



Dinâmica de detritos espaciais sujeitos às perturbações da pressão de radiação solar e do arrasto atmosférico

Paulo Ricardo Araujo de Oliveira ¹, Claudia Celeste Celestino ²,
Regina Elaine Santos Cabette ³

¹ Universidade Federal do ABC, São Bernardo do Campo, SP, Brasil
Aluno de Graduação do curso de Engenharia Aeroespacial

² Universidade Federal do ABC, São Bernardo do Campo, SP, Brasil
Docente do curso de Engenharia Aeroespacial

³ Centro Universitário Salesiano de São Paulo, Lorena, SP, Brasil
Docente do curso de Engenharia Mecânica

paulo.ricardo@aluno.ufabc.edu.br

Resumo. *Evolução orbital de um detrito espacial sujeito às perturbações de arrasto atmosférico e da pressão de radiação solar, considerando o modelo de função sombra de Kabelac. Para tanto, a metodologia utilizada foi a integração numérica das equações de movimento e a obtenção da variação dos elementos orbitais: semieixo maior, excentricidade e inclinação. Os resultados obtidos com as hipóteses adotadas mostram que a variação da excentricidade e inclinação são menores ao incluir a função sombra na propagação da órbita.*

Palavras-chave: Dinâmica Orbital; Simulação Numérica; Função Sombra.

1. Introdução

Atualmente, além de um significativo número de satélites artificiais orbitando a Terra, há também os chamados detritos espaciais, grupo que inclui veículos espaciais inoperantes, suas partes e fragmentos. Por este motivo, muitas vezes a expressão "lixo espacial" é utilizada para se referir à detritos espaciais. Segundo (GARCIA, 2021), atualmente, mais de 20 mil pedaços de detritos espaciais são rastreados pela SSN - *Department of Defense's global Space Surveillance Network* (Rede de Vigilância Espacial global do Departamento de Defesa dos Estados Unidos, em tradução livre), e há uma quantidade ainda maior em órbita, mas com dimensões muito pequenas para serem rastreadas. Todos estes detritos representam potenciais riscos à atuais e futuras missões espaciais, devido a possibilidade de impacto durante o deslocamento em órbita, em lançamentos e em reentradas atmosféricas. Além dos detritos espaciais volumosos, há a ocorrência também de nuvens de detritos espaciais, como estudado em (CELESTINO, 2007).

Os detritos espaciais, assim como quaisquer outros satélites artificiais, estão sujeitos à ação de forças ambientes, chamadas de perturbações orbitais, que provocam alterações na propagação da órbita do satélite ao longo do tempo. Neste trabalho, duas perturbações orbitais em específico



14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

foram estudadas: a perturbação devido ao arrasto atmosférico, mais significativo em baixas altitudes, e a perturbação devido à pressão de radiação solar (PRS), atuante em órbitas de qualquer altitude ao redor da Terra, incluindo a função sombra, um refinamento na perturbação da PRS, atuante no período em que o satélite está oculto ao Sol pela sombra da Terra.

2. Metodologia

Para avaliar a evolução orbital temporal de detritos espaciais foram consideradas as perturbações do arrasto atmosférico e da pressão de radiação solar (PRS). Para tanto, foram modeladas as equações de movimento, iniciando com a resolução do problema restrito dos dois corpos (PR2C), acrescido das componentes relacionadas às perturbações. Tais equações foram implementadas em linguagem *Python* (PYTHON, 2023), empregando bibliotecas de computação científica *NumPy* (NUMPY, 2023), *SciPy* (SCIPY, 2023) e *Matplotlib* (HUNTER et al., 2023).

Para modelagem da perturbação do arrasto atmosférico, empregou-se a expressão da força de arrasto de (KUGA; CARRARA; RAO, 2011):

$$\vec{D} = -\frac{1}{2}\rho_{atm}C_D S v_R \vec{v}_R \quad (1)$$

Onde ρ_{atm} é a densidade do ar (que varia com a altitude), C_D é o coeficiente de arrasto, S é a área efetiva e v_R é a velocidade do satélite em relação a atmosfera da Terra.

