



Ministério da
Ciência e Tecnologia



sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.02.15.42-TDI

O MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI REVISADO - ALGUMAS CONSEQUÊNCIAS TEÓRICAS E OBSERVACIONAIS

Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada
pelo Dr. Oswaldo Duarte Miranda, aprovada em 25 de fevereiro de 2011

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/394TDDB>>

INPE
São José dos Campos
2011

PUBLICADO POR :

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr^a Regina Célia dos Santos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Horácio Hideki Yanasse - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Vivéca Sant'Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
Ciência e Tecnologia



sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.02.15.42-TDI

O MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI REVISADO - ALGUMAS CONSEQUÊNCIAS TEÓRICAS E OBSERVACIONAIS

Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada
pelo Dr. Oswaldo Duarte Miranda, aprovada em 25 de fevereiro de 2011

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/394TDDB>>

INPE
São José dos Campos
2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Moraes, Pedro Henrique Ribeiro da Silva.

M791m O modelo cosmológico de Carmeli revisado - algumas consequências teóricas e observacionais / Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes. – São José dos Campos : INPE, 2011.

xx+97 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.02.15.42-TDI)

Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

Orientador : Dr. Oswaldo Duarte Miranda.

1. Gravitação alternativa. 2. Cosmologia . 3. Matéria escura.
4. Energia escura. I.Título.

CDU 531.5

Copyright © 2011 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2011 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

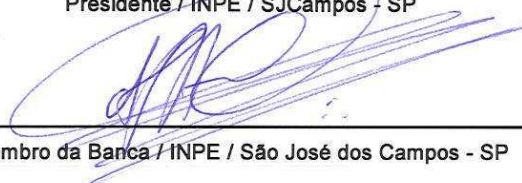
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Mestre em
Astrofísica

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de Souza



Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Dennis Fernandes Alves Bessada



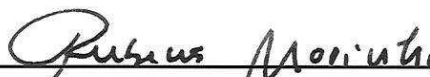
Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Oswaldo Duarte Miranda



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Rubens de Melo Marinho Júnior



Convidado(a) / ITA / SJCampos - SP

Aluno (a): Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes

São José dos Campos, 25 de fevereiro de 2011

“Não se pode esperar resultados diferentes fazendo as coisas da mesma forma”.

ALBERT EINSTEIN

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais, Álvaro Eduardo de Moraes e Doraci Ribeiro da Silva Moraes e a meu irmão, Lucas Ribeiro da Silva Moraes, pelo incansável e interminável apoio e conforto ao longo desses dois anos de mestrado. À minha namorada, Tânia Morais, por ser inigualável companheira e ter me proporcionado um relacionamento mantido pela diversão que proporcionamos um ao outro. Ao João Rafael Lúcio dos Santos, Guilherme Ribeiro e Rafael Pereira da Silva, por serem pessoas de extrema importância em minha vida. À Cintia de Castro Severiano, Ana Flávia Bimestre, João Rafael Lasmar Guimarães, Ana Lúcia de Oliveira e André Luiz Bimestre, por todos esses longos anos de amizade, que fizeram de mim uma pessoa mais realizada e confiante. Ao Rafael Augusto Couceiro Correa, Luiz Augusto Guimarães Boldrin, Maria Eugênia de Melo e Marcelo Gonçalves Garcia, por incontáveis momentos lúdicos pelos quais passamos nos anos de graduação, os quais sempre guardarei com muito carinho. À Karine Fontolan Leme, por me fazer lembrar e reviver o adolescente que inicia a sua caminhada em busca de um sonho: estudar astronomia. Também agradeço aos meus colegas de “república”, Patrick da Rosa Silveira, Manuel de Castro Àvila e Leonardo Andrade de Almeida, pelos 20 meses de boa convivência e companheirismo. Às minhas colegas de curso, Mariana Chinaglia e Camila Paiva Novaes, pelas inúmeras discussões físicas, cosmológicas e filosóficas, sem as quais eu não teria tido tanta satisfação nesses dois anos de mestrado. Ao meu professor e orientador, Oswaldo Duarte Miranda, por ter me dado a honra de desenvolver um trabalho de mestrado como seu aluno. E aos professores Carlos Alexandre Wuensche e José Carlos Neves de Araújo, por terem me esclarecido diversas dúvidas nas áreas de cosmologia e relatividade geral, respectivamente, ferramentas de extrema importância no andamento do trabalho de mestrado a seguir apresentado.

RESUMO

Neste trabalho é feita uma análise crítica do modelo cosmológico criado pelo Dr. Moshe Carmeli no final da década de 90. Essa análise consiste em uma revisão teórica do que até hoje foi apresentado para o modelo e da aplicação de testes observacionais e cosmológicos no mesmo. Nossa análise mostra que embora a teoria de Carmeli passe por testes clássicos (avanço do periélio dos planetas, deflexão da luz na presença de um campo gravitacional) e também por testes cosmológicos a baixos redshifts ($z \leq 1$) como supernovas Ia e oscilações acústicas de bárions (BAO), ela apresenta um pior ajuste aos dados cosmológicos do que o modelo Λ CDM. Contudo, a cosmologia derivada da teoria de Carmeli apresenta o ponto positivo de fornecer um parâmetro de densidade para a matéria compatível com o parâmetro de densidade da matéria bariônica vinculado pela nucleossíntese primordial. Isto é, em escalas cosmológicas ($z \leq 1$) não existe necessidade de forçarmos a existência de matéria e energia escuras. Também apresentamos um modelo cosmológico derivado da teoria de Kaluza-Klein, identificando a forma funcional do parâmetro associado com a 5ª dimensão de forma a produzir uma solução que mimetiza os efeitos da constante cosmológica no âmbito da Relatividade Geral.

CARMELI'S COSMOLOGICAL MODEL REVISED - SOME THEORETICAL AND OBSERVATIONAL CONSEQUENCES

ABSTRACT

In this work it is done a critical analysis of the cosmological model created by Dr. Moshe Carmeli in the late 90's. This analysis consists in a theoretical review of what have been presented for the model so far and of the application of observational and cosmological tests on it. Our analysis shows that although Carmeli's theory passes through classical tests (advanced of the perihelion of planets, bending of light on the presence of a gravitational field) and also through cosmological tests at low redshifts ($z \leq 1$) like supernovae Ia and baryon acoustic oscillations (BAO), it presents a worse cosmological data fit than Λ CDM model. However, the cosmology derived from Carmeli's theory presents the positive side of providing a matter density parameter consistent with barionic matter density parameter inferred from primordial nucleosynthesis. That is, on cosmological scales ($z \leq 1$) there is no need to force the existence of both dark matter and dark energy. We also present a cosmological model derived from Kaluza-Klein theory, identifying the functional form of the parameter associated to the fifth dimension in such a way that it produces a solution that mimetize the effects of the cosmological constant in the scope of General Relativity.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1	Curvas de rotação de algumas galáxias. 7
4.1	Distância versus redshift. A curva em linha pontilhada representa a equação (4.32) com $\Omega_m = 0,245$ e a curva em linha preenchida, a equação (4.33) tomando $\Omega_m = 0,03$ 34
5.1	Movimento em linha reta de um raio de luz na RG. 48
5.2	Deflexão da luz em um campo gravitacional. 49
6.1	Função correlação da amostra LRG do SDSS 54
6.2	Espectro de potências da temperatura da RCFM a partir dos dados do WMAP7. 57
7.1	Parâmetro de Hubble (h) versus redshift. 67
7.2	Curvas de rotação da galáxia NGC 2403 72
7.3	Curvas de rotação da galáxia NGC 3198 73
8.1	Evolução da função α/α_0 , associada com a quinta dimensão no modelo de Kaluza-Klein, com o redshift. 87
8.2	Evolução da função $\dot{\alpha}/\alpha_0$, associada com a quinta dimensão no modelo de Kaluza-Klein, com o redshift. 88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RG	–	relatividade geral
FRW	–	Friedmann-Robertson-Walker
BAO	–	oscilações acústicas de bárions (baryon acoustic oscillations)
SN Ia	–	supernovas tipo Ia
REC	–	relatividade especial cosmológica
RGC	–	relatividade geral cosmológica
RCFM	–	radiação cósmica de fundo em microondas
SDSS	–	Sloan Digital Sky Survey

LISTA DE SÍMBOLOS

- Λ – constante cosmológica
- Ω_i – parâmetro de densidade do componente “i” do universo (ρ_i/ρ_c)
- τ – idade do universo
- M_\odot – massa solar
- L_\odot – luminosidade solar
- b – constante de integração da Lei de Hubble padrão
- d – constante de integração da solução da equação de expansão do universo
- q – constante de integração do cálculo do avanço do periélio dos planetas

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 RELATIVIDADE GERAL, MATÉRIA ESCURA E ENERGIA ESCURA	3
2.1 As Equações de campo da Relatividade Geral e a Cosmologia de Friedmann-Robertson-Walker	3
2.2 Matéria Escura	6
2.3 Energia Escura	9
2.3.1 Constante Cosmológica	10
2.3.2 Modelo ϕ CDM (Quintessência)	11
2.3.3 Gás de Chaplygin	11
2.3.4 Modelo CCDM	11
2.3.5 Modelo XCDM	11
2.3.6 Modelo $\Lambda(t)$ CDM	11
2.3.7 Modelos Inomogêneos	12
2.3.8 Modelos de Brana	12
2.3.9 Modelos $f(R)$	12
2.3.10 Modelos Cinemáticos	12
3 A COSMOLOGIA DE CARMELI	13
3.1 O Modelo Cosmológico de Carmeli em 4D	13
3.1.1 Relatividade Especial Cosmológica	13
3.1.2 Relatividade Geral Cosmológica	15
3.2 O Modelo Cosmológico de Carmeli em 5D	24
4 ALGUMAS CONSEQUÊNCIAS DO MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI	29
4.1 Equação da expansão do Universo como extensão da Lei de Hubble	29
4.2 Soluções da equação de expansão do Universo	30
4.3 Inexistência de Matéria Escura em escalas cosmológicas	33
4.4 Valor da Constante Cosmológica (Λ) a partir do Modelo de Carmeli	35

5 APLICAÇÃO DE ALGUNS TESTES OBSERVACIONAIS CLÁSSICOS	37
5.1 Avanço do periélio dos planetas	37
5.2 Deflexão da luz em um campo gravitacional	47
6 APLICAÇÃO DE TESTES COSMOLÓGICOS	51
6.1 Descrição dos Testes Cosmológicos	51
6.1.1 Supernovas tipo Ia	51
6.1.2 BAO	52
6.1.3 Shift Parameter	55
6.2 Análise Estatística	58
6.2.1 Análise Estatística utilizando SN Ia	60
6.2.2 Análise Estatística utilizando BAO	61
6.2.3 Resultados	62
6.2.4 O Insucesso na Análise Estatística utilizando Shift Parameter	63
7 ALGUNS PONTOS NEGATIVOS DO MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI	65
7.1 A inconsistência a altos redshifts	65
7.1.1 O parâmetro de densidade	65
7.1.2 O parâmetro de Hubble	66
7.2 Curvas de rotação de galáxias	68
8 COSMOLOGIA A PARTIR DA TEORIA DE KALUZA-KLEIN	75
8.1 O Modelo Gravitacional de Kaluza-Klein	75
8.1.1 Equações de Maxwell na Relatividade Especial e na Relatividade Geral	76
8.1.2 O Mecanismo de Kaluza-Klein	78
8.2 Análise da Cosmologia a partir do modelo de Kaluza-Klein	81
9 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91

1 INTRODUÇÃO

Quando Einstein obteve sua solução cosmológica derivada a partir das equações de campo da Relatividade Geral (RG), ele verificou que a solução não permitia a existência de um universo estacionário. Para contornar esse problema, Einstein introduziu em suas equações uma constante (constante cosmológica, Λ) que permitia uma solução cosmológica estacionária para descrever o universo.

