



Avaliação da Posição Relativa de um Satélite que é Repositionado em uma Disposição Tetraédrica de Satélites em Formação Orbital

MAHLER, W.F.C.¹, ROCCO, E.M.²

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil

¹Aluno de doutorado da Área de Concentração em Mecânica Espacial e Controle - CMC.

²Divisão de Mecânica Espacial e Controle - DMC

Wagner.mahler@gmail.com

Resumo. *O intuito deste trabalho é manobrar um satélite de modo que este seja reposicionado sobre uma posição pré-determinada numa constelação de satélites que se arranjam, de tempos em tempos, numa configuração tetraédrica regular. As quatro espaçonaves são posicionadas sobre a configuração admitida, um tetraedro regular, considerando o instante em que eles estarão em formação. A partir de então, o problema é analisado com base na geometria da disposição das espaçonaves e os parâmetros orbitais são calculados e inseridos em um simulador de trajetórias espaciais, o Spacecraft Trajectory Simulator (STRS), para testar e avaliar o movimento relativo dos corpos e os instantes da formação do poliedro regular. Em um determinado instante, o satélite S_4 , que se encontra em uma órbita de baixa excentricidade, será manobrado para reentrar na atmosfera terrestre e, conseqüentemente, um outro satélite será inserido na posição de S_4 .*

Palavras-chave: Constelação de satélites; Formação orbital de satélites; Formação de voo tetraédrica; Movimento relativo; Controle.

1. Introdução

Devido as perturbações orbitais a trajetória do satélite é constantemente afetada. Para corrigir sua posição, o satélite se comunica por meio do envio de telemetrias que indicarão, a uma plataforma de rastreo, seus dados de funcionamento e de sua trajetória orbital. Se existe qualquer necessidade de correção na posição daquele satélite, um controlador terrestre enviará dados de telecomando para que o satélite execute uma ação corretiva. A ação não se dá de forma autônoma, já que toda tomada de decisão ocorre por meio de informações trocadas entre satélite e base de solo (telemetrias) e entre base de solo e satélite (telecomandos). A possibilidade de um sistema autônomo para controle de órbita de uma constelação de satélites é apresentada por (Koenigsmann, Collins, Dawson, & Wertz, 1996). Um outro estudo referente ao controle de órbita é proposto por (Kluever & Tanck, 1997), entretanto eles utilizam um sistema autônomo com propulsores elétricos de magnitude constante. A tecnologia *drag-free*, que visa atenuar os efeitos de perturbações de origem não gravitacional durante a trajetória descrita pelo satélite ao redor da Terra,



utiliza um sistema autônomo de correção de posição (Zanoni, 2015). Se trata de um sistema em malha fechada e o processo ocorre por meio da aferição de sensores, responsáveis por medir a posição atual do satélite. Em seguida estes valores são comparados com um valor de referência e se a posição não confere, um sistema de atuadores propulsivos aplicará incrementos de velocidade, variando a velocidade do satélite, de modo que sua posição atual seja corrigida. Novamente a posição instantânea é medida e comparada. A maneira cíclica de medição e correção da posição de um satélite em sua trajetória é a forma que tornou possível a aplicação da tecnologia *drag-free*.

Este trabalho propõem um conjunto de satélites que atende uma determinada condição geométrica durante o movimento orbital. Uma falha retirou de operação um dos satélites que precisa reentrar na atmosfera terrestre. Para que a funcionalidade do arranjo de satélites continue atendendo os requisitos da missão, seja ela qual for, um outro satélite é reposicionado sobre as mesmas condições orbitais do satélite em falha irreversível e para isso são efetuadas manobras de retirada e reposição de um novo satélite.

2. Metodologia

Inicialmente, o tetraedro é posicionado sobre a região onde se pretende estabelecer sua formação. Neste caso, foi definido que a formação ocorrerá no apogeu da órbita elíptica de S_4 como ilustra a Figura 1, as demais órbitas de S_1 , S_2 e S_3 são circulares (Mahler, 2017).

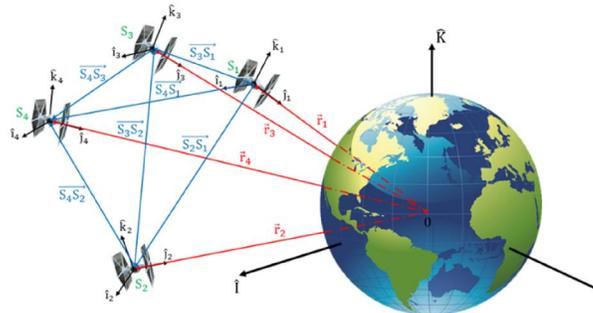


Figura 3 – Posicionamento dos satélites sobre uma formação tetraédrica regular.

