



Técnica Analítica-Numérica de um Novo Modelo de Fechamento de um Escoamento Reativo Compressível Turbulento aplicado à Motores a Foguetes.

Ponce, R.¹, Cardoso, E. M.¹, Woiski, E. R.¹, Silva, J. B. C.¹

¹ Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, Brazil
Aluno de Mestrado do curso de Ciências Térmicas.

ruhan.ponce@unesp.br

Resumo. O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia para análise analítica-numérica de um escoamento transiente reativo compressível turbulento de mistura homogênea pré-misturada em um bocal convergente-divergente, empregado em motores a foguete. As equações de continuidade, momentum, energia e conservação de espécies químicas são modeladas no âmbito da turbulência aplicando a metodologia de LES¹, para o escoamento é sugerido um novo método de fechamento das equações baseado no método de energia cinética subgrid, na integração turbulência combustão (TCI) também é sugerido um novo método para obtenção da constante da difusividade turbulenta de um escalar.

Palavras-chave: LES; Integração Turbulência Combustão; Motores a Foguetes.

Symbols

ρ	Densidade	u	Velocidade	δ_{ij}	Delta de kronecker
E	Energia total	Y	Fração mássica	V	Velocidade de difusão
τ	Tensor Cisalhante	p^*	Pressão estática	q_j	Fonte de calor
$\bar{\square}$	Média de um escalar	$\tilde{\square}$	Variáveis filtradas	\square^{sgs}	Var. fechamento subgrid
$\dot{\epsilon}$	Taxa de deformação	ν_t	Viscosidade turbulenta	C_ν	Const. Smagorinsky
$\bar{\Delta}$	Dim. característica da malha	Sc_t	Nº de Schimidt Turbulento	Pr_t	Prandtl turbulento
M	Massa total da mistura	W_k	Massa da espécie k	N_s	Nº espécies
μ	Viscosidade dinâmica	e	Energia interna energy	E^*	Dist. espectral de Energia
κ	Modos de Fourier turbulento	\mathbb{G}	Variável de Progresso (VP)	ζ	VP normalizada
$\alpha_{\mathbb{G}\zeta}^t$	Difusividade turbulenta	k^{sgs}	Energia. cinética subgrid	η	Escala de Kolmogorov
R	Constante do gás	R_u	Constante Uni. gás		

1. Introdução

Com respeito aos subsistemas de um veículo lançador, o estudo desenvolvido por [Chang 2000] apresenta a frequência de falha relacionado a cada componente. O sistema de propulsão é responsável por 62.3% das falhas de lançamento no mundo entre 1983 e 1988, nos Estados Unidos

¹Large Eddy Simulation



por 50%, USSR² por 71.4% e 83.3% na Europa. Nacionalmente é ainda mais alarmante, o sistema de propulsão foi responsável por 100% das falhas ocorridas em lançamentos. Dessa forma, a necessidade de uma evolução contínua de estudos e tecnologias aplicados ao subsistema de propulsão aeroespacial, com intuito de desenvolver métodos de predição e simulação para identificar possíveis falhas muito antes de ocorrerem.

[Sutton and Biblarz 2001], estudando a propulsão de sistemas aeroespaciais, afirmaram a alta complexidade desse subsistema, exigindo um projeto cuidadoso e grandes custos de produção. Dentro do subsistema de propulsão, a câmara de combustão, que é responsável pela produção do impulso para cumprir a missão do veículo, ainda apresenta desafios na modelagem do escoamento devido a três principais fatores: detalhes da combustão [Wang 2016], interferência turbulência no processo [Maestro et al. 2016]; e, representação das reais condições atmosféricas [Chen and Mathias 2002] devido a operação em elevadas altitudes dos protótipos.

