



Modelamento da Dinâmica de Movimento de Líquido em Capilares para Aplicação na Área de Tubos de Calor

Enke, C. ¹, Vlassov, V.²

¹Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil

Aluno de Mestrado do curso de Mecânica Espacial e Controle.

²Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil

cristiano.enke@inpe.br

Resumo. A equação de Lucas-Washburn, que descreve a subida de um líquido em um capilar é modificada para o caso em que energia, na forma de calor, é inserida no sistema. A solução da equação diferencial foi obtida utilizando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem e os resultados obtidos foram comparados a resultados experimentais do fenômeno encontrados na literatura.

Palavras-chave: Capilar; Tubo de Calor; Menisco; Oscilações; Lucas-Washburn.

1. Introdução

A subida de líquidos por estruturas capilares ocorre em vários processos na natureza, como por exemplo no transporte de água do solo e das plantas. O efeito capilar, como é chamado, encontra diversos usos na indústria têxtil, engenharia civil e entre outras, na espacial [Faghri 2014].

Tubos de calor são dispositivos de transferência de calor de alta eficiência, que utilizam o efeito capilar para providenciar a circulação de fluido com mudança de fase em uma estrutura porosa. As áreas de aquecimento, onde ocorre evaporação, e de condensação são responsáveis por um transporte rápido de grandes quantidades de calor por circulação de vapor e utilizando calor latente de mudança de fase do fluido. Nenhuma fonte externa de energia é necessária para esta circulação, que ocorre somente devido a força capilar, que faz com que o líquido volte para as áreas mais quentes através da estrutura capilar. [Gilmore 2002].

Os primeiros estudos registrados da dinâmica da subida de líquido em capilares foram iniciados por [Lucas 1918] e por [Washburn 1921]. Muitos outros trabalhos posteriores se concentraram em estudar efeitos que afetam a dinâmica de movimento do líquido como o efeito do ângulo de contato, tensão superficial e surfactantes, inclinação do capilar. Mais recentemente [Plociniczak and Switala 2018] e [Masoodi et al. 2013] fizeram estudos para melhorar o entendimento da dinâmica de oscilações presentes em alguns casos de subida de



líquido em capilares. [Ramon and Oron 2008] fizeram um trabalho teórico da subida do menisco em um capilar com mudança de fase, e [Polansky and Kaya 2015] que conduziram um estudo experimental da influência da adição de calor e consequente evaporação do líquido durante a subida no capilar.

Este artigo tem por objetivo estender a equação de Lucas-Washburn para um caso que se aproxima do modo de operação dos tubos de calor, quando há adição de calor no sistema de modo a afetar a dinâmica de subida do líquido no capilar. Bem como apresentar resultados da solução numérica da equação proposta e a comparação com resultados experimentais apresentados por [Polansky and Kaya 2015].

2. Metodologia

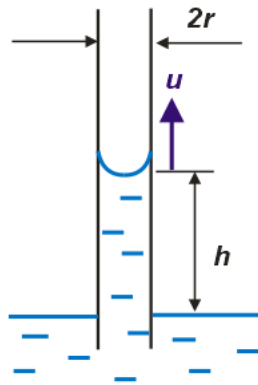


Figura 1 – Representação do sistema, com a coluna de líquido de altura h subindo com velocidade u pelo capilar de diâmetro $2r$.

A equação que governa a subida de um líquido por um capilar pode ser deduzida a partir do balanço de forças atuando na coluna de fluido. Assumindo um capilar de diâmetro constante, e considerando as forças capilar, viscosas e gravitacional, podemos chegar a equação de Lucas-Washburn (1), como resultado da segunda lei de Newton [Plociniczak and Switala 2018]

$$\frac{8\mu}{r^2} hh' + \rho gh + \rho \frac{d}{dt}(hh') = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r} \quad (1)$$

onde h é a altura da coluna de líquido no capilar, que é função do tempo t , ρ é a densidade do líquido, μ é a viscosidade do líquido, g é a aceleração da gravidade, σ é a tensão superficial do líquido, r é o raio do capilar, e θ é o ângulo de contato entre o líquido e a parede do capilar. Na figura 1, u é a velocidade da coluna de líquido, que é a derivada da altura h no tempo, ou seja h' .