De fato, na época em que Einstein obteve sua solução cosmológica, ainda não existiam dados observacionais que mostrassem um universo em expansão. Essas observações, baseadas em medidas do redshift das linhas espectrais de objetos distantes, somente foram obtidas por Edwin Hubble em 1929.

Diante dessas observações que mostravam um universo em expansão, Einstein chegou a comentar que a introdução da constante cosmológica nas equações de campo da RG tinha sido o maior erro de sua vida.

Desde então, inúmeros modelos cosmológicos baseados na RG foram criados com a finalidade de descrever o universo - sua origem, estrutura e evolução.

O modelo cosmológico de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) é o mais bem aceito devido à sua simplicidade e concordância com os dados observacionais.

Contudo, quando comparamos os dados observacionais com a RG, somos forçados a admitir a existência de dois componentes exóticos: matéria escura, responsável por 22% da dinâmica do universo e energia escura, responsável por 73% de sua dinâmica (WEILAND, 2010). Assim, apenas 5% do conteúdo matéria-energia do universo é formado por matéria conhecida para nós, a matéria bariônica, de forma que tudo o que conhecemos no universo não passa de aproximadamente 5% de sua composição, sendo o restante desconhecido para nós.

Esses resultados podem ser interpretados como uma falha ou limitação da RG em escalas cosmológicas, de forma que uma modificação da lei de gravitação nessas escalas talvez possa absorver de forma natural essas duas componentes - matéria e energia escuras. De fato, uma série de modelos alternativos ou modificados da RG, surgem como alternativas para se explicar os resultados discutíveis acima apresentados.

Esse trabalho de mestrado pretende atacar a questão das componentes escuras do universo sob esse prisma: modificações da RG.

Começamos com uma descrição das equações de campo da RG e do modelo cosmológico de FRW delas derivado, assim como do setor escuro do universo (matéria e energia escura), apresentada no Capítulo 2. Fazemos uma revisão crítica do modelo cosmológico de Carmeli, proposto no final da década de 90 do século passado. O modelo consiste basicamente do tratamento do universo como uma brana 5D, em que a quinta dimensão está associada à velocidade de expansão do universo. Ou seja, Carmeli dá à velocidade de expansão do universo, a mesma importância (ou peso) das outras quatro dimensões espaço-temporais. Numa série de trabalhos desde o final dos anos 90 (entre eles (CARMELI, 2001a)), Carmeli mostra que a cosmologia derivada desse modelo 5D pode reproduzir os principais observáveis cosmológicos sem a necessidade de matéria e energia escuras. Por outro lado, Hartnett e colaboradores fizeram extensões do trabalho de Carmeli (HARTNETT, 2005; HARTNETT; OLIVEIRA, 2007) mostrando uma série de outras características não exploradas nos trabalhos pioneiros (incluindo um primeiro estudo sobre a propagação de ondas gravitacionais nessa teoria). Essa revisão é apresentada nos Capítulos 3 e 4. Além de testes observacionais clássicos (Capítulo 5), também aplicamos testes cosmológicos, como Supernovas Ia (SNIa) para um conjunto de 557 supernovas da amostra *Union 2* (2010) e levamos em conta as oscilações acústicas de bárions (BAO). Argumentamos sobre alguns pontos fracos que emergem da teoria, quando essa é estudada a altos redshifts (Capítulos 6 e 7). Por fim, apresentamos no Capítulo 8 um estudo preliminar do modelo gravitacional de Kaluza-Klein, assim como as conclusões retiradas desse estudo. No Capítulo 9 descrevemos as perspectivas futuras deste trabalho.

2 RELATIVIDADE GERAL, MATÉRIA ESCURA E ENERGIA ESCURA

A cosmologia estuda o universo como um todo, o que implica em estudar a sua origem, estrutura e evolução. De forma geral, esse estudo é feito tendo como base duas hipóteses: o princípio cosmológico e o postulado de Weyl.

O princípio cosmológico estabelece que o universo em grandes escalas (maiores que 100 Mpc) é homogêneo e isotrópico. Já o postulado de Weyl introduz a ideia de um fluido que permeia o espaço, na qual as galáxias se movimentam como “partículas fundamentais”. Matematicamente, o postulado de Weyl diz que as linhas de mundo desse fluido formam uma congruência de geodésicas no espaço-tempo, divergindo de um ponto no passado ou convergindo para um ponto no futuro. Como consequência, a matéria em qualquer ponto do espaço-tempo possui uma única velocidade e o fluido pode ser tratado como um fluido perfeito (D’INVERNO, 1992).

Toda a dinâmica do universo pode ser caracterizada a partir dos dois ingredientes acima - o princípio cosmológico (que conduz à métrica de Friedmann-Robertson-Walker) e o postulado de Weyl (que implica que o conteúdo material do universo seja um fluido perfeito) - somados a um terceiro ingrediente que relaciona a geometria à matéria e dita a dinâmica do universo, a teoria da Relatividade Geral.

2.1 As Equações de campo da Relatividade Geral e a Cosmologia de Friedmann-Robertson-Walker

As equações que relacionam a distribuição de matéria-energia do universo com a geometria do espaço-tempo induzida por essa distribuição são as equações de campo de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

em que o tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$ descreve a geometria do espaço-tempo e o tensor energia-momentum $T_{\mu\nu}$, os campos de matéria-energia, e tomamos $c = 1$. No caso de um fluido perfeito, temos:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

sendo ρ e p , respectivamente, a densidade de energia e a pressão do fluido, e $u_\mu = dx_\mu/d\tau$ a quadri-velocidade do fluido, onde τ é o tempo próprio. Como as partículas do fluido seguem geodésicas ortogonais às hipersuperfícies espaciais $t = \text{constante}$, temos $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$.

Usando a já conhecida métrica de Friedmann-Robertson-Walker (ainda tomando $c = 1$):

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right], \quad (2.3)$$

em (2.1), obtemos duas equações independentes, que são:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \quad (2.4)$$

e

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = -8\pi Gp, \quad (2.5)$$

em que k é a curvatura da seção espacial e o ponto denota derivadas com relação ao tempo. A equação (2.4) é conhecida como equação de Friedmann. Veja que devido à homogeneidade e isotropia assumidas para o universo, tanto ρ quanto p dependem apenas do tempo.

Subtraindo (2.4) de (2.5) é possível eliminar a curvatura e obter a equação para a aceleração do universo na forma:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (2.6)$$

Uma vez que o tensor de Einstein deve satisfazer as identidades de Bianchi ($\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$), segue de (2.1) que $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$, o que nos conduz à equação da continuidade:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (2.7)$$

A especificação completa de um modelo cosmológico derivado da RG é feita a partir da equação de estado do fluido, que permite relacionar p e ρ . Tomando $p = p(\rho) = \omega\rho$, obtemos:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 \exp\left[-3 \int_{a_0}^a \frac{\omega(a')}{a'} da'\right]. \quad (2.8)$$

No caso $\omega = \text{constante}$, temos:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+\omega)}. \quad (2.9)$$

Na cosmologia derivada da RG, podemos destacar três cenários, que são os da matéria relativística, matéria não-relativística e do vácuo quântico, abaixo descritos:

a) matéria relativística ($\omega = 1/3$), que implica em $\rho_r \propto a^{-4}$;

b) matéria não-relativística ($\omega = 0$), que implica em $\rho_m \propto a^{-3}$;

c) vácuo quântico ($\omega = -1$), que implica em $\rho_\Lambda = \rho_{\Lambda 0} = \text{constante}$. Observe que para o vácuo quântico $T_{\mu\nu} = \rho_\Lambda g_{\mu\nu}$, de forma que seu efeito nas equações de campo de Einstein é o mesmo causado pela adição de uma constante cosmológica nessas equações.

Em razão do universo conter diferentes constituintes, o tensor energia-momentum do fluido que o permeia é a soma desses constituintes. Assim, as Equações (2.4) e (2.6) são reescritas como:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \rho_i \quad (2.10)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_{i=1}^N (\rho_i + 3p_i). \quad (2.11)$$

Desde que os componentes do universo estejam desacoplados, seus tensores energia-momentum conservam-se separadamente, de forma que:

$$\dot{\rho}_i + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_i + p_i) = 0, \quad (2.12)$$

em que ρ_i e p_i são, respectivamente, a densidade e a pressão do i -ésimo componente do universo.

2.2 Matéria Escura

A matéria escura é uma forma de matéria que não emite, não absorve e não espalha luz. Em outras palavras, ela não interage com a força eletromagnética. A única força com a qual ela interage é a da gravidade. A maior parte da matéria no universo é supostamente formada pela matéria escura, assim ela desempenha um papel importante nos processos de formação de estruturas do universo.

A primeira indicação da possível existência de matéria escura veio do estudo dinâmico de nossa galáxia. O astrônomo James Jeans ([JEANS, 1922](#)) reanalisou os movimentos verticais de estrelas próximas ao plano da galáxia, que havia sido estudado por Jacobus Kapteyn ([KAPTEYN, 1922](#)). Ambos calcularam a densidade de matéria próxima ao Sol e estimaram a densidade devido às estrelas próximas ao plano galáctico. Kapteyn concluiu que a densidade espacial das estrelas conhecidas era o suficiente para explicar os movimentos verticais, enquanto, em contraste, Jeans indicou a presença de duas “estrelas escuras” para cada estrela visível. Ao desconhecido componente dessas “estrelas escuras”, Jeans deu o nome de matéria escura.

A segunda indicação foi obtida por Fritz Zwicky, em 1933 ([ZWICKY, 1933](#)). Em seu trabalho, ele aplicou o teorema do virial ao aglomerado de Coma, percebendo que as estrelas e gases visíveis não teriam massa o suficiente para prover a atração gravitacional necessária para manter o aglomerado unido (ele obteve um valor cerca de 160 vezes maior que o esperado para a matéria luminosa). Zwicky então concluiu que havia muito mais massa no aglomerado do que a que poderia ser atribuída à matéria conhecida (visível).

Por volta de quatro décadas depois, na década de 70, através de uma série de estudos de Vera Rubin et.al sobre curvas de rotação de galáxias ([RUBIN; FORD, 1970](#)),([RUBIN](#)

et al., 1970), (RUBIN; FORD, 1971), (RUBIN et al., 1973)), surge uma nova evidência da existência de matéria escura no universo. Em seus estudos sobre o movimento de rotação das galáxias, ela descobriu que suas velocidades de rotação crescem até certo valor do raio da galáxia e depois permanecem aproximadamente constantes (Figura 2.1).