A velocidade relativa, \vec{v}_R , é determinada pela equação (2), admitindo-se que a velocidade da atmosfera coincide com a velocidade de rotação da Terra, ω_T , onde x, y, z são as coordenadas do vetor posição do objeto em órbita, conforme (KUGA; CARRARA; RAO, 2011).

$$\vec{v}_R = \dot{\vec{r}} - \omega_T \times \vec{r} = \begin{bmatrix} \dot{x} + \omega_T y \\ \dot{y} - \omega_T x \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Decompondo a velocidade nas direções x, y e z , e substituindo a área S pela razão área/massa, γ , tem-se as acelerações devido à esta perturbação, em que $\ddot{x}_{ar}, \ddot{y}_{ar}, \ddot{z}_{ar}$ são as componentes da aceleração devido ao arrasto atmosférico.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{ar} \\ \ddot{y}_{ar} \\ \ddot{z}_{ar} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}\rho C_D \gamma v_R \begin{bmatrix} \dot{x} + \omega_T y \\ \dot{y} - \omega_T x \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Para determinação da densidade atmosférica em função da altitude da órbita, empregou-se o modelo NASA Earth Atmosphere Model (NASA, 2023) para altitudes superiores à 25 km. Neste modelo, são calculadas a temperatura, T , em função da altitude, h , seguida da pressão atmosférica, P_{atm} e, por fim, a densidade atmosférica, ρ_{atm} , conforme equações (4), (5) e (6).

$$T = -131,21 + 0,00299h \quad (4)$$



14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

$$P_{atm} = 2,488 * \left(\frac{T + 273,1}{216,6} \right)^{-11,388} \quad (5)$$

$$\rho_{atm} = \frac{P_{atm}}{(0,2869 * (T + 273,1))} \quad (6)$$

A Figura 1 exibe a variação da densidade atmosférica pela altitude. Nessa figura, é possível observar que a densidade atmosférica apresenta valores entre 10^{-1} kg/m^3 e 10^{-13} kg/m^3 , inversamente proporcional à altitude, sendo pouco predominante em altitudes superiores à 300 km.

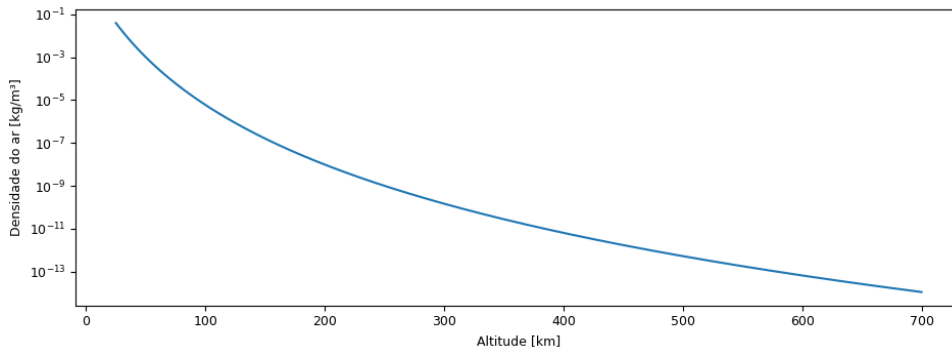


Figura 1. Modelo atmosférico NASA Earth Atmosphere Model (NASA, 2023).