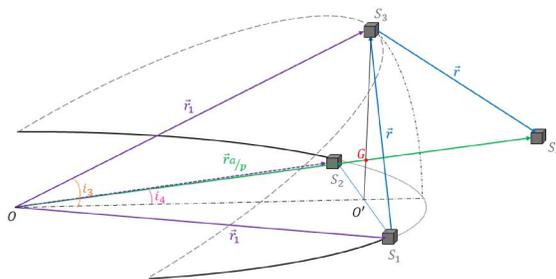


Figura 1 – Análise geométrica da formação para o cálculo dos parâmetros orbitais.

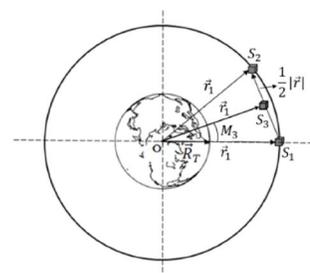


Figura 2 – Posicionamento de S_3 relativo a S_1 e S_2 .

Por meio da análise geométrica do problema, como apresenta a Figura 2, os parâmetros orbitais de cada satélite são calculados.



Os satélites S_1 e S_2 encontram-se numa mesma órbita com distância relativa r um do outro. A variação das anomalias médias, ΔM , entre M_1 e M_2 é dada por:

$$\Delta M = n(t_2 - t_1) \quad (1)$$

Onde n é o movimento médio, t_2 e t_1 são os tempos dos satélites S_2 e S_1 , respectivamente.

O satélite S_3 se encontra no ponto médio de r e sua anomalia média é M_3 como apresenta a Figura 3. Como o ângulo ΔM é conhecido a anomalia média do terceiro satélite será $M_3 = \frac{\Delta M}{2}$. A inclinação do plano orbital de S_3 , relativa ao plano de S_1 e S_2 , é calculada a partir das posições geométricas pré-estabelecidas.

As órbitas dos três corpos foram definidas propositalmente circulares, pois essa consideração acarreta em simplificações iniciais de um problema extremamente complexo, já que todos os parâmetros orbitais dos quatro satélites podem variar em função da cônica que descreverá sua trajetória.

O satélite S_4 não é coplanar ao plano triangular estabelecido por S_1 , S_2 e S_3 . A regularidade da formação tetraédrica acontece porque os períodos orbitais entre os satélites são iguais. O raio do apogeu, r_a , e do perigeu, r_p , do quarto satélite são dados por:

$$r_a = r_1(1 + e) \quad (2)$$

$$r_p = r_1(1 - e) \quad (3)$$

Em que e é a excentricidade da órbita de S_4 e é dada por:

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \quad (4)$$

Os requisitos da constelação dos quatro satélites no instante da formação orbital, para uma primeira análise, será: a) os satélites terão um afastamento relativo $r = 5000$ m; b) a altitude orbital dos satélites é $h = 800000$ m; c) são desconsideradas as perturbações orbitais.

Será admitido que o satélite S_4 se tornou inoperante e precisa ser substituído por outro satélite. Para isso é realizada a retirada de S_4 de sua posição atual para uma posição de reentrada utilizando a manobra de Hohmann. O início da manobra se dá no apogeu de S_4 , sabendo que o ângulo de transferência é de 180° , o satélite é manobrado para uma órbita, cujo perigeu encontra-se a 200 km de altitude, aproveitando o favorecimento dos efeitos da força de arrasto atmosférico para esta reentrada, como ilustra a Figura 4. Os incrementos de velocidade da manobra de Hohmann e o tempo total gasto para realiza-la são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados relativos aos incrementos de velocidade aplicados em S_4 para que ele reentre na atmosfera terrestre e o tempo total da manobra.

Manobra de retirada S_4	
Δv_1 [m/s]	164,34665
Δv_2 [m/s]	167,97182
Δv_T [m/s]	332,31847
Tempo de manobra [s]	2838

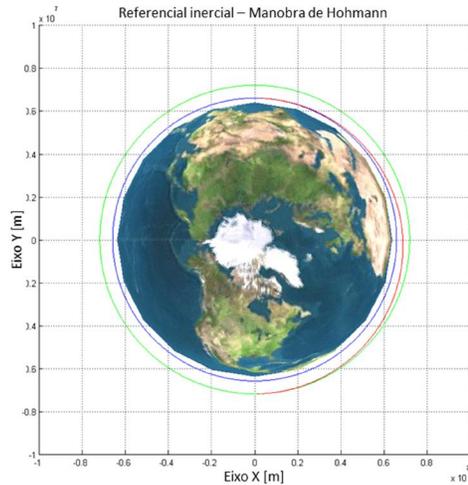


Figura 4 – Manobra de Hohmann para efetuar a reentrada de S₄ na atmosfera terrestre.

