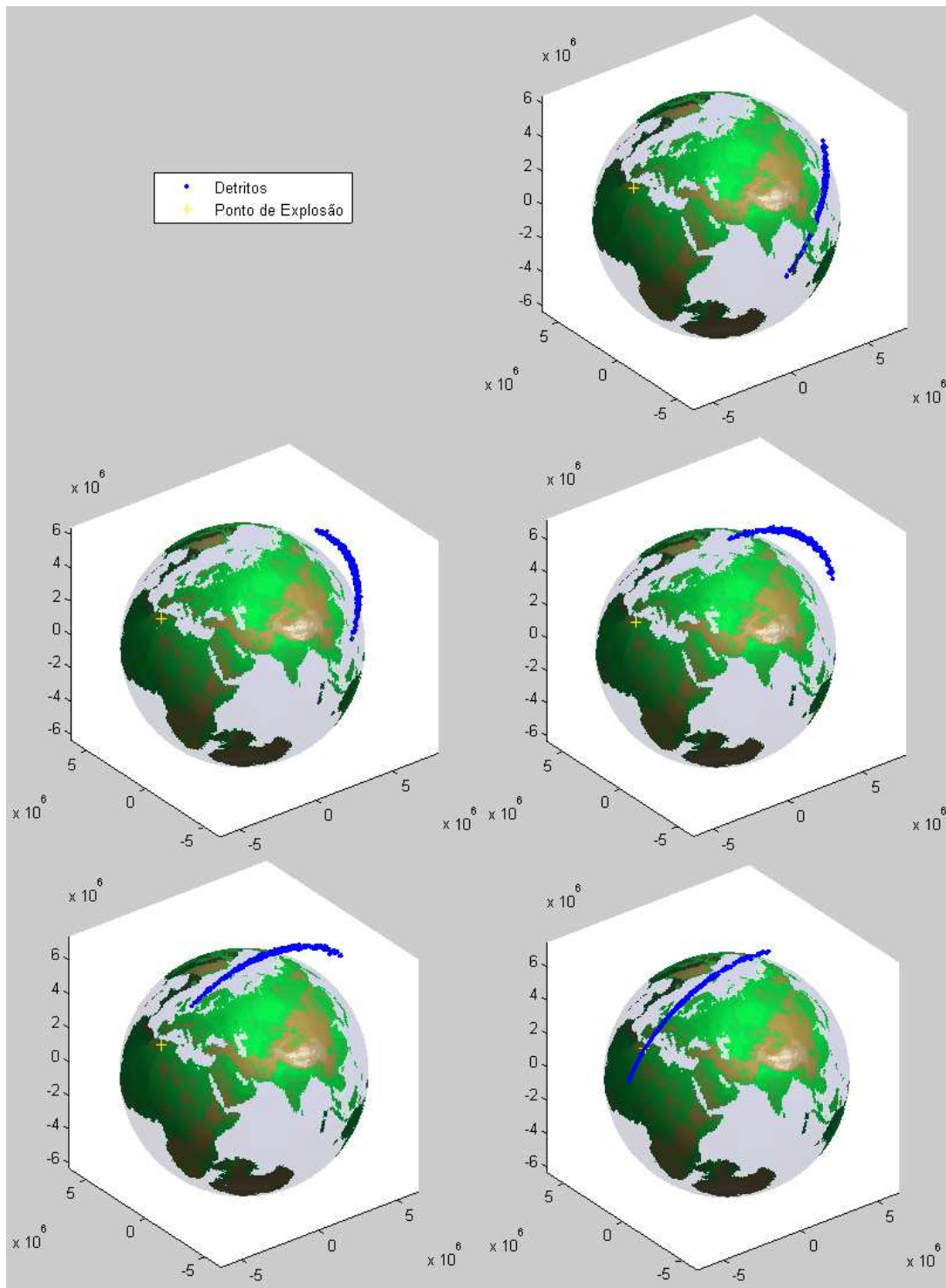


Figura A.90 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 3: Coeficiente de Restituição = 1, Coeficiente de Cisalhamento = 1 e  $\sigma_v = 50$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

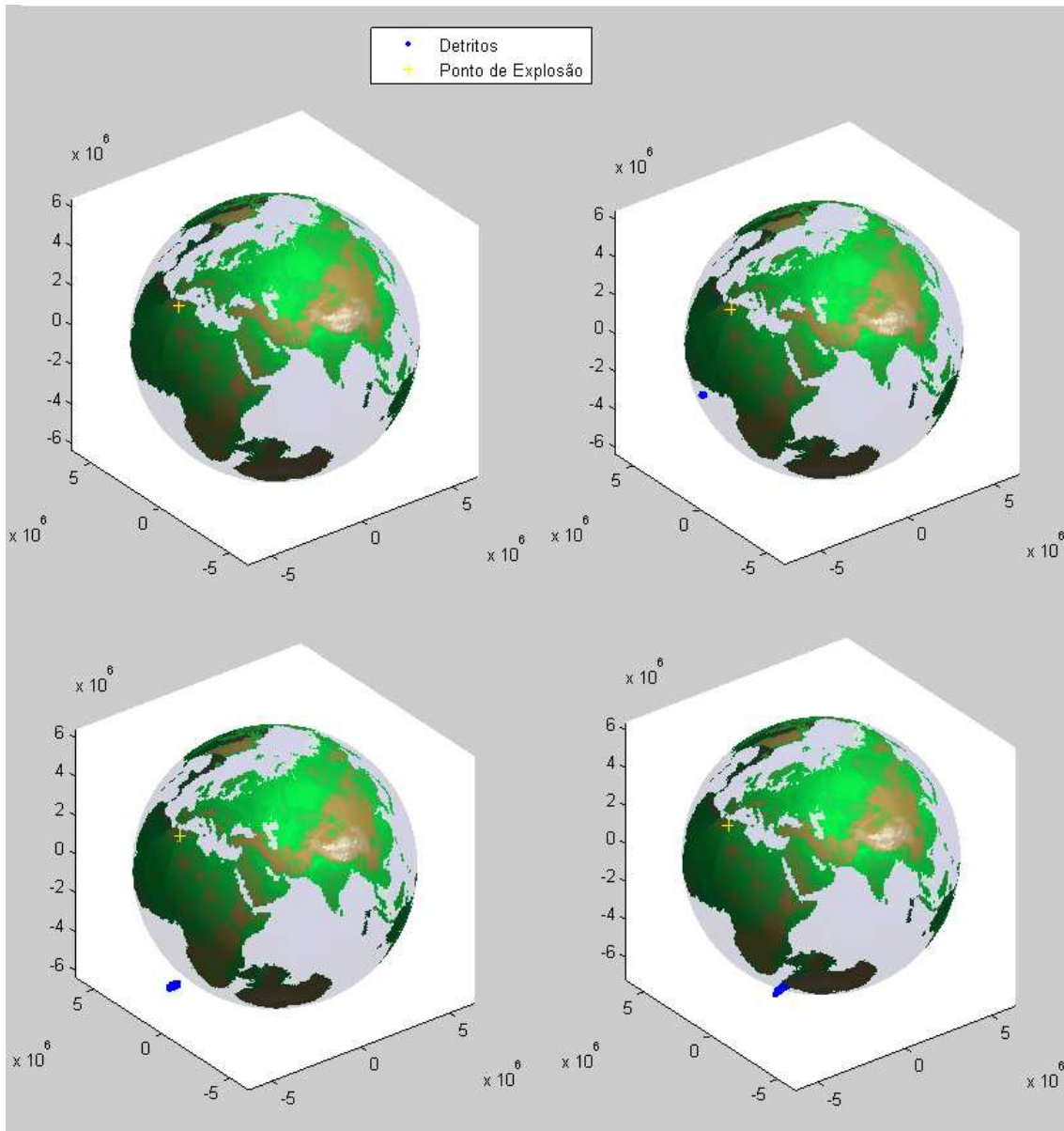


Figura A.91 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .



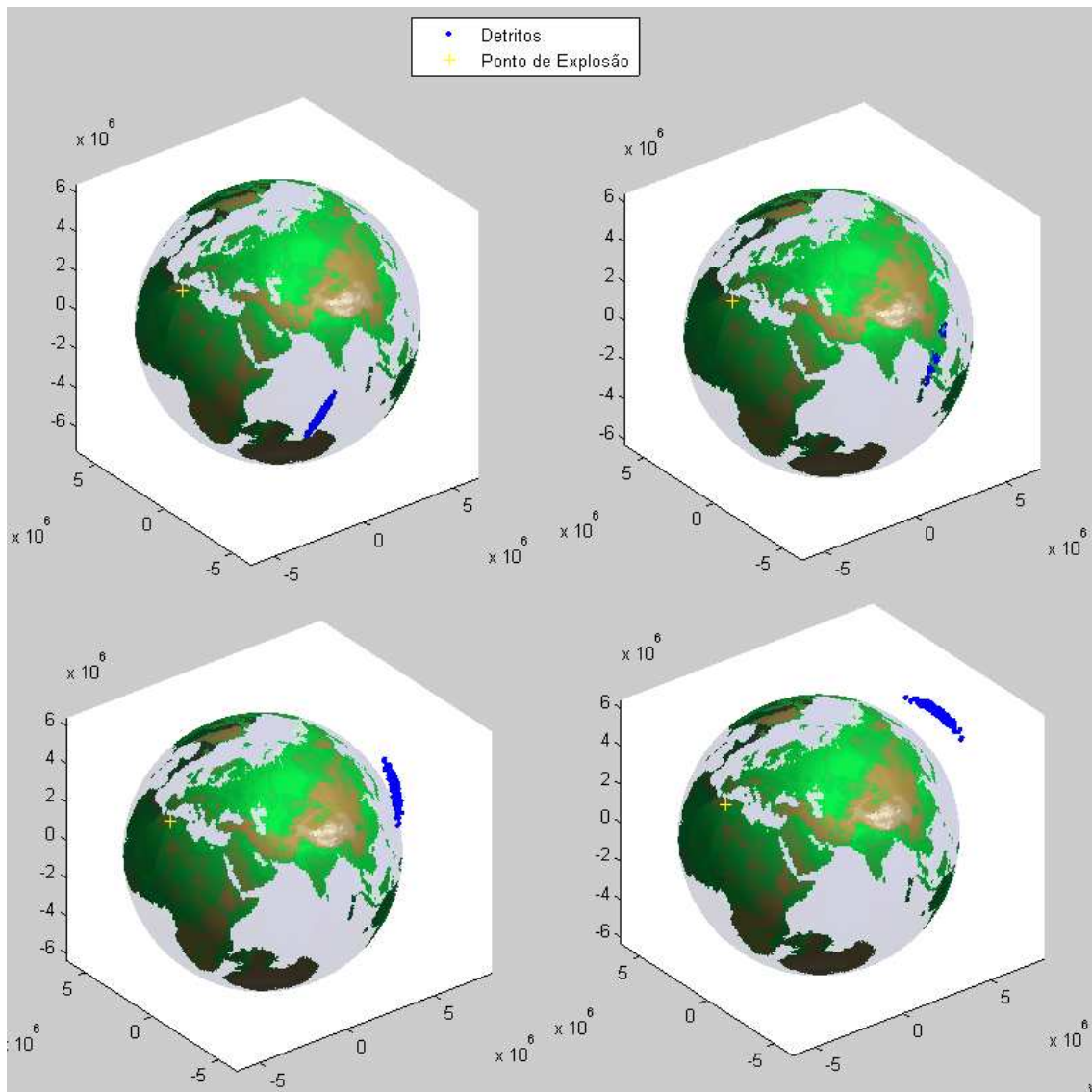


Figura A.92 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

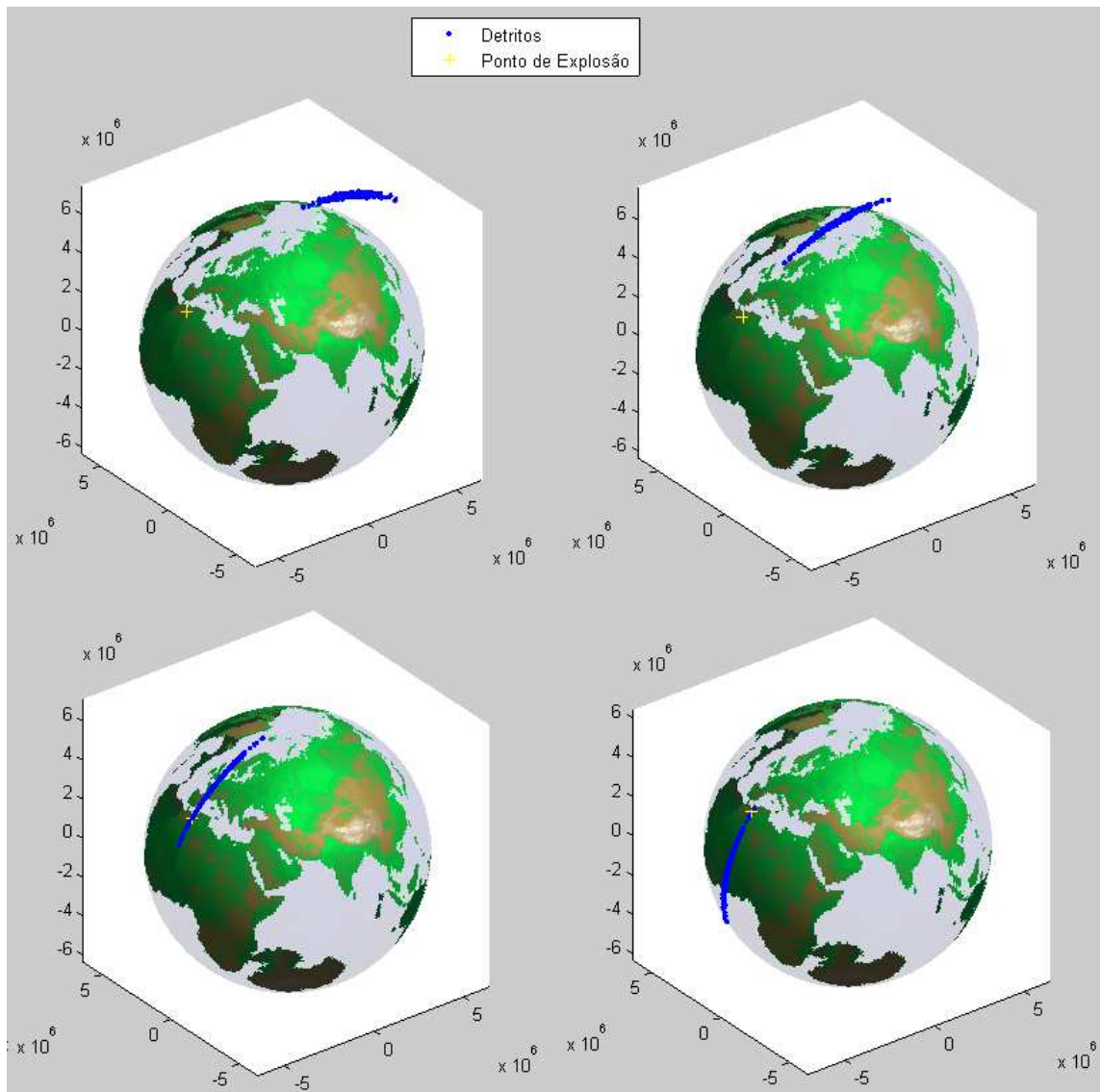


Figura A.93 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

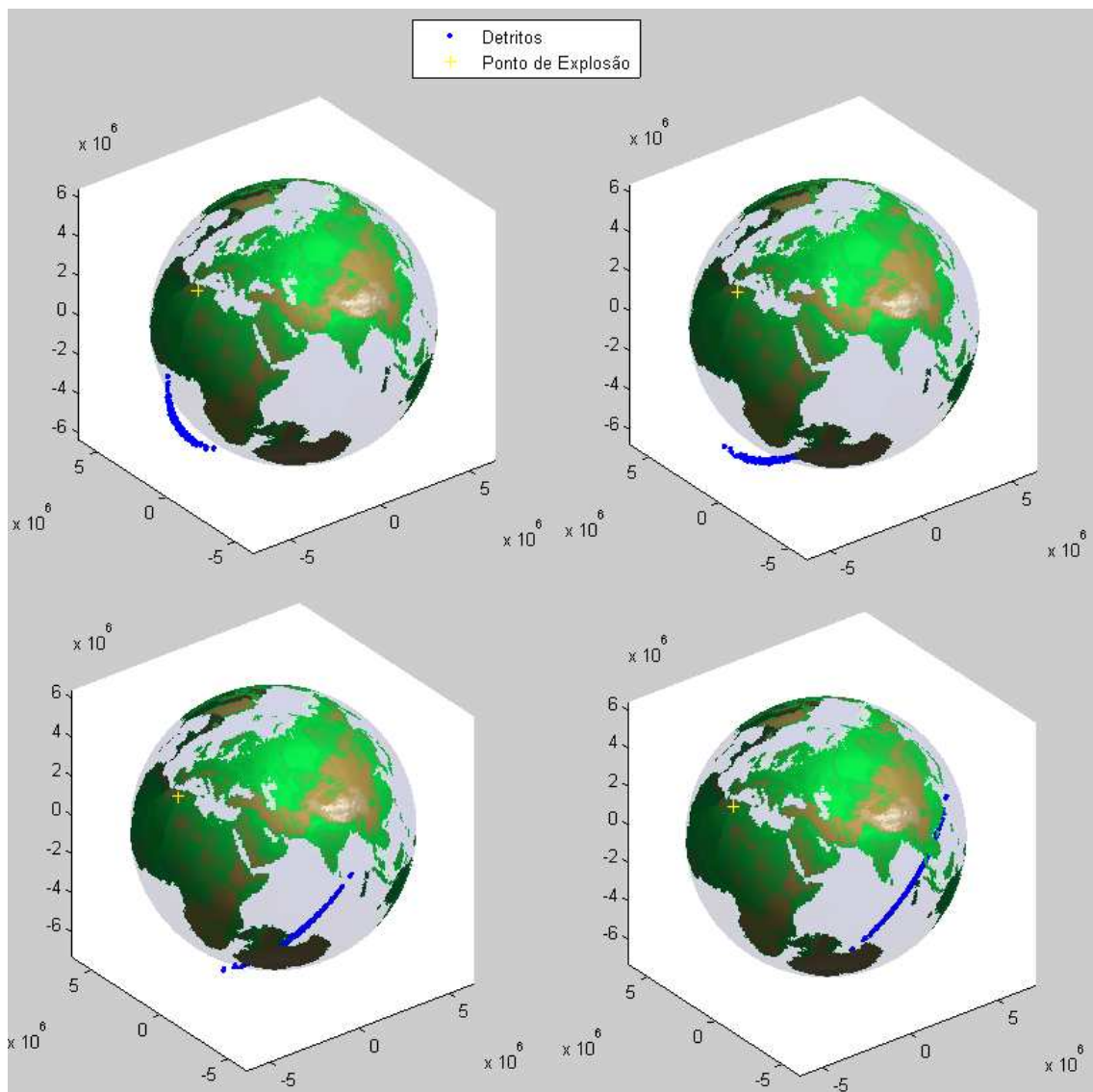


Figura A.94 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

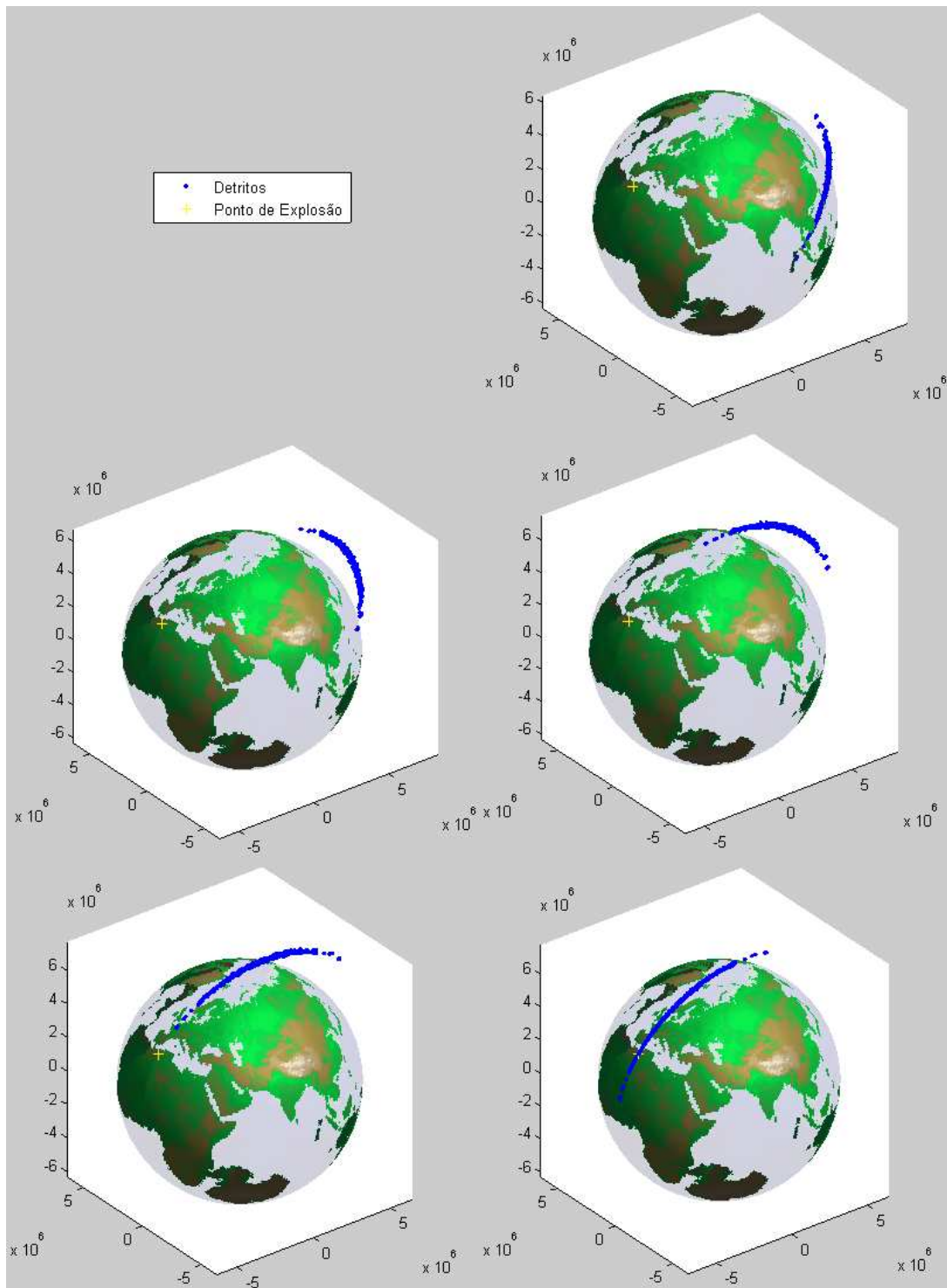


Figura A.95 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 4: Coeficiente de Restituição = 0,5, Coeficiente de Cisalhamento = 0,5 e  $\sigma_v = 50$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 1.5