1.1. Estudo da Arte

Quanto ao modelo de Turbulência

Embora a maioria das referências analisadas tenha utilizado a metodologia de LES com o método de fechamento da energia cinética subgrid, [Schlimpert et al. 2016] e [Mühlbauer et al. 2012] aplicaram a metodologia de RANS³, o último com o modelo de fechamento $\kappa - \epsilon$. No trabalho de [Schlimpert et al. 2016], o método AUSM⁴ de baixa dissipação foi aplicado às discretização espacial dos termos advectivos e para a discretização temporal usou o esquema de Runge-Kutta de terceira ordem. O método de DNS⁵ foi selecionado por [Boger et al. 1998], [Lipatnikov et al. 2017] e [Liu et al. 2012]. Em particular [Domingo et al. 2005] comparou resultados entre DNS e LES, enquanto [Potturi et al. 2017] usou o modelo híbrido de LES/RANS com modelo de fechamento de mínimos quadrados [Naghian et al. 2017].

Como a precisão de um método está relacionada à sua capacidade de discretizar o comportamento das pequenas escalas, ou escala de Kolmogorov, as diferentes metodologias turbulentas se distinguem por esse aspecto. Portanto, as metodologias podem ser classificadas em ordem decrescente de precisão pelo DNS, LES e RANS.

No entanto, a capacidade de discretizar as pequenas escalas é diretamente relacionado ao custo computacional, resultando na não aplicabilidade da metodologia do DNS para o presente trabalho. A aplicação do DNS nos trabalhos analisados, como forma de contornar o excessivo custo computacional, são empregadas algumas simplificações para o problema, como turbulência isotrópica e homogênea [Boger et al. 1998] ou turbulência estaticamente planar [Liu et al. 2012, Lipatnikov et al. 2017].

Uma alternativa ao DNS é a metodologia de LES, que obtém os fluxos médios por meio da análise dos grandes e pequenos vórtices, avaliando com alguma precisão a energia contida nesse fluxo. Nessa metodologia, as pequenas escalas não são simuladas como no DNS, mas influenciam o restante do escoamento. Essa influência ocorre de forma passiva, de modo que os grandes vórtices contêm grande quantidade de energia, o que releva sua importância na simulação. Em suma, o sucesso da metodologia LES é obtida pelo fato de que a energia e outras informações do escoamento viajam da direção dos grandes para os menores vórtices, um fenômeno conhecido como cascata de energia, mas nunca na direção contrária [Davidson 2004].

²Union of Soviet Socialist Republics

³Reynolds-Averaged Navier-Stokes

⁴Advection Upstream Splitting Method

⁵Direct Numerical Simulation



O modelo RANS fornece resultados para os fluxos médios com precisão de engenharia, empregando custo moderado de computação, como comparação, é cerca de 1% a 10% do custo envolvidos para LES, este último exige malhas muito mais refinadas. Contudo, para situações de escoamentos com vórtices anisotrópicos, as quantidades médias são menos satisfatórias com RANS. Além disso, o LES fornece instabilidade nos dados que são indispensáveis para modelar um escoamento caótico, como é o caso da turbulência real, porém este não pode ser usado para fluxos simétricos no espaço [Fröhlich and von Terzi 2008].

Considerando os pontos fortes das metodologias RANS e LES, seria natural para alguns autores combinar ambos para aliar a velocidade computacional de um com a aplicabilidade e confiabilidade do outro por meio de modelos híbridos [Potturi et al. 2017] como é o caso de [Thakur et al. 2012] com DES⁶, um modelo híbrido usado em FVM⁷ para fluxos axissimétricos. [Nguyen et al. 2017] aplicou o mesmo modelo, DES, também para fluxos axissimétricos com multiespécies químicas, mas empregando FDM⁸ associado a uma variação do clássico JST⁹.

Finalmente, a aplicabilidade de cada metodologia deve ser consistente com o nível de precisão e custo computacional que devem ser pré estabelecido para cada problema. Tendo isso, e levando em conta os pontos fortes apresentados, a metodologia LES será aplicada no presente trabalho. Além disso, tanto LES quanto RANS, necessitam da aplicação de algum tipo de filtro ou média em suas modelagens, resultando na necessidade de alguma forma de fechamento do sistema de equações. O novo método de fechamento que será proposto neste trabalho é uma variação do modelo de energia cinética turbulenta subgrid [Oefelein 2015, Foster and Miller 2015, Maestro et al. 2016].