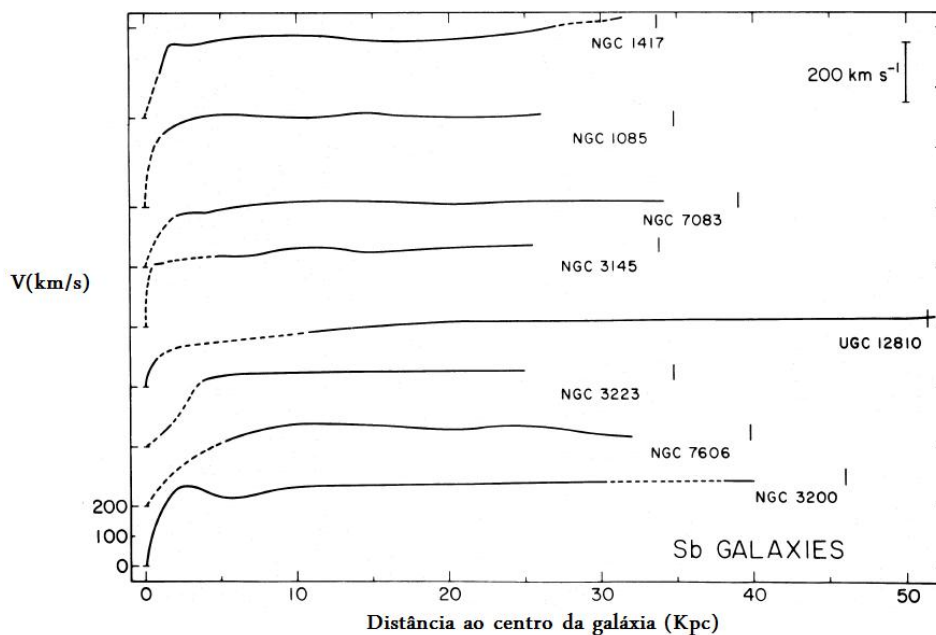


Figura 2.1 - Curvas de rotação de algumas galáxias.
Fonte: Rubin et al. (1982)

Suponhamos que uma estrela de massa m está em órbita circular de raio r e com velocidade orbital v ao redor do centro de uma determinada galáxia. Essa estrela estará sujeita a uma força:

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (2.13)$$

que aponta em direção ao centro da galáxia (força centrípeta). Se igualarmos essa força à força gravitacional exercida sobre a estrela por toda a massa galáctica interna à sua órbita:

$$F = G \frac{M(< r)m}{r^2}, \quad (2.14)$$

temos

$$\frac{v^2}{r} = G \frac{M(< r)}{r^2} \quad (2.15)$$

e assim:

$$v = \sqrt{\frac{GM(< r)}{r}}. \quad (2.16)$$

Para as regiões onde v é constante ($v = cte$), temos:

$$(cte)^2 r = GM(< r), \quad (2.17)$$

que implica em

$$M(< r) \propto r. \quad (2.18)$$

Assim, com o aumento do raio, a massa da galáxia deve continuar aumentando, mesmo depois de atingir o ponto onde não há mais matéria visível e conhecida.

Em termos gerais, podemos classificar a matéria escura como quente ou fria, sendo que:

- matéria escura quente: consiste de partículas que eram relativísticas no momento em que desacoplaram dos outros componentes do universo. Se toda a matéria escura do universo fosse quente (no sentido acima), as primeiras estruturas a se formar deveriam ser grandes e muito massivas, enquanto que as estruturas menores seriam formadas por fragmentação das estruturas maiores (cenário “top-down”). O candidato natural para a matéria escura quente é o neutrino com massa de alguns eVs (CALDWELL; MOHAPATRA, 1993),(KLYPIN et al., 1993),(DODELSON; WIDROW, 1994).

- matéria escura fria: consiste de partículas que eram não-relativísticas no momento em que desacoplaram dos outros componentes do universo. Nesse caso é possível formar estruturas pequenas e pouco massivas desde o início, possibilitando um cenário hierárquico de formação de estruturas (cenário “bottom-up”), coerente com o espectro de flutuações primordiais previsto pela teoria. Possíveis candidatos à matéria escura fria são as partículas supersimétricas previstas pelas teorias de grande unificação (BERTONE et al., 2005),(SPRINGEL et al., 2008),(HECKMAN; VAFA, 2009).

Espera-se que uma parte da matéria escura seja bariônica pela discrepância entre o valor $\Omega_b \simeq 0,05$ deduzido da nucleossíntese do Big Bang e o mesmo parâmetro associado às estrelas visíveis, gases e poeira, $\Omega_{lum} \propto 0,01$ (PERKINS, 2003). Pelo menos uma parte dessa matéria escura bariônica deve ser encontrada na forma dos chamados MACHOs (Massive Astrophysical Compact Halo Objects) (VENKATESAN et al., 1999),(PRATT, 1997). Ainda não se sabe se esses objetos podem compor toda a matéria escura bariônica. De qualquer modo, como já foi dito, a matéria bariônica faz uma pequena contribuição para a densidade total do universo.

Em particular, o Grande Colisor de Hádrons (Large Hadron Collider - LHC) trabalhará com energias da ordem de TeV, podendo comprovar a existência de partículas supersimétricas. Esse experimento, dessa forma, poderá nos dar uma resposta a essa importante questão: o que é a matéria escura?

2.3 Energia Escura

A energia escura é uma forma de energia que está distribuída por todo o espaço e tende a acelerar a expansão do universo. A principal característica da energia escura é possuir uma pressão negativa, isto é, apresentar uma equação de estado do tipo $p = -\rho$ (vide seção 2.1 desta dissertação). De acordo com a RG, o efeito de tal pressão negativa seria semelhante qualitativamente, a uma força que em larga escala, age em oposição à gravidade.

A natureza da energia escura é um dos maiores desafios atuais da física e da cosmologia. Existem hoje muitos modelos fenomenológicos diferentes, contudo os dados observacionais ainda estão longe de selecionar um em detrimento aos demais. Isso acontece pois a escolha de um modelo de energia escura depende de um bom conhecimento da variação temporal da taxa de expansão do universo, o que exige a

observação de propriedades de objetos a distâncias muito grandes.

A sua descoberta em 1998 foi um choque para os astrônomos por se tratar de um conceito contra-intuitivo. A evidência observacional veio do estudo das supernovas tipo Ia (SN Ia) pelos grupos *Supernova Cosmology Project* (RIESS, 1998) e *High Redshift Supernova Team* (PERLMUTTER, 1999). Em seus trabalhos independentes, os dois grupos acima citados, esperavam que o brilho das supernovas fosse maior do que seus redshifts indicariam, o que implicaria numa expansão desacelerada. No entanto, encontraram um brilho mais fraco que o esperado, indicando assim um universo em expansão acelerada.

Alguns modelos de energia escura são descritos abaixo.

2.3.1 Constante Cosmológica

A explicação mais simples para a natureza da energia escura é de que se trata da energia do vácuo quântico, caso em que seria uma entidade constante no tempo e descrita matematicamente pela introdução da constante cosmológica nas equações de campo da RG.

Como dito anteriormente, a cosmologia nos fornece $\Omega_\Lambda \simeq 0,73$ ou $\rho_\Lambda \simeq 0,73\rho_c$, em que ρ_c é a densidade crítica do universo ($\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$). Dessa forma, em unidades físicas temos $\rho_\Lambda \simeq 10^{-29}gcm^{-3} \simeq 10^{-47}GeV^4$.

Contudo, se somarmos as energias de ponto zero de todos os modos normais de algum campo escalar de massa m até um comprimento de onda λ , nós obtemos para a energia do vácuo (tomando $\hbar = c = 1$) (WEINBERG, 1989):

$$\langle\rho_\Lambda\rangle = \int_0^\lambda \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} - \frac{1}{2}\sqrt{k^2 + m^2} \simeq \frac{\lambda^4}{16\pi^2}. \quad (2.19)$$

Considerando que a RG é válida até a escala de Planck, em que $\lambda \simeq (8\pi G)^{-1/2}$, o resultado fica:

$$\langle\rho_\Lambda\rangle \simeq 10^{71}GeV^4. \quad (2.20)$$

Dessa forma, embora o modelo Λ CDM obtenha sucesso para explicar as medidas de

distância de luminosidade de supernovas Ia (RIESS, 1998), (PERLMUTTER, 1999), espectro de raios-X de aglomerados (ALLEN et al., 2004), BAO (EISENSTEIN et al., 2005), (PERCIVAL, 2010) e dados de idades de galáxias (JIMENEZ et al., 2003), sendo por isso apelidado de modelo de concordância cósmica, a discrepância acima entre os valores para a densidade de energia do vácuo nos leva a considerar outros modelos de universo.

2.3.2 Modelo ϕ CDM (Quintessência)

Neste cenário, a atual fase de expansão do universo tem sua origem num campo escalar ϕ minimamente acoplado, cuja dinâmica é determinada por sua energia potencial. Esses modelos são denominados ϕ CDM e a energia escura que tem sua origem num campo escalar recebe o nome de quintessência (RATRA; PEEBLES, 1988), (PEEBLES; RATRA, 1988), (WETTERICH, 1988), (CALDWELL et al., 1998), (ALBRECHT; SKORDIS, 2000), (PADMANABHAN, 2002).

2.3.3 Gás de Chaplygin

Considera a existência de uma componente que se comporta inicialmente com pressão nula e posteriormente com pressão negativa, fazendo o papel tanto de energia escura quanto de matéria escura, dando origem aos chamados modelos de quartessência (BILIC et al., 2002), (BENTO et al., 2002), (LIMA et al., 2008).

2.3.4 Modelo CCDM

Neste modelo, a matéria escura fria é criada a partir de flutuações de origem quântica do campo gravitacional (STEIGMAN et al., 2009),.

2.3.5 Modelo XCDM

Considera que a energia escura possui uma equação de estado $\omega = p_x/\rho_x$ negativa, podendo ser constante (TURNER; WHITE, 1997), (CHIBA et al., 1997), (CHIBA et al., 1998), (CALDWELL et al., 2003), (LIMA et al., 2003) ou variável (LINDER, 2003).

2.3.6 Modelo $\Lambda(t)$ CDM

Neste modelo considera-se uma interação entre a constante cosmológica e a matéria escura fria, resultando em Λ variável (OZER; TAHA, 1986), (FREESE et al., 1987), (OVERDUIN; COOPERSTOCK, 1998), (LIMA; TRODDEN, 1996).

2.3.7 Modelos Inomogêneos

Esses cenários preservam a isotropia do universo mas quebram a sua homogeneidade, levando à métricas distintas da de FRW (equação 2.3) (CÉLÉRIER, 2007),(ISHAK et al., 2008).

2.3.8 Modelos de Brana

Esses modelos consideram que o universo possui uma dimensão espacial a mais, que é percebida apenas pelos grávitons, provocando uma diluição da gravitação (DVALI; GABADADZE, 2001).

2.3.9 Modelos $f(R)$

Neste caso, a lagrangeana da gravitação é uma função genérica do escalar de Ricci (KERNER, 1982),(VOLLICK, 2003),(VOLLICK, 2004),(ALLEMANDI et al., 2004),(ALLEMANDI et al., 2005).

2.3.10 Modelos Cinemáticos

Procuram determinar os parâmetros cinemáticos do universo, como constante de Hubble, parâmetro de desaceleração, *jerk*; de forma independente de modelos (CUNHA, 2009).

3 A COSMOLOGIA DE CARMELI

Em uma série de trabalhos (CARMELI, 1995),(CARMELI, 1996),(CARMELI, 1997),(CARMELI, 2000),(CARMELI, 2001a),(CARMELI, 2001b),(CARMELI, 2002), Moshe Carmeli apresenta as bases do seu modelo cosmológico, que considera a velocidade de expansão do universo como um parâmetro que, no contexto cosmológico, deve também ter caráter dimensional, dando origem ao espaço-tempo-velocidade.

