



Estudo de manobras em trajetórias derivadas de *swing-by* lunares

Rebeca de Souza Ribeiro¹, **Cristiano Fiorilo de Melo**², **Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado**³

¹Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil

Aluna de Doutorado do curso de Mecânica Orbital e Controle – CMC.

²Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG, Brasil

³Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Departamento de Pós-Graduação, São José dos Campos, SP, Brasil

rebeca.ribeiro@inpe.br

Resumo. *O cenário de uma nova corrida à Lua é evidenciado pelo corrente aumento de missões ao satélite natural terrestre. Este interesse também é promissor para missões interplanetárias, uma vez que a Lua possui um grande potencial para ser utilizada como “trampolim” para ganho de energia e escape do sistema Terra-Lua. Neste trabalho, faz-se a investigação de manobras em trajetórias originadas de swing-by lunares, de forma a analisar o potencial de um segundo swing-by, desta vez com a Terra. A dinâmica considerada é o Problema Restrito de Quatros Corpos Sol-Terra-Lua-espaçonave, com a utilização de simulações numéricas na linguagem FORTAN. A investigação mostra que, partindo dessas trajetórias base, um segundo swing-by com a Terra não é eficaz no distanciamento da sonda em relação à Terra, mas um segundo swing-by, novamente, com a Lua possui resultados promissores.*

Palavras-chave: Astrodinâmica; Manobras orbitais; Manobra de assistência gravitacional; Swing-by.

1. Introdução

O cenário atual aponta para uma nova era da exploração espacial, com múltiplas missões financiadas por agências governamentais e companhias privadas de diversos países planejadas para os anos recentes, em especial para a Lua (PICKRELL, 2022). A comunidade científica vê com bons olhos a nova corrida à Lua, uma vez que a maior frequência de missões a ela terá como consequência o barateamento de missões semelhantes, podendo ainda a Lua se tornar uma rota de entrada para o restante do Sistema Solar (PICKRELL, 2022). Desta forma, missões para os demais corpos do Sistema Solar, como as recentes “*Jupiter Icy Moon Explorer*” (JUICE) da Agência Espacial Europeia (ESA) para investigar três das grandes luas de Júpiter (GRASSET et al., 2013), ou a da sonda Psyche para explorar o asteroide metálico 16 Psyche da Agência Espacial Americana (NASA) (LORD et al., 2017) poderão se tornar mais viáveis e, portanto, mais comuns.

Com base nesse panorama, utilizando trajetórias base provindas de uma manobra de assistência gravitacional com a Lua, a proposta deste estudo está voltada para a investigação



de trajetórias interplanetárias de baixo custo que sejam derivadas a partir de manobras orbitais que provoquem a assistência gravitacional com a própria Terra. Assim, este trabalho busca a investigação de aplicações para trajetórias derivadas de órbitas periódicas da família G dentro do Problema Restrito de Quatro Corpos (PR4C) Sol-Terra-Lua-espçonave, de forma a usar a Lua e a Terra como “trampolins” para missões interplanetárias.

Manobras de assistência gravitacional (manobras de swing-by)

Segundo Broucke (1988), as manobras de assistência gravitacional (também conhecidas como manobras de *swing-by*) podem ser estudadas a partir da dinâmica do Problema Restrito de Três Corpos (PR3C), ainda que importantes resultados possam ser derivados a partir do Problema de Dois Corpos (P2C) e da aproximação *patched conics*.

Dentro dessa aproximação, a manobra consiste na passagem de um corpo m_3 , de massa desprezível, por um corpo mais massivo m_2 , tal qual um planeta ou uma lua, que orbita um terceiro corpo m_1 , com massa muito maior que a massa de m_2 , conforme esquema mostrado na Figura 1. O objetivo da passagem é alterar a energia e momento angular do corpo m_3 , de forma que sua órbita seja alterada. Dessa forma, o veículo espacial é capaz de atingir seu alvo com a utilização de muito menos combustível.

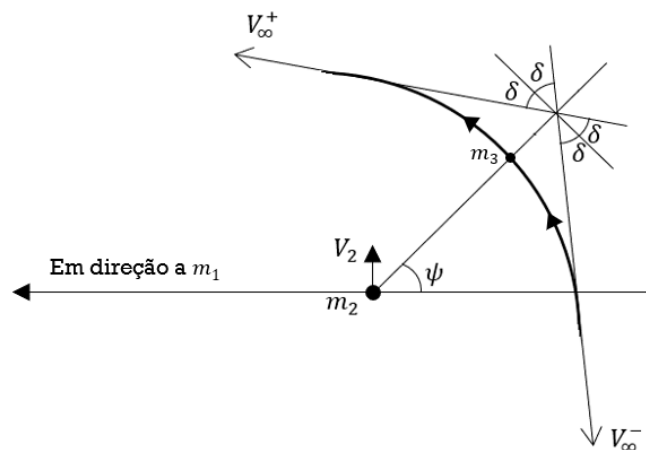


Figura 1. Variáveis da manobra de swing-by. [Fonte: Adaptado de Broucke (1988)]