Quanto à Integração Turbulência Combustão

Devido a simplicidade e fácil implementação, o modelo G-equation que detecta a frente de chama foi empregado pela grande maioria dos trabalhos analisados [Schlimpert et al. 2016, Nogenmyr et al. 2008, Albayrak and Polifke 2017, Dekena and Peters 1999, de Lageneste and Pitsch 2002]. Os trabalhos de [Lipatnikov et al. 2017],[Boger et al. 1998], [Domingo et al. 2005] utilizam o modelo FSD¹⁰. O *Thickened Flame model* [Martin et al. 2006, Angelberger et al. 2000]. [Merk et al. 2018] usa o LEM¹¹, ao passo que [Flemming et al. 2007] trabalha com *Flamelet Models; Steady Flamelet Model* [Bui et al. 2008]; [Mühlbauer et al. 2012] and [Cecere et al. 2011] aplicam *Flamelet/Progress Variable*. [Oefelein 2015] compara os modelos *Laminar Flamelet Model* [Ladeinde and Lou 2017], Transporte Probability Density Function [Ferraro et al. 2015] e LEM [Bilger 2011], enquanto [Huo and Yang 2017] contrasta os modelos de *Flamelet Model* e *Flamelet/Progress Variable* e [Zong et al. 2008] compara *Conserved Scalar Approach* e *Direct-closure Approach*.

Apesar do progresso dos estudos de combustão turbulenta, um modelo preditivo, universal, multi-regime e multi-aplicações ainda se encontra indefinido. Os principais modelos analisados nessa revisão bibliográfica são os modelos de Flamelet – incluindo os modelos *Steady Flamelet*

⁶Detached Eddy Simulation

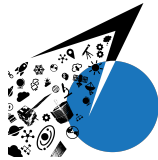
⁷Método de Volumes Finitos

⁸Método de Diferenças Finitas

⁹Jameson-Schmidt-Turkel

¹⁰Flame Surface Density

¹¹Linear Eddy Model



Model, Flamelete/Progress Variable e Unstead Flamelet/Progress Variable – LEM e FDF¹² [Liu et al. 2012], no qual todos estes empregaram LES como metodologia turbulenta.

Os modelos de Flamelet, os quais são limitados pela redução de espécies químicas, não produzem bons resultados para escoamentos de substâncias puras. Ainda, o mais simplista modelo de *Flamelet* é o *Stead Flamelet*, o qual a combustão turbulenta pode ser caracterizada pela cinética química de algumas reações [Glassman and Yetter 2008]. Para contornar tais limitações dos modelos, tem-se o modelo mais robusto de *Flamelet/Progress Variable*, que será discutido.

Quanto ao desenvolvimento

Em todas as bibliografias analisadas, mesmo aquelas em que foi informado o emprego algum tipo de software comercial ou opensource nos diversos aspectos de fenômenos de transportes, os autores omitiram ou de alguma forma banalizaram a metodologia de solução empregada, bem com o a escolha de alguns parâmetros físicos importantes envolvidos diretamente na resolução do problema específico, impossibilitando a sua anlise mais detalhada ou mesmo reconstrução.

2. Modelo Matemático

O problema proposto é a caracterização da frente de chama e dos efeitos gerados por uma combustão premixed compressível turbulenta. Para isso, após a definição da geometria e do sistema de coordenadas que serão empregados na modelagem, obtem-se o sistema de equações de transporte a serem resolvidos.

A metodologia de LES é utilizado para modelar a combustão turbulenta, para isso foi utilizado um filtro de Favré espacial e como modelo de fechamento o método de subgrid. Para os termos subgrids foi considerado um escoamento isotrópico.