Nos seus primeiros modelos, Carmeli considera um universo 4D, trocando a variável tempo pela velocidade de expansão do universo. Posteriormente, trata o elemento de linha de sua teoria como 5D, reintroduzindo o tempo no elemento de linha e mantendo a velocidade. O presente capítulo pretende fazer uma revisão dos modelos cosmológicos 4D e 5D de Carmeli.

3.1 O Modelo Cosmológico de Carmeli em 4D

3.1.1 Relatividade Especial Cosmológica

Antes de ter criado o modelo cosmológico 5-D, Carmeli elaborou uma extensão dos princípios da RG para escalas cosmológicas, que tem como ponto de partida a expansão do universo ao invés da propagação da luz, como na RG. Como consequência, as coordenadas a serem usadas são distância e velocidade, formando o espaço-velocidade, e não o tradicional espaço-tempo.

A métrica espaço-velocidade em coordenadas de Minkowski é dada por:

$$ds^2 = \tau^2 dv^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (3.1)$$

sendo τ o tempo de Hubble (inverso da constante de Hubble), uma constante de valor $12,16 \times 10^9$ anos¹. Seu papel nessa teoria é o mesmo da velocidade da luz c na Relatividade Especial e o papel da velocidade v não é de ser a derivada temporal da distância, ela obedece a lei de Hubble, dada por $v = H_0 r$.

¹Embora a idade do universo inferida pela análise conjunta *WMAP* + *BAO* + H_0 (JAROSIK, 2010) seja $13,75 \pm 0,11 \times 10^9$ anos, nós preferimos manter nesse capítulo o valor usado por Carmeli, já que aqui fazemos apenas uma revisão do seu modelo. As contribuições originais do nosso trabalho (análise crítica desse modelo) serão dadas nos próximos capítulos.

Baseado no elemento de linha (3.1), Carmeli desenvolveu a relatividade especial cosmológica (REC) (CARMELI, 2002). Nessa teoria, as velocidades de recessão das galáxias e as distâncias entre elas num universo em expansão são unidas em uma variedade quadridimensional pseudo-Euclidiana. A lei de Hubble é assumida e é escrita em uma forma invariante que permite a derivação de uma transformação quadridimensional que é similar à transformação de Lorentz, onde o parâmetro dessa nova transformação será a razão entre o tempo cósmico t e τ .

Dessa forma, as transformações abaixo, entre as quatro variáveis x, y, z e v e x', y', z' e v' , relacionam quantidades físicas em diferentes tempos cósmicos no limite de gravitação fraca ou nula, e são dadas por:

$$v' = \frac{v - \frac{tx}{\tau^2}}{\sqrt{1 - \frac{t^2}{\tau^2}}}, \quad (3.2)$$

$$x' = \frac{x - tv}{\sqrt{1 - \frac{t^2}{\tau^2}}}, \quad (3.3)$$

$$y' = y \quad (3.4)$$

e

$$z' = z. \quad (3.5)$$

As equações (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) são as transformações cosmológicas do “tipo-Lorentz” e como podemos ver, são muito similares às já conhecidas transformações de Lorentz:

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3.6)$$

$$x' = \frac{x - tv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3.7)$$

$$y' = y \quad (3.8)$$

e

$$z' = z. \quad (3.9)$$

Na REC, o tempo cósmico relativo faz o papel da velocidade relativa na teoria da relatividade especial de Einstein. As transformações (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) deixam invariante o tempo de Hubble τ , assim como as transformações de Lorentz deixam invariante a velocidade da luz c .

3.1.2 Relatividade Geral Cosmológica

Antes de descrevermos os princípios que foram tomados para a elaboração da Relatividade Geral Cosmológica (RGC), assim como tratarmos de analisá-la quantitativamente, vejamos algumas propriedades da teoria:

- descreve a gravitação como um espaço-velocidade quadridimensional;
- assume a lei de Hubble como lei fundamental;
- estende a lei de Hubble, para que essa incorpore a gravitação;
- trata de “fatias” do universo onde o tempo é constante.

Os fundamentos de uma teoria de gravitação são baseados no princípio da equivalência e no princípio da covariância (EINSTEIN, 1955). Esses dois princípios nos levam imediatamente à percepção de que a gravitação deve ser descrita por um espaço-tempo quadridimensional (nessa teoria, espaço-velocidade) e que as equações de campo e as equações de movimento devem ser escritas na forma covariante. Esses

princípios também foram adotados na elaboração da RGC.

Fazendo com que $g_{\mu\nu}$ seja a métrica da variedade quadridimensional e que o elemento de linha seja dado por $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$, o que diferencia a RGC da RG é que no nosso caso, para a coordenada x^0 temos τv , (coordenada tipo-velocidade) ao invés de $x^0 = ct$ (coordenada tipo-tempo), como na RG. As outras coordenadas x^i , $i = 1, 2, 3$, são do tipo espaço, como na RG. Essa escolha de coordenadas leva diretamente à expansão do universo no espaço-velocidade quando tomamos $ds = 0$ (como veremos a seguir).

As equações de campo da RGC, como no caso da RG, relacionam geometria à física. A geometria é descrita pela combinação do tensor de Ricci e do escalar de Ricci, enquanto a física é expressa pelo tensor energia-momentum, que nessa teoria tem um significado físico diferente do apresentado na teoria de Einstein. A constante de acoplamento, que relaciona geometria à física, também é diferente.

As equações de campo, assim como na RG, são:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = kT_{\mu\nu}, \quad (3.10)$$

em que $k = 8\pi G/c^2\tau^2$ (enquanto que na RG era dado por $8\pi G/c^4$), com G sendo a constante gravitacional.

O tensor energia-momentum $T_{\mu\nu}$ é construído como na RG, mas com a velocidade da luz sendo substituída pelo tempo de Hubble. Na RG, se ρ é a densidade média de massa do universo, então é assumido que $T_{\mu\nu} = \rho u_\mu u_\nu$, onde u_μ é a quadri-velocidade e toma-se $T_{00} = \rho c^2$, assim, quando $T_{\mu\nu} = 0$, temos as equações de campo para o vácuo. Já na cosmologia de Carmeli, no entanto, não consideramos que haja uma situação onde ρ possa ser zero porque o universo está preenchido com matéria em todos os pontos, portanto mesmo que haja regiões com densidade muito baixa, essa densidade ainda será diferente de zero. Para termos zero do lado direito da equação de campo, tomamos T_{00} não igual a ρ , mas igual a $\rho_{eff} = \rho - \rho_c$, onde ρ_{eff} representa a densidade efetiva e ρ_c é a densidade de massa crítica, uma constante de valor $3/8\pi G\tau^2$, cujo valor numérico é $\simeq 10^{-29}g/cm^3$ (alguns átomos de hidrogênio por metro cúbico). Assim, temos:

$$T_{\mu\nu} = \rho_{eff} u_\mu u_\nu \quad (3.11)$$

para o tensor energia-momentum, em que $u^\mu = u_\mu = u^\nu = u_\nu = (1, 0, 0, 0)$.

No espaço-velocidade quadridimensional, o elemento de linha com simetria esférica é dado por:

$$ds^2 = \tau^2 dv^2 - e^\xi dr^2 - R^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2), \quad (3.12)$$

em que ξ e R são funções de v e r apenas. A métrica acima mostra que a área da esfera de $r = \text{constante}$ é dada por $4\pi R^2$ e que R deve satisfazer $R' = \partial R/\partial r > 0$. Na RG, quando assumimos $ds = 0$, obtemos a equação de propagação dos fótons. É interessante verificar que tipo de informação essa hipótese nos traz no contexto da RGC. Assim, tomando $ds = 0$ e assumindo que o universo se expanda de maneira esfericamente simétrica ($d\theta = d\phi = 0$), reescrevemos (3.12) como:

$$\tau^2 dv^2 - e^\xi dr^2 = 0, \quad (3.13)$$

$$\frac{dr}{dv} = \tau e^{-\xi/2}. \quad (3.14)$$

A equação diferencial (3.14) representa um universo em expansão acelerada. Note que para isso, não foi necessário a introdução da constante cosmológica nas equações de campo, apenas assumimos que a geometria do universo deve ser tratada como um espaço-velocidade ao invés de um espaço-tempo.

Para termos uma plena noção do comportamento de dr/dv , devemos encontrar a função $\xi = \xi(v, r)$. Para isso, resolvemos as equações de campo dadas por (3.10). Multiplicando (3.10) pela forma contravariante da métrica $g^{\mu\nu}$, temos:

$$g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} R = \kappa g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}, \quad (3.15)$$

em que

$$g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = R, \quad (3.16)$$

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4 \quad (3.17)$$

e

$$g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = T. \quad (3.18)$$

Assim, temos:

$$R = -kT. \quad (3.19)$$

Substituindo a equação (3.19) em (3.10), temos:

$$R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}kT = kT_{\mu\nu} \quad (3.20)$$

e finalmente podemos reescrever nossa equação de campo como:

$$R_{\mu\nu} = k \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right), \quad (3.21)$$

em que o tensor energia-momentum para um fluido perfeito $T_{\mu\nu}$, por análise dimensional², deve ser escrito como:

$$T_{\mu\nu} = (\tau^2 \rho_{eff} + \tau^2 c^{-2} p) u_\mu u_\nu - \tau^2 c^{-2} p g_{\mu\nu}, \quad (3.22)$$

e de (3.12):

²O tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$ continua tendo a mesma unidade, mas como vimos, a constante de acoplamento k assume um novo valor, agora de unidade $cm/g s^2$, logo, a unidade de $T_{\mu\nu}$ deve ser gs^2/cm^3

$$g_{\mu\nu} = (1, -e^\xi, -R^2, -R^2 \text{sen}^2\theta). \quad (3.23)$$

Assim, temos para os componentes do tensor energia-momentum diferentes de zero, o que segue:

$$T_{00} = \tau^2 \rho_{eff}, \quad (3.24)$$

$$T_{11} = \tau^2 c^{-2} p e^\xi, \quad (3.25)$$

$$T_{22} = \tau^2 c^{-2} p R^2 \quad (3.26)$$

e

$$T_{33} = \tau^2 c^{-2} p R^2 \text{sen}^2\theta. \quad (3.27)$$

Escrevemos o traço T do tensor energia-momentum (usando a equação (3.18)) como:

$$T = \tau^2 \rho_{eff} - 3\tau^2 c^{-2} p. \quad (3.28)$$

Já os componentes do tensor de Ricci diferentes de zero são:

$$R_{00} = -\frac{1}{2}\ddot{\xi} - \frac{2}{R}\ddot{R} - \frac{1}{4}\dot{\xi}^2, \quad (3.29)$$

$$R_{01} = \frac{1}{R}R'\dot{\xi} - \frac{2}{R}\dot{R}', \quad (3.30)$$

$$R_{11} = e^\xi \left(\frac{1}{2}\ddot{\xi} + \frac{1}{4}\dot{\xi}^2 + \frac{1}{R}\dot{R}\dot{\xi} \right) + \frac{1}{R}(\xi'R' - 2R''), \quad (3.31)$$