Seguindo a formulação matemática de Broucke (1988), a variação de energia (ΔE_n) de m_3 , devido à passagem por m_2 , é função do módulo da velocidade inercial de m_2 (V_2), do ângulo de curvatura (δ), do excesso de velocidade hiperbólico de m_3 , relativo à m_2 , (V_∞), e ao ângulo de aproximação (ψ), como descrito na Equação 1.

$$\Delta E_n = -2V_2V_\infty \text{sen}(\delta)\text{sen}(\psi) \quad (1)$$

Portanto, para otimizar o ganho de energia, deve-se aproximar ψ de 270° e diminuir r_p para aproximar o valor de $\text{sen}(\delta)$ da unidade, uma vez que este valor é definido pela Equação 2, em que $\mu_2 = GM_2$, G sendo a constante de gravitação universal e M_2 a massa de m_2 .

$$\text{sen}(\delta) = \frac{1}{1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_2}} \quad (2)$$



Órbitas periódicas da família G e trajetórias G (TGs)

Conjuntos de famílias de órbitas periódicas no PR3C Plano e Circular são apresentadas no trabalho de Broucke (1968). Nele, órbitas periódicas da família G são descritas pelas condições iniciais da Equação 3, para o sistema sinódico com razões de massa semelhantes ao do sistema Terra-Lua. Um exemplo de uma órbita membro dessa família é apresentada na Figura 2, no sistema sinódico (x, y, z) e no sistema geocêntrico (η, ξ, ζ) .

$$(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) = (a, 0, 0, 0, b, 0)$$

$$-0.012169617 < a < 0,813471672 \quad (3)$$

$$-9,389476096 < b < 601,045380978$$

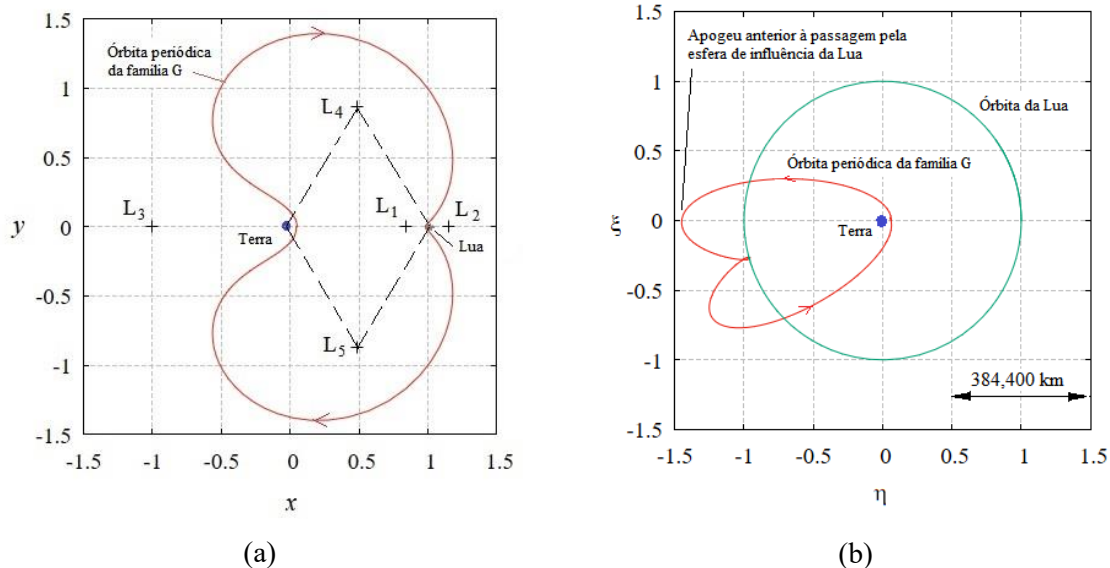


Figura 2. Exemplo de órbita periódica da família G: (a) No sistema sinódico. (b) No sistema geocêntrico. [Fonte: Traduzido e adaptado de Ribeiro, de Melo e Prado (2022)]

Ribeiro, de Melo e Prado (2022), considerando o PR4C Sol-Terra-Lua-partícula tridimensional, identificaram diferentes tipos de trajetórias derivadas de órbitas periódicas da família G (as chamadas Trajetórias G, ou TGs), geradas a partir da aplicação de pequenos incrementos de velocidade (ΔV) na trajetória de um veículo espacial inicialmente em uma órbita periódica da família G. Três tipos de TGs foram identificadas:

- Trajetórias G de Colisão (TGC): A aplicação de um pequeno ΔV em um veículo em uma órbita periódica da família G, provoca a degeneração da trajetória da órbita periódica e o veículo colide com a Lua;
- Trajetórias G de Escape (TGE): A aplicação do ΔV provoca a alteração da trajetória e o veículo realiza um *swing-by* com a Lua. Sua energia em relação à Terra torna-se maior do que zero e o veículo escapa em direção à Vênus ou Marte, definindo TGEs internas e externas, respectivamente;



- Trajetórias G de Inversão (TGI): A aplicação do ΔV provoca a alteração da trajetória e o veículo realiza um *swing-by* com a Lua, mas sua energia em relação à Terra não se torna maior do que zero e o veículo entra em uma órbita geocêntrica com raios de apogeu entre 9×10^5 km e 2×10^6 km.

A Figura 3 mostra um exemplo de cada tipo de TG. Em trabalhos anteriores, Ribeiro, de Melo e Prado (2022) focaram a análise na investigação de TGEs, determinando os máximos alcances em direção à Marte e Vênus, chegando à conclusão que seria possível encontrar TGEs externas com raio de afélio de até $180,340 \times 10^6$ km (1,2055 UA) e TGEs internas com raio de periélio de até $125,305 \times 10^6$ km (0,8376 UA), com uma economia de 4-5% no ΔV necessário para realizar a transferência.

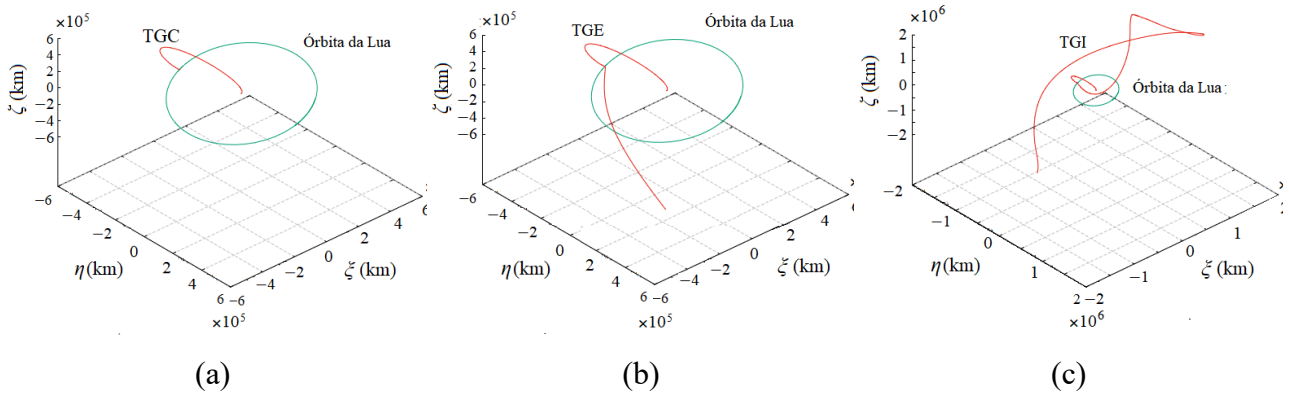


Figura 3. Trajetórias G no sistema geocêntrico (η, ξ, ζ) : (a) Trajetória G de Colisão. (b) Trajetória G de Escape. (c) Trajetória G de Inversão. [Fonte: Traduzido e adaptado de Ribeiro, de Melo e Prado (2022)]

O foco deste trabalho é a investigação das TGIs. Conforme apresentado no capítulo Metodologia, intervenções no apogeu das TGIs, após passagem pela Lua, foram realizadas para provocar e otimizar a passagem da sonda pela Terra e seu escape do sistema.

2. Metodologia

As trajetórias estudadas neste trabalho são geradas a partir de simulações numéricas na linguagem de programação FORTRAN. A dinâmica empregada para a análise é o PR4C, considerando o problema circular, de forma que tanto a Terra está em órbita circular ao redor do Sol, quanto a Lua está em órbita circular ao redor da Terra, com uma inclinação média de 23° em relação ao equador terrestre. Adota-se como notação o número 1 associado ao Sol, 2 à Terra, 3 à Lua e 4 à espaçonave. Estes quatro corpos se movem no espaço tridimensional, tal que a única força atuando no sistema seja a força de atração gravitacional mútua.

Nesse contexto, a equação de movimento do i -ésimo corpo em um sistema de coordenadas cartesianas (X, Y, Z) com origem fixa em um ponto qualquer do espaço é dada pela Equação 4.

$$\ddot{\mathbf{R}}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 \frac{\mu_j}{R_{ij}^3} (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i) \quad (4)$$



14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

Em que $\mathbf{R}_i = (X, Y, Z)$ é a posição do i -ésimo corpo neste sistema, $R_{ij} = |\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i| = \left[(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2 \right]^{1/2}$, com $j \neq i$, são as distâncias entre o i -ésimo e o j -ésimo corpos e $\ddot{\mathbf{R}}_i$ é a aceleração do i -ésimo corpo.

