

Análise da influência de variações no apontamento do vetor empuxo durante uma manobra de transferência orbital, bi impulsiva e coplanar

Caio Guedes de Souza Mendes^{1,2}, Evandro Marconi Rocco² e Liana Dias Gonçalves²

^{1,2}Aluno de mestrado do curso de engenharia e tecnologias espaciais concentração mecânica espacial e controle – ETE/CMC

² Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil

<u>caio.mendes@inpe.br</u> / evandro.rocco@inpe.br / liana.goncalves@inpe.br

Resumo. Manobrar um veículo espacial é um problema fundamental em Dinâmica Orbital, caracterizado pela transferência de um veículo espacial de uma órbita para outra, ou pela correção da trajetória a ser seguida pelo veículo. As manobras exigem a atuação de um sistema de controle, que deve atuar na atitude e na órbita do satélite. Considerando que as manobras orbitais que um satélite irá executar em órbita serão planejadas de forma que atendam ao objetivo da missão, erros na órbita final podem ser críticos ao ponto de ocasionar encurtamento da vida útil da missão. O seguinte trabalho propõe-se analisar o impacto que variações no apontamento do vetor empuxo exercerão na órbita final após a realização de manobras de transferência, caracterizados por erros nos elementos keplerianos que definem a órbita do satélite.

Palavras-chave: Satélite Artificial; Astrodinâmica; Problema de Lambert.

1. Introdução

Todos os aspectos de uma missão espacial, assim como um projeto de engenharia, necessitam ser previamente planejados e analisados, principalmente dado o alto custo de construção, lançamento e operação. Inerente da missão que o veículo cumprirá, as manobras que deverão ser realizadas por um veículo espacial serão de correção ou de transferência, sendo, portanto, necessário o estudo e o conhecimento de todos os parâmetros envolvidos durante este movimento, em especial, a orientação do vetor de empuxo durante as manobras Isso se deve pois, o decorrer de uma manobra orbital, o veículo espacial está sob a influência direta de diversas forças que poderão alterar a trajetória e, por conseguinte, a órbita final.

Durante a manobra, a principal variável utilizada para controlar os elementos da órbita do veículo é o vetor do empuxo fornecido pelos propulsores. De acordo com Rocco (2015), durante a aplicação do empuxo, pode ocorrer um acoplamento dinâmico entre o controle de atitude e de órbita do veículo espacial. Entretanto, pela limitação física dos propulsores, o período transiente da ignição, frequentemente, resulta em respostas oscilatórias que, portanto, o sistema de controle deverá compensar. Neste contexto, uma imprecisão no controle de atitude pode acarretar erros na órbita final atingida após a realização da manobra de controle orbital.



Independente da missão na qual o veículo espacial se destina, a quantidade de massa do veículo sempre será um fator limitante no planejamento e, portanto, a quantidade de combustível necessária para realização das manobras deve ser minimizada. Segundo Vallado (2013), utilizando um método de determinação da órbita de transferência, o método de Lambert, é possível estimar a quantidade de energia, ou seja, a variação de velocidade necessária para transferir o veículo para outra órbita.

A manobra de transferência que o veículo irá realizar pode ser de diversos tipos e depende do objetivo a que o veículo ou carga útil se destina. Neste trabalho, a análise é realizada considerando uma manobra bi impulsiva e coplanar.

Portanto, o presente trabalho efetua uma análise do erro de apontamento do vetor empuxo e qual o seu impacto nos elementos keplerianos da órbita, ao final da manobra. É considerada também a contribuição do erro de apontamento do vetor empuxo em diferentes pontos da manobra orbital, variando as condições iniciais e finais dos elementos keplerianos, averiguando o desvio e diferença entre a órbita obtida e a de referência.

2. Conceitos Teóricos

2.1 O problema de dois corpos

Corpos celestes estão imersos em campos gravitacionais, onde cada corpo, que possuindo massa, influencia no movimento de outros corpos celestes. De acordo com Fernandes e Zanardi (2018), a formulação mais simples desse problema é o problema de dois corpos, onde é possível encontrar a equação que descreve a trajetória de um corpo em relação ao outro:

$$\boldsymbol{r} = \frac{p}{1 + e\cos(\vartheta)} \tag{2.1}$$

Onde p é semi latus rectum, e é excentricidade e v anomalia verdadeira.