Conforme definido em (KUGA; CARRARA; RAO, 2011), a aceleração causada pela pressão de radiação solar (PRS) atua na direção Sol-satélite, no sentido oposto ao versor Terra-Sol, \hat{r}_S , e é dada pela equação (7), onde é possível notar que a perturbação da PRS é diretamente proporcional à razão área/massa, γ .

$$A_{PRS}^{\vec{}} = -\psi C_R \gamma (PRS) \hat{r}_S \quad (7)$$

Em que PRS vale $4,56 * 10^{-6} \text{ Nm}^{-2}$ para órbitas ao redor da Terra (KUGA; CARRARA; RAO, 2011). C_R é o coeficiente de reflectividade, relacionado à geometria e superfície do corpo, sendo maior em superfícies altamente refletoras. Tipicamente, o valor de C_R varia entre 1,0 e 3,0, sendo o valor de 1,0 admitido para o parâmetro neste trabalho como hipótese simplificadora (BRITO, 2019). ψ é a função sombra, um parâmetro adimensional que admite valores entre 0,0 e 1,0, associado à posição do objeto em órbita, que pode estar iluminado pelo Sol ($\psi = 1$), oculto pela sombra da Terra ($\psi = 0$) ou em regiões de penumbra ($0 < \psi < 1$).

Decompondo a equação (7), têm-se as componentes da aceleração devido à PRS (KUGA; CARRARA; RAO, 2011).

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{PRS} \\ \ddot{y}_{PRS} \\ \ddot{z}_{PRS} \end{bmatrix} = \psi C_R \gamma P_{\odot} \begin{bmatrix} -x_S/r_S \\ -y_S/r_S \\ -z_S/r_S \end{bmatrix} \quad (8)$$



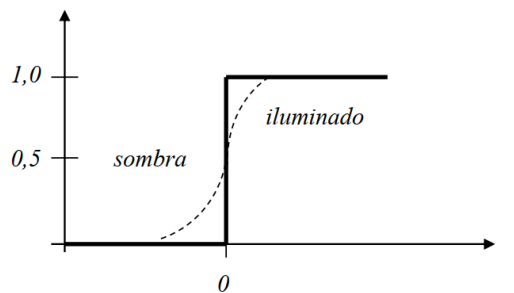
14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

A função sombra é uma importante componente para a modelagem da pressão de radiação solar, uma vez que o objeto em órbita não estará iluminado pelo Sol durante todo o seu período orbital, com raras exceções, como no caso das órbitas heliossíncronas.

Dois exemplos de modelos de função sombra são o modelo de Ferraz Mello e o modelo de Kabelac. O modelo de Ferraz Mello é como um comutador, em que a função sombra (ψ) admite apenas os valores $\psi = 0$, quando o objeto se encontra na sombra da Terra, e $\psi = 1$, quando o objeto está totalmente iluminado pelo Sol. O modelo de Kabelac, composto por duas funções, uma correspondente à geometria da Terra e do Sol e outra correspondente à refração, absorção e outros efeitos atmosféricos, admite uma terceira região chamada penumbra, nas regiões de fronteira da sombra da Terra, em que se obtém valores intermediários para a função sombra (CABETTE, 2001).

A Figura 2 ilustra o comportamento dos dois modelos, explicitando a região de penumbra entre as fases iluminada e na sombra no modelo de Kabelac, em que a pressão de radiação solar é parcialmente incidente, com $0 < \psi < 1,0$. A fim de explorar esta característica na função sombra, o modelo de Kabelac foi adotado neste estudo, abordando como hipótese simplificadora o cálculo da parte geométrica da função sombra, empregando a equação (9), com a ajuda dos ângulos auxiliares ψ_0 e ψ_t (CABETTE, 2001).



(— modelo Ferraz Mello e --- modelo de Kabelac)

Figura 2. Comparação entre os modelos de Ferraz Mello e Kabelac para a função sombra. (CABETTE, 2001).

$$\psi_g = 1 - \frac{1}{\pi} \left[\psi_0 - \sin \psi_0 \cos \psi_0 + \frac{2}{3} \left(\frac{R_0^\odot}{a_0^\odot} \right)^2 \psi_t \right] \quad (9)$$

Sendo:

- r o raio orbital do satélite;
- R_0 o raio da Terra na altitude do satélite;
- a_\odot o raio do Sol;
- r_\odot o raio aparente do Sol, visto pelo satélite;
- α_i o ângulo relacionado com a região de sombra;
- α_e o ângulo relacionado com a região de penumbra;



14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

- α_E o ângulo relacionado com a região iluminada;
- Δ_χ o ângulo sobre o qual o centro do Sol é visto acima do contorno da Terra;
- $R_0^\odot = \arcsin(\frac{R_0}{r})$;
- $a_0^\odot = \frac{a_\odot}{r_\odot}$.