Para a modelagem da combustão considerou-se uma mistura premixed e para a caracterização da frente de chama utiliza-se o método de flamelet/progress variable. A seguir está apresentado o sistema de equações de transporte e as demais hipóteses empregadas no presente trabalho.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \bar{p}^* \delta_{ij} + \tau_{ij}^{sgs} \bar{\tau}_{ij}] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{E} + \tilde{u}_j \bar{p}^* + \bar{q}_j - \tilde{u}_i \bar{\tau}_{ji} + H_j^{sgs} + \sigma_j^{sgs}] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [\bar{\rho} (\tilde{Y}_k \tilde{u}_i + \tilde{Y}_k \tilde{V}_{i,k}) + Y_{i,k}^{sgs} + \theta_{i,k}^{sgs}] = 0 \quad (4)$$

com fechamento,

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \tilde{e} + \frac{1}{2} \widetilde{u_k u_k} \\ &= \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{u}_k \tilde{u}_k + \frac{1}{2} (\widetilde{u_k u_k} - \tilde{u}_k \tilde{u}_k) \\ &= \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{u}_k \tilde{u}_k + k^{sgs} \end{aligned} \quad (5)$$

¹²Filtered Density Function



$$\tilde{e} = \sum_{k=1}^{N_s} \tilde{Y}_k e_{f,k}^0 + \sum_{k=1}^{N_s} \tilde{Y}_k \int_{T_0}^{\tilde{T}} c_{V,k}(T) dT + \sum_{k=1}^{N_s} E_k^{sgs} \quad (6)$$

$$\bar{p}^* = \bar{\rho} \tilde{R} \tilde{T} + \bar{\rho} R_u T^{sgs} \quad (7)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = 2\mu(\tilde{T}) \left(\tilde{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (8)$$

$$\bar{q}_j = -\kappa(\tilde{T}) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} + \bar{\rho} \sum \tilde{Y}_k h_k(\tilde{T}) \tilde{V}_{i,k} + q_j^{sgs} \quad (9)$$

$$\tilde{V}_{i,k} = -\frac{D_k}{\tilde{Y}_k} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \quad (10)$$

$$\tau_{ij}^{sgs} = -2\bar{\rho} \nu_t \left(\tilde{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \right) + \frac{2}{3} k^{sgs} \delta_{ij} \quad (11)$$

$$Y_{i,k}^{sgs} = -\frac{\bar{\rho} \nu_t}{Sc_t} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \quad (12)$$

$$\theta_{i,k}^{sgs} = \bar{\rho} \left(\tilde{V}_{i,k} \tilde{Y}_k - \tilde{V}_{i,k} \tilde{Y}_k \right) \quad (13)$$

$$q_{i,k}^{sgs} = \bar{\rho} \left(h_k \tilde{Y}_k \tilde{V}_{i,k} - \tilde{h}_k \tilde{Y}_k \tilde{V}_{i,k} \right) \quad (14)$$

$$T^{sgs} = \sum_{k=1}^{N_s} \frac{\left(\tilde{Y}_k \tilde{T} - \tilde{Y}_k \tilde{T} \right)}{MW_k} \quad (15)$$

$$E_k^{sgs} = Y_k \tilde{e}_k(T) - \tilde{Y}_k e_k(\tilde{T}) \quad (16)$$

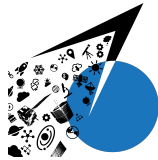
$$H_i^{sgs} + \sigma_i^{sgs} = -(\bar{\rho} \nu_t + \mu) \frac{\partial k^{sgs}}{\partial x_i} - \frac{\bar{\rho} \nu_t c_p}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} + \tilde{u}_j \tau_{ij}^{sgs} \quad (17)$$

Para a modelagem da viscosidade turbulenta, ν_t , geralmente é aplicado o modelo de Smagorinsky [Schiestel 2008]

$$\nu_t = C_\nu \bar{\Delta}^2 |\bar{\epsilon}|^2 \quad (18)$$

Assim, para a condição de elevado número de Reynolds, escoamento isotrópico e considerando que $\bar{\Delta}/\eta \gg 1$, sendo que o cutoff wavenumber $-\kappa_c$ é definido por $\kappa_c = \pi/\bar{\Delta}$ [Pope 2000] resultando em $\kappa_c \eta \ll 1$. Dessa forma, o exponencial da distribuição espectral do escoamento possa ser ignorado, logo