2.2 Problema de Lambert

O problema de Lambert consiste em determinar a órbita de um satélite dadas as duas posições observadas e o tempo de voo entre os dois pontos, $r_1 e r_2$. A solução geralmente é obtida por meio da utilização dos coeficientes de Lagrange, f e g, conforme o sistema de Equações descrito por Kluever (2018):

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_2 = f \boldsymbol{r}_1 + g \boldsymbol{v}_1 \\ \boldsymbol{v}_2 = \dot{f} \boldsymbol{r}_1 + \dot{g} \boldsymbol{v}_1 \end{cases}$$
(2.2)

Observando o objetivo deste trabalho, de analisar uma manobra de transferência de órbita, $r_2 e v_2$ são, respectivamente, a posição e velocidade do veículo espacial na órbita alvo.

Especificamente para uma elipse, existirão dois caminhos possíveis dentro da órbita, um caminho curto e um caminho longo. O caminho curto tem a característica de necessitar menos energia para ser implementado e o vetor de momento angular aponta para "fora da página", já o caminho longo necessita mais energia e o vetor momento angular aponta para "dentro da página", conforme a Figura 1.







Figura 1: Problema de Lambert (KLUEVER, 2018).

Figura 2: Manobra bi impulsiva (VALLADO, 2013).

2.3 Manobra orbital coplanar e bi impulsiva.

De acordo com Vallado (2013), durante uma manobra, ao aplicar uma força no plano da órbita, os principais elementos keplerianos afetados serão o semieixo maior, a excentricidade e o argumento do perigeu, e ao realizar uma manobra orbital, um dos principais objetivos é a sua realização de forma eficiente, ou seja, um menor consumo de combustível, visto que o mesmo faz parte da quantidade de massa veículo.

Uma forma de realizar uma manobra de transferência eficientemente, é a manobra de transferência de Hohmann, conforme ilustrado na Figura 2. Esta manobra requer as aplicações dos impulsos durante a passagem nos dois pontos, apogeu e perigeu, da órbita. Entretanto, a eficiência da manobra de transferência de Hohmann é devido a aplicação do empuxo nos pontos, de forma tangencial.

3. Método

Em vista de realizar um estudo do impacto da variação do apontamento do vetor empuxo em uma manobra orbital, foi realizado o cálculo de uma manobra arbitrária de transferência para uma órbita coplanar e bi impulsiva, por meio da solução iterativa do método de Lambert por intermédio de variáveis universais, conforme Rocco (2013a) e Battin (1999), para ser simulada no *Spacecraft Trajectory Simulator* (STRS), como objeto de estudo.

O STRS (Rocco, 2013b) é uma das ferramentas de simulação do Laboratório de Modelagem e Simulação da Dinâmica e do Controle em Malha Fechada de Órbita e Atitude de Veículos Espaciais (Lab MSDC Órbita & Atitude) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), na Divisão de Mecânica Espacial e Controle (DIMEC).

Desta forma são obtidas as velocidades iniciais e finais de uma manobra bi impulsiva de um veículo em órbita conforme, Equações (4.1) e (4.2) e encontrada as funções $f \in g$.

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\mathbf{r}_2 - f(z)\mathbf{r}_1}{g(z)}(3.1)$$
 $\mathbf{v}_2 = \frac{\dot{g}(z)\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{g(z)}(3.2)$

Avalia-se então a Equação (3.3) que determina a constante A.



$$A = \operatorname{sign}(\pi - \Delta\theta)\sqrt{|\mathbf{r_1}||\mathbf{r_2}|(1 + \cos\Delta\theta)}(3.3) \qquad \Delta\theta = \operatorname{acos}\left(\frac{\mathbf{r_1r_2}}{|\mathbf{r_1}||\mathbf{r_2}|}\right) (3.4)$$

Achar a solução da Equação (3.5) com as Equações (3.5 a 3.10)

$$F(z) = x^{3}(z)S(z) + A\sqrt{y(z)} - t\sqrt{\mu} = 0 \quad (3.5) \qquad S(z) = \frac{\sqrt{z} - \operatorname{sen}(\sqrt{z})}{\sqrt{(z^{3})}} \quad (3.6)$$
$$C(z) = \frac{1 - \cos(\sqrt{z})}{z} \quad (3.7) \qquad y(z) = |\mathbf{r}_{1}| + |\mathbf{r}_{2}| - A\frac{1 - zS(z)}{\sqrt{C(z)}} \quad (3.8)$$
$$x(z) = \sqrt{\frac{y(z)}{C(z)}} \quad (3.9) \qquad \{z \in \mathbb{R} : 0 \le z \le (2\pi)^{2}\} \quad (3.10)$$

Onde x e z, são variáveis universais e S(z) e C(z) são funções universais, conforme Fernandes e Zanardi (2018).