A normalização do sistema adotada para o Problema Restrito de Três Corpos (PR3C), comumente adotada na literatura (MURRAY; DERMOTT, 1999), também será considerada para o PR4C. Assim, $\mu_1 = M_1/(M_2 + M_3)$, $\mu_2 = M_2/(M_2 + M_3)$, $\mu_3 = M_3/(M_2 + M_3)$ são os parâmetros de massa gravitacional destes corpos, com $\mu_2 + \mu_3 = 1$. Adota-se ainda a normalização das distâncias, tal que a distância entre os primários (Terra e Lua, 384400 km) será igual a 1; o movimento médio comum, n , das duas massas também é igual a 1 e o período orbital dos primários (correspondente a 27,1366 dias) é 2π (MURRAY; DERMOTT, 1999).

A simulação é iniciada (em $t = 0$) partindo de uma órbita circular terrestre de 200 km de altitude, onde um ΔV é aplicado na direção do movimento do veículo espacial de forma que ele seja inserido em uma TGI com uma velocidade de lançamento V_{SC} . Esta velocidade, V_{SC} , é função da posição relativa entre os corpos do sistema, em especial a posição relativa entre a Terra e a Lua. Assim, diferentes valores para a anomalia verdadeira da Lua em relação à Terra (f_{Lua}) são consideradas em $t = 0$, tal que $0 < f_{Lua} < 360^\circ$ com passo de 30° . Desta forma, garante-se que diferentes geometrias sejam analisadas no segundo apogeu da trajetória (o primeiro após a passagem pela Lua) e durante o *swing-by* com a Terra, conforme demonstrado na Figura 4.

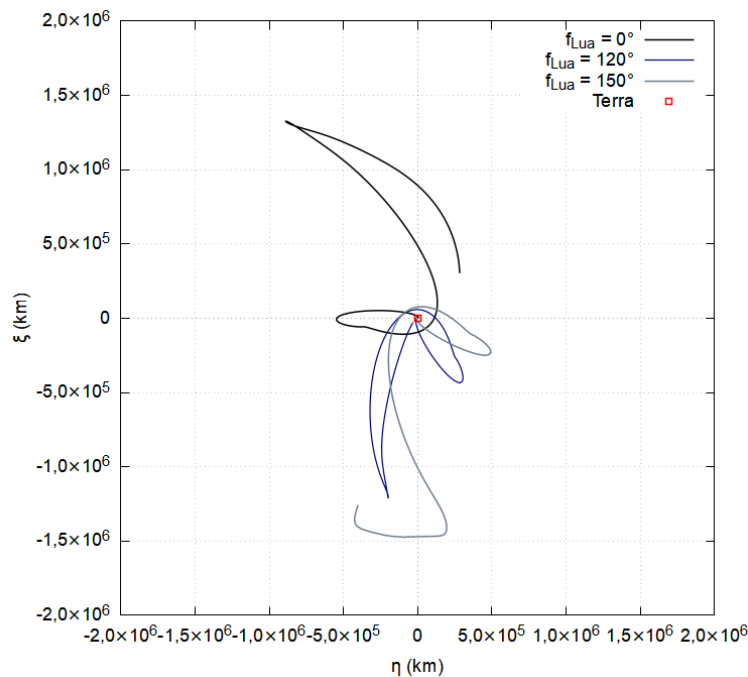


Figura 4. TGIs geradas a partir de diferentes V_{SC} e f_{Lua} em $t = 0$.

TGIs com diferentes valores de f_{Lua} e V_{SC} em $t = 0$, mas com uma reaproximação natural da Terra e consequente escape são selecionadas para o estudo. Em cada uma destas trajetórias, em seu 2º apogeu (ponto A, da Figura 5) aplica-se um ΔV com magnitude entre 0,001 km/s e 0,100 km/s (com passo de 0,001 km/s): (a) na direção do movimento; (b) na direção contrária ao movimento e; (c) em diferentes direções no plano $\eta\xi$, tal que o ΔV é aplicado com um ângulo θ (entre 0 e 360° , com passo de 5°) em relação ao eixo η , conforme esquematizado na



Figura 6. O objetivo desta etapa é identificar a magnitude do ΔV e a direção de sua aplicação que aproximam ψ de 270° e maximizam a aproximação da Terra (ponto B, da Figura 5), ou seja, que diminuam r_p .