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 850

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 50

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

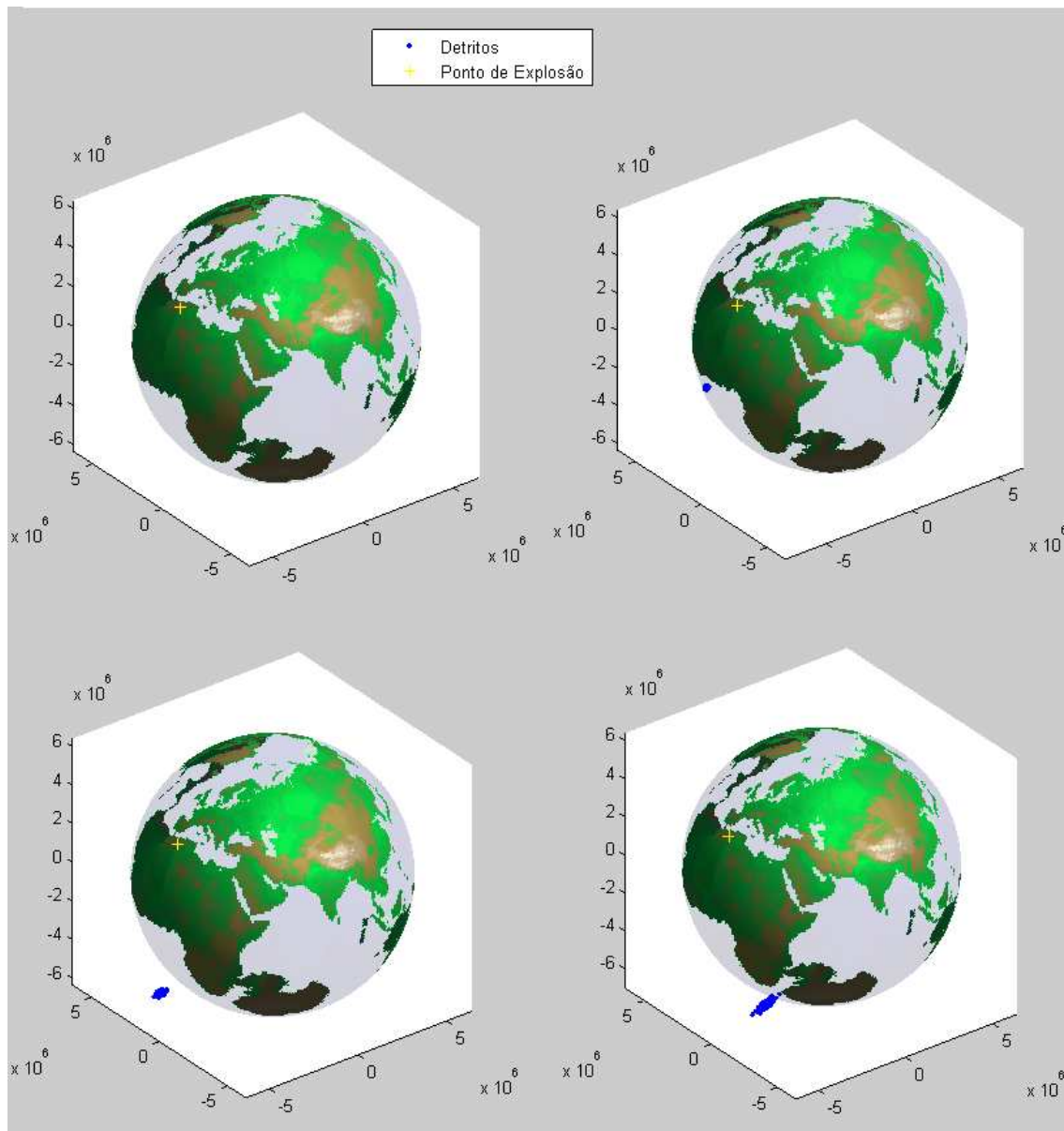


Figura A.96 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

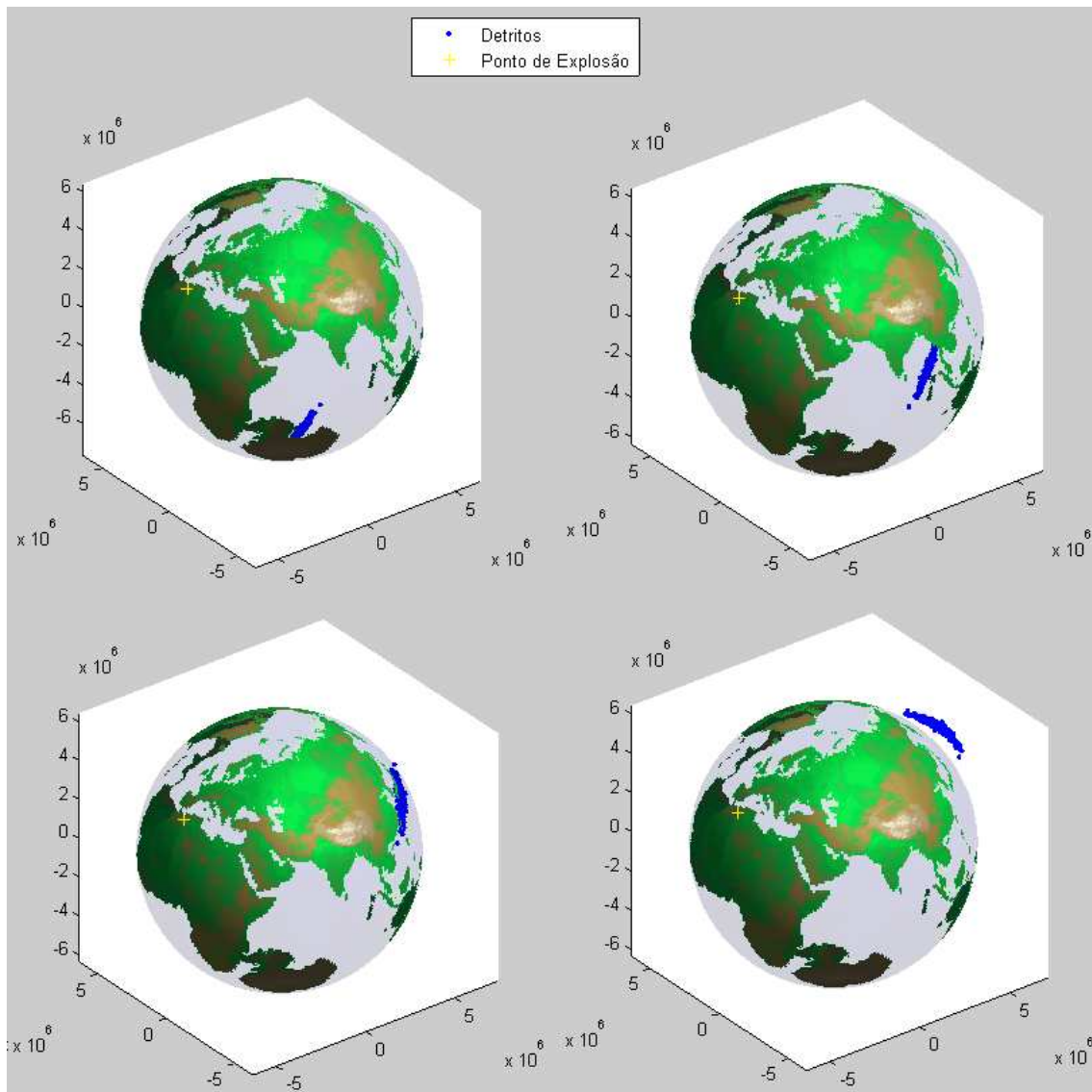


Figura A.97 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

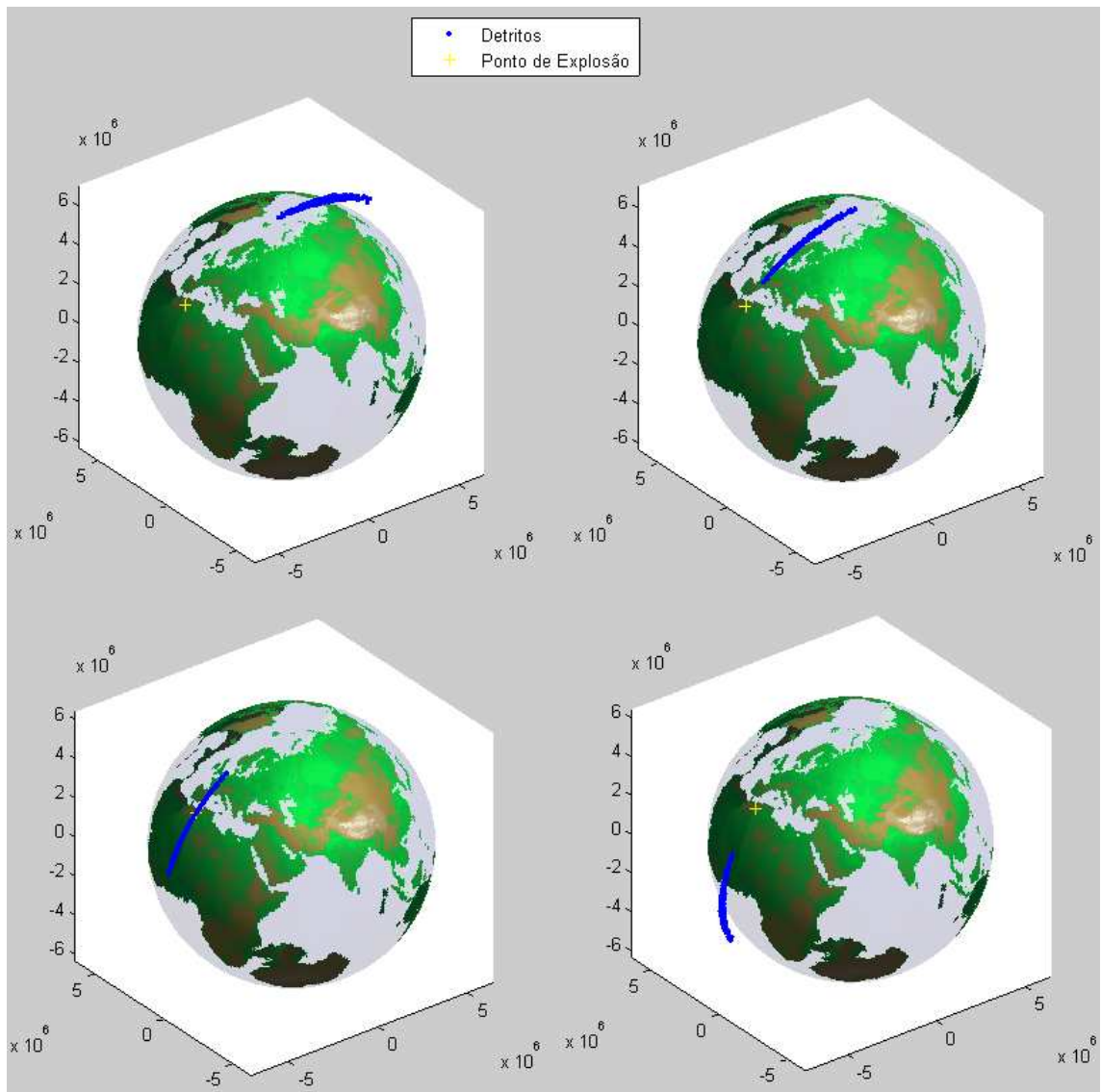


Figura A.98 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .



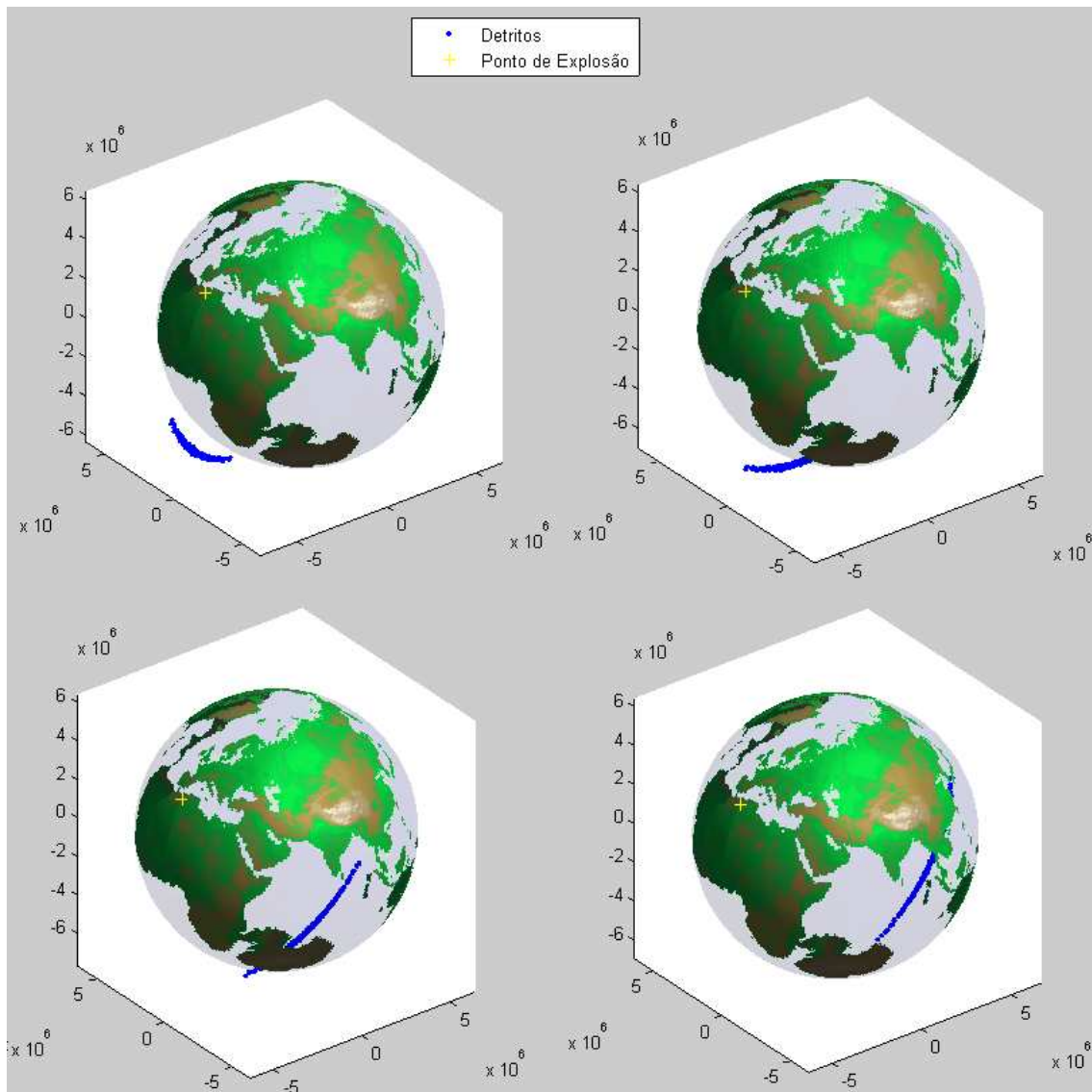


Figura A.99 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,2P_{\text{sat}}$ ,  $1,3P_{\text{sat}}$ ,  $1,4P_{\text{sat}}$  e  $1,5P_{\text{sat}}$ .

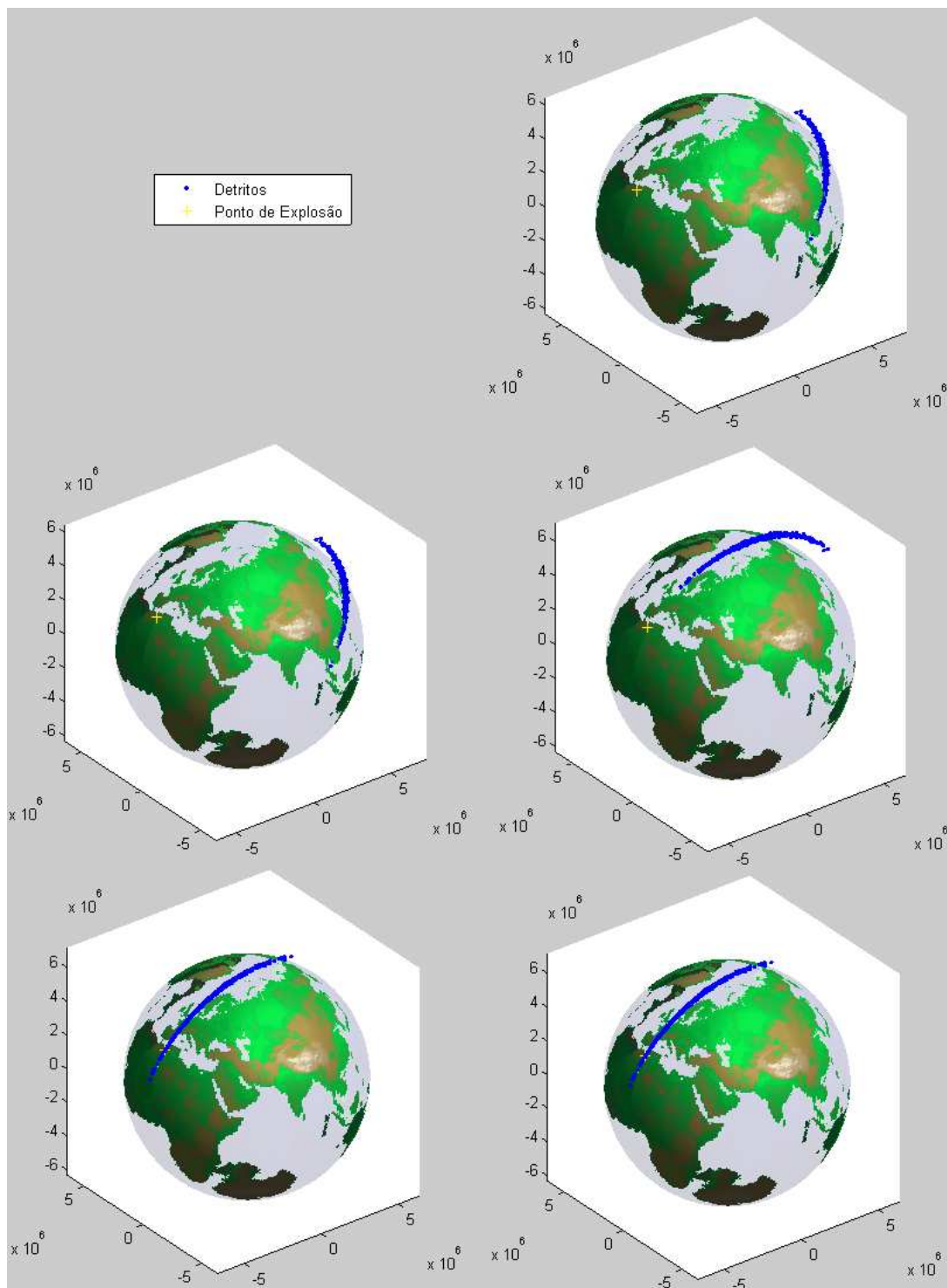


Figura A.100 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 50$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