Após a solução convergir, serão avaliadas as Equações (3.11), (3.12) e (3.13)

$$f(z) = 1 - \frac{y(z)}{|\mathbf{r}_1|} \quad (3.11) \quad g(z) = A_{\sqrt{\frac{y(z)}{\mu}}} \quad (3.12) \quad \dot{g}(z) = 1 - \frac{y(z)}{|\mathbf{r}_2|} \quad (3.13)$$

Então calculam-se os incrementos de velocidade para a manobra de transferência, conforme as Equações (3.14) e (3.15)

$$\Delta \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{inicial} \quad (3.14) \quad \Delta \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_{final} - \mathbf{v}_2 \quad (3.15)$$

Conforme Rocco (2013), a Equação (3.5) é avaliada por meio de um algoritmo em cascata que varre todas as soluções elípticas possíveis, no intervalo da variável z.

O simulador STRS propaga a trajetória orbital por meio da solução da equação de Kepler, Equação (3.16), em que *M*é anomalia média, μ é a anomalia excêntrica e *e* a excentricidade de órbita. A partir do estado inicial e o passo de simulação, os elementos keplerianos da órbita são determinados e então, utilizando a equação de Kepler, a órbita é propagada.

$$M = u - e \, sen(u) \tag{3.16}$$

A manobra foi realizada idealizando o arco propulsivo como um impulso de alta magnitude durante 1 passo de simulação equivalendo a 1 segundo, de forma que o incremento de velocidade no veículo orbital, para este primeiro estudo, seja aplicado integralmente neste arco.

Para que se conheça o impacto do erro de apontamento de forma quantitativa e qualitativa, foi realizada a simulação para o tempo de voo de 5000 segundos entre a órbita inicial e a órbita calculada pelo método de Lambert, conforme Tabela 1, e a cada nova simulação, o vetor empuxo foi submetido a uma rotação adicional de 0,001° em cada coordenada até que a orientação do vetor empuxo tenha sofrido uma rotação de 1°.

Tabela 1. Elementos Kepierianos.										
///////////////////////////////////////	a (m)	e	I(°)	$\Omega(^{\circ})$	ω(°)	M(°)				
Órbita Inicial	7x10 ⁶	10-5	10-2	0	0	0				
Órbita Alvo	7,5x10 ⁶	10-1	10-2	0	45	100				

Tabela 1: Elementos Keplerianos.



Ao obter os dados da órbita final para cada rotação progressiva de 0,001°, foram obtidos os gráficos referentes a porcentagem da diferença da manobra obtida pelo método de Lambert em comparação com os valores dos elementos keplerianos das órbitas simuladas com a inserção de erros na orientação do vetor empuxo, durante os dois impulsos da manobra bi impulsiva, conforme proposto e descrito anteriormente.

4. Resultados e Discussão

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas para evidenciar de forma qualitativa e quantitativa os elementos orbitais mais influenciados. São apresentados em figuras e tabelas, a porcentagem da variação dos elementos keplerianos e a sua progressão conforme a variação na orientação. Assim como, os desvios resultantes na orientação do vetor velocidade, oriundos das interferências durante os impulsos a cada sucessivo incremento de 0,1° em cada simulação.

4.1 Resultado das simulações com erro de apontamento durante os dois impulsos.

Na Figura 3, é feita uma sobreposição dos resultados obtidos para cada elemento kepleriano, ficando evidente que os elementos orbitais mais afetados foram a excentricidade, o argumento do perigeu, o semieixo maior e a anomalia média. Segundo a Tabela 2, vemos que o argumento do perigeu foi o elemento kepleriano que sofreu maior variação, próximo de -3% de erro, ou seja, valores menores em relação ao valor calculado para órbita alvo 45°.

Na Tabela 2, notamos que o semieixo maior apresenta uma diferença percentual em relação ao erro de aproximadamente 0,27% para 1° de variação no apontamento do empuxo. Essa porcentagem se traduz em aproximadamente 20000 metros a mais em relação ao semieixo maior calculado para órbita final. Observando a segunda linha da Tabela 2 referente a excentricidade, existe um aumento conforme o ângulo de erro do apontamento cresce, percebemos uma órbita mais elíptica do que a órbita alvo calculada pelo método de Lambert.

%	0,0°	0,1°	0,2°	0,3°	0,4°	0,5°	0,6°	0,7 °	0,8°	0,9°	1°
a	0,04	0,06	0,08	0,10	0,13	0,15	0,17	0,20	0,22	0,24	0,27
e	0,20	0,33	0,46	0,59	0,73	0,86	0,99	1,12	1,25	1,38	1,52
i	0,00	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04	-0,05	-0,06	-0,07	-0,08	-0,09	-0,10
Ω	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ω	-0,08	-0,36	-0,63	-0,91	-1,18	-1,45	-1,73	-2,00	-2,27	-2,54	-2,81
Μ	0,00	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,07	0,08

Tabela 2: Porcentagem da variação de cada elemento kepleriano em relação ao erro inserido





Figura 3: Porcentagem da influência nos elementos keplerianos da órbita final em relação ao erro inserido no apontamento durante simulação.