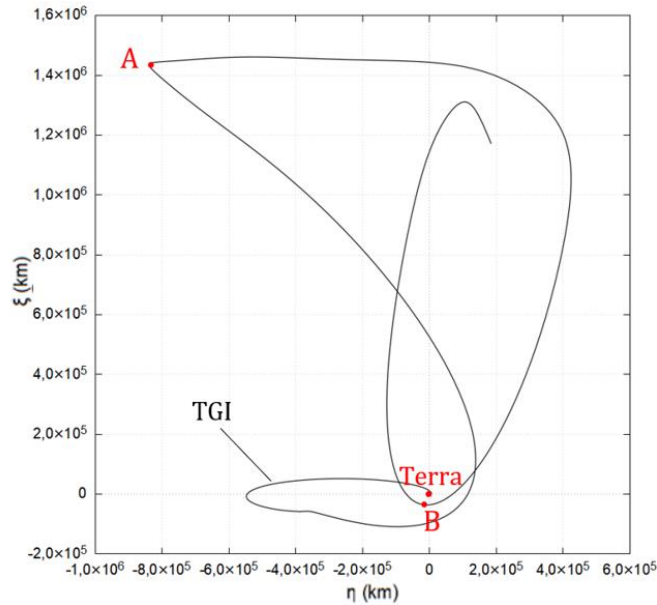


Figura 5. Representação do 2º apogeu (A) e subsequente perigeu (B).

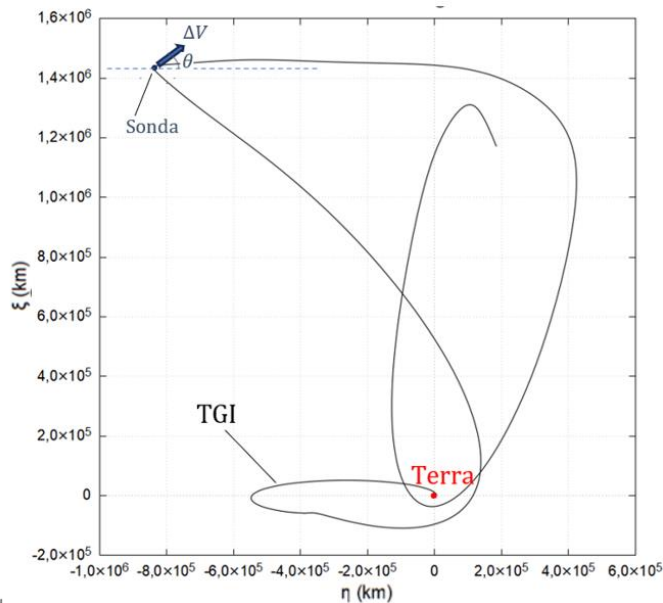


Figura 6. Esquema para aplicação de ΔV s no segundo apogeu das TGIs.

3. Resultados e Discussão

A Tabela 1 mostra informações das trajetórias selecionadas para os estudos detalhados na sequência desta seção, antes de qualquer intervenção ou aplicação de ΔV . Na Tabela 1, V_p é a velocidade da sonda em relação à Terra no 2º perigeu, R_A o raio heliocêntrico da sonda no afélio e R_p o seu raio heliocêntrico no periélio, após o escape natural do sistema.



Tabela 1. Características das TGI's selecionadas para maiores estudos.

	f_{Lua}	V_{SC} (km/s)	ψ	r_p ($\times 10^3$ km)	V_p (km/s)	R_A ($\times 10^6$ km)	R_p ($\times 10^6$ km)
1	0°	10,947452	170,22°	167,72	2,05	168,90	151,68
2	330°	10,949443	245,85°	52,401	3,82	168,03	151,93
3	300°	10,951480	89,57°	9,967	8,90	167,04	151,98
4	270°	10,951519	151,08°	8,486	9,66	165,81	152,03
5	0°	10,947614	149,56°	337,49	1,80	149,57	131,41

Da amostra da Tabela 1, percebe-se uma frequência maior de escapes em direção a Marte. Estas cinco órbitas serão o objeto de estudo para a realização de manobras, de forma a otimizar o *swing-by* com a Terra e, assim, investigar o aumento do distanciamento sonda-Terra.

Uma vez que essas trajetórias naturalmente escapam do sistema Terra-Lua, manobras no 2° apogeu (ponto A, da Figura 5) foram realizadas, a fim de alterar as condições no 2° perigeu (ponto B, da Figura 5). O segundo apogeu foi selecionado como ponto de manobra por ser um ponto de baixa velocidade da trajetória. Desta forma, ΔV s de baixa magnitude, quando aplicados nessa região, tem maior capacidade para alterar a geometria da órbita.