Devido a existência dos vínculos temporal e de posição, bastaria conhecer o instante inicial e final de apenas um dos satélites, e conseqüentemente sua posição inicial e final, que também seria conhecida a posição orbital de qualquer outro satélite. Tomando como referência o satélite S₁, sua posição inicial e final e o tempo inicial e final calcula-se o tempo no instante em que o tetraedro regular se forma. Este tempo, t_f , será o tempo da primeira manobra de reposicionamento de um satélite substituto sobre a posição do satélite que fora retirado.

$$t_f = \frac{\Delta M r_1}{v_c} \quad (5)$$

Para encontrar os incrementos de velocidade que resolvem o problema de Lambert é utilizado o algoritmo em cascata desenvolvido por (Arantes Jr., Rocco, & Komanduri, 2010) mostrado na Figura 5.

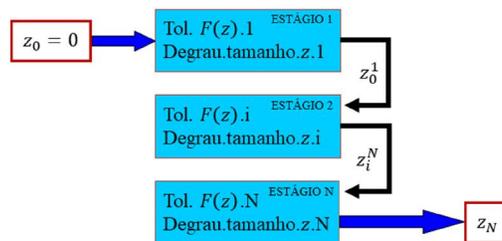


Figura 5 – Diagrama do algoritmo em cascata.

Este algoritmo baseia-se em encontrar o valor de z que soluciona a seguinte equação:

$$t = \frac{-x^3(z)S(z) - A[y(z)]^{1/2}}{(\mu)^{1/2}} \quad (6)$$

Em que:



$$S(z) = \frac{(z)^{1/2} - \text{sen}\left(z^{1/2}\right)}{z^{3/2}} \quad (7)$$

$$C(z) = \frac{1 - \cos\left(z^{1/2}\right)}{z} \quad (8)$$

$$y(z) = r_1 + r_2 - A \frac{1 - zS(z)}{[C(z)]^{1/2}} \quad (9)$$

$$x(z) = \left[\frac{y(z)}{C(z)} \right]^{1/2} \quad (10)$$

A restrição é varrida e processada N vezes, cobrindo toda a faixa que representa as soluções elípticas para o problema. O algoritmo é iterativo e à medida que a solução converge para um valor, as seguintes funções são avaliadas (Rocco, E. M., 2014).

$$f(z) = 1 - \frac{y(z)}{r_1} \quad (11)$$

$$g(z) = A \left[\frac{y(z)}{\mu} \right]^{1/2} \quad (12)$$

$$\dot{g}(z) = 1 - \frac{y(z)}{r_2} \quad (13)$$

O ângulo de transferência é calculado como sendo:

$$A = \text{sign}(\pi - \Delta\Phi) [r_1 r_2 (1 + \cos \Delta\Phi)]^{1/2} \quad (14)$$

Em que: $\Delta\Phi > \pi \rightarrow$ caminho longo e $\Delta\Phi < \pi \rightarrow$ caminho curto

Conseqüentemente:

$$\Delta v_1 = v_1 - v_{inicial} \quad (15)$$

$$\Delta v_2 = v_{final} - v_2 \quad (16)$$

O z que satisfaz a equação é definido no intervalo de varredura $\{z \in \mathbb{R} | 0 \leq z \leq 4\pi^2\}$.

A Figura 6 apresenta a manobra de reposição do satélite na órbita desejada, entretanto, como se nota, a manobra apresenta um comportamento que leva a interpretação de uma quantidade de energia desperdiçada. Vale ressaltar que o trabalho não visa apresentar a manobra ótima, apesar de saber qual seria a manobra ótima de mínimo consumo de combustível (Figura 7).

Toda a simulação e estudos são desenvolvidos no Spacecraft Trajectory Simulator (STRS). O STRS é um simulador de trajetórias espaciais e de manobras orbitais que utiliza a tecnologia *drag-free* como concepção de elaboração (Rocco, 2008) e (Rocco, 2009). Este conceito permite ao STRS a capacidade de simular ambientes espaciais do mais alto grau de complexidade, considerando diversos efeitos dissipadores capazes de perturbar a cinemática e a dinâmica de um corpo no espaço, erros inseridos no modelo, não linearidades etc. A estrutura básica do simulador encontra-se ilustrada na Figura 8.



Tabela 2 – Incrementos de velocidade calculados da manobra de Lambert.