$$R_{22} = R\ddot{R} + \frac{1}{2}R\dot{R}\dot{\xi} + \dot{R}^2 - e^{-\xi} \left(RR'' - \frac{1}{2}RR'\xi' + R'^2 \right) + 1, \quad (3.32)$$

e

$$R_{33} = R_{22} \text{sen}^2 \theta. \quad (3.33)$$

Com as equações (3.24)–(3.32) (a equação (3.33) não contribui com novas informações), podemos a partir de (3.21) escrever os componentes das equações de campo:

$$-\frac{1}{2}\ddot{\xi} - \frac{2}{R}\ddot{R} - \frac{1}{4}\dot{\xi}^2 = \frac{1}{2}k\tau^2(\rho_{eff} + 3c^{-2}p), \quad (3.34)$$

$$\frac{1}{R}R'\dot{\xi} - \frac{2}{R}\dot{R}' = 0, \quad (3.35)$$

$$e^\xi \left(\frac{1}{2}\ddot{\xi} + \frac{1}{4}\dot{\xi}^2 + \frac{1}{R}\dot{R}\dot{\xi} \right) + \frac{1}{R}(\xi'R' - 2R'') = \frac{1}{2}k\tau^2 e^\xi (\rho_{eff} - c^{-2}p) \quad (3.36)$$

e

$$R\ddot{R} + \frac{1}{2}R\dot{R}\dot{\xi} + \dot{R}^2 - e^{-\xi} \left(RR'' - \frac{1}{2}RR'\xi' + R'^2 \right) + 1 = \frac{1}{2}k\tau^2 R^2 (\rho_{eff} - c^{-2}p), \quad (3.37)$$

que podemos reescrever como:

$$-\ddot{\xi} - \frac{4}{R}\ddot{R} - \frac{1}{2}\dot{\xi}^2 = k\tau^2(\rho_{eff} + 3c^{-2}p), \quad (3.38)$$

$$2\dot{R}' - R'\dot{\xi} = 0, \quad (3.39)$$

$$\ddot{\xi} + \frac{1}{2}\dot{\xi}^2 + \frac{2}{R}\dot{R}\dot{\xi} + e^{-\xi} \left(\frac{2}{R}R'\xi' - \frac{4}{R}R'' \right) = k\tau^2(\rho_{eff} - c^{-2}p) \quad (3.40)$$

e

$$\frac{2}{R}\ddot{R} + 2 \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 + \frac{1}{R}\dot{R}\dot{\xi} + \frac{2}{R^2} + e^{-\xi} \left[\frac{1}{R}R'\xi' - 2 \left(\frac{R'}{R} \right)^2 - \frac{2}{R}R'' \right] = k\tau^2(\rho_{eff} - c^{-2}p). \quad (3.41)$$

Com certa manipulação algébrica nas equações (3.38)–(3.41), chegamos ao seguinte conjunto de equações independentes:

$$\begin{aligned} e^\xi(r\ddot{R}R + \dot{R}^2 + 1) - R'^2 &= -k\tau^2 c^{-2} e^\xi R^2 p, \\ 2\dot{R}' - R'\dot{\xi} &= 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

e

$$e^{-\xi} \left[\frac{1}{R} R' \xi' - \left(\frac{R'}{R} \right)^2 - \frac{2}{R} R'' \right] + \frac{1}{R} \dot{R} \dot{\xi} + \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 + \frac{1}{R^2} = k\tau^2 \rho_{eff}. \quad (3.43)$$

Uma solução da equação (3.39) que satisfaça a condição $R' > 0$ pode ser dada por:

$$e^\xi = \frac{R'^2}{1 + f(r)}, \quad (3.44)$$

pois disso, temos:

$$\xi = \ln \left[\frac{R'^2}{1 + f(r)} \right] \quad (3.45)$$

$$\dot{\xi} = \frac{2\dot{R}'}{R'}, \quad (3.46)$$

em que $f(r)$ é uma função arbitrária da coordenada r e satisfaz a condição $f(r) + 1 > 0$, pois a exponencial e^ξ naturalmente deve ser maior que zero. Substituindo (3.44) em (3.42), chegamos a:

$$2R\ddot{R} + \dot{R}^2 - f(r) = -kc^{-2}\tau^2 R^2 p. \quad (3.47)$$

Substituindo (3.44) em (3.43), temos:

$$\frac{1+f(r)}{R^2} \left[\frac{1}{R} R' \xi' - \left(\frac{R'}{R} \right)^2 - \frac{2}{R} R'' \right] + \frac{1}{R} \dot{R} \dot{\xi} + \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 + \frac{1}{R^2} = k\tau^2 \rho_{eff}. \quad (3.48)$$

Com isso, derivamos ξ com relação a r , encontrando:

$$\xi' = \frac{2R''}{R'} - \frac{f'(r)}{1+f(r)}, \quad (3.49)$$

que substituído em (3.48) e com um pouco de álgebra, resulta em:

$$\frac{1}{RR'} [2\dot{R}\dot{R}' - f(r)] + \frac{1}{R^2} [\dot{R}^2 - f(r)] = k\tau^2 \rho_{eff}. \quad (3.50)$$

A solução mais simples das equações (3.47) e (3.50) que ainda satisfaça a condição $R' > 0$ é:

$$R = r. \quad (3.51)$$

Substituindo (3.51) em (3.47) e (3.50), temos:

$$f(r) = kc^{-2}\tau^2 pr^2 \quad (3.52)$$

e

$$f'(r) + \frac{f(r)}{r} = -k\tau^2 \rho_{eff} r, \quad (3.53)$$

respectivamente. A solução da equação (3.53) será a soma da solução da equação homogênea

$$f'(r) + \frac{f(r)}{r} = 0, \quad (3.54)$$

com uma solução particular. As soluções são dadas respectivamente por:

$$f_1(r) = -\frac{2Gm}{c^2 r} \quad (3.55)$$

e

$$f_2(r) = -\frac{k}{3}\tau^2\rho_{eff}r^2. \quad (3.56)$$

A solução $f_1(r)$ é irrelevante no nosso problema pois vai a zero para grandes valores de r , assim, tomamos $f_2(r)$ como solução geral:

$$f(r) = f_2(r) = -\frac{k}{3}\tau^2\rho_{eff}r^2 = -\frac{k}{3}\tau^2(\rho - \rho_c)r^2 = -\frac{k}{3}\tau^2\rho_c\left(\frac{\rho}{\rho_c} - 1\right)r^2. \quad (3.57)$$

Substituindo os valores de k e ρ_c , chegamos a:

$$f(r) = \frac{1 - \Omega_m}{c^2\tau^2}r^2, \quad (3.58)$$

em que $\Omega_m = \rho/\rho_c$.

Assim, reescrevemos (3.52) como:

$$p = \frac{1 - \Omega_m}{kc\tau^3} = \frac{c}{\tau} \frac{1 - \Omega_m}{8\pi G} = 3,46 \times 10^{-10}(1 - \Omega_m)g/cm s^2 \quad (3.59)$$

e a equação (3.44) como:

$$e^{-\xi} = 1 + f(r) = 1 + \frac{1 - \Omega_m}{c^2\tau^2}r^2. \quad (3.60)$$

Podemos finalmente substituir esse resultado na equação de expansão do universo (3.14), obtendo:

$$\frac{dr}{dv} = \tau \sqrt{1 + \frac{1 - \Omega_m}{c^2 \tau^2} r^2}. \quad (3.61)$$

3.2 O Modelo Cosmológico de Carmeli em 5D

Se adicionarmos o tempo ao elemento de linha (3.1), teremos:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \tau^2 dv^2, \quad (3.62)$$

(por conveniência, deixamos a velocidade agora como sendo o quinto termo do elemento de linha) tendo assim uma variedade de cinco dimensões (três espaciais, uma temporal e uma de velocidade) que formam o espaço-tempo-velocidade. À velocidade constante, a equação (3.62) nos leva ao elemento de linha de Minkowski:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (3.63)$$

a tempo constante, ao elemento de linha (3.1):

$$ds^2 = \tau^2 dv^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (3.64)$$

e em um ponto fixo do espaço ($dx = dy = dz = 0$), nos dá um novo elemento de linha bidimensional:

$$ds^2 = \tau^2 dv^2 + c^2 dt^2. \quad (3.65)$$

No caso 5D, trabalhamos com uma métrica dada por:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 + \varsigma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \varphi \end{pmatrix}, \quad (3.66)$$

(onde c e τ são tomados como 1) que podemos encarar como um análogo à métrica de Minkowski no caso 5D:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.67)$$

com pequenas perturbações (ς e φ) nas dimensões não espaciais.

Para tratar da expansão do universo no modelo 5D, escrevemos o elemento de linha da métrica (3.66) como:

$$ds^2 = (1 + \varsigma)dt^2 - dr^2 + (1 + \varphi)dv^2, \quad (3.68)$$

onde $dr^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$. Na equação acima, dt (o intervalo de tempo das observações) é muito pequeno se comparado com dr (o deslocamento das galáxias na expansão do universo), assim podemos tomar $dt = 0$. Como vimos na seção anterior, quando queremos tratar da expansão do universo nessa teoria, tomamos $ds = 0$, assim temos:

$$0 = -dr^2 + (1 + \varphi)dv^2, \quad (3.69)$$

$$\left(\frac{dr}{dv}\right)^2 = 1 + \varphi, \quad (3.70)$$

$$\frac{dr}{dv} = \sqrt{1 + \varphi} \quad (3.71)$$

como equação para a expansão do universo.

Mais uma vez, para compreendermos o comportamento de dr/dv , devemos trabalhar com as equações de campo da determinada métrica (agora, com o intuito de encontrar o valor da função φ).

Multiplicando a equação de campo (3.10) por $g^{\gamma\nu}$, podemos reescrevê-la como:

$$R_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu}^{\nu}R = kT_{\mu}^{\nu}. \quad (3.72)$$

Vamos tomar o componente (00) dessa equação. O componente (00) do tensor de Ricci e o escalar de Ricci (para a métrica (3.66)) são dados respectivamente por:

$$R_0^0 = \frac{1}{2}(\nabla^2\varsigma - \varsigma_{,44} - \varphi_{,00}) \quad (3.73)$$

e

$$R = \nabla^2\varsigma + \nabla^2\varphi - \varsigma_{,44} - \varphi_{,00}. \quad (3.74)$$

Assim, o componente (00) da equação (3.72) fica (usando o fato de que de (3.11) retiramos $T_0^0 = \rho_{eff}$ tomando $\tau = 1$):

$$\frac{1}{2}(\nabla^2\varsigma - \varsigma_{,44} - \varphi_{,00}) - \frac{1}{2}\delta_0^0(\nabla^2\varsigma + \nabla^2\varphi - \varsigma_{,44} - \varphi_{,00}) = 8\pi G(\rho - \rho_c), \quad (3.75)$$

que quando dividimos por ρ_c e substituímos o valor da constante, nos leva a:

$$\frac{8\pi G}{6}(\nabla^2\varsigma - \varsigma_{,44} - \varphi_{,00}) - \frac{8\pi G}{6}(\nabla^2\varsigma + \nabla^2\varphi - \varsigma_{,44} - \varphi_{,00}) = 8\pi G(\Omega_m - 1), \quad (3.76)$$

que com certa álgebra, resulta em:

$$\nabla^2\varphi = 6(1 - \Omega_m). \quad (3.77)$$

A solução da equação acima é:

$$\varphi = (1 - \Omega_m)r^2 + \varphi_0, \quad (3.78)$$

em que $\varphi_0 = -R_S/r$ e R_S é o raio de Schwarzschild em unidades relativísticas ($R_S = 2GM$). Assim:

$$\varphi = (1 - \Omega_m)r^2 - \frac{2GM}{r}. \quad (3.79)$$

Voltando à equação da expansão do universo (3.71), temos agora:

$$\frac{dr}{dv} = \sqrt{1 + (1 - \Omega_m)r^2 - \frac{2GM}{r}}. \quad (3.80)$$

Para grandes valores de r , o terceiro termo do lado direito da equação pode ser ignorado. Assim:

$$\frac{dr}{dv} = \sqrt{1 + (1 - \Omega_m)r^2}. \quad (3.81)$$

Inserindo as constantes c e τ que tomamos como 1 em (3.66), chegamos a:

$$\frac{dr}{dv} = \tau \sqrt{1 + \frac{1 - \Omega_m}{c^2 \tau^2} r^2}, \quad (3.82)$$

como equação para a expansão do universo (resultado idêntico ao da equação (3.61)).