A altura máxima que a coluna de líquido pode atingir h_e no final do transiente, quando a força capilar se iguala a força exercida pela gravidade, pode ser obtida através da equação da capilaridade (2)

$$h_e = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r\rho g}. \quad (2)$$



É possível notar que a equação da capilaridade (2) é a solução da equação de Lucas-Washburn (1) para quando o sistema entra em regime estacionário.

De modo a simplificar a equação diferencial e posteriormente agregar todas as constantes em um único parâmetro adimensional, será feita a substituição das variáveis da equação por variáveis adimensionais, em um método apresentado por [Masoodi and Ostadhossein] e [Plociniczak and Switala 2018].

As variáveis adimensionais são

$$H = \frac{h}{h_e} \quad (3)$$

$$\bar{t} = \frac{t}{\tau} \quad (4)$$

onde h_e é a altura máxima da coluna de líquido em estado estacionário e τ é um tempo de referência usado para normalizar o tempo, dado por

$$\tau = \frac{16\mu\sigma\cos(\theta)}{r^3\rho^2g^2} \quad (5)$$

Substituindo h e t em 1 obtemos

$$\frac{8\mu}{r^2\tau}h_e^2HH' + \rho gH + \rho\frac{h_e^2}{\tau^2}(HH')' = \frac{2\sigma\cos(\theta)}{r} \quad (6)$$

Podemos simplificar a equação (6) de modo que

$$HH' + H + \omega\frac{d(HH')}{d\bar{t}} = 1 \quad (7)$$

com condições iniciais

$$H(0) = 0 \quad (8)$$

$$H'(0) = 0 \quad (9)$$

e ω é um número adimensional obtido por

$$\omega = \frac{\rho^2gr^4}{64\mu^2h_e} \quad (10)$$

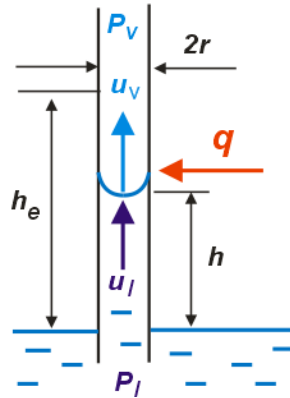


Figura 2. Representação do sistema, com a coluna de líquido de altura l subindo com velocidade u pelo capilar de diâmetro $2r$ e com a adição de fluxo de calor q .

Com a adição do princípio de conservação de energia no sistema a equação que governa a subida de capilar tem a componente de velocidade de subida do líquido afetada devido a evaporação do menisco. Com isso a equação (1) é modificada para contabilizar essa mudança

$$\frac{8\mu}{r^2} h \left(\frac{q}{\lambda\rho} + h' \right) + \rho g h + \rho \frac{d}{dt} (hh') = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r} \quad (11)$$

onde q é o fluxo de calor inserido e λ é o calor latente de vaporização do líquido. Consequentemente

$$H \left(\frac{q}{\lambda\rho} + H' \right) + H + \omega \frac{d(HH')}{dt} = 1 \quad (12)$$

Porém, segundo [Quéré and Raphaël 1999], quando ocorre a queda do líquido, no caso de haver oscilações, a energia cinética do líquido é perdida, o que faz com que o termo da expressão devido a velocidade seja zero na equação (11). Resultando em duas equações diferenciais distintas, uma para a subida e outra para a descida do líquido. As duas equações podem ser representadas de forma semelhante a apresentada por [Masoodi et al 2013]

$$H \left(\frac{q}{\lambda\rho} + H' \right) + H + \omega H H'' + \omega b (H')^2 = 1 \quad (13)$$

onde b é um coeficiente que permite modificar a equação (13) quando

$$b = \begin{cases} 1 & \text{se } H' \geq 0 \\ 0 & \text{se } H' < 0 \end{cases} \quad (14)$$

e também com condições iniciais

$$H(0) = 0 \quad (15)$$

$$H'(0) = 0 \quad (16)$$

3. Resultados e Discussão

O método de Runge-Kutta de quarta ordem foi utilizado para resolver a equação (7) com as condições iniciais das equações (8) e (9), e a equação (13) foi resolvida com as condições iniciais das equações (15) e (16) e com a condição apresentada na equação (14).