Os ângulos auxiliares ψ_0 e ψ_t são definidos pelas equações (10) e (11).

$$\sin \frac{1}{2} \psi_0^2 = \sin \frac{1}{2} (a_0^\odot - \Delta_\chi) \sin (R_0^\odot - \frac{1}{2} a_0^\odot + \frac{1}{2} \Delta_\chi) \arcsin a_0^\odot \arcsin (R_0^\odot + \Delta_\chi) \quad (10)$$

$$\sin \frac{1}{2} \psi_t^2 = \sin \frac{1}{2} (a_0^\odot - \Delta_\chi) \sin \frac{1}{2} (a_0^\odot + \Delta_\chi) \arcsin R_0^\odot \arcsin (R_0^\odot + \Delta_\chi) \quad (11)$$

Conforme (CABETTE, 2001), as equações (10) e (11) são válidas no intervalo $\Delta_\chi \in [-a_0^\odot, a_0^\odot]$, para o qual $\psi_g \in [0, 1]$. No intervalo de validade das funções, algumas condições extremas exploradas por (KABELAC, 1987) e estão listadas na Tabela 1.

Tabela 1. Valores extremos da Função Sombra Geométrica. (KABELAC, 1987).

Posição do Sol relativo à Terra, visto pelo satélite	Δ_χ	α	ψ_0	ψ_g
Totalmente abaixo do contorno da Terra	$< -a_0^\odot$	$> \alpha_i$	Indeterminado	0
Tangente a borda superior	$-a_0^\odot$	α_i	180°	0
Centro no contorno da Terra	0	$\frac{\alpha_i + \alpha_e}{2}$	90°	$\frac{1}{2}$
Tangente a borda inferior	a_0^\odot	α_e	0°	1
Totalmente acima do contorno da Terra	$> a_0^\odot$	$< \alpha_e$	Indeterminado	1

Um conjunto de algoritmos foi construído para simulação da propagação da órbita de um detrito espacial, empregando as equações de movimento do problema restrito dos dois corpos, as perturbações do arrasto atmosférico e da pressão de radiação solar, além do modelo de função sombra de Kabelac. Nas fases de pré e pós-processamento, os dados são processados como Elementos Orbitais Clássicos (EOC), (SELLERS, 2000). O diagrama de blocos exposto na Figura 3 ilustra o funcionamento geral dos algoritmos desenvolvidos.

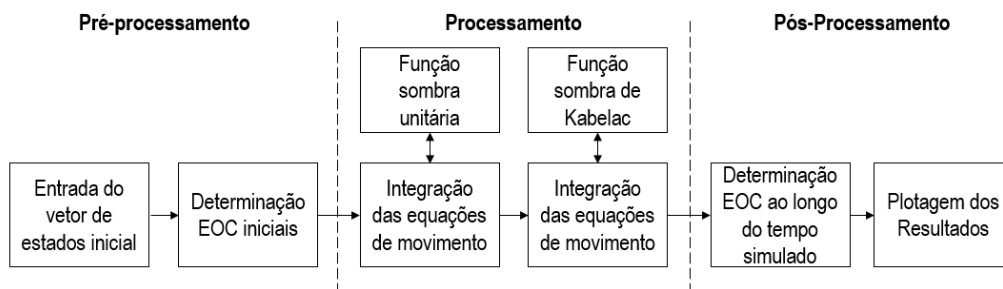


Figura 3. Funcionamento dos algoritmos desenvolvidos



3. Resultados e Discussão

Para investigação da variação dos elementos orbitais considerando as perturbações do arrasto atmosférico e da pressão de radiação solar, considerando a função sombra de Kabelac, foram exploradas órbitas em três faixas da órbita terrestre:

- Órbita Terrestre Alta (*HEO - High Earth Orbit*) - Altitude de 36.000 km
- Órbita Terrestre Média (*MEO - Medium Earth Orbit*) - Altitude de 18.000 km
- Órbita Terrestre Baixa (*LEO - Low Earth Orbit*) - Altitude de 700 km

Foram executadas simulações com valores de razão área/massa de $\gamma = 0,1 \text{ m}^2/\text{kg}$, $\gamma = 1,0 \text{ m}^2/\text{kg}$ e $\gamma = 5,0 \text{ m}^2/\text{kg}$, para exploração de diferentes razões área/massa na magnitude das perturbações, que foram avaliadas a partir da variação do raio orbital, r , e dos elementos orbitais, a, e, i .

3.1. Órbita Terrestre Alta (HEO)

Para um período simulado de 2.000 dias, os resultados são apresentados na Tabela 2 e ilustrados na Figura 4, em que se nota um comportamento periódico e de amplitude crescente na variação do raio orbital, tanto no cenário totalmente iluminado quanto ao aplicar a função sombra de Kabelac. Ao aplicar o modelo de Kabelac nota-se também menor variação na excentricidade e inclinação da órbita, além de variação positiva no semi-eixo maior, que se mantém constante no cenário de função sombra unitária.

Uma vez que a PRS afeta a excentricidade e inclinação da órbita (KUGA; CARRARA; RAO, 2011), é coerente que, ao aplicar o modelo função sombra de Kabelac, a variação nestes elementos seja menor, pois ao longo do tempo a exposição do detrito à PRS será proporcionalmente menor que num cenário de completa iluminação.

Tabela 2: Variação nos elementos orbitais na HEO.

γ	Elemento orbital	Iluminação constante	Modelo de Kabelac
0,1	Semi-eixo maior (a) [km]	-4,00	401,00
	Excentricidade (e) [-]	$3,11 * 10^{-2}$	$1,54 * 10^{-2}$
	Inclinação (i) [rad]	$3,40 * 10^{-4}$	$4,59 * 10^{-3}$
1,0	Semi-eixo maior (a) [km]	-7,00	4.268,00
	Excentricidade (e) [-]	0,30	0,140
	Inclinação (i) [rad]	$3,52 * 10^{-2}$	$4,16 * 10^{-2}$
5,0	Semi-eixo maior (a) [km]	-17.980,00	11.420,00
	Excentricidade (e) [-]	0,82	0,56
	Inclinação (i) [rad]	1,38	0,165