A Figura 4 ilustra a posição final do veículo na órbita ao final da simulação. O ponto verde representa a posição do veículo espacial após a manobra de transferência simulada sem erros no apontamento do vetor empuxo no instante 5000 segundos, o ponto vermelho indica a posição do veículo em uma órbita com erro de $0,1^\circ$ e os pontos seguintes representam a posição final com acréscimos de $0,1^\circ$, sucessivamente, até o ponto mais distante referente a posição do veículo em uma órbita mediante um erro de 1° .

A Figura 3 demonstra a influência do erro durante os impulsos na anomalia média e conforme as simulações com variações maiores foram realizadas, a porcentagem aumentou. Em conjunto com a Figura 4, percebe–se que o veículo não está apenas deslocado em relação à posição, mas conforme o erro no apontamento aumentou, cada ponto mais distante, indica uma diferença crescente na anomalia média da órbita simulada após o segundo impulso em relação à órbita calculada pelo método de Lambert.

A Figura 5 ilustra o vetor velocidade ao final da simulação, sendo o segmento de reta verde representante do vetor velocidade do veículo ao final da manobra sem a inserção de erros durante os impulsos, os segmentos de reta em azul são, sequencialmente, os vetores velocidade de cada órbita do veículo, onde foram acrescidos de 0,1° em relação à simulação anterior e o segmento de reta vermelho representa o vetor velocidade do veículo em uma órbita final simulada com 1° de erro durante os impulsos.



Figura 4: Posição final do veículo ao final da simulação.

Figura 5: Comparação da orientação do vetor velocidade ao final da simulação.

-8000

-6000

-4000

Coord. Y (m/s)

-2000



4.2 Resultado das simulações com erro de apontamento durante o primeiro impulso.

Ao observar a Figura 6 e a Tabela 3, os elementos keplerianos mais influenciados foram o semieixo maior, excentricidade e argumento do perigeu. Em comparação com os resultados da seção 3.1, percebe-se que o semieixo maior da órbita final com erro de apontamento de 1°, tem aumento percentual de 0,29%, enquanto que a excentricidade e o argumento do perigeu, foram menos afetados, comparados aos resultados da seção anterior. E diferentemente, ao simular com erros apenas no primeiro impulso, a anomalia média se manteve próxima de zero.



Figura 6: Porcentagem da influência nos elementos keplerianos da órbita final em relação ao erro inserido no apontamento durante simulação.

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
a	0,04	0,06	0,09	0,11	0,14	0,16	0,19	0,21	0,24	0,26	0,29
e	0,20	0,33	0,45	0,58	0,71	0,84	0,96	1,09	1,22	1,35	1,47
i	0,00	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04	-0,05	-0,07	-0,08	-0,09	-0,10	-0,11
Ω	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ω	-0,08	-0,33	-0,58	-0,82	-1,07	-1,31	-1,56	-1,80	-2,04	-2,29	-2,53
М	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 3: Porcentagem da variação de cada elemento kepleriano.

A Figura 7, representa a posição do veículo ao final da simulação, sendo o ponto verde, a posição do veículo ao simular a manobra sem erros durante os impulsos, conforme a órbita calculada pelo método de Lambert. O ponto vermelho representa a posição do veículo ao final da simulação onde foi inserido durante o primeiro impulso, uma rotação de 0,1° no vetor empuxo e a sequência de pontos azuis, da mesma forma, são as posições do veículo a cada 0,1° de acrescimo no erro inserido no primeiro impulso.

A Figura 8 representa a orientação do vetor velocidade ao final da simulação, sendo o segmento verde, a orientação que o vetor velocidade teve ao final da simulação sem a presença de erros no apontamento do vetor empuxo e o segmento vermelho marca a



orientação do vetor velocidade ao final da simulação considerando o apontamento no primeiro impulso possuindo um erro de 1°.

Observa-se que a comparado com a seção anterior, os vetores velocidade possuem uma diferença angular menor e a posição final do veículo obtidas a cada simulação resultou em um menor distanciamento.



Figura 7: Posição final do veículo ao final d simulação.