$$E^*(\kappa) = \alpha \epsilon^{\frac{2}{3}} \kappa^{-\frac{5}{3}} \quad (19)$$



Ou a viscosidade turbulenta pode ser obtida aplicando a teoria espectral fechada de [Kraichnan 1976] aplicada a escoamentos isotrópicos

$$\nu_t = 0.441\alpha^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{E^*(\kappa_c)}{\kappa_c}} \quad (20)$$

sendo α a constante de Kolmogorov ($\alpha \approx 1.5$), e podemos aproximar o termo de dissipação para $\epsilon^{sgs} \approx \epsilon = 0.931 \frac{(k^{sgs})^{3/2}}{\Delta}$ [Génin 2009] tem-se a energia cinética de subgrid advindas das equações de viscosidade turbulenta,

$$\kappa^{sgs} = 1.6368 |\bar{\epsilon}| \sqrt{C_\nu \Delta^{\frac{3}{2}}} \quad (21)$$

Essa modelagem da energia cinética subgrid proposta no trabalho se distingue do método apresentado por [Génin 2009, Lin 2010, Pope 2000] com o intuito de evitar o acréscimo de mais uma equação de transporte, reduzindo no custo computacional e a complexidade do sistema de equações.

A aplicação da metodologia de LES implica diretamente na aplicação de uma malha refinada para o método presente convergência mínima quanto aos resultados.

Nota-se que a modelagem de LES necessita de malhas refinadas para analisar se o comportamento dos pequenos vórtices e os efeitos viscosos de subgrid.

Analisando do ponto de vista da combustão, a combustão laminar gera uma frente de chama estável e bem definida. Em contrapartida os efeitos da turbulência geram perturbações nesta frente de chama criando uma flame brush.

Para a caracterização da frente de chama pré-misturada turbulenta será empregado o modelo de Flamelet/Progress Variable, apresentado com detalhes no [Warnatz et al. 2006]. Com isso, como mostrado por [Cecere et al. 2011], a proposta deste método é a resolução adicional de duas equações de transporte para a variável de progresso não normalizada \tilde{G}_ζ e para o quadrado da variável \tilde{G}_ζ^2 . Para maiores detalhes da definição da variável de progresso e sua normalização veja [Oppenheim 2008]. Desse modo, a variância da variável de progresso é dada por $\tilde{G}_{\zeta_v} = \tilde{G}_\zeta^2 - \tilde{G}_\zeta^2$.

[Cecere et al. 2011] sugere que a variável de progresso seja qualquer escalar que caracteriza a chama (fração mássica das espécies, temperatura, etc.), porém esta deve ser uma função monotonica em função das coordenadas do espaço. Os autores sugerem que para uma mistura metano/oxigênio essa variável de progresso seja uma combinação das espécies CO_2 e CO . Dessa forma, é utilizada a fração mássica como variável de progresso com a seguinte correlação

$$\mathbb{G} = \tilde{Y}_{CO_2} + \tilde{Y}_{CO} \quad (22)$$

A normalização da função de progresso é dada por

$$\zeta = \frac{\mathbb{G}(\vec{x}) - \mathbb{G}^u(\vec{x})}{\mathbb{G}^b(\vec{x}) - \mathbb{G}^u(\vec{x})} \quad (23)$$

onde \square^u representa os gases não queimados, analogamente, \square^b os gases queimados. Portanto, as equações de transportes não normalizadas adicionais ficam



$$\frac{\partial \bar{\rho} \widetilde{G}_\zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \widetilde{u}_j \widetilde{G}_\zeta) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\bar{\rho} \alpha_{G_\zeta} \frac{\partial \widetilde{G}_\zeta}{\partial x_k} \right) + \bar{\rho} \widetilde{\omega}_{G_\zeta} + \frac{\partial f_{\zeta k}}{\partial x_k} \quad (24)$$