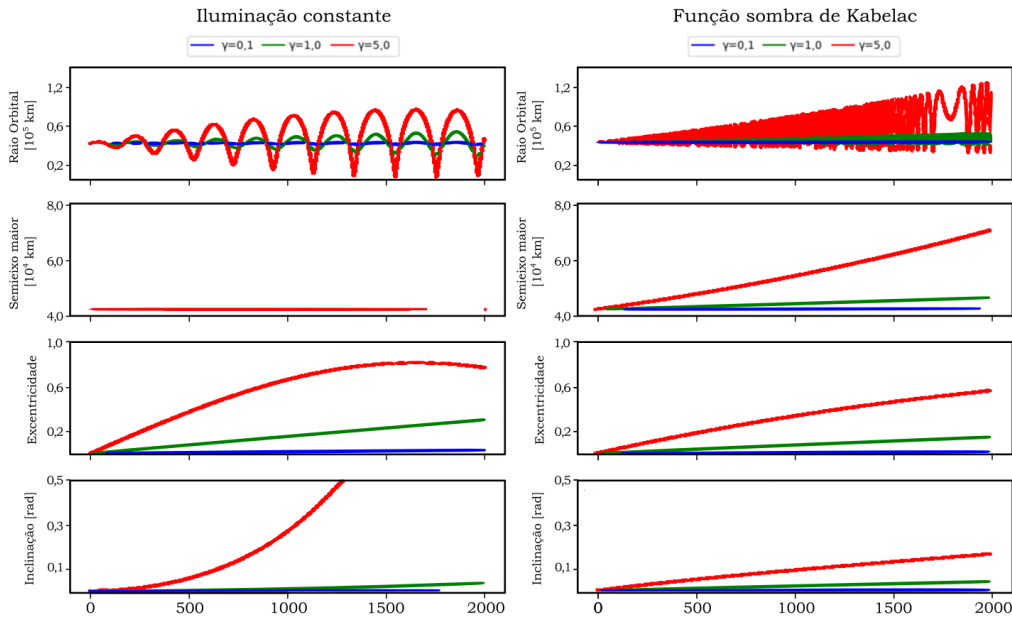


Figura 4. Elementos orbitais na HEO, para iluminação constante e função sombra de Kabelac.

3.2. Órbita Terrestre Média (MEO)

Para um período simulado de 2.000 dias, os resultados são apresentados na Tabela 3 e ilustrados na Figura 5, em que pôde-se verificar menor variação da excentricidade e da inclinação com a função sombra de Kabelac, levando ao aumento do semi-eixo maior, que no cenário de constante iluminação se mantém aproximadamente constante para $\gamma = 0, 1$ e $\gamma = 1, 0$.

Os resultados apresentados para órbita média estão conforme os obtidos para órbita alta, exceto para $\gamma = 5, 0$, em que ocorre o decaimento em 1.529 dias com a função sombra unitária, após contínua variação positiva de excentricidade e inclinação.

Tabela 3: Variação nos elementos orbitais na MEO.

γ	Elemento orbital	Iluminação constante	Modelo de Kabelac
0, 1	Semi-eixo maior (a) [km]	4, 00	170, 00
	Excentricidade (e) [-]	0, 72	0, 46
	Inclinação (i) [rad]	0, 38	0, 13
1, 0	Semi-eixo maior (a) [km]	5, 00	1832, 00
	Excentricidade (e) [-]	0, 23	0, 11
	Inclinação (i) [rad]	0, 19	0, 032
5, 0	Semi-eixo maior (a) [km]	-17.980, 00	11.420, 00
	Excentricidade (e)	0, 72	0, 46
	Inclinação (i)	0, 38	0, 13
	Tempo para o decaimento [dias]	1.529, 00	Não há

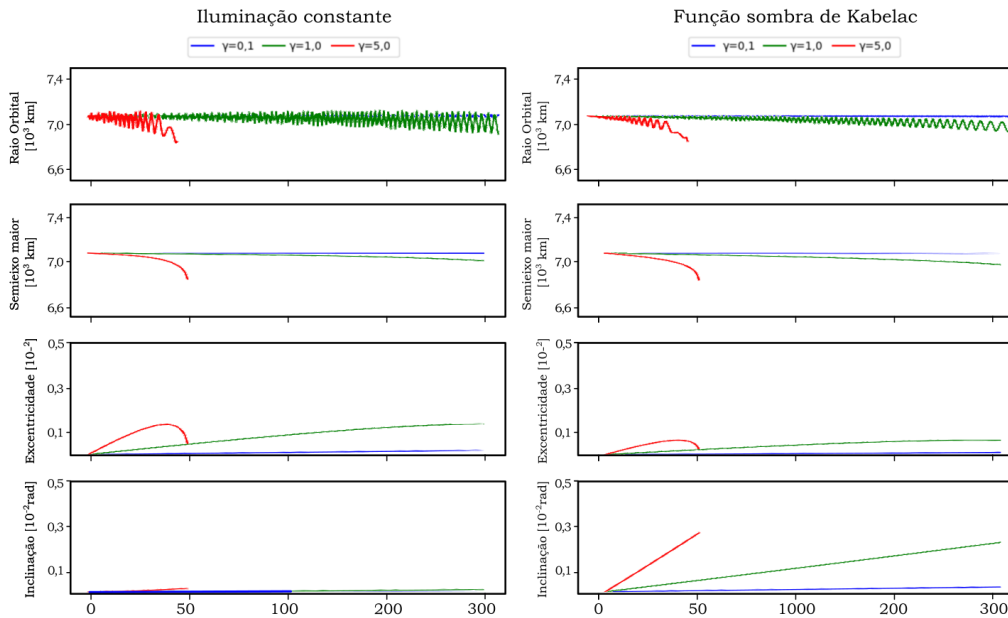


Figura 5. Elementos orbitais na MEO, para iluminação constante e função sombra de Kabelac.