4 ALGUMAS CONSEQUÊNCIAS DO MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI

Neste capítulo descreveremos algumas consequências que derivam do modelo cosmológico de Carmeli. Em particular, obteremos a expressão da lei de Hubble válida quando $z \rightarrow 0$. Em seguida apresentaremos as soluções cosmológicas para o universo em expansão. Veremos também que a cosmologia de Carmeli permite que $\Omega_m = \Omega_b$ em escalas cosmológicas ¹. Dessa forma, nessas escalas não existe, em princípio, necessidade de supormos a existência de matéria escura no universo. O capítulo termina comparando as equações de campo da RG com as equações de campo de Carmeli. Dessa comparação, é possível obter $\Lambda \simeq 10^{-35} s^{-2}$, que é o valor atualmente inferido via RG para a constante cosmológica.

4.1 Equação da expansão do Universo como extensão da Lei de Hubble

O segundo termo dentro da raiz quadrada na equação (3.83) representa o desvio da lei de Hubble padrão, devido à gravidade (como foi dito no início da seção 3.1.2, o modelo cosmológico de Carmeli estende a lei de Hubble, para que essa incorpore a gravitação). Sem esse termo, temos:

$$\frac{dr}{dv} = \tau, \quad (4.1)$$

$$r = \tau v + b, \quad (4.2)$$

em que b é uma constante de integração. Tomando $b = 0$ (situação em que para $r = 0$, $v = 0$), temos:

$$r = \tau v, \quad (4.3)$$

$$v = H_0 r, \quad (4.4)$$

que é a lei de Hubble padrão.

¹Carmeli usualmente define escalas cosmológicas em seus trabalhos como o universo até $z \simeq 1,2$

4.2 Soluções da equação de expansão do Universo

A integração da equação (3.83) é feita através das seguintes substituições:

$$\text{sen}\chi = \frac{\zeta r}{c\tau}, \Omega_m > 1, \quad (4.5)$$

em que

$$\zeta = \sqrt{\Omega_m - 1} \quad (4.6)$$

e

$$\text{senh}\chi = \frac{\eta r}{c\tau}, \Omega_m < 1, \quad (4.7)$$

em que

$$\eta = \sqrt{1 - \Omega_m}. \quad (4.8)$$

Analisemos primeiramente o caso $\Omega_m > 1$. Derivando a equação (4.5), temos:

$$\cos\chi d\chi = \frac{\zeta}{c\tau} dr, \quad (4.9)$$

$$dr = \frac{c\tau}{\zeta} \cos\chi d\chi. \quad (4.10)$$

Substituindo dr na equação (3.83) e escrevendo $(1 - \Omega_m)$ como $-(\Omega_m - 1)$, por conveniência, temos:

$$\frac{c\tau}{\zeta} \cos\chi \frac{d\chi}{dv} = \tau \sqrt{1 - \frac{\zeta^2 r^2}{c^2 \tau^2}}, \quad (4.11)$$

$$\frac{c}{\zeta} \cos\chi \frac{d\chi}{dv} = \sqrt{1 - \text{sen}^2\chi}, \quad (4.12)$$

$$d\chi = \frac{\zeta}{c} dv. \quad (4.13)$$

Integrando a equação acima, chegamos a:

$$\chi = \frac{\zeta}{c} v + d, \quad (4.14)$$

sendo d uma constante de integração. Da equação (4.5), em $\chi = 0$, temos $r = 0$ e consequentemente $v = 0$, então $d = 0$. E assim:

$$\chi = \frac{\zeta}{c} v. \quad (4.15)$$

Substituindo o resultado em (4.5), chegamos a:

$$r = \frac{c\tau}{\zeta} \text{sen} \frac{\zeta v}{c}, \quad (4.16)$$

que descreve uma expansão desacelerada.

Analogamente, para $\Omega_m < 1$, tem-se:

$$dr = \frac{c\tau}{\eta} \cosh\chi d\chi, \quad (4.17)$$

$$\frac{c\tau}{\eta} \cosh\chi \frac{d\chi}{dv} = \tau \sqrt{1 + \text{sen}^2\chi}, \quad (4.18)$$

$$d\chi = \frac{\eta}{c} dv, \quad (4.19)$$

que resulta em:

$$r = \frac{c\tau}{\eta} \operatorname{senh} \frac{\eta v}{c}, \quad (4.20)$$

que descreve uma expansão acelerada.

Para $\Omega_m = 1$ (como já foi mostrado), temos:

$$\frac{d^2 r}{dv^2} = 0, \quad (4.21)$$

cuja solução é a lei de Hubble padrão:

$$r = \tau v, \quad (4.22)$$

que descreve uma expansão constante.

Para descobrirmos qual dos três casos é o apropriado no presente, expandimos as equações (4.16) e (4.20) em séries de Taylor. Sabemos que:

$$\operatorname{sen} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \quad (4.23)$$

e

$$\operatorname{senh} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} x^{2n+1}, \quad (4.24)$$

ambas equações válidas para todo valor de x . Tomando os dois primeiros termos dessa expansão para (4.16), temos:

$$r = \frac{c\tau}{\zeta} \left(\frac{\zeta v}{c} - \frac{1}{6} \frac{\zeta^3 v^3}{c^3} \right), \quad (4.25)$$

$$r = \tau v \left(1 - \frac{\zeta^2 v^2}{6c^2} \right). \quad (4.26)$$

Repetindo o processo para (4.20), chegamos a:

$$r = \tau v \left(1 + \frac{\eta^2 v^2}{6c^2} \right). \quad (4.27)$$

Usando as equações (4.6) e (4.8), as equações acima são reduzidas a:

$$r = \tau v \left[1 + (1 - \Omega_m) \frac{v^2}{6c^2} \right]. \quad (4.28)$$

Isolando H_0 na equação acima (lembrando que $v/r = H_0$), temos:

$$H_0 = h \left[1 - (1 - \Omega_m) \frac{v^2}{6c^2} \right], \quad (4.29)$$

sendo $h = 1/\tau$. Usando a relação $z \simeq v/c$, obtemos:

$$H_0 = h \left[1 - (1 - \Omega_m) \frac{z^2}{6} \right]. \quad (4.30)$$

Como vemos, h está fortemente relacionado com o sinal do fator $(1 - \Omega_m)$. Se medidas de h indicarem que ele cresce com z , então o sinal de $(1 - \Omega_m)$ é positivo, assim $\Omega_m < 1$. Se no entanto h decrescer com o aumento de z , então o sinal de $(1 - \Omega_m)$ é negativo, isto é, $\Omega_m > 1$. A possibilidade de h não depender de z indica que $\Omega_m = 1$. Resultados experimentais indicam que quanto menor o redshift, menor será o valor de h . Assim, o único caso que se torna possível nos dias de hoje é $\Omega_m < 1$, que representa um universo em expansão acelerada.

4.3 Inexistência de Matéria Escura em escalas cosmológicas

No que diz respeito ao tratamento da matéria escura por essa teoria, voltemos à equação (4.20), substituindo nela o valor de η e o valor relativístico de v/c , dado por:

$$\left(\frac{v}{c} \right)_{rel} = \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}. \quad (4.31)$$

O que obtemos como resultado é:

$$r = c\tau \frac{\sinh \left[\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} \sqrt{1 - \Omega_m} \right]}{\sqrt{1 - \Omega_m}}. \quad (4.32)$$

Com o aumento do redshift, o volume varia com $(1+z)^{-3}$, dessa forma, podemos reescrever a equação acima como:

$$r = c\tau \frac{\sinh \left[\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} \sqrt{1 - \Omega_m(1+z)^3} \right]}{\sqrt{1 - \Omega_m(1+z)^3}}. \quad (4.33)$$

Se nessa equação usarmos $\Omega_m \simeq \Omega_b \simeq 0,03$ (supondo que toda a matéria do universo seja bariônica), obtemos para $0 < z < 1,2$, resultados praticamente idênticos aos da equação (4.32) com $\Omega_m = 0,245$ (supondo que a matéria do universo seja composta por matéria bariônica e matéria escura), como mostra a figura abaixo. Assim, não é necessária a suposição da existência de matéria escura em escalas cosmológicas.

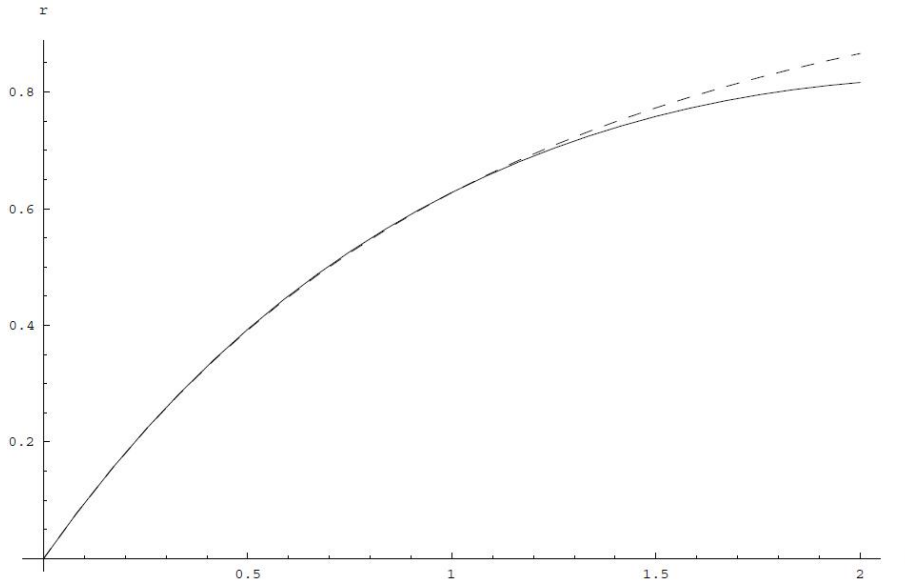


Figura 4.1 - Distância versus redshift. A curva em linha pontilhada representa a equação (4.32) com $\Omega_m = 0,245$ e a curva em linha preenchida, a equação (4.33) tomando $\Omega_m = 0,03$.