Nas Figuras 7(a) e 7(b) estão apresentados os ângulos de aproximação (ψ) e raio do perigeu (r_p), respectivamente, em função da direção de aplicação do ΔV (θ) no segundo apogeu da trajetória de número 2 da Tabela 1. Por meio delas, é possível perceber que há uma direção preferencial ($200^\circ < \theta < 250^\circ$) para aplicação desses ΔV s, de forma que a sonda passe em condições ótimas para o *swing-by* com a Terra.

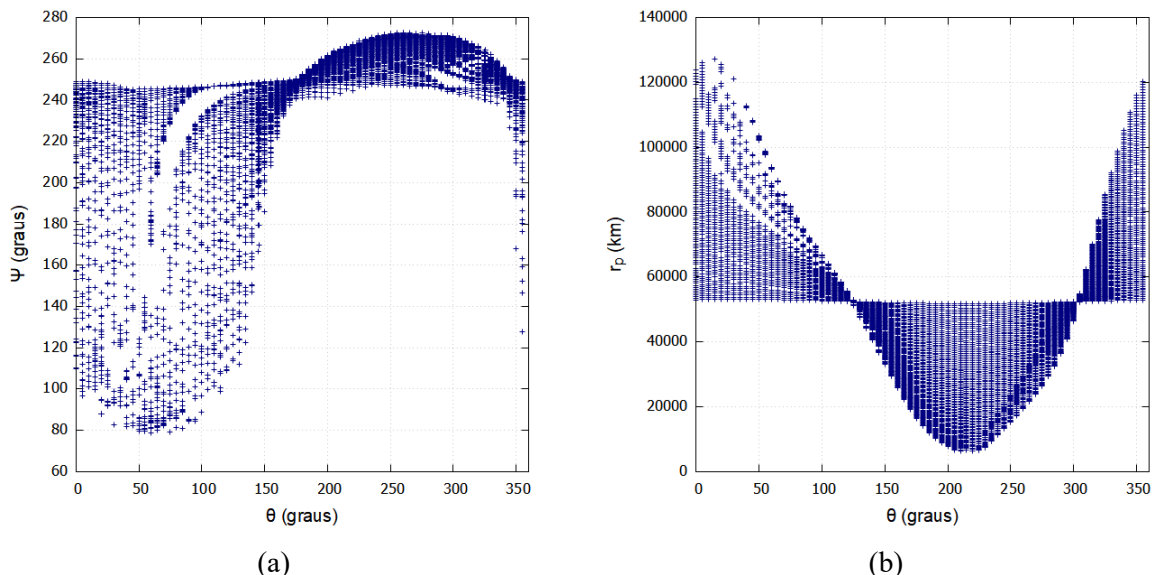


Figura 7. (a) Variação de ψ e (b) r_p em função de θ para a Trajetória 2 da Tabela 1.

As trajetórias resultantes, porém, não possuem um aumento significativo de alcance em virtude das manobras, conforme observado na Figura 8, em que o raio do afélio, após o escape, é plotado em função da magnitude dos ΔV s aplicados. Enquanto a trajetória sem ΔV



possui um raio de afélio de 168 milhões de km, as trajetórias que mais se afastaram também possuem R_A s desta mesma magnitude para todas as faixas de valores de ΔV s aplicados.

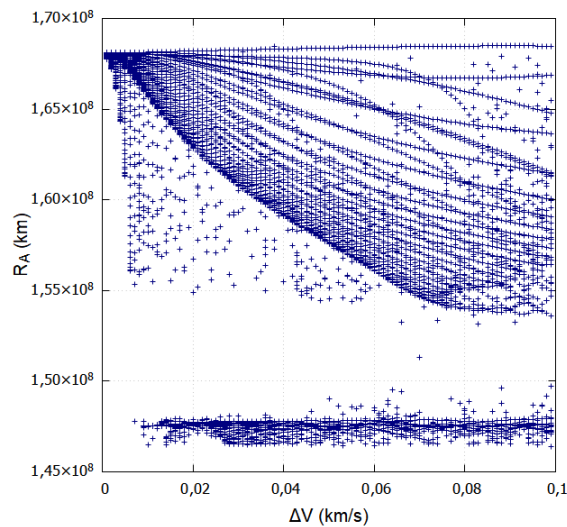


Figura 8. Variação de R_A em função de ΔV para a Trajetória 2 da Tabela 1.

Para as demais trajetórias indicadas na Tabela 1, resultados semelhantes aos já apresentados se repetem, ou seja, apesar da otimização de ψ e r_p , não há um ganho expressivo de energia que cause um distanciamento da Terra maior do que o já observado no afastamento natural das trajetórias ou nas TGEs.

Testes adicionais revelaram que a discrepância entre os resultados esperados, em vista da teoria conhecida para manobras de *swing-bys*, e as simulações se dá pela dinâmica mais complexa considerada neste trabalho. Enquanto a teoria de *swing-bys* é desenvolvida utilizando-se a aproximação *patched conics* (P2C – planeta aproximado e partícula), as simulações consideram o PR4C, tal que o Sol exerce grande influência no ganho de energia.