3.3. Órbita Terrestre Baixa (LEO)

Para o período de 300 dias, os resultados são apresentados na Tabela 4 e ilustrados na Figura 6, em que se pode notar que a excentricidade segue com menor variação ao aplicar a função sombra de Kabelac, conforme analisado para as demais órbitas. Já a inclinação, neste caso, apresenta comportamento oposto.

Nesta altitude os efeitos do arrasto são predominantes (NASA, 2023) e estão presentes nos dois cenários analisados: com e sem função sombra de Kabelac. Não é possível, contudo, correlacionar a diferença nos resultados de decaimento e inclinação com o previsto em literatura.

Tabela 4: Variação nos elementos orbitais na LEO.

γ	Elemento orbital	Iluminação constante	Modelo de Kabelac
0,1	Semi-eixo maior (a) [km]	-1,0	-2,0
	Excentricidade (e) [-]	$2,1e - 03$	$2,2e - 03$
	Inclinação (i) [rad]	$1e - 5$	$2,5e - 4$
1,0	Semi-eixo maior (a) [km]	-62,0	-96,0
	Excentricidade (e) [-]	$1,37e - 02$	$6,4e - 03$
	Inclinação (i) [rad]	$3e - 4$	$2,1e - 3$
5,0	Semi-eixo maior (a) [km]	-700,00	-700,00
	Excentricidade (e)	$1,39e - 02$	$8,0e - 03$
	Inclinação (i) [rad]	$1,0e - 04$	$2,2e - 03$
	Tempo para o decaimento [dias]	74,00	71,00



14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

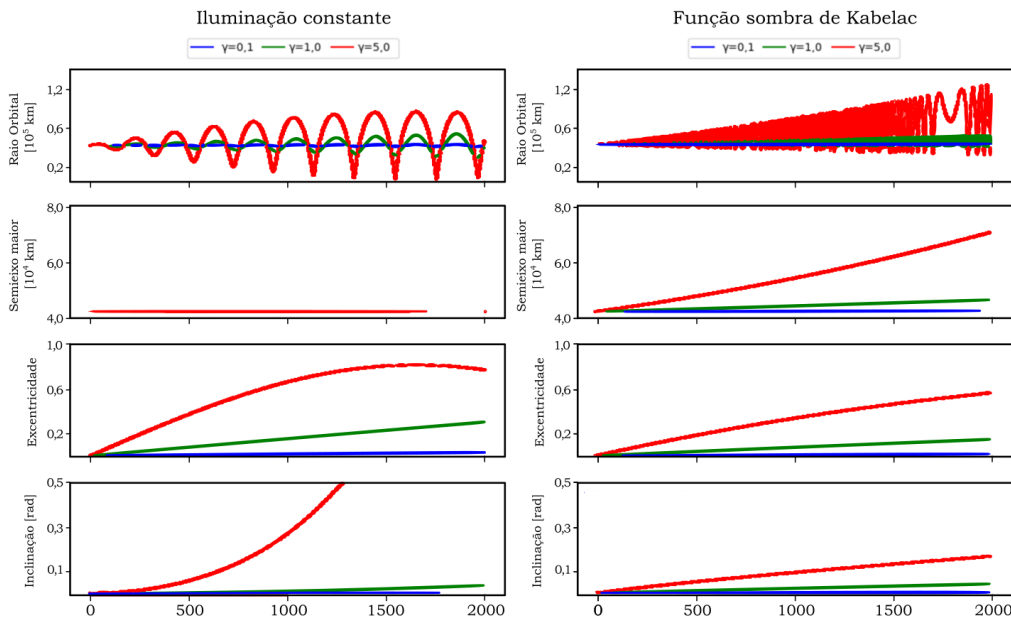


Figura 6. Elementos orbitais na LEO, para iluminação constante e função sombra de Kabelac.