### **Simulação 5: Coeficiente de Restituição = 1 e $\sigma_v = 100$ m/s**

#### Entradas

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

#### Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827]10<sup>3</sup>

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos :2P<sub>sat</sub>

Número de Figuras :20

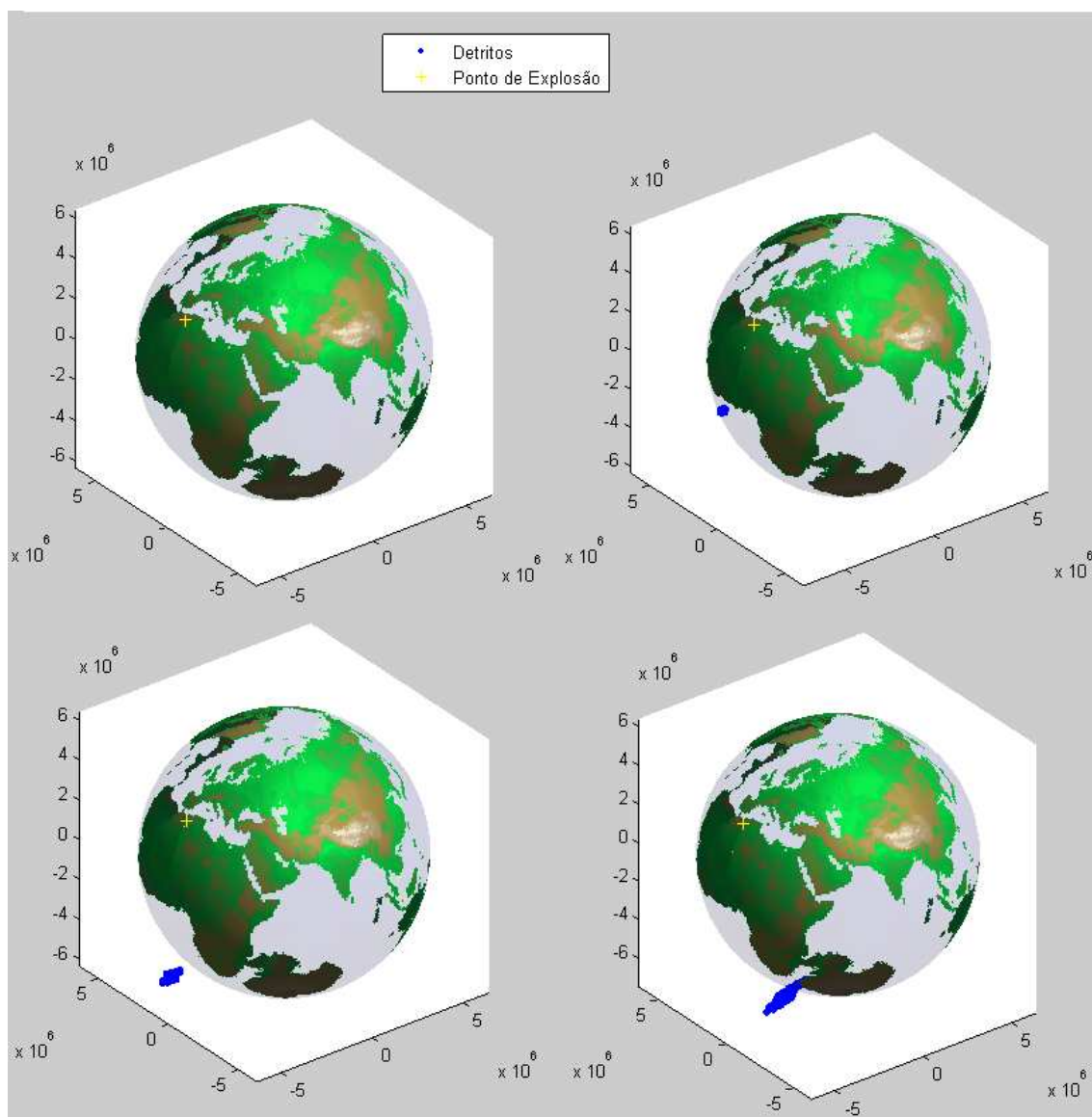


Figura A.101 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

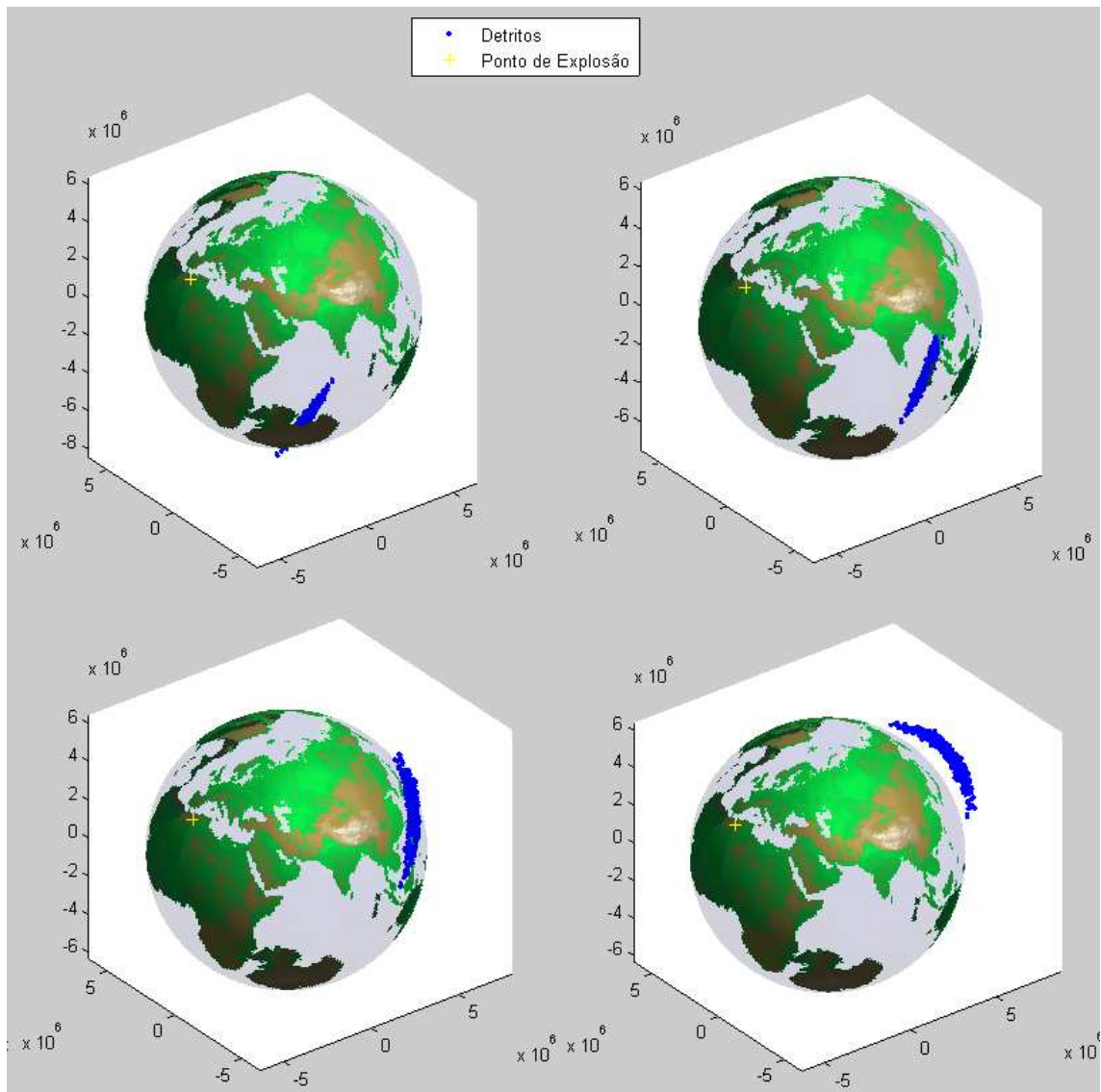


Figura A.102 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

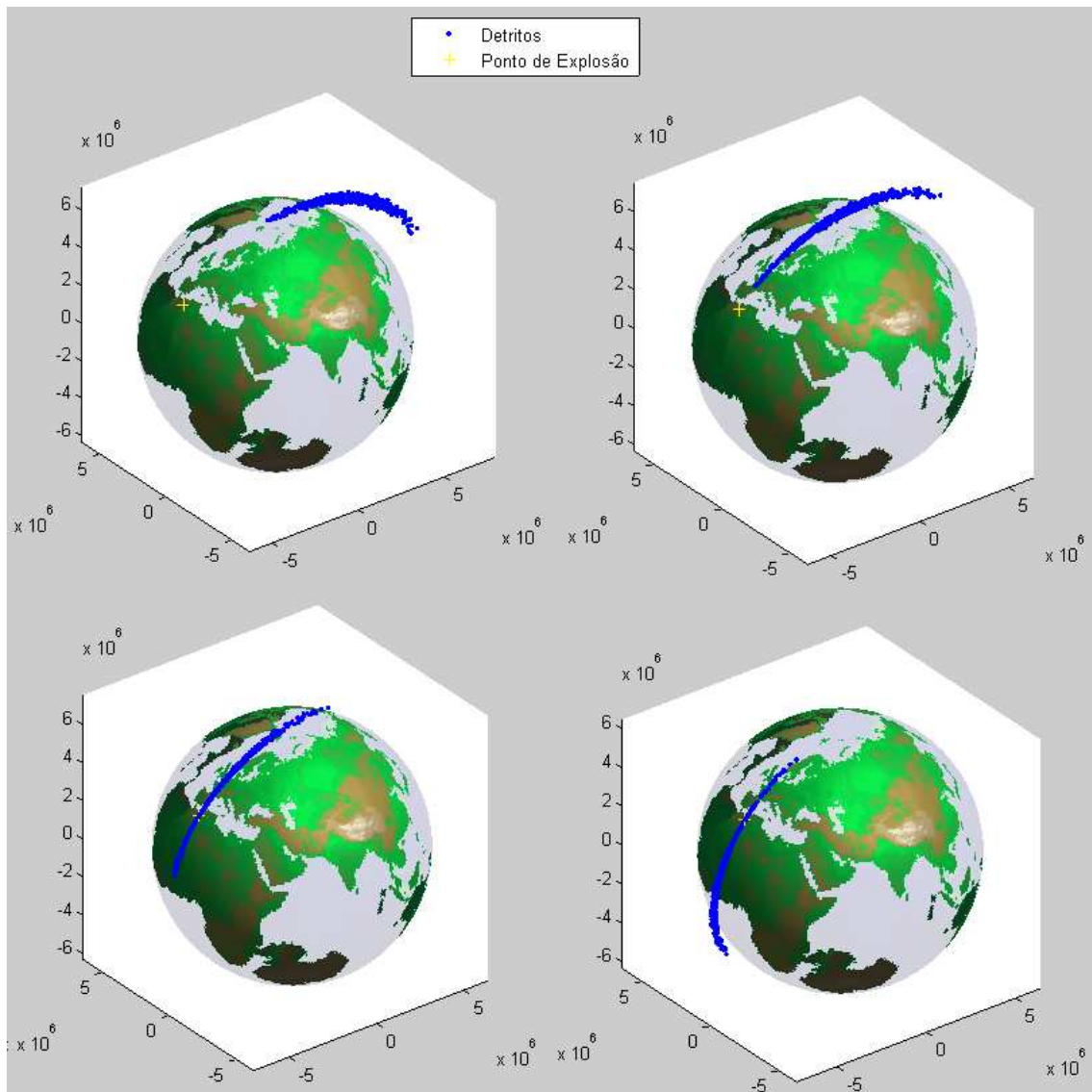


Figura A.103 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

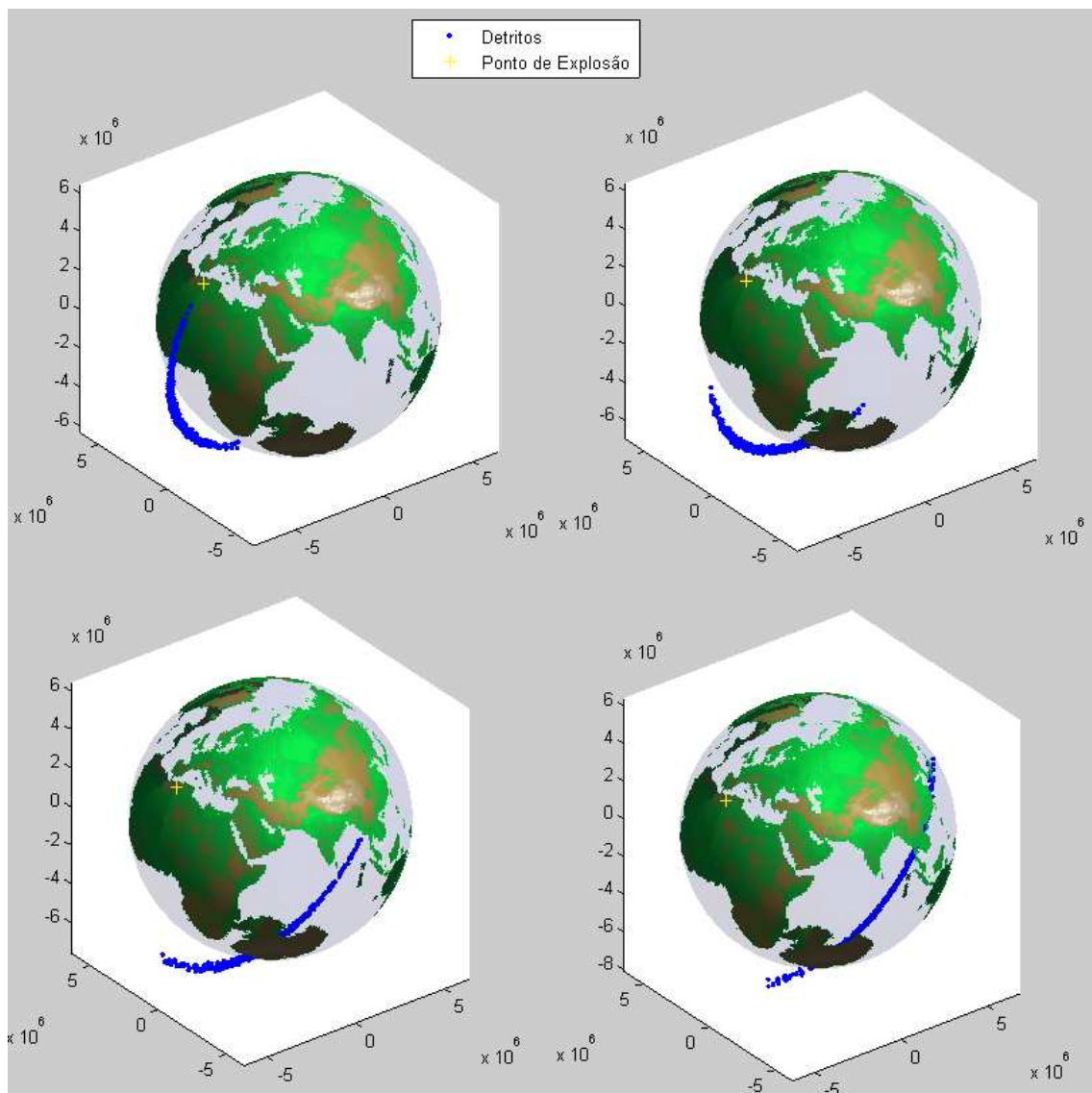


Figura A.104 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

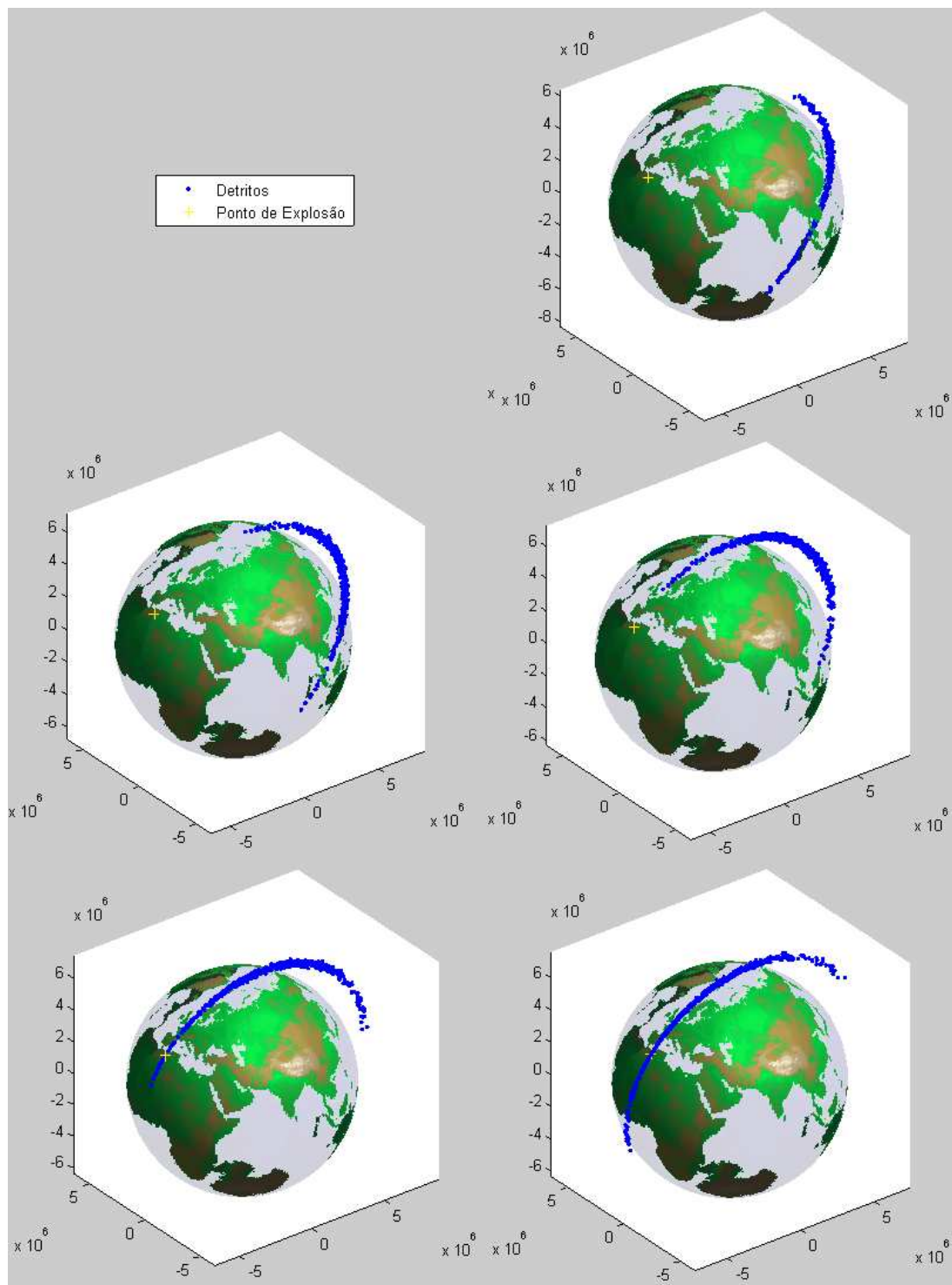


Figura A.105 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .



## Simulação 6: Coeficiente de Restituição = 0,5 e $\sigma_v = 100$ m/s

### Entradas

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

### Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{\text{sat}}$

Número de Figuras :20

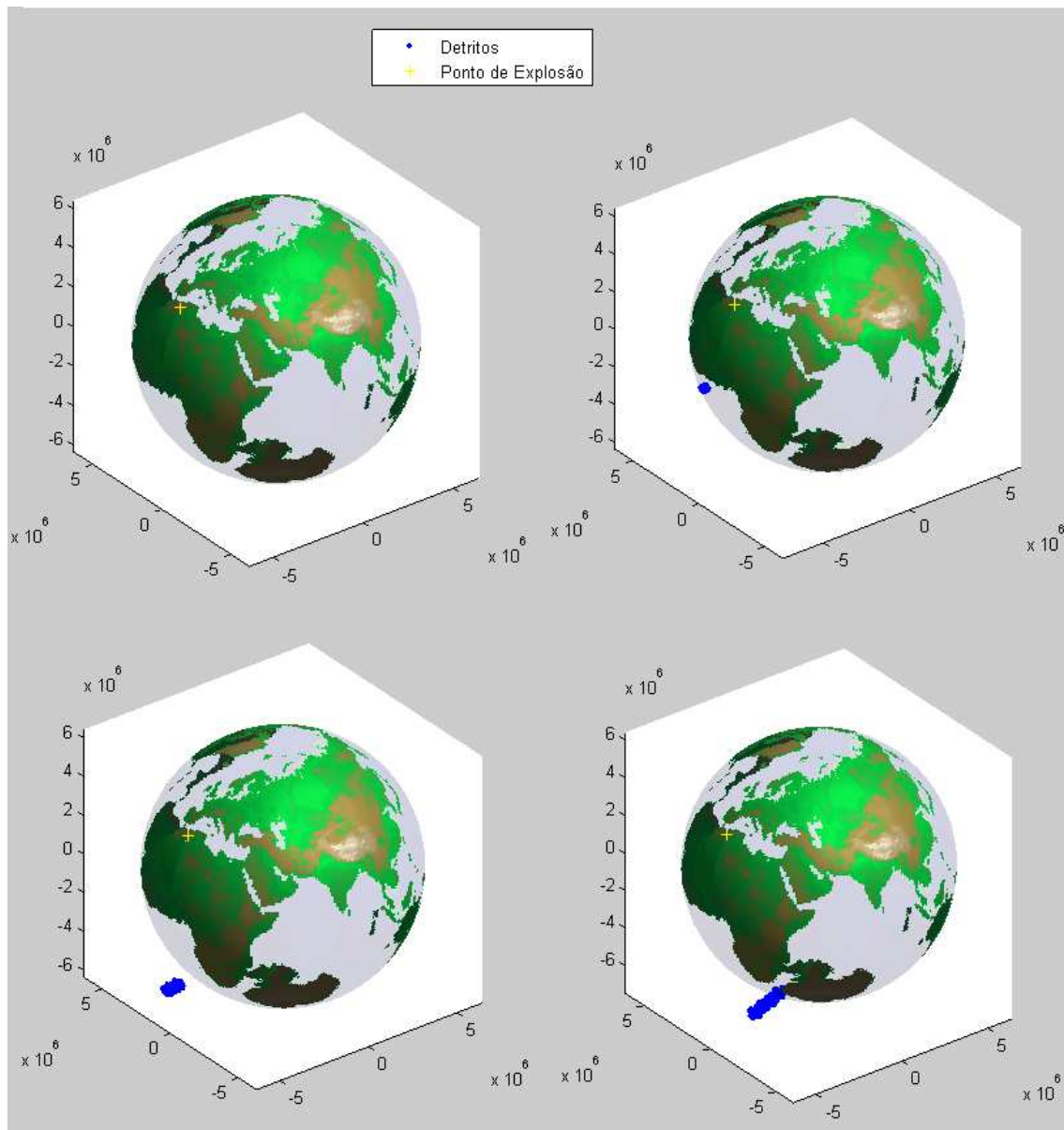


Figura A.106 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0, 0,1P_{sat}, 0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