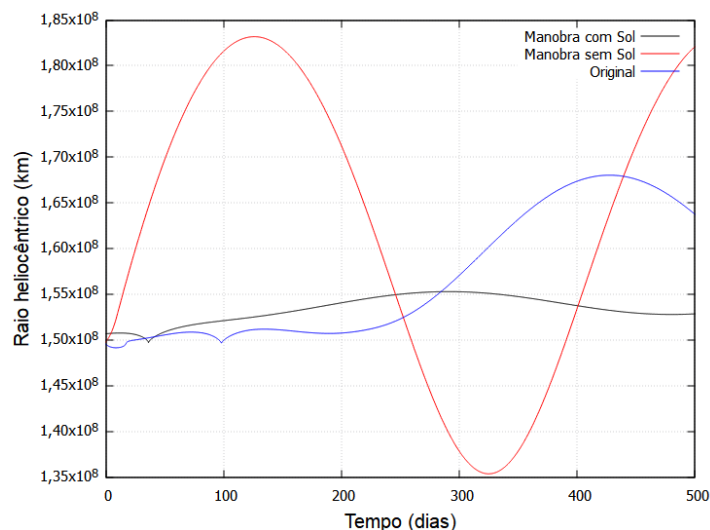


Figura 9. Variação de R_A em função do tempo para diferentes condições para a Trajetória 2 (Tabela 1) após aplicação de $\Delta V = 0,085$ km/s com $\theta = 225^\circ$.

Por exemplo, para a Trajetória 2 (Tabela 1), uma manobra com $\Delta V = 0,085$ km/s e $\theta = 225^\circ$ provoca uma passagem com $r_p = 7280$ km e $\psi = 269^\circ$, porém como visto na Figura 9, o raio



do afélio, apesar da passagem ótima, é diminuído de 168 milhões de km para 155 milhões de km. Porém, se desconsiderarmos a força exercida pelo Sol (em uma dinâmica P2C) da passagem da sonda por seu perigeu até a sua saída da esfera de influência gravitacional da Terra, o raio aumenta para 183 milhões de km. Assim, em próximos passos, novos estudos que considerem todas essas variáveis precisam ser realizados.

Ainda dentro do PR4C, encontraram-se, excepcionalmente, algumas trajetórias que, pós manobra, culminaram em órbitas com raios de afélio superior a 175 milhões de km ou raio de periélio inferior a 130 milhões de km, um aumento, se considerado o afastamento natural das trajetórias. Um exemplo é mostrado na Figura 10, encontrada na análise da Trajetória 3 (Tabela 1). Entretanto, uma análise mais detalhada da trajetória geocêntrica revela que esse grande distanciamento é consequência de um *swing-by* com a Lua e não o *swing-by* planejado com a Terra, como observado na Figura 11.

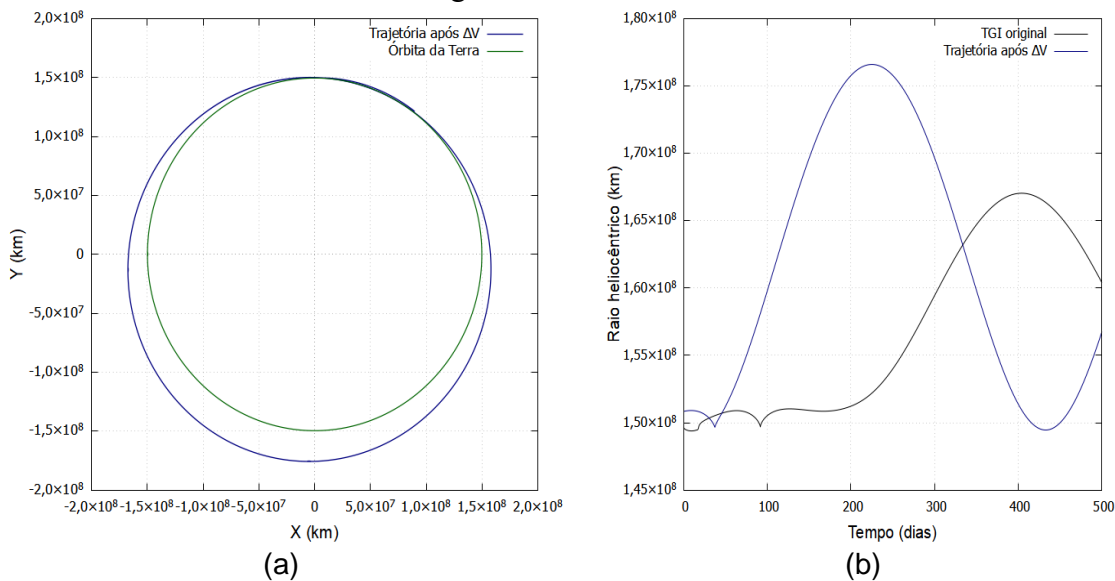


Figura 10. (a) Trajetória heliocêntrica da Trajetória 3 (Tabela 1) após aplicação de $\Delta V = 0,095 \text{ km/s}$ com $\theta = 340^\circ$. (b) Raio heliocêntrico da trajetória, em função do tempo.