4. Conclusão

Neste trabalho, um propagador de órbitas foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação *Python*, a partir da resolução numérica das equações de movimento e das perturbações provocadas pelo arrasto atmosférico e pela pressão de radiação solar, em um primeiro cenário de função sombra unitária e constante, em que não se considera a passagem do objeto em órbita pela sombra da Terra, e um segundo cenário incluindo um modelo de função sombra de Kabelac, que permite representar a passagem do objeto pela sombra da Terra e também pela região de penumbra.

Com as análises executadas foi possível avaliar os efeitos das perturbações do arrasto atmosférico e da pressão de radiação solar para diferentes objetos, através da variação da razão área/massa, relacionada com a geometria e densidade do satélite, além de analisar também o comportamento de órbitas em diferentes altitudes e dos cenários com e sem representação da função sombra na pressão de radiação solar.

A análise das perturbações em órbitas de diferentes altitudes demonstrou que a inserção do modelo de função sombra de Kabelac provoca alterações significativas na propagação da órbita, nos elementos orbitais semi-eixo maior (a), excentricidade (e) e inclinação (i).

Para órbitas média e alta, a aplicação da função sombra de Kabelac, com as hipóteses adotadas neste estudo, implica em menor variação da excentricidade e inclinação da órbita, aumentando o semi-eixo maior ao longo do tempo. Para órbitas baixas, em que o arrasto atmosférico é predominante, esta correlação não foi observada.

Referências

BRITO, T. P. *Estudo da evolução de detritos espaciais sujeitos às perturbações do potencial terrestre, j_2 e j_{22} , luni-solar, pressão de radiação solar e do arrasto atmosférico*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal do ABC, Santo André, 2019. page.33



14° WETE

Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais

CABETTE, R. E. S. *A Sombra da Terra e a Propagação de Atitude de Satélites Artificiais*. Dissertação (Mestrado em Física) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2001. page.44, page.55

CELESTINO, C. C. *Estudo da Dinâmica de Pequenos Detritos Espaciais e Meteoróides*. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) — INPE, São José dos Campos, 2007. page.11

GARCIA, M. Space debris and human space. NASA, 2021. Disponível em: https://www.nasa.gov/mission/_pages/station/news/orbital/_debris.html. Acesso em: 08 Abr 2023. page.11

HUNTER, J. et al. *Matplotlib documentation*. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://matplotlib.org/stable/index.html>. Acesso em: 08 Abr 2023. page.22

KABELAC, J. Shadow function – contribution to the theory of the motion of artificial satellite. *Bull. Astron. Inst.*, Bull. Astron. Inst. Czechos, Praga, n. 39, p. 213–220, 1987. page.55

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; RAO, K. R. *SATELITES ARTIFICIAIS - MOVIMENTO ORBITAL*. 1a. ed. São José dos Campos: INPE, 2011. page.22, page.33, page.66

NASA. *Earth Atmosphere Model - Metric Units*. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html>. Acesso em: 08 Abr 2023. page.22, page.33, page.88

NUMPY. *NumPy documentation*. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://numpy.org/doc/stable/index.html>. Acesso em: 08 Abr 2023. page.22

PYTHON. *Python 3.11.3 documentation*. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://docs.python.org/3/>. Acesso em: 08 Abr 2023. page.22

SCIPY. *SciPy documentation*. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/>. Acesso em: 08 Abr 2023. page.22

SELLERS, J. J. *Understanding Space: An Introduction to Astronautics*. 2a. ed. Oxford: McGraw-Hill Primis Custom Pub, 2000. page.55