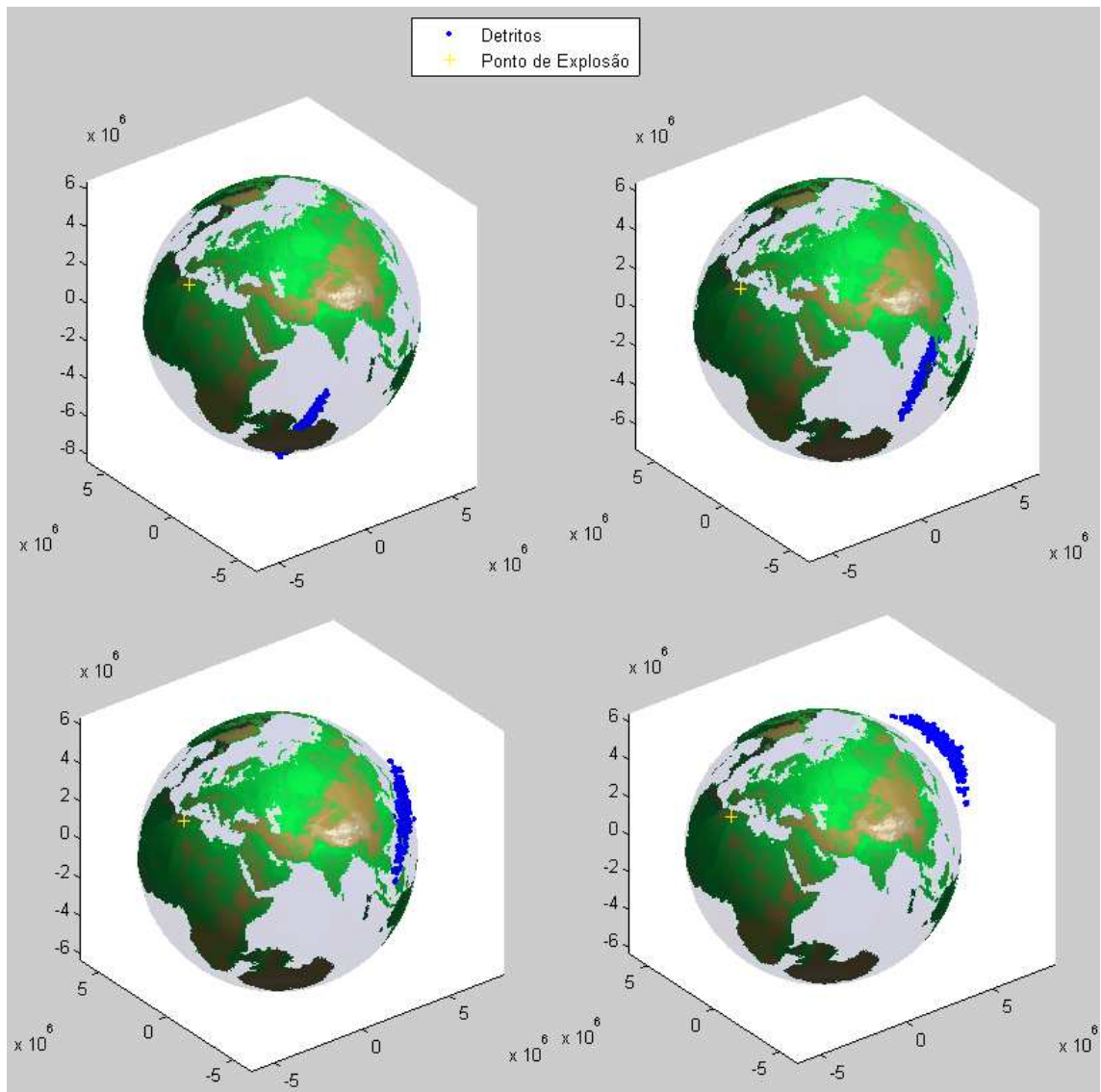


Figura A.107 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

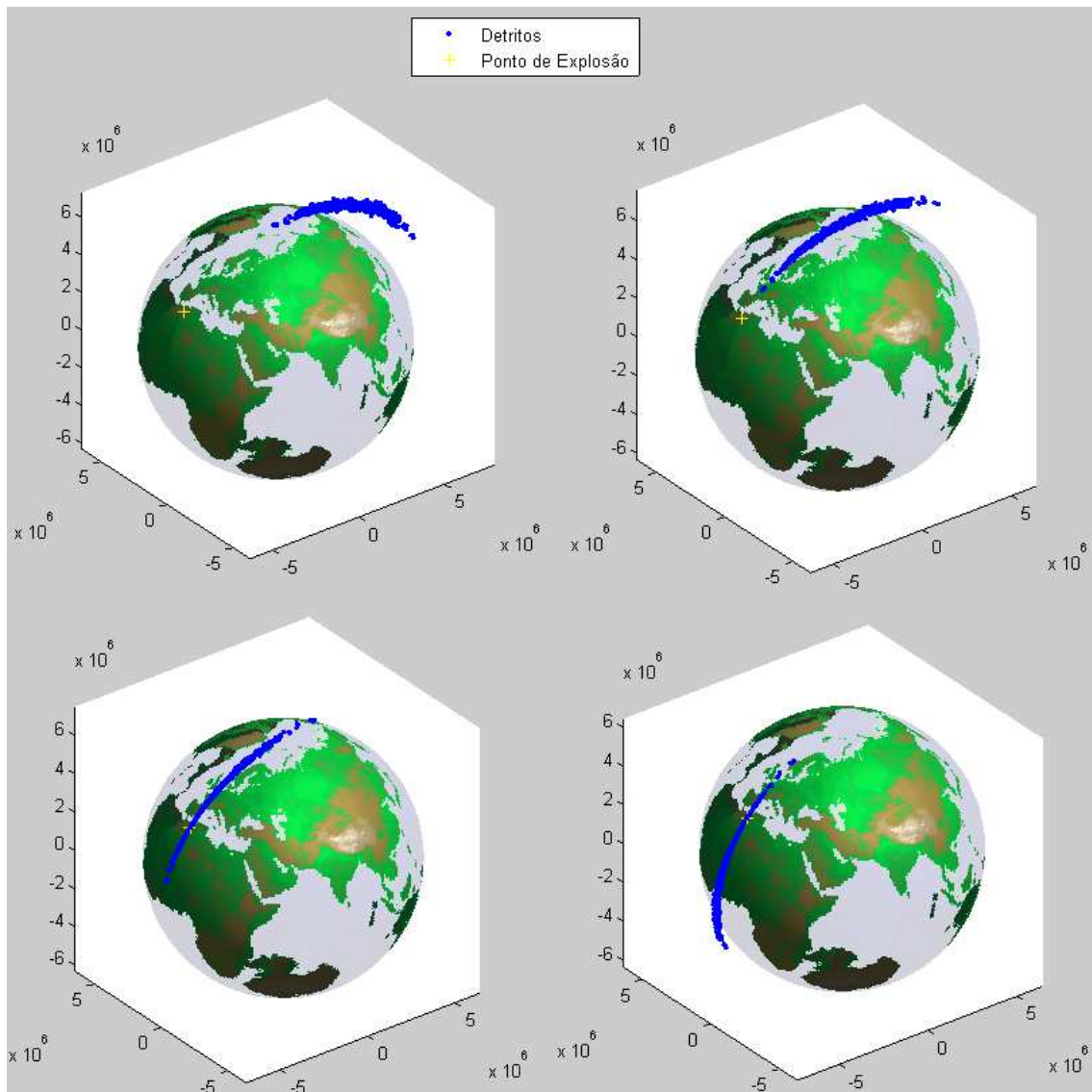


Figura A.108 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

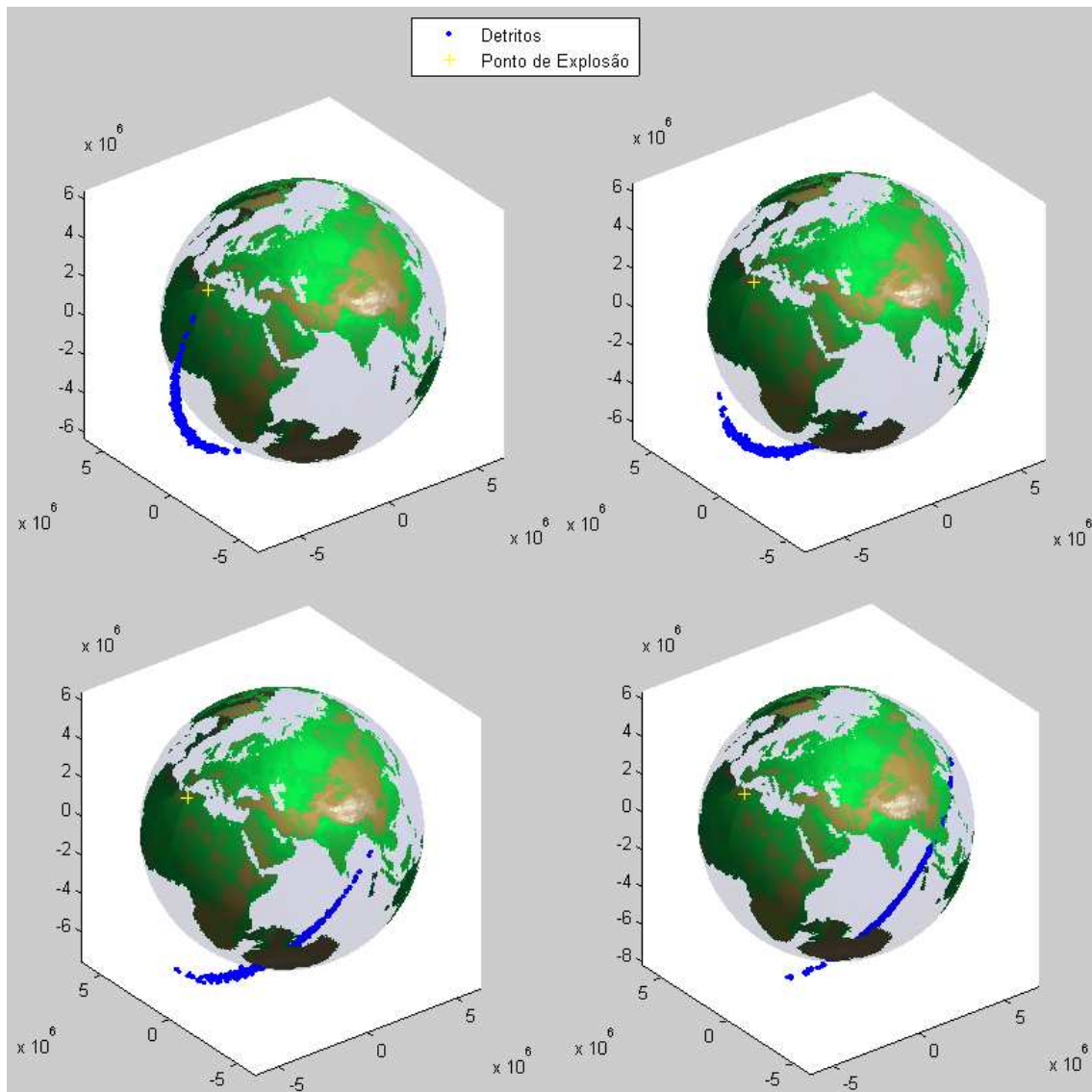


Figura A.109 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

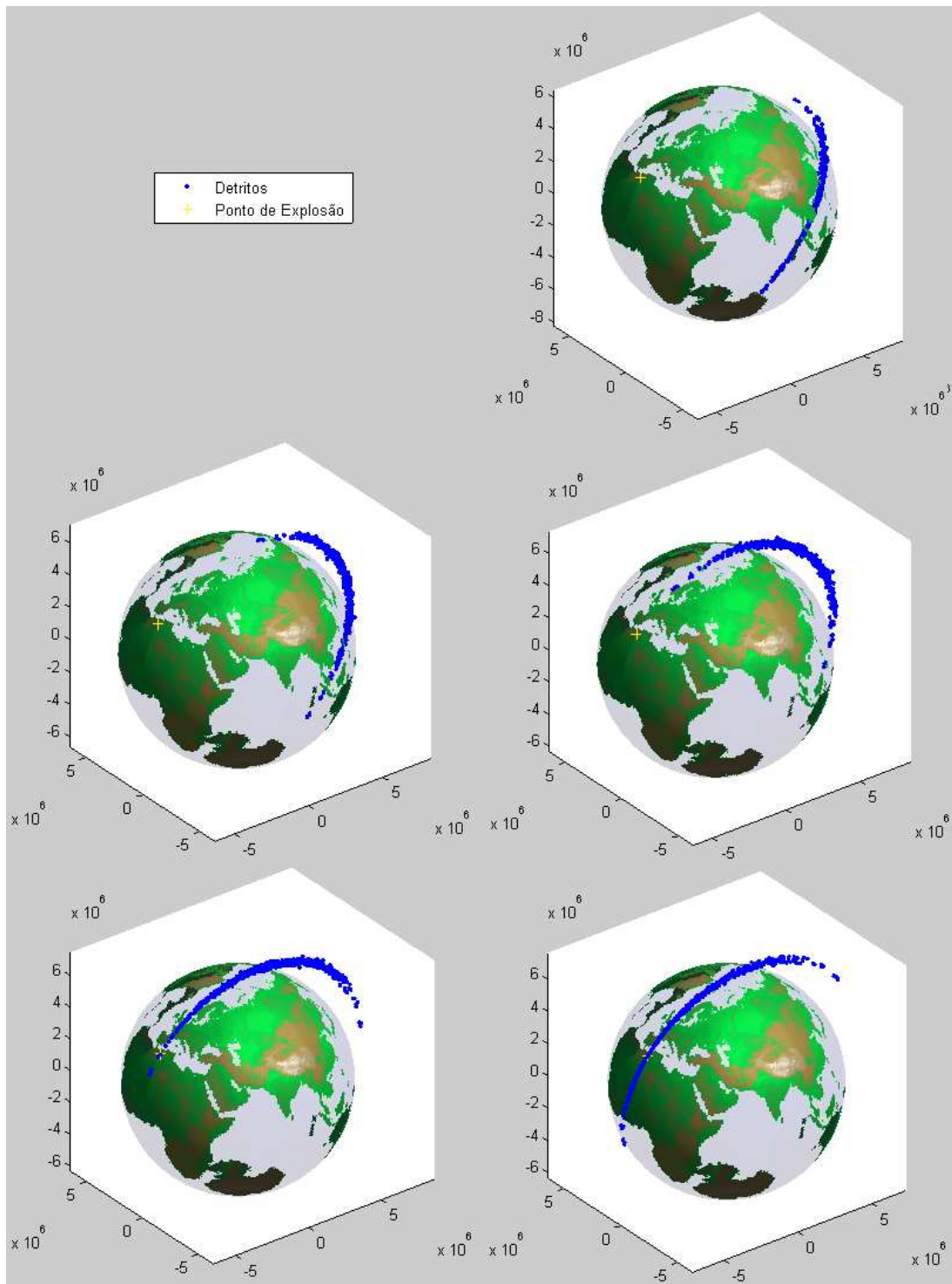


Figura A.110 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 7: Coeficiente de Restituição = 1, Coeficiente de Cisalhamento = 1 e  $\sigma_v = 100$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 1

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 1

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

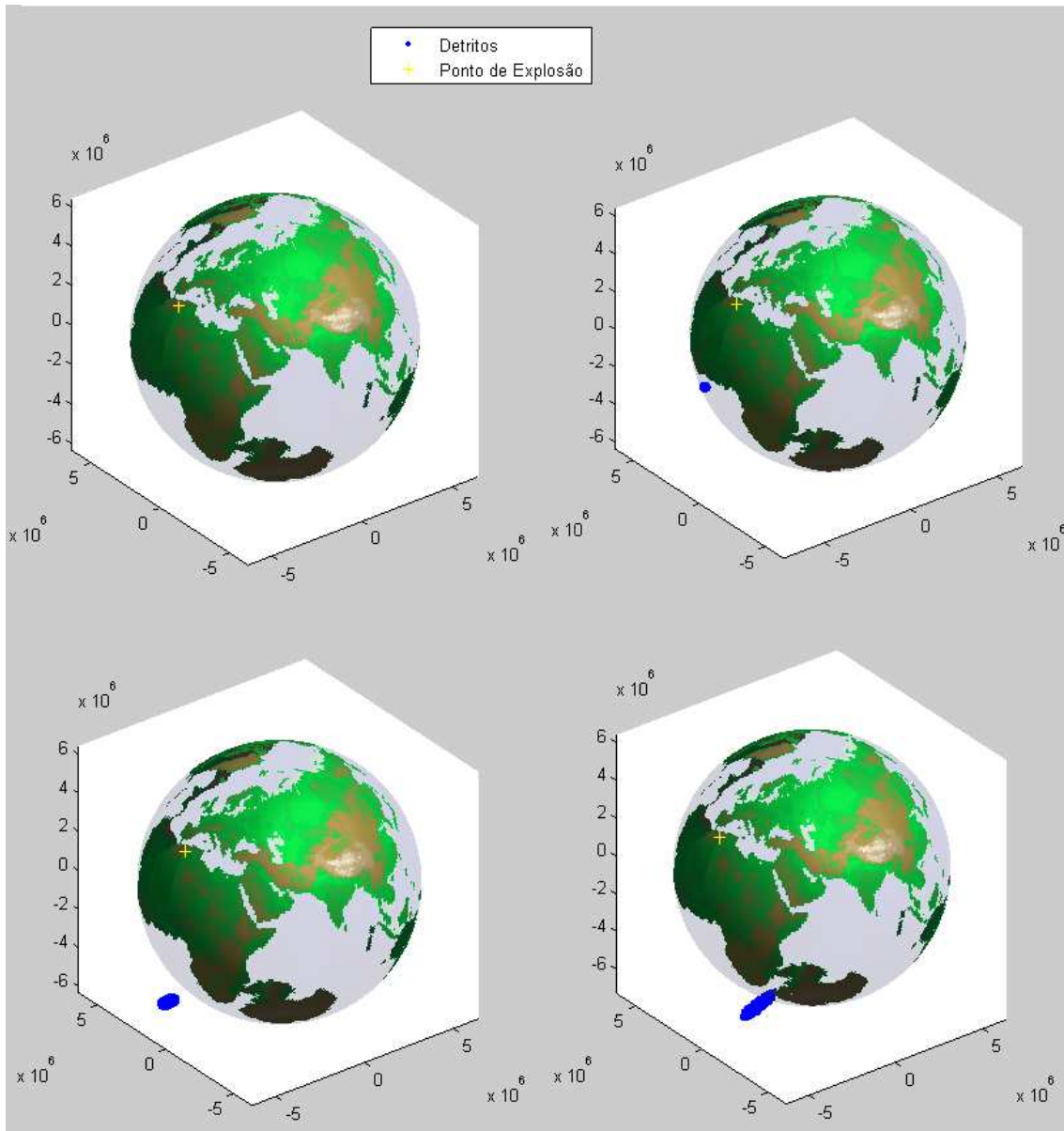


Figura A.111 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .



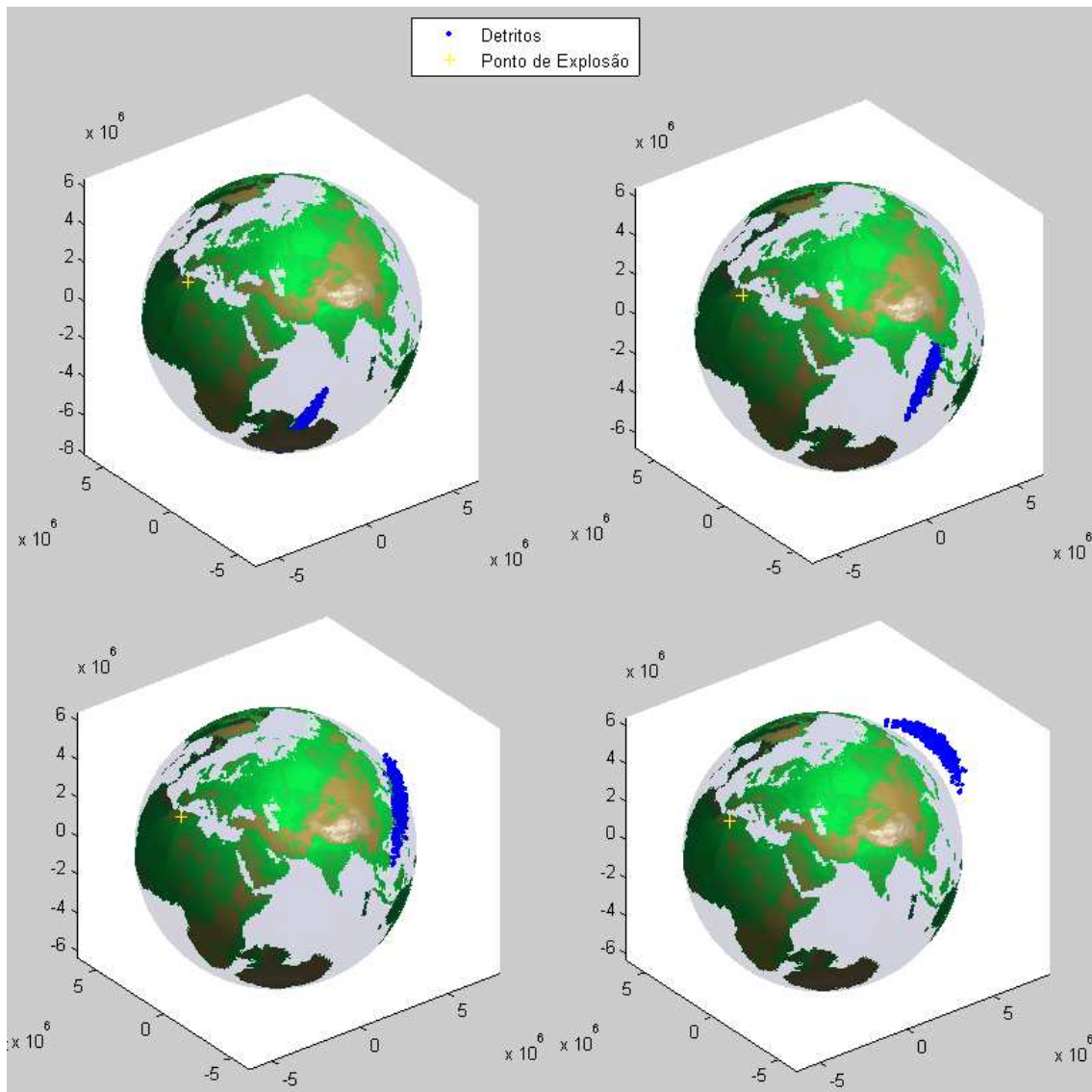


Figura A.112 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

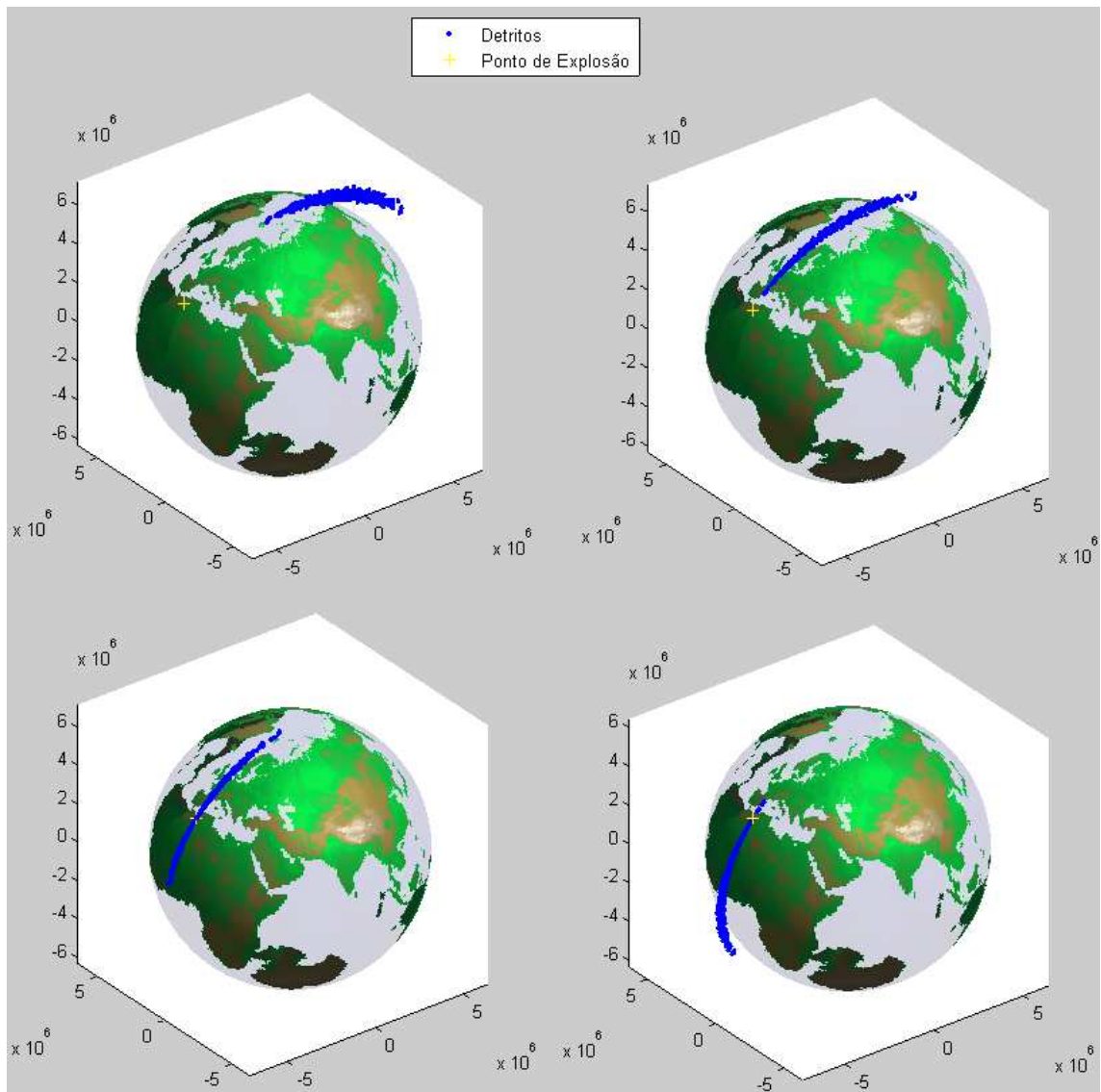


Figura A.113 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .

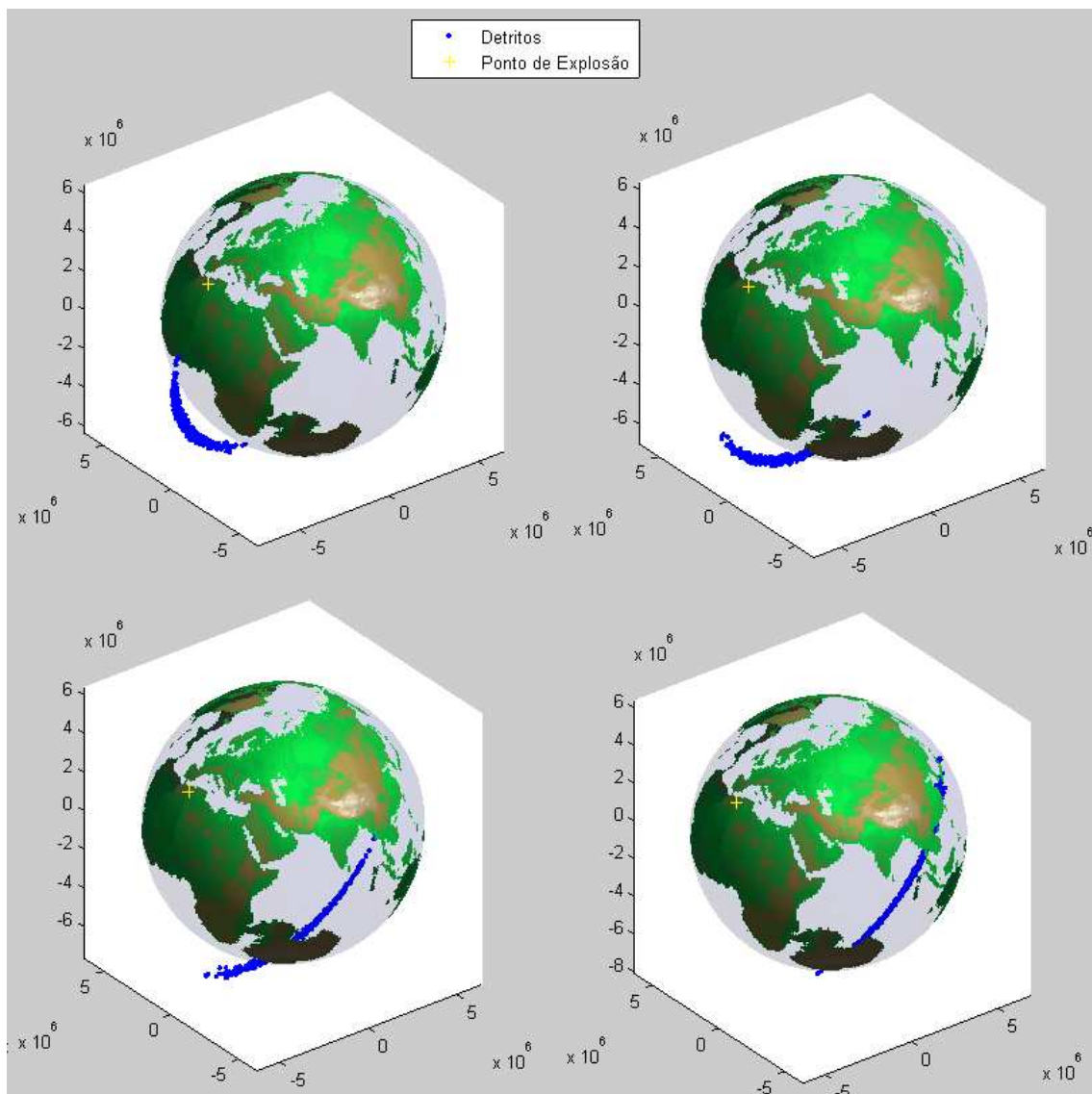


Figura A.114 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{\text{sat}}$ ,  $1,3P_{\text{sat}}$ ,  $1,4P_{\text{sat}}$  e  $1,5P_{\text{sat}}$ .

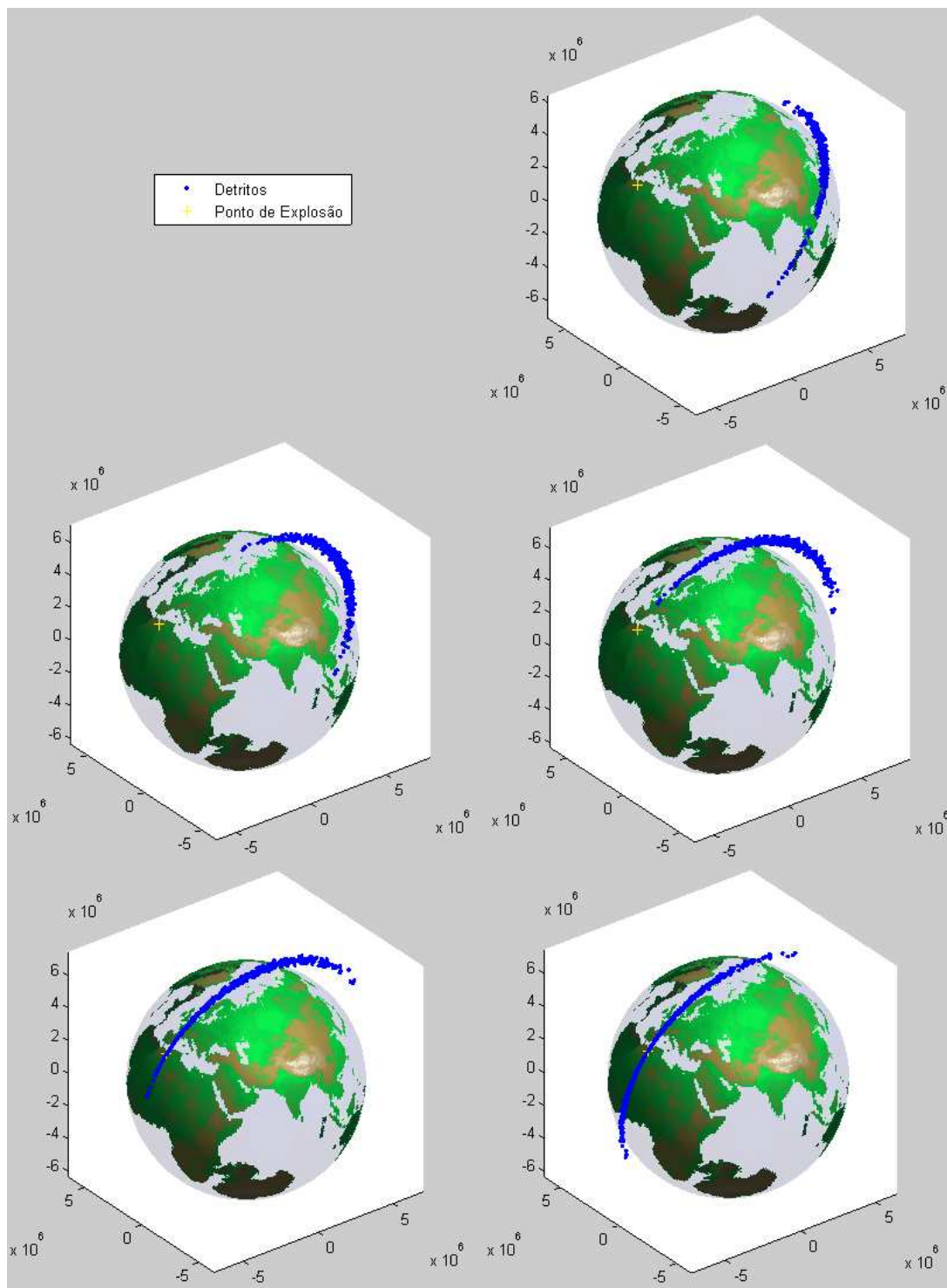


Figura A.115 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 1$ ,  $CS = 1$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .

**Simulação 8: Coeficiente de Restituição = 0,5, Coeficiente de Cisalhamento = 0,5 e  $\sigma_v = 100$  m/s**

Entradas:

As posições e velocidades dos dois corpos em rota de colisão são conhecidas?

Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Então a posição e velocidade do corpo 2 será estimada a partir da posição e velocidade do corpo (satélite) 1.

Entradas:

Vetor Posição (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km):

[-5.939148321210058; -0.797636334761437; 4.056295271888827] $10^3$

Vetor Velocidade (3x1) do Satélite 1 propagada keplerianamente desde 11 de Janeiro de 2007 às 21:44:56.546592 UTC até 11 de Janeiro de 2007 às 22:26:10 UTC (instante imediatamente antes da fragmentação) em Coordenadas Inerciais (km/s):

[-4.225598415867433; 0.791481469960710; -6.046809491131589]

Desvio padrão da velocidade (m/s): 200

Raio do Satélite 1 (m): 3

Raio do Satélite 2 (m): 5

Massa do objeto 1 (kg): 1700

Massa do objeto 2 (kg): 1180

Coeficiente de Restituição (entre 0 e 1): 0.5

Coeficiente de Cisalhamento (entre 0 e 1): 0.5

A colisão é entre dois satélites? Sim (Digite 1) / Não (Digite 0): 0

Número par de Detritos: 500

Desvio Padrão das Velocidades (m/s) dos fragmentos (1x1): 100

Tempo de propagação da nuvem de detritos : $2P_{sat}$

Número de Figuras :20

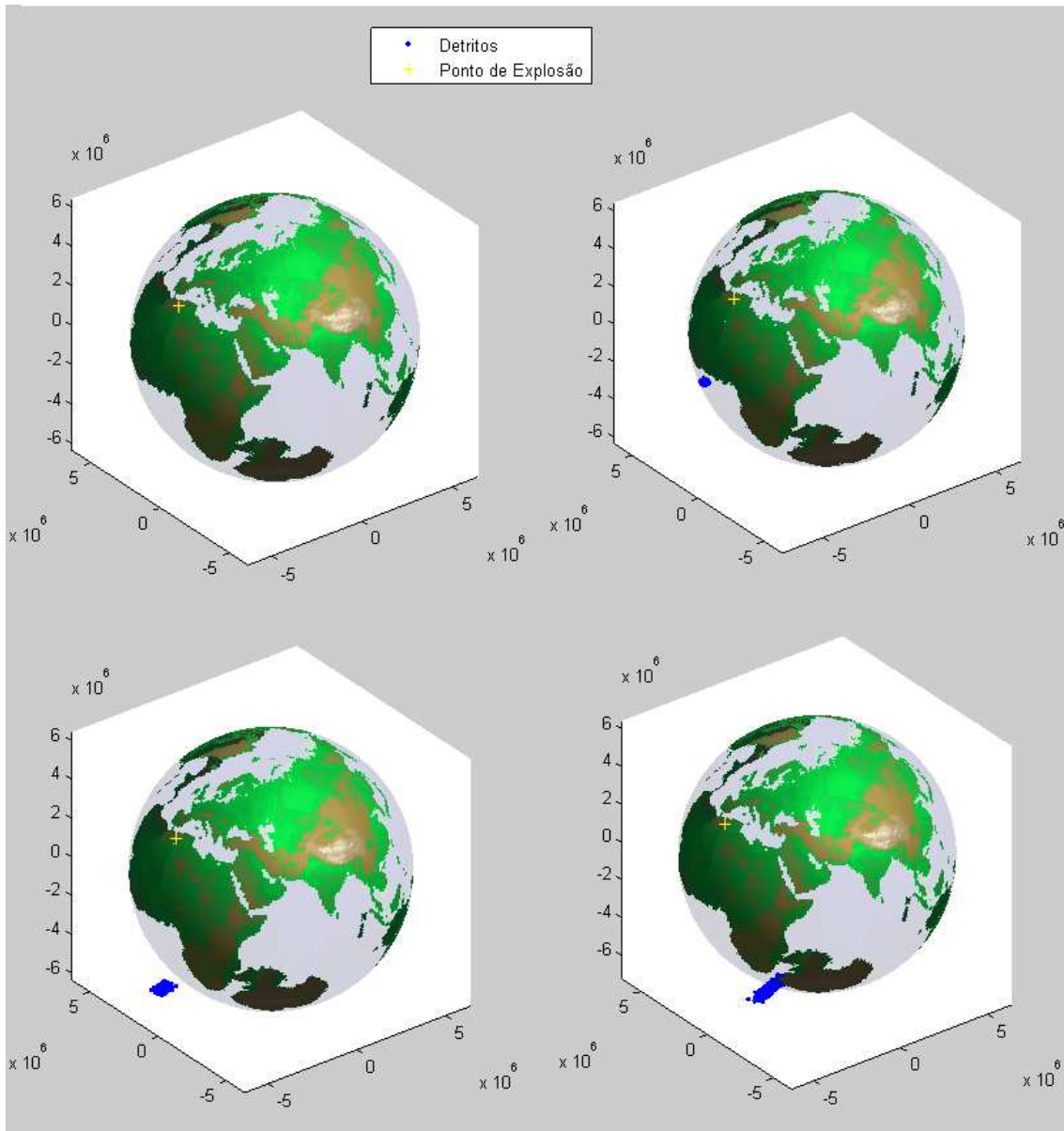


Figura A.116 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0$ ,  $0,1P_{sat}$ ,  $0,2P_{sat}$  e  $0,3P_{sat}$ .