e

$$\frac{\partial \bar{\rho} \widetilde{G}_\zeta^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \widetilde{u}_j \widetilde{G}_\zeta^2) = \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \alpha_{G_\zeta} \widetilde{G}_\zeta^2) + \frac{f_\zeta^2 k}{\partial x_k} - 2\bar{\rho} \widetilde{X}_{G_\zeta} + 2\bar{\rho} \widetilde{\omega}_{G_\zeta} \widetilde{G}_\zeta \quad (25)$$

onde

$$f_{\zeta k} = \bar{\rho} \alpha_{G_\zeta}^t \frac{\partial \widetilde{G}_\zeta}{\partial x_k} \quad (26)$$

sendo

$$\alpha_{G_\zeta}^t = C_{G_\zeta} \overline{\Delta}^2 |\bar{\epsilon}| \bar{\epsilon} \quad (27)$$

[Germano et al. 1991] estabeleceram um cálculo dinâmico da constante C_{G_ζ} , porém para o presente trabalho é proposto que o cálculo seja realizado levando em consideração a energia cinética subgrid, para maiores detalhes veja [Lipatnikov 2013, Kraichnan 1976, Oppenheim 2008].

$$C_{G_\zeta}(x, t) = 0.931 \frac{k^{.sgs} \frac{3}{2}}{\overline{\Delta}^3 |\bar{\epsilon}|^3} \quad (28)$$

Neste trabalho, a proposta das equações 21 e 28 visa a redução dos parâmetros de controle da turbulência, dessa forma, o único parâmetro externo a ser controlado é a constante de Smagorinsky, juntamente com o fechamento analítico das equações de transporte.

O fechamento das equações de balanço para a variável de progresso é dado por

$$f_{\zeta^2 k} = \bar{\rho} \alpha_{G_\zeta^2}^t \frac{\partial \widetilde{G}_\zeta^2}{\partial x_k} \quad (29)$$

$$\bar{\rho} \widetilde{X}_{G_\zeta} = \bar{\rho} D |\nabla G_\zeta|^2 + \bar{s}_{X G_\zeta} \quad (30)$$

Para [Veynante and Vervisch 2002] se assumir um relaxamento linear para as flutuações geradas por micromisturas obtém o resultado postulado

$$\bar{s}_{X G_\zeta} = \frac{\bar{\rho} \widetilde{G}_{\zeta v}}{\tau_t} \quad (31)$$

onde $\tau_t \approx \overline{\Delta}^2 S_{c_t} / \nu_t$ é a escala de tempo turbulenta de acordo [Domingo et al. 2005] o número de Schimidt pode ser é 0.7.



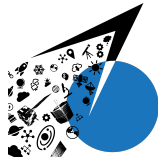
3. Conclusão

Propõe-se neste trabalho modelo analítico, baseada nas equações de fechamento turbulento do escoamento e da integração com a combustão, visando a não incorporação de mais equações de transporte assim como apresentado por [Génin 2009] e cálculos dinâmicos [Germano et al. 1991], reduzindo o custo computacional com a redução direta dos sistemas de equações a ser resolvido, como também a quantidade de parâmetros estimados a serem controlados. Nas obras que apresentam a inclusão de outros métodos necessitam de até 6 variáveis a serem controladas, ao passo que com método proposto, este número é reduzido somente para uma, a constante de Smagorinsky.

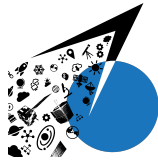
Agradecimentos: Os autores agradecem o apoio financeiro do PPGEM - UNESP/FEIS, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Brasil (CNPq n 458702/2014-5).