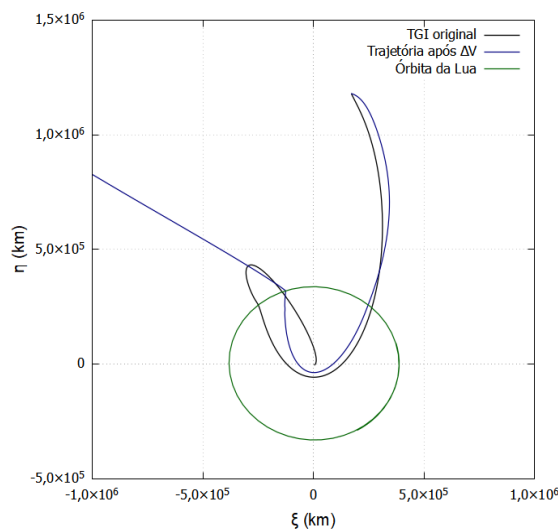


Figura 11. Trajetória geocêntrica da Trajetória 3 (Tabela 1) após aplicação de $\Delta V = 0,095 \text{ km/s}$ com $\theta = 340^\circ$.



4. Conclusão

Neste trabalho, fez-se o estudo de trajetórias derivadas a partir de órbitas periódicas e manobras de assistência gravitacional com a Lua, em especial as chamadas Trajetórias G de Inversão (TGI). No segundo apogeu das trajetórias, incrementos de velocidade (ΔV) foram aplicados com o intuito de alterar a geometria da trajetória, de forma a provocar uma passagem ótima pela Terra, em uma segunda manobra de *swing-by*, utilizando o ângulo de aproximação (ψ) e o raio do perigeu (r_p) como as variáveis de otimização.

A investigação concluiu que este segundo *swing-by* com a Terra, partindo de TGIs, não é eficaz para aumentar de forma expressiva o distanciamento da sonda com a Terra, seja na direção de Vênus ou Marte. A otimização dessas variáveis (ψ e r_p) não é suficiente para gerar um ganho de energia satisfatório a ponto de afastar a sonda além do que já se havia obtido com as TGEs dentro da dinâmica do PR4C. Desta forma, novos estudos relacionados à manobra de *swing-by* precisam ser realizados para considerar esse sistema mais complexo e as variáveis que otimizam a manobra.

Por outro lado, por meio da aplicação desses ΔV s, foi possível redirecionar a sonda à Lua, provocando um segundo *swing-by* com esse corpo celeste, de forma a aumentar de maneira mais eficaz o distanciamento da sonda. Estas trajetórias foram encontradas de forma excepcional, visto que não eram o objetivo da investigação e, portanto, pretende-se um estudo mais detalhado desse caso.

Agradecimentos: Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro que possibilitou o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- BROUCKE, R. The celestial mechanics of gravity assist. *Em: Astrodynamics Conference. Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences* [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1988. p. 69-78.
- BROUCKE, R. A. Periodic orbits in the restricted three-body problem with Earth-Moon masses. Technical Report 32-1168. **Jet Propulsion Laboratory, Cal. Tech**, [S.l.], 1968.
- GRASSET, O. et al. JUpiter ICy moons Explorer (JUICE): An ESA mission to orbit Ganymede and to characterise the Jupiter system. **Planetary and Space Science**, [S.l.], v. 78, p. 1–21, 2013.
- LORD, Peter et al. Psyche: Journey to a metal world. *Em: 2017 IEEE Aerospace Conference*. IEEE, 2017. p. 1-11.
- MURRAY, Carl D.; DERMOTT, Stanley F. **Solar system dynamics**. Cambridge: Cambridge university press, 1999.
- PICKRELL, John. These six countries are about to go to the Moon — here's why. **Nature**, [S. l.], v. 605, n. 7909, p. 208–211, 2022.
- RIBEIRO, Rebeca S.; DE MELO, Cristiano F.; PRADO, Antônio F. B. A. Trajectories Derived from Periodic Orbits around the Lagrangian Point L1 and Lunar Swing-Bys: Application in Transfers to Near-Earth Asteroids. **Symmetry**, [S. l.], v. 14, n. 6, p. 1132, 2022.