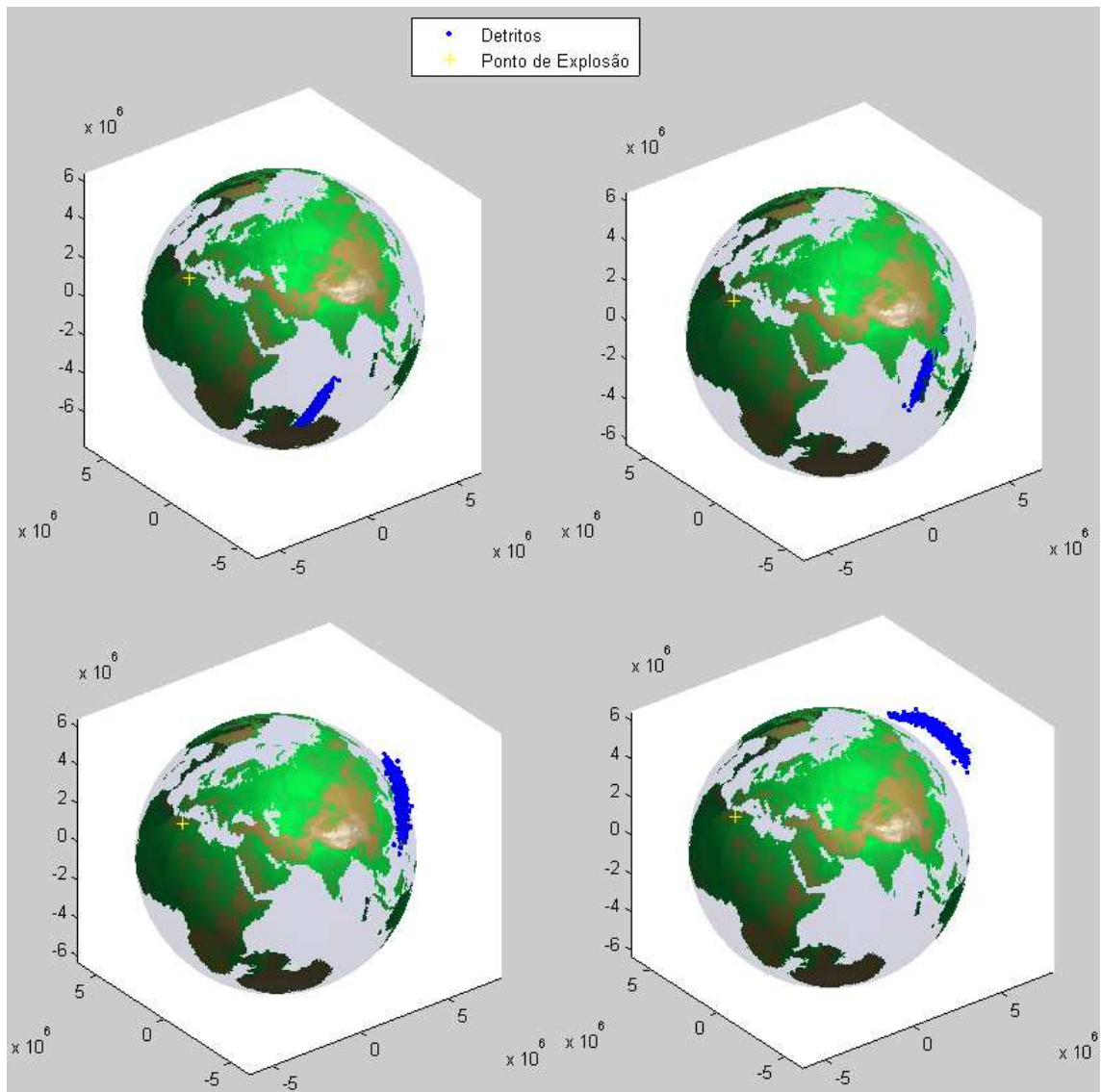


Figura A.117 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,4P_{sat}$ ,  $0,5P_{sat}$ ,  $0,6P_{sat}$  e  $0,7P_{sat}$ .

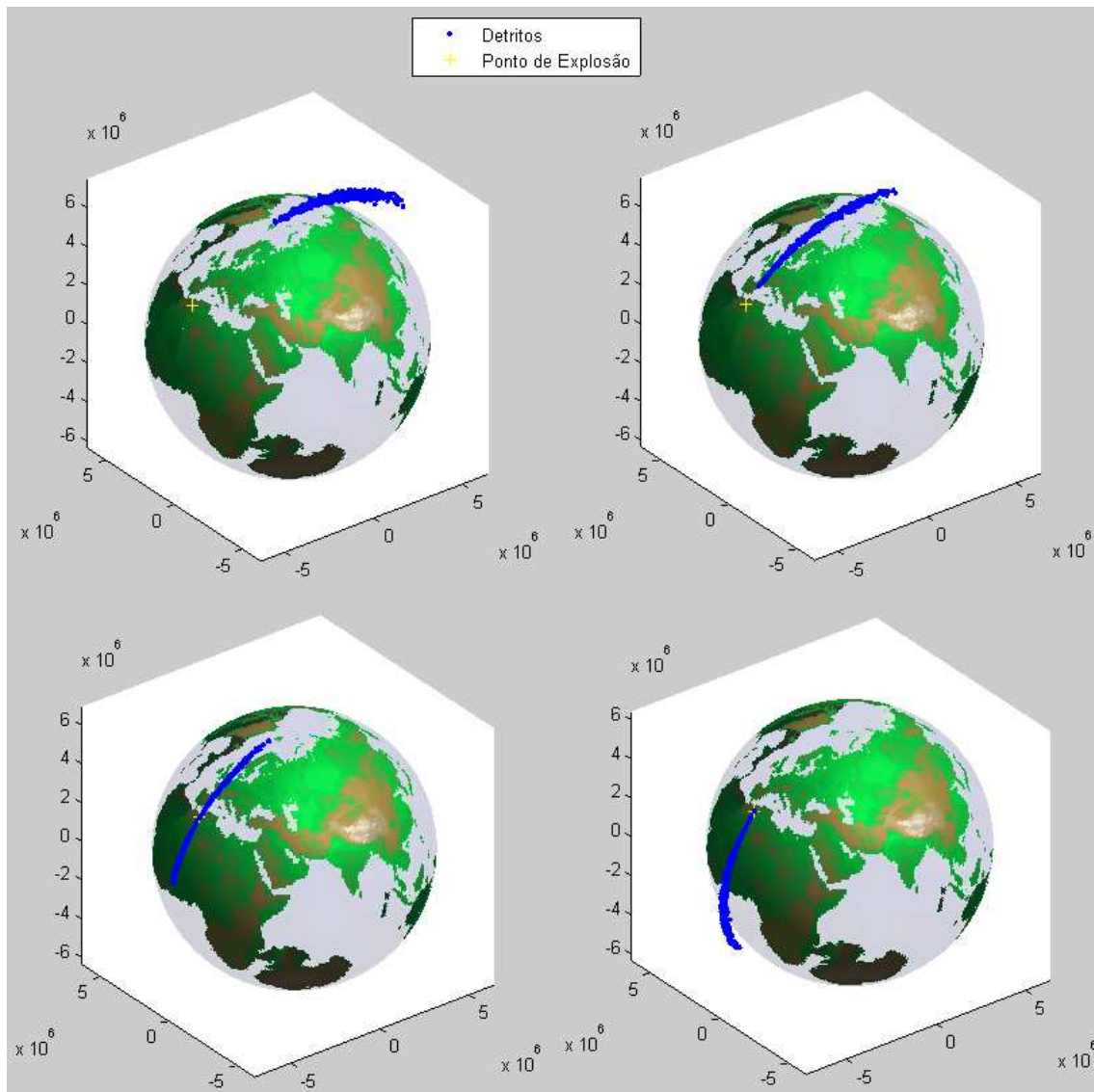


Figura A.118 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $0,8P_{sat}$ ,  $0,9P_{sat}$ ,  $P_{sat}$  e  $1,1P_{sat}$ .



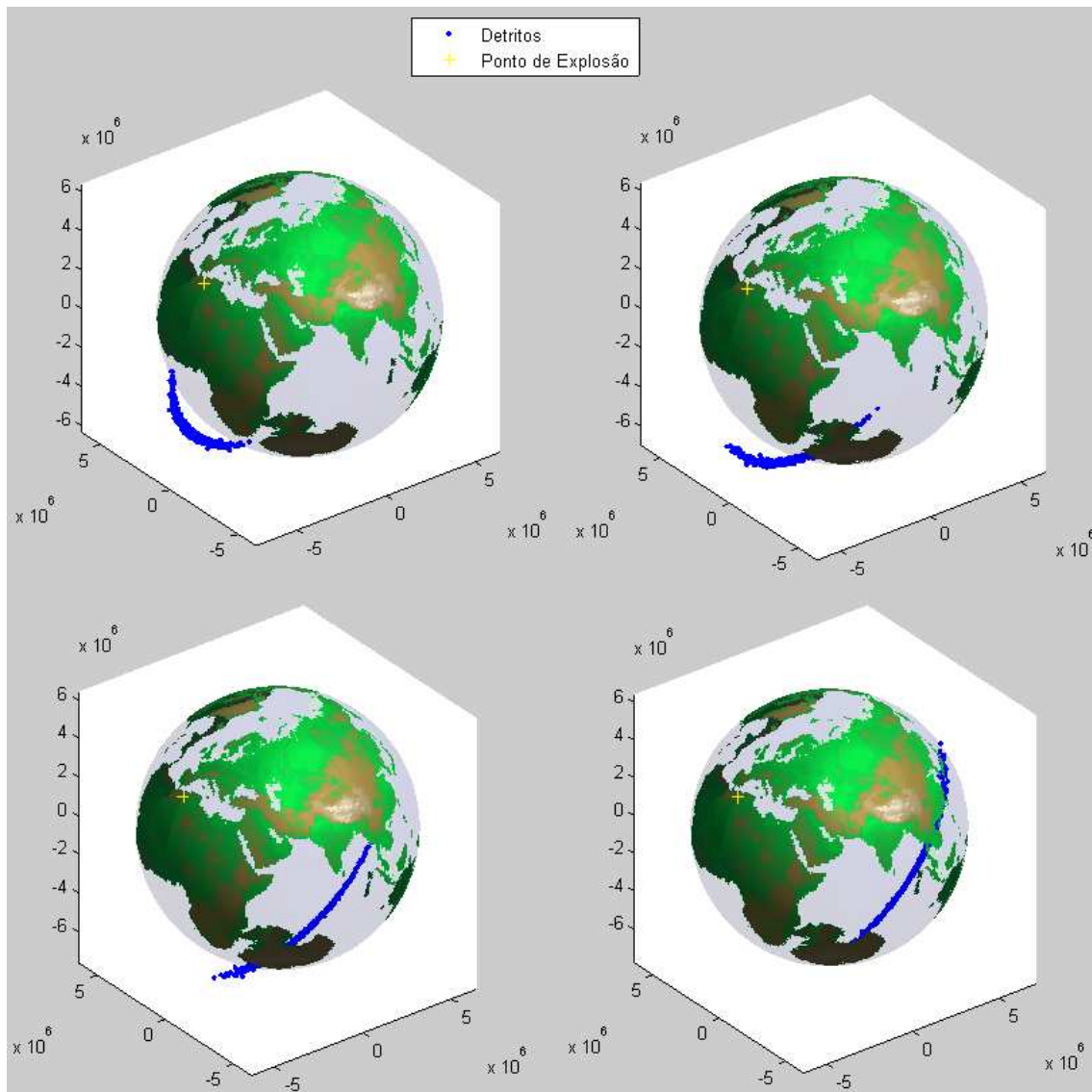


Figura A.119 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,2P_{sat}$ ,  $1,3P_{sat}$ ,  $1,4P_{sat}$  e  $1,5P_{sat}$ .

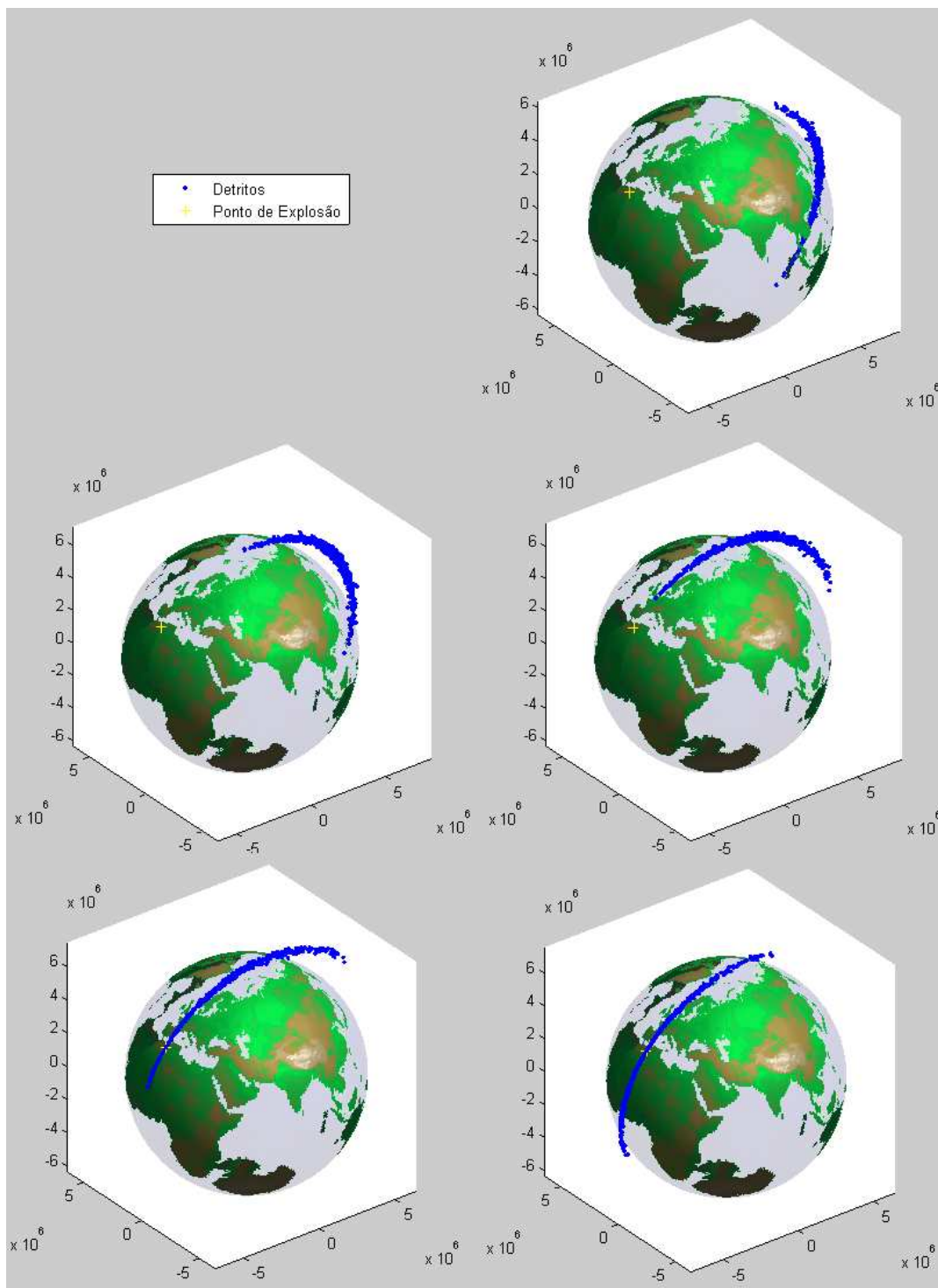


Figura A.120 – Distribuição de Detritos no 6º Caso com Parâmetros  $CR = 0,5$ ,  $CS = 0,5$  e  $\sigma_v = 100$  m/s nos instantes  $1,6P_{sat}$ ,  $1,7P_{sat}$ ,  $1,8P_{sat}$ ,  $1,9P_{sat}$  e  $2P_{sat}$ .