Incrementos de velocidade do satélite de reposição	
Δv_1 [m/s]	4463,7965
Δv_2 [m/s]	4247,6101
Δv_T [m/s]	8711,4066

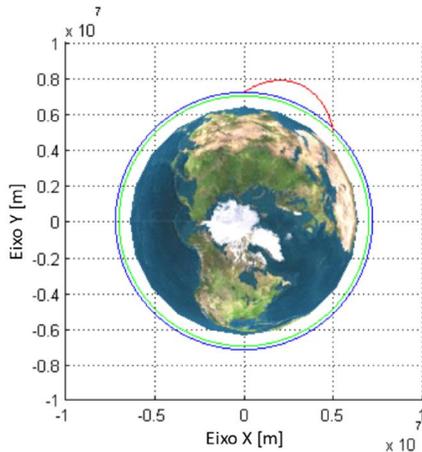


Figura 6 – Manobra de Lambert, bi-impulsiva, para $\Delta t = 1510$ s.

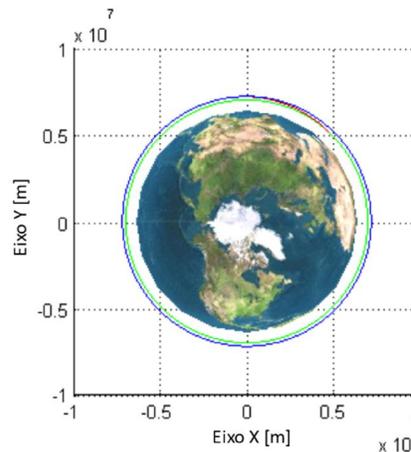


Figura 7 – Manobra de Lambert, ótima, para $\Delta t = 755$ s.

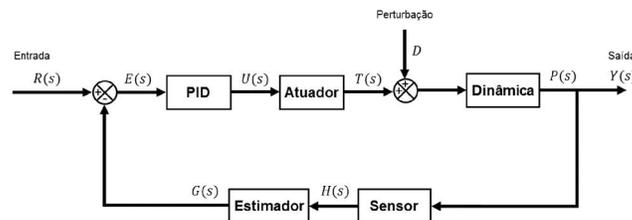


Figura 8 – Spacecraft Trajectory Simulator (STRS).

3. Resultados e Discussão

Foram efetuadas quatro manobras de Lambert, oito incrementos de velocidade, buscando o ajuste ideal para a condição de formação de um tetraedro regular, com os incrementos de velocidade apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Incrementos de velocidade calculados no intervalo de tempo de 1505 s.

Incrementos de velocidade do satélite de reposição	
Δv_1 [m/s]	0,00973
Δv_2 [m/s]	0,00487
Δv_T [m/s]	0,0146

Os parâmetros orbitais finais foram obtidos após a simulação ter prosseguido até o instante de 16785 s, instante este em que foi dado o último incremento de velocidade de ajuste, porque assim foi definido. Os parâmetros orbitais e o tempo inicial e final estão dispostos da Tabela 4.



Tabela 4 – Dados da posição final do satélite e a posição de referência.

Parâmetros orbitais do satélite de reposição		
	Posicional final obtida ($t = 24212$ s)	Posição de referência ($t_f = 24212$ s)
a (m)	7178137,949288	7178138
e	0,00056873870967559	0,00056873834633474
i (°)	0,011520999738961	0,011520999770596
Ω (°)	$6,6986851378986 \cdot 10^{-13}$	$3,0030325907344 \cdot 10^{-13}$
ω (°)	270,00007884279	270,00000000198
M (°)	90,159518071071	90,100060925587

A última medida corretiva foi suficiente para causar um erro de apenas 5 cm no semi-eixo maior da órbita de S_4 , como mostra a Figura 8. O erro, relativo a excentricidade, é muito pequeno (Figura 9). Os incrementos de velocidade, que ajustariam os parâmetros orbitais do S_4 para a condição de formação do tetraedro regular, foram bem pequenos como ilustra a Figura 10. Isto ocorre porque as manobras de ajuste estão refinando cada vez mais a posição de S_4 na órbita. Mesmo após quatro manobras de Lambert, oito incrementos de velocidade, buscando o ajuste ideal para a condição de formação de um tetraedro regular, as manobras de ajuste não foram suficientes para reposicionar o novo satélite sobre a posição exata em que ele necessita estar. Atendo-se ao erro da anomalia média, mostrado na Tabela 5, percebe-se que o erro associado a posição do satélite reposicionado é maior que o vínculo de aproximação máxima (5000 m).

$$(0,05945714548) \left(\frac{\pi}{180} \right) 7178138 = 7448,91855855 \text{ m} \quad (17)$$

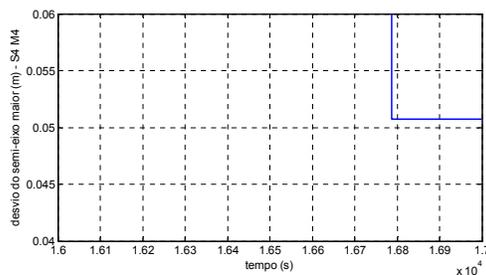


Figure 8 – Desvio do semi-eixo maior da órbita de S_4 após a quarta manobra de correção.