4.3 Resultado das simulações com erro de apontamento durante o segundo impulso

Na Figura 9, percebemos que ao aplicar uma rotação nas coordenadas do vetor empuxo, apenas no segundo impulso, a porcentagem da variação de cada elemento kepleriano em relação a órbita obtida pelo método de Lambert foi menor comparado com as seções 4.1 e 4.2.

Da mesma forma, o argumento do perigeu foi o mais afetado e, diferentemente das seções anteriores, anomalia média foi o segundo elemento kepleriano mais afetado e as porcentagens da diferença da anomalia média obtidas ao introduzir erros no segundo impulso, geraram resultados semelhantes aos obtidos na seção 4.1.



Figura 9: Porcentagem da influência nos elementos keplerianos da órbita final em relação ao erro inserido no apontamento durante simulação.



%	0,0°	0,1°	0,2°	0,3°	0,4 °	0,5°	0,6°	0,7 °	0,8°	0,9°	1°
a	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01
e	0,20	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24
i	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Ω	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ω	-0,08	-0,11	-0,14	-0,17	-0,20	-0,22	-0,25	-0,28	-0,31	-0,34	-0,36
М	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,07	0,07

Tabela 4: Porcentagem da variação de cada elemento kepleriano.

As Figuras 10 e 11, ilustram a posição do veículo espacial e a orientação do vetor velocidade ao final da simulação da manobra de transferência com a inserção de erro apenas no segundo impulso. Sendo o ponto verde a posição do veículo na órbita calculada pelo método de Lambert, o ponto vermelho na órbita resultante da manobra com erro de 0,1° e os pontos azuis consecutivamente acrescidos de 0,1°, da esquerda para direita.

Ao observar a Figura 11, percebe -se que a orientação dos vetores velocidade, cujo segmento verde representa o vetor velocidade do veículo na órbita calculada pelo método de Lambert e o vermelho corresponde ao vetor velocidade do veículo na órbita obtida com um erro de 1° no vetor empuxo durante o segundo impulso, possui menor desvio.



Figura 10: Posição final do veículo ao final da simulação.



Figura 11: Comparação da orientação do vetor velocidade ao final da simulação.

4. Conclusão

Ao compararmos os três casos apresentados na seção de resultados, percebemos características intrínsecas em cada um dos dois impulsos. Ao considerar o primeiro caso no qual as variações ocorrem nos dois impulsos, obtemos um resultado esperado, onde os principais elementos afetados foram o semieixo maior, a excentricidade e o argumento do



perigeu. Também é válido destacar que o argumento do perigeu e o semieixo maior foram respectivamente os dois mais afetados.

É possível notar que as variações também foram inseridas nas componentes normais ao plano da órbita, onde os elementos keplerianos inclinação e ascensão reta do nodo ascendente foram afetados. Mesmo que em menor escala, a órbita obtida após as aplicações dos impulsos está levemente desalinhada com o plano da órbita desejada.

Com a variação presente apenas no primeiro impulso, os resultados foram similares. Entretanto, a anomalia média não foi afetada, apesar do primeiro impulso consumir maior parte da quantidade de energia necessária para realização da manobra. A anomalia média volta a ser afetada apenas no terceiro caso, quando a variação da orientação do vetor empuxo é inserida no segundo impulso.

Referências

BATTIN, R. H. *An introduction to mathematics and methods in astrodynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. 1999. ISBN: 1-56347-342-9

FERNANDES, S. D., & ZANARDI, M. C. Fundamentos de Astronáutica e suas aplicações 1^a ed., v. 1. São Bernardo do Campo: UFABC. 2018. ISBN: 978-85-68576-76-2.

KLUEVER, C. A. (2018). Space Flight Dynamics. 1^a ed. John Wiley & Sons Ltd, 2018. ISBN: 9781119157908.

ROCCO, E. M. Simulação de Manobras Órbitais Impulsivas com Empuxo Limitado e Controle de Trajetória em Malha Fechada. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computacional Mathematics*, *1*. 2013a. DOI<10.5540/03.2013.001.01.0172>

ROCCO, E. M. Automatic correction of orbital elements using continuous thrust controlled in closed loop. Journal of Physics: Conference Series, v. 465, n. 1, e012007. 2013b. DOI: <10.1088/1742-6596/465/1/012007>

ROCCO, E. M., & Costa Filho, A. C. (2015). Avaliação dos Desvios na Trajetória Originados pelo Acoplamento entre o Controle de Atitude e de Órbita em Manobras Orbitais com Propulsão Contínua. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3.* DOI: <10.5540/03.2015.003.01.0189>

VALLADO, D. D. Fundamentals of Astrodynamics and Applications. Hawthorne, CA: Microcosm Press. 2013.