4.4 Valor da Constante Cosmológica (Λ) a partir do Modelo de Carmeli

Dessa teoria, podemos retirar o valor de Λ , a constante cosmológica das equações de Einstein. As equações de campo de Einstein com o termo cosmológico são:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}. \quad (4.34)$$

No final da década de 90, os grupos *Supernovae Cosmology Project* e *High-Z Supernova Team* concluíram, a partir de trabalhos independentes, que o universo atualmente sofre um processo de expansão acelerada. Os valores que ambos grupos obtiveram para o parâmetro de densidade da constante cosmológica (responsável pela aceleração da expansão) Ω_Λ correspondem a um valor pequeno, mas diferente de zero para a constante cosmológica:

$$\Lambda \simeq 10^{-52} m^{-2} \simeq 10^{-35} s^{-2}. \quad (4.35)$$

Reescrevendo a equação de campo na forma em que ela é apresentada em (3.73), o componente zero-zero fica:

$$R_0^0 - \frac{1}{2}\delta_0^0 R = k\rho_{eff} = k(\rho - \rho_c), \quad (4.36)$$

com $\rho_c = 3/k\tau^2$ em unidades relativísticas.

Comparando a equação (4.36) com o componente zero-zero da equação (4.34), obtemos:

$$\Lambda = k\rho_c = \frac{3}{\tau^2}. \quad (4.37)$$

Para encontrarmos o valor numérico de τ , usamos a relação dada pela equação (4.30), onde tomamos $\Omega_m = 0,245$ e $z = 1$, obtendo:

$$H_0 = 0.874h. \quad (4.38)$$

Tomando $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, temos $h = 82,380 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e como $h = \tau^{-1}$,

$$\tau = 12,16 \times 10^9 \text{ anos.} \quad (4.39)$$

Voltando à equação (4.37), temos:

$$\Lambda = 2,036 \times 10^{-35} \text{ s}^{-2}, \quad (4.40)$$

que está de acordo com o respectivo valor encontrado pelos grupos acima citados.

5 APLICAÇÃO DE ALGUNS TESTES OBSERVACIONAIS CLÁSSICOS

Uma teoria de gravitação, como a RG, ou como a apresentada nessa dissertação, está sujeita à aplicação de testes observacionais que podem classificá-la ou não como uma teoria bem sucedida na descrição dos fenômenos gravitacionais do universo. É importante destacar que esses testes se enquadram no regime de campo fraco. Testes envolvendo gravitação no regime de campo forte não serão escopo desse trabalho.

Abaixo, descrevemos a aplicação de alguns desses testes na RG, e analogamente no modelo cosmológico de Carmeli.

5.1 Avanço do periélio dos planetas

Vamos assumir que um corpo massivo produza um campo gravitacional esfericamente simétrico. Nesse caso, a solução apropriada na RG é a de Schwarzschild. Assim, nosso elemento de linha será:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2). \quad (5.1)$$

A lagrangeana é dada por:

$$2K = g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu. \quad (5.2)$$

Assim,

$$2K = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2\dot{\theta}^2 - r^2\text{sen}^2\theta\dot{\phi}^2 = 1. \quad (5.3)$$

Nosso próximo passo é desenvolver as equações de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}^\mu} \right) - \frac{\partial K}{\partial x^\mu} = 0. \quad (5.4)$$

Para $\mu = 0$, temos:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = 0 \quad (5.5)$$

e

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{t}} = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t}. \quad (5.6)$$

Assim,

$$\frac{d}{ds} \left[\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t} \right] = 0. \quad (5.7)$$

Para $\mu = 2$:

$$\frac{\partial K}{\partial \theta} = -r^2 \text{sen}\theta \text{cos}\theta \dot{\phi}^2 \quad (5.8)$$

e

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}} = -r^2 \dot{\theta}. \quad (5.9)$$

Assim,

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) - r^2 \text{sen}\theta \text{cos}\theta \dot{\phi}^2. \quad (5.10)$$

Para $\mu = 3$:

$$\frac{\partial K}{\partial \phi} = 0 \quad (5.11)$$

e

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\phi}} = -r^2 \text{sen}^2\theta \dot{\phi}. \quad (5.12)$$

Que resulta em:

$$\frac{d}{ds}(r^2 \text{sen}^2 \theta \dot{\phi}) = 0. \quad (5.13)$$

Para $\mu = 1$, a equação de Euler-Lagrange resultante é a seguinte:

$$\frac{d}{ds} \left[2 \left(1 - \frac{2m}{r} \right)^{-1} \dot{r} \right] - \left(1 + \frac{2m}{r} \right) \dot{t}^2 + \left(1 - \frac{2m}{r} \right)^{-2} \left(1 + \frac{2m}{r} \right) \dot{r}^2 + 2r\dot{\theta} + 2r \text{sen}^2 \theta \dot{\phi}^2 = 0, \quad (5.14)$$

que não acrescenta nenhuma informação relevante para o andamento do cálculo proposto nessa seção.

Integrando a equação (5.7), temos:

$$\left(1 - \frac{2m}{r} \right) \dot{t} = l, \quad (5.15)$$

onde l é uma constante de integração. Elevando a equação acima ao quadrado, temos:

$$\left(1 - \frac{2m}{r} \right)^2 \dot{t}^2 = l^2, \quad (5.16)$$

e assim, podemos reescrever o primeiro termo da lagrangeana como:

$$\left(1 - \frac{2m}{r} \right) \dot{t}^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} \right)^{-1} l^2. \quad (5.17)$$

Agora, considerando o movimento no plano equatorial ($\theta = \pi/2$), temos:

$$\dot{\theta} = 0 \quad (5.18)$$

$$\text{sen} \theta = 1 \quad (5.19)$$

e

$$\cos\theta = 0. \quad (5.20)$$

E conseqüentemente, de (5.13), temos:

$$\frac{d}{ds}(r^2\dot{\phi}) = 0, \quad (5.21)$$

e assim:

$$r^2\dot{\phi} = q, \quad (5.22)$$

sendo q uma constante de integração.

Assim, a lagrangeana torna-se:

$$l^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 = 1. \quad (5.23)$$

Fazendo a mudança de variáveis

$$u = r^{-1}, \quad (5.24)$$

onde $u = u(\phi)$,

temos:

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{u} \right) = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{d\phi} q u^2 = -q \frac{du}{d\phi}. \quad (5.25)$$

E reescrevemos (5.23) como:

$$\frac{l^2}{q^2} - \frac{\dot{r}^2}{q^2} - \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \frac{r^2 \dot{\phi}^2}{q^2} = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \frac{1}{q^2} \quad (5.26)$$

$$\left(\frac{du}{d\phi}\right)^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \frac{1}{q} = \frac{l^2}{q^2} - \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \frac{1}{r^2}. \quad (5.27)$$

Diferenciando a equação acima com relação a ϕ e lembrando da mudança de variáveis (5.24), obtemos:

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{m}{q^2} + 3mu^2, \quad (5.28)$$

que é a versão relativística da equação de Binet (equação diferencial orbital de uma partícula num campo gravitacional), diferindo do resultado newtoniano pela presença do último termo. Podemos resolver essa equação pelo método da perturbação, introduzindo o parâmetro:

$$\varepsilon = \frac{3m^2}{q^2}, \quad (5.29)$$

que em unidades não-relativísticas, é adimensional. Assim, reescrevemos (5.28) como:

$$u'' + u = \frac{m}{q^2} + \varepsilon \left(\frac{q^2 u^2}{m}\right), \quad (5.30)$$

onde passamos a denotar a derivada com relação a ϕ por “ ’ ”.

Assumimos que essa equação tenha uma solução da forma:

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + O(\varepsilon^2). \quad (5.31)$$

Substituindo a solução em (5.30), obtemos:

$$u_0'' + u_0 - \frac{m}{q^2} + \varepsilon \left(u_1'' + u_1 - \frac{q^2 u_0^2}{m}\right) + O(\varepsilon^2) = 0. \quad (5.32)$$

Igualando os coeficientes de diferentes potências de ε a zero, a solução para a equação de ordem zero será:

$$u_0 = \frac{m}{q^2}(1 + e\cos\phi), \quad (5.33)$$

sendo e a excentricidade da órbita. Substituindo u_0 na equação de primeira ordem, chegamos a:

$$u_1'' + u_1 = \frac{m}{q^2}(1 + e\cos\phi)^2, \quad (5.34)$$

que utilizando algumas identidades trigonométricas, podemos reescrever como:

$$u_1'' + u_1 = \frac{m}{q^2} \left(1 + \frac{1}{2}e^2 \right) + 2\frac{me}{q^2}\cos\phi + \frac{1}{2}\frac{me^2}{q^2}\cos 2\phi. \quad (5.35)$$

Se tentarmos uma solução particular da forma:

$$u_1 = C_1 + C_2\phi\sin\phi + C_3\cos 2\phi, \quad (5.36)$$

temos

$$u_1'' = 2C_2\cos\phi - C_2\phi\sin\phi - 4C_3\cos 2\phi. \quad (5.37)$$

Substituindo (5.36) e (5.37) em (5.35), chegamos a:

$$2C_2\cos\phi - C_2\phi\sin\phi - 4C_3\cos 2\phi + C_1 + C_2\phi\sin\phi + C_3\cos 2\phi = \frac{m}{q^2} \left(1 + \frac{1}{2}e^2 + 2e\cos\phi + \frac{1}{2}e^2\cos 2\phi \right). \quad (5.38)$$

De onde tiramos:

$$C_1 = \frac{m}{q^2} \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right), \quad (5.39)$$

$$C_2 = \frac{me}{q^2} \quad (5.40)$$

e

$$C_3 = -\frac{1}{6} \frac{me^2}{q^2}. \quad (5.41)$$

Assim, a solução (5.31) é reescrita como:

$$u \simeq u_0 + \varepsilon \frac{m}{q^2} \left[1 + e\phi \operatorname{sen}\phi + e^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cos 2\phi \right) \right]. \quad (5.42)$$

O termo de correção mais importante para u_0 é o que envolve $e\phi \operatorname{sen}\phi$, porque fica maior a cada revolução do planeta. Se ignorarmos os outros termos e substituirmos o valor encontrado para u_0 (equação (5.33)), temos:

$$u \simeq \frac{m}{q^2} [1 + e(\cos\phi + \varepsilon\phi \operatorname{sen}\phi)]. \quad (5.43)$$

Sabemos que

$$\cos\phi \cos\varepsilon\phi + \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\varepsilon\phi \simeq \cos[\phi(1 - \varepsilon)], \quad (5.44)$$

que para pequenos valores de $\varepsilon\phi$ ($\varepsilon\phi \ll 1$), fica:

$$\cos\phi + \varepsilon\phi \operatorname{sen}\phi = \cos[\phi(1 - \varepsilon)]. \quad (5.45)$$

Assim,

$$u \simeq \frac{m}{q^2} \{1 + e \cos[\phi(1 - \varepsilon)]\}. \quad (5.46)$$

O período da órbita do planeta pode ser dado por:

$$T = \frac{2\pi}{1 - \varepsilon} \simeq 2\pi(1 + \varepsilon), \quad (5.47)$$

onde, em unidades não-relativísticas:

$$\varepsilon = 3c^2 \frac{m^2}{q^2} = 3 \left(\frac{GM}{cq} \right)^2, \quad (5.48)$$

pois $m = GM/c^2$. Pela terceira lei de Kepler,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3, \quad (5.49)$$

onde a é o semi-eixo maior da órbita. Assim:

$$GM = \frac{4\pi^2}{T^2} a^3 \quad (5.50)$$

e conseqüentemente

$$\varepsilon = 3 \left(\frac{4\pi^2 a^3}{T^2 cq} \right)^2. \quad (5.51)$$

Sabemos que

$$q = \frac{L}{m}, \quad (5.52)$$

onde L é o momento angular do planeta. A área da órbita é dada por:

$$A = \frac{LT}{2m} = \pi ab = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}. \quad (5.53)$$