Referências

- Albayrak, A. and Polifke, W. (2017). *An analytical model based on the G-equation for the response of technically premixed flames to perturbations of equivalence ratio*, volume 0. International Journal of Spray and Combustion Dynamics.
- Angelberger, C., Veynante, D., and Egolfopoulos, F. (2000). *LES of Chemical and Acoustic Forcing of a Premixed Dump Combustor*. Flow, Turbulence and Combustion.
- Bilger, R. W. (2011). *Turbulent Combustion Modeling: Advances, New Trends e Perspectives*, volume 95. Elsevier.
- Boger, M., Veynante, D., Boughanem, H., and Thouvé, A. (1998). *Direct Numerical Simulation Analysis of Flame Surface Density Concept for Large Eddy Simulation of Turbulent Premixed Combustion*. Twenty-Seventh Symposium (International) on Combustion/The Combustion Institute, France.
- Bui, T., Schröder, W., and Meinke, M. (2008). Numerical analysis of the acoustic field of reacting flows via acoustic perturbation equations. *Computers & Fluids*, 37:1157-1169.
- Cecere, D., Giacomazzi, E., Picchia, F. R., Arcidiacono, N., Donato, F., and Verzicco, R. (2011). A non-adiabatic flamelet progress-variable approach for large eddy simulation of turbulent premixed flames. *Flow Turbulence Combust*, 86:667-688.
- Chang, I.-S. (2000). *Overview of World Space Launches*, volume 16. JOURNAL OF PROPULSION AND POWER - AIAA, El Segundo, California, U.S.A.
- Chen, C.-C. and Mathias, P. M. (2002). *Applied Thermodynamics for Process Modeling*, volume 48. American Institute of Chemical Engineers, Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/aic.690480202>.
- Davidson, P. A. (2004). *Turbulence an Introduction for Scientists and Engineers*, volume One. Oxford University Press, New York.
- de Lageneste, L. D. and Pitsch, H. (2002). *Comparison of turbulent premixed flames at different turbulence levels*. Center for Turbulence Research.
- Dekena, M. and Peters, N. (1999). Combustion modeling with the g-equation. *Oil & Gas Science and Technology*, 54(2):265-270.
- Domingo, P., Vervisch, L., Payet, S., and Hauguel, R. (2005). DNS of a premixed turbulent flame and LES of a ducted flame using a fsd-pdf subgrid scale closure with fpi-tabulated chemistry. *Combustion and Flame*, 143:566-586.



- Ferraro, F., Ge, Y., and Pfitzner, M. (2015). A consistent hybrid les-rans pdf method for non-premixed flames. *The 12th International Conference on Combustion & Energy Utilisation*, 66:317–320.
- Flemming, F., Sadiki, A., and Janicka, J. (2007). Investigation of combustion noise using a les/caa hybrid approach. *Proceedings of the Combustion Institute*, 31:3189–3196.
- Foster, J. W. and Miller, R. S. (2015). *Survey of Turbulent Combustion Models for Large Eddy Simulations of Propulsive Flowfields*. 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee, Florida, USA.
- Fröhlich, J. and von Terzi, D. (2008). Hybrid les/rans methods for the simulation of turbulent flow. *Progress in Aerospace Sciences*, 44:349–377.
- Génin, F. (2009). *Study of Compressible Turbulent Flow in Supersonic Environment by Large-Eddy Simulation*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W. H. (1991). A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 3(7):1760–1765.
- Glassman, I. and Yetter, R. A. (2008). *Combustion*. ELSEVIER, 84 Theobalds Road, London WC1X 8RR, UK, 4 edition.
- Hirsch, C. (2007). *Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Elsevier.
- Huo, H. and Yang, V. (2017). *Large-Eddy Simulation of Supercritical Combustion: Model Validation Against Gaseous H₂ + O₂ Injector*. *Journal of Propulsion and Power*.
- Kraichnan, R. H. (1976). Eddy viscosity in two and three dimensions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 33(8):1521–1536.
- Ladeinde, F. and Lou, Z. (2017). Improved flamelet modeling of supersonic combustion. *Journal of Propulsion and Power*, 34(3):750–761.
- Lin, W. (2010). *Large-Eddy Simulation of Premixed Turbulent Combustion Using Flame Surface Density Approach*. PhD thesis, University of Toronto.
- Lipatnikov, A. (2013). *Fundamentals of Premixed Turbulent Combustion*. CRC, 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300.
- Lipatnikov, A. N., Chomiak, J., Sabelnikov, V. A., Nishiki, S., and Hasegawa, T. (2017). *A DNS study of the physical mechanisms associated with density ratio influence on turbulent burning velocity in premixed flames*. *Combustion Theory and Modelling*.
- Liu, Y., Dowling, A., Dunstan, T., and Swaminathan, N. (2012). *Modeling of combustion noise spectrum from turbulent premixed flames*. Nantes, France.
- Maestro, D., Cuenot, B., Selle, L., Frank, G., Pfitzner, M., Daimon, Y., Keller, R., Gerlinger, P., and Chemnitz, A. (2016). *Numerical Investigation of Flow and Combustion in a Single-Element GCH₄/GOX Rocket Combustor: Chemistry Modeling and Turbulence-Combustion Interaction*. 52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Salt Lake City, UT, USA.
- Martin, C. E., Benoit, L., Sommerer, Y., Nicoud, F., and Poincot, T. (2006). *Large-Eddy Simulation and Acoustic Analysis of a Swirled Staged Turbulent Combustor*, volume 44. *AIAA Journal*.
- Merk, M., Polifke, W., Gaudron, R., Gatti, M., Mirat, C., and Schuller, T. (2018). *Measurement and Simulation of Combustion Noise and Dynamics of a Confined Swirl Flame*. *AIAA Journal*.