Na figura 3 é apresentada uma comparação entre o resultado numérico e o experimental de [Jeje 1979], da subida espontânea da coluna de água em capilares de vidro de quatro diâmetros diferentes. O resultado numérico usa a equação (7), sem adição de calor ao sistema, e foram utilizadas propriedades características da água a $22,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ apresentadas por [Jeje 1979].

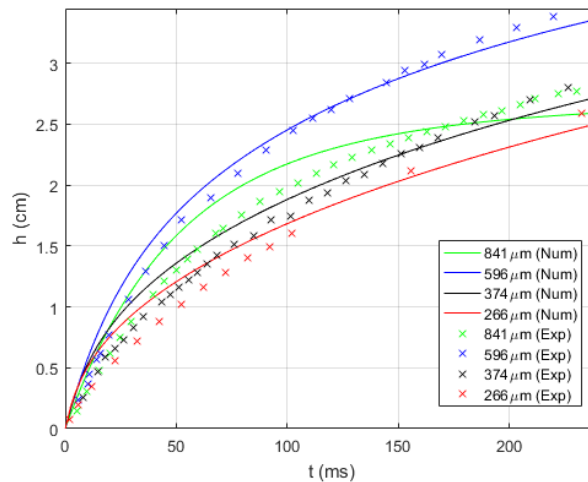


Figura 3. Altura do menisco versus tempo para diversos diâmetros de capilares, comparação numérica e experimental [Jeje 1979].

Nas figuras 4 e 5 são apresentadas comparações entre os resultados numéricos e os experimentais de [Polansky and Kaya 2015] da subida espontânea de uma coluna de isooctano em capilares de vidro variando-se o fluxo de calor inserido no sistema. O resultado numérico é obtido utilizando-se a equação (13), que leva em consideração a conservação da energia. Foram utilizadas propriedades do isooctano a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ como apresentado por [Polansky and Kaya 2015]. A figura 4 mostra as comparações para um capilar de 2 mm de diâmetro, com potência inserida no sistema variando de 0 W a $10,6\text{ W}$. E a figura 5 mostra as comparações para um capilar de 1 mm de diâmetro e com potência inserida também variando na mesma faixa.

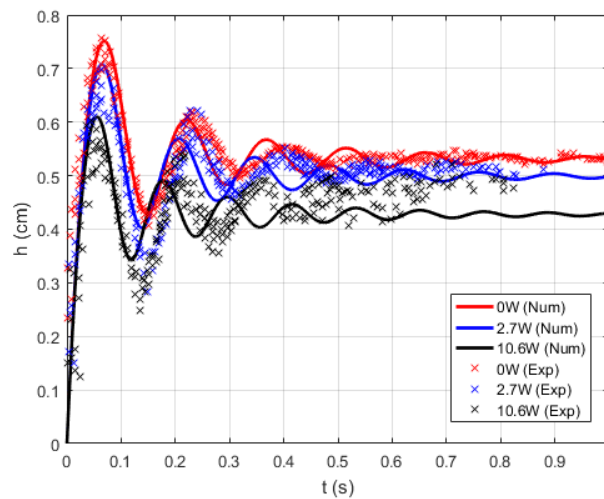


Figura 4. Altura do menisco versus tempo para um capilar de 2,0 mm de diâmetro, para potências inseridas de 0 W, 2,7 W e 10,6 W. Comparação numérica e experimental [Polansky and Kaya 2015].