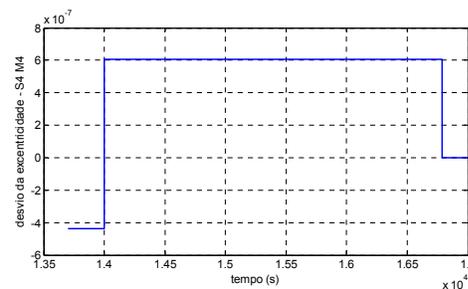


Figure 9 – Desvio da excentricidade da órbita de S_4 após a quarta manobra de correção.

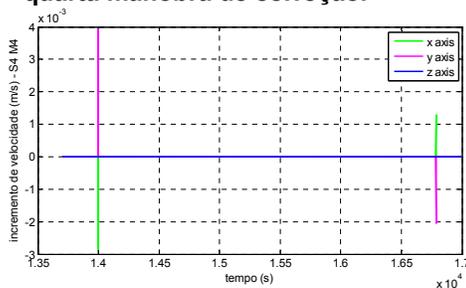


Figure 10 – Terceira manobra de reposicionamento de S_4 .

Tabela 5 – Erros relativos as medidas de posição.

Erros relativos nas medidas de posição	
Erro relativo a a (m)	0,05071199964
Erro relativo a e	$3,6334085 \cdot 10^{-10}$
Erro relativo a i (°)	$3,1635 \cdot 10^{-11}$
Erro relativo a Ω (°)	$3,6956525 \cdot 10^{-13}$
Erro relativo a ω (°)	0,0000788408
Erro relativo a M (°)	0,05945714548



4. Conclusão

Foram efetuadas quatro manobras de correção afim de que os vínculos de posição e de tempo fossem atendidos, entretanto estes são muito exigentes e específicos para as condições admitidas de maneira inicial. Bastou um erro da ordem de 10^{-3} radianos na anomalia média para causar um erro aproximado de afastamento da posição ideal de 7,5 km, ou seja, este erro é maior que o requisito adotado de dimensão do tetraedro regular (aresta = 5 km). A modelagem do problema se mostrou bastante promissora e diferenciada do que já fora apresentado em outros trabalhos que se baseiam nas equações linearizadas de Hill, pois quanto maior for o afastamento relativo entre os corpos maior será o erro acumulado em sua posição (Santos & Rocco, 2013).

Referências

- Arantes Jr., G., Rocco, E., & Komanduri, A. (2010). Far and close approaching Strategies for Rendez-vous and Docking Operations Applied to On-Orbit Servicing. Em *Mathematical Analysis and Application in Engineering Aerospace and Sciences. Embry Riddle Aeronautical University*.
- Koenigsmann, H., Collins, J., Dawson, S., & Wertz, J. (1996). Autonomous Orbit Maintenance System. *Acta Astronautica*.
- Cluever, C., & Tanck, G. (1997). A Feedback Control Law for Stationkeeping with on-off Thrusters. *Advances in the Astronautical Sciences*.
- Mahler, W. (2017). *Estudo do Posicionamento Relativo de Satélites Dispostos em uma Formação de Voo Poliédrica*. Dissertação de Mestrado. São José dos Campos: INPE.
- Rocco, E. M. (2008). The earth albedo model. Center of Applied Space Technology and Microgravity (ZARM).
- Rocco, E. M. (2009). Earth albedo evaluation and analysis of the trajectory deviation for some drag-free missions. Proceedings of the 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications -DINCON.
- Rocco, E. (2014). Simulation of the Effects due to the Gravitational Disturbances Generated by the Sun, Phobos and Deimos in Orbital Maneuvers Around Mars. Proceedings of the XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering CILAMCE.
- Santos, W. G., & Rocco, E. M. (2013). Trajectory control with continuous thrust applied to a rendezvous maneuver. *Journal of Physics*.
- Zanoni, C. (2015). *Drag-Free Spacecraft Technologies Criticalities in the initialization of Geodesic Motion*. University of Trento.