- Mühlbauer, B., Ewert, R., Kornow, O., and Noll, B. (2012). *Broadband combustion noise simulation of open non-premixed turbulent jet flames*, volume 11. International Journal of Aeroacoustics.
- Naghian, M., Lashkarbolok, M., and Jabbari, E. (2017). Numerical simulation of turbulent flow using a least-squares based meshless method. *International Journal of Civil Engineering*, 15:77–87.
- Nguyen, T. M., Popov, P. P., and Sirignano, W. A. (2017). *Driving Mechanisms of Liquid-Propellant Rocket Longitudinal Combustion Instability*. 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Grapevine, Texas, USA.
- Nogenmyr, K. J., Bai, X. S., Fureby, C., and Petersson, P. (2008). *A Comparative Study of LES Turbulent Combustion Models Applied to a Low Swirl Lean Premixed Burner*. 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA.
- Oefelein, J. C. (2015). *Analysis of Turbulent Combustion Modeling Approaches for Aero-Propulsion Applications*. 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting.
- Oppenheim, A. K. (2008). *Dynamics of Combustion Systems*. Springer, 5112 Etcheverry Hall Berkely, CA 94720-1740, USA, 2 edition.
- Pope, S. B. (2000). *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 1 edition.
- Potturi, A. S., Patton, C. H., and Edwards, J. R. (2017). *Advanced LES Models for Turbulent Combustion*. 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Grapevine, Texas, USA.
- Schiestel, R. (2008). *Modeling and Simulation of Turbulent Flows*. ISTE; Wiley, 1 edition.
- Schlimpert, S., Koh, S., Pausch, K., Meinke, M., and And, W. S. (2016). *Analysis of combustion noise of a turbulent premixed slot jet flame*, volume 175. Combustion and Flame.
- Sutton, G. P. and Biblarz, O. (2001). *Rocket Propulsion Elements*. John Wiley & Sons Singapore Pte Ltd, 605 Third Avenue, New York, NY, 7 edition.
- Thakur, S., Wright, J., Ihme, M., and Tucker, P. K. (2012). *Simulation of a Shear Coaxial GO₂/GH₂ Rocket Injector with DES and LES Using Flamelet Models*. 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit.
- Veynante, D. and Vervisch, L. (2002). Turbulent combustion modeling. *Progress in Energy and Combustion Science*, 28(3):193–266.
- Wang, Z.-G. (2016). *Internal Combustion Processes of Liquid Rocket Engines: Modeling and Numerical Simulations*. John Wiley & Sons Singapore Pte Ltd, China.
- Warnatz, J., Maas, U., and Dibble, R. (2006). *Combustion: Physical and Chemical Fundamentals, Modeling and Simulation, Experiments, Pollutant Formation*. Springer, 4 edition.
- Zong, N., Ribert, G., and Yang, V. (2008). A flamelet approach for modeling of liquid oxygen (lox)/methane flames at supercritical pressures. *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pages 1–16.