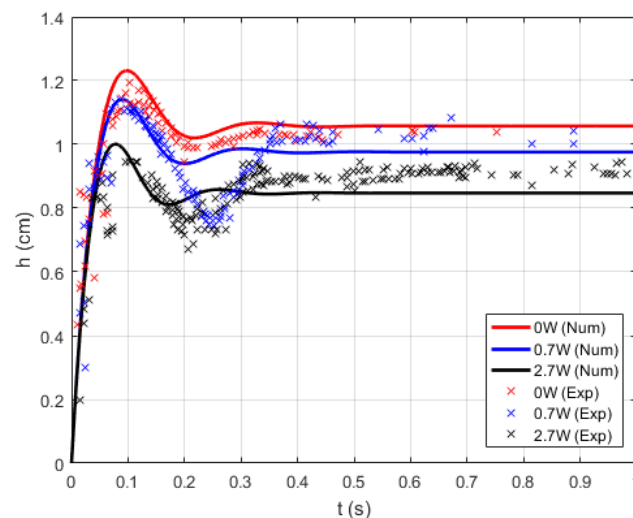


Figura 5. Altura do menisco versus tempo para um capilar de 1,0 mm de diâmetro, para potências inseridas de 0 W, 2,7 W e 10,6 W. Comparação numérica e experimental [Polansky and Kaya 2015].

4. Conclusão

Uma modificação da equação de Lucas-Washburn foi apresentada, bem como a solução numérica da mesma e uma comparação com dados experimentais encontrados na literatura. A equação modificada permite contabilizar os efeitos de energia térmica inserida no sistema com a mudança de fase do líquido na região do menisco. O modelo apresenta um bom grau de aproximação para os capilares de 2 mm e de 1 mm de diâmetro nas primeiras oscilações, depois disso começam a ser notados efeitos dissipativos que contribuem para defasar os resultados numéricos e experimentais. Outras modificações podem ser feitas na equação para considerar outros efeitos, como por exemplo a pressão exercida pelo vapor gerado e possivelmente aproximar os resultados numéricos dos dados experimentais.



Agradecimentos: Agradecimentos a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências

- Faghri, A. (2014). Heat Pipes: Review, opportunities and challenges. In *Frontiers in Heat Pipes*, 5th ed. Global Digital Central.
- Gilmore, D. G. (2002). *Spacecraft Thermal Control Handbook. Volume I: Fundamental Technologies*. 2nd ed. The Aerospace Press.
- Jeje, A. A. (1979). Rates of spontaneous movement of water in capillary tubes. In *Journal of Colloidal and Interface Science*, pages 420-429, 69th ed. Elsevier.
- Lucas, R. (1918). Ueber das Zeitgesetz des kapillaren Aufstiegs von Flüssigkeiten. In *Kolloid-Zeitschrift*, pages 15-22, 23rd vol. Springer.
- Masoodi, R., Languri, E. and Ostadhossein, A., M. (2013). Dynamics of liquid rise in a vertical tube. In *Journal of Colloid and Interface Science*, pages 268-272, 389th ed. Elsevier.
- Plociniczak, L. and Switala, M. (2018). Monotonicity, oscillations and stability of a solution to a nonlinear equation modelling the capillary rise. In *Physica D*, pages 1-8, 362nd ed. Elsevier.
- Polansky, J. and Kaya, T. (2015). An experimental and numerical study of capillary rise with evaporation. In *Interational Journal of Thermal Sciences*, pages 25-33, 91st ed. Elsevier.
- Quéré, D. and Raphaël, É. (1999). Rebounds in a Capillary Tube. In *Langmuir*, pages 3679-3682, 15th ed. ACS Publications.
- Ramon, G. and Oron, A. (2008). Capillary rise of a meniscus with phase change. In *Journal of Colloid and Interface Science*, pages 145-151, 327th ed. Elsevier.
- Washburn, E. W. (1921). The dynamics of capillary flow. In *The Physical Review*, pages 273-283, 17th ed. American Physical Society.