Assim:

$$q = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{T}, \quad (5.54)$$

que substituído em (5.51), nos dá:

$$\varepsilon = \frac{12\pi^2 a^2}{c^2 T^2 (1 - e^2)}. \quad (5.55)$$

Assim, a precessão do periélio dos planetas é dada por:

$$2\pi\varepsilon \simeq \frac{24\pi^3 a^2}{c^2 T^2 (1 - e^2)}. \quad (5.56)$$

Agora, faremos o mesmo cálculo para o modelo cosmológico de Carmeli. O elemento de linha referente em 5-D será:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) + dv^2. \quad (5.57)$$

A lagrangeana do sistema será:

$$2K = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\theta}^2 - r^2 \text{sen}^2\theta \dot{\phi}^2 - \dot{v}^2 = 1, \quad (5.58)$$

onde r_s é o raio de Schwarzschild em unidades em que $c = G = 1$. As equações de Euler-Lagrange serão:

$$\frac{d}{ds} \left[\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) \dot{t} \right] = 0 \quad (5.59)$$

para $\mu = 0$,

$$\frac{d}{ds} (r^2 \dot{\theta}) - r^2 \text{sen}\theta \cos\theta \dot{\phi} = 0 \quad (5.60)$$

para $\mu = 2$,

$$\frac{d}{ds}(r^2 \text{sen}^2 \theta \dot{\phi}) = 0 \quad (5.61)$$

para $\mu = 3$ e

$$\dot{v} = 0 \quad (5.62)$$

para $\mu = 4$ (mais uma vez, o termo para $\mu = 1$ não contribui com nenhuma informação relevante). A integração da equação (5.59) nos dá:

$$\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) \dot{t} = l, \quad (5.63)$$

novamente. Assim, podemos reescrever a lagrangeana como:

$$l^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 - \tau^2 \dot{v}^2 = 1. \quad (5.64)$$

Usando (5.62), reescrevemos a equação acima como:

$$l^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 = 1. \quad (5.65)$$

Substituindo r_s , temos:

$$l^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 = 1, \quad (5.66)$$

que é exatamente a mesma lagrangeana do caso 4-D (equação (5.23)). Assim, a inserção da quinta dimensão no elemento de linha não acarreta nenhuma mudança na lagrangeana do sistema, conseqüentemente o cálculo do avanço do periélio é o mesmo do caso 4-D, tendo como resultado a equação (5.56) novamente.

5.2 Deflexão da luz em um campo gravitacional

Agora vamos considerar a trajetória de um raio de luz em um campo gravitacional esfericamente simétrico. O cálculo será essencialmente o mesmo da última seção, no entanto, como um raio de luz viaja numa geodésica nula, o lado direito da equação (5.3) será zero. Assim, a lagrangeana será:

$$2K = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\theta}^2 - r^2 \text{sen}^2 \theta \dot{\phi}^2 = 0, \quad (5.67)$$

que nos leva a:

$$l^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 = 0. \quad (5.68)$$

Seguindo o mesmo procedimento da seção anterior, chegamos a:

$$\left(\frac{du}{d\phi}\right)^2 + u^2 = \frac{l^2}{q^2} + 2mu^3. \quad (5.69)$$

Derivando a equação acima com relação a ϕ , chegamos a:

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = 3mu^2. \quad (5.70)$$

Para o caso especial em que $m = 0$, temos como solução:

$$u_0 = \frac{1}{D} \text{sen}(\phi - \phi_0), \quad (5.71)$$

sendo D a distância de maior aproximação à origem (Figura 5.1).

A equação que descreve um raio de luz no espaço tempo de Schwarzschild (5.70) pode ser vista como uma perturbação do caso em que a solução é (5.71). Assim, procuramos uma solução da forma:

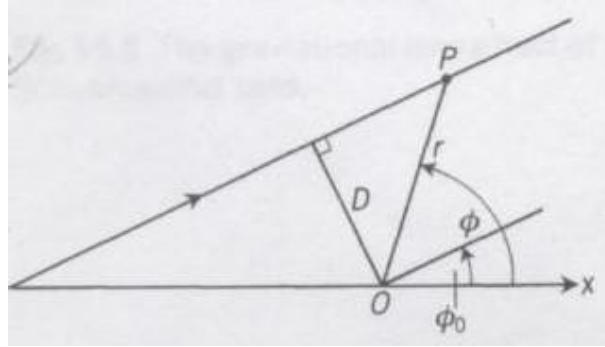


Figura 5.1 - Movimento em linha reta de um raio de luz na RG.
 Fonte: d'Inverno (1992)

$$u = u_0 + 3mu_1. \quad (5.72)$$

É conveniente tomarmos $\phi_0 = 0$ em u_0 , tendo assim:

$$u = \frac{1}{D} \text{sen}\phi + 3mu_1. \quad (5.73)$$

Substituindo em (5.70), temos:

$$u_1'' + u_1 = \frac{\text{sen}^2\phi}{D}, \quad (5.74)$$

cuja solução é:

$$u_1 = \frac{(C_4 \cos\phi + \cos^2\phi + 1)}{3D^2}, \quad (5.75)$$

onde C_4 é uma constante arbitrária de integração. Assim:

$$u = \frac{\text{sen}\phi}{D} + \frac{m}{D^2}(C_4 \cos\phi + \cos^2\phi + 1). \quad (5.76)$$

Como m/D é pequeno, essa equação claramente representa uma perturbação no

movimento em linha reta.

Estamos interessados em determinar o ângulo de deflexão δ para um raio de luz na presença de uma fonte esfericamente simétrica, como o Sol. Consideramos que o raio de luz vem de uma distância muito grande ($r \rightarrow \infty$), temos que o lado direito da equação (5.76) deve ser zero. Vamos pegar os valores de ϕ para os quais $r \rightarrow \infty$, ou seja, os ângulos das assíntotas, como sendo $-\varepsilon_1$ e $\pi + \varepsilon_2$, respectivamente, como mostrado na figura abaixo.

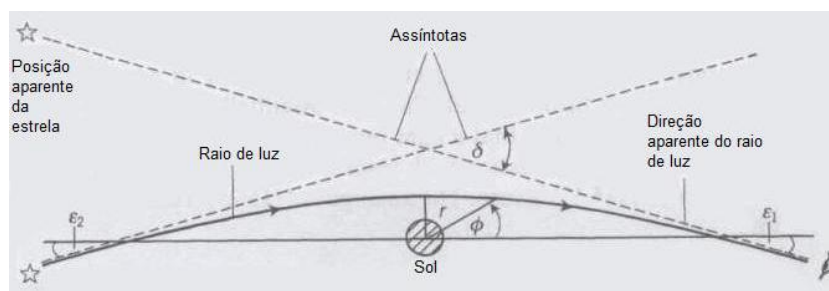


Figura 5.2 - Deflexão da luz em um campo gravitacional.
Fonte: d’Inverno (1992)

Substituindo os valores de ϕ na equação (5.76), considerando $\varepsilon_1 \ll 1$ e $\varepsilon_2 \ll 1$ e utilizando as relações trigonométricas:

$$\text{sen}(\theta_1 + \theta_2) = \text{sen}\theta_1 \cos\theta_2 + \cos\theta_1 \text{sen}\theta_2 \quad (5.77)$$

e

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \text{sen}\theta_1 \text{sen}\theta_2, \quad (5.78)$$

temos:

$$\frac{m}{D^2}(2 + C_4) - \frac{\varepsilon_1}{D} = 0 \quad (5.79)$$

e

$$\frac{m}{D^2}(2 - C_4) - \frac{\varepsilon_2}{D} = 0. \quad (5.80)$$

Somando as duas equações acima, temos:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \equiv \delta = \frac{4M}{D}, \quad (5.81)$$

que em unidades não-relativísticas, se torna:

$$\delta = \frac{4Gm}{c^2 D}. \quad (5.82)$$

Como na seção anterior, a inserção da quinta dimensão não altera a lagrangeana do sistema, de forma que o resultado obtido para o modelo de Carmeli será o mesmo da equação (5.82).

6 APLICAÇÃO DE TESTES COSMOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos os resultados da análise estatística envolvendo os dados observacionais das curvas de luz das SNIa a alto redshift, utilizando a amostra *Union 2* (AMANULLAH, 2010), e BAO. Veremos que quando comparado ao modelo Λ CDM, o modelo cosmológico de Carmeli não é favorecido pela análise χ^2 . Contudo, o valor inferido pela nossa análise para o parâmetro de densidade da matéria mostra que o modelo cosmológico de Carmeli está em acordo com a quantidade total de bárions inferida via nucleossíntese primordial.

6.1 Descrição dos Testes Cosmológicos

6.1.1 Supernovas tipo Ia

No aspecto observacional, as SN Ia são definidas como aquelas que não apresentam linhas de hidrogênio em seu espectro, mas que possuem uma acentuada linha de absorção de silício. Acredita-se que uma supernova Ia seja originada em um sistema binário de estrelas em que uma anã branca absorve massa da companheira. Quando a massa da anã branca aproxima-se do chamado limite de Chandrasekhar ($\sim 1,4M_{\odot}$), uma explosão termonuclear tem início. Observações de supernovas Ia em redshifts $z < 1$ provém evidências de que a expansão do universo atualmente aparenta ser acelerada, comportamento atribuído à energia escura. O fato de todas as progenitoras das SN Ia possuírem massas muito semelhantes faz com que esses objetos sejam velas padronizáveis. Técnicas empíricas que relacionam a forma das curvas de luz das SN Ia com o pico de seu brilho intrínseco permitem reduzir a dispersão no pico para $0,1 - 0,15$ magnitudes. Isso implica numa precisão na determinação de distâncias de 5 a 7%. Assim, a técnica envolvendo SN Ia se torna excelente para estudarmos a história da evolução cósmica e deve ser parte integrante de qualquer estratégia que objetive investigar a energia escura.

Para determinar a luminosidade de uma SNIa é suficiente observar uma explosão em uma galáxia em que a distância seja conhecida. O sistema usado pelos astrônomos para expressar luminosidades e fluxos é o sistema de magnitudes. O sistema de magnitudes tem suas origens na Grécia antiga, sua base tendo sido definida por Hiparcos. Atualmente, a magnitude bolométrica aparente de uma fonte de luz é definida em termos do fluxo bolométrico da fonte via:

$$m = -2,5 \log \left(\frac{f}{f_r} \right), \quad (6.1)$$

em que $f_r = 2,53 \times 10^{-8} W m^{-2}$ é o fluxo de referência. A escolha do fluxo de referência se dá devido ao fato de que as estrelas que são visíveis a olho nú possuem magnitudes aparentes entre 0 e 6.

Por outro lado, a magnitude bolométrica absoluta de uma fonte luminosa é definida como a magnitude aparente que a fonte de luz deverá possuir se estiver à distância de $10 pc$ do observador.

Assim, uma fonte com luminosidade L possuirá magnitude bolométrica absoluta dada por:

$$M \equiv -2,5 \log \left(\frac{L}{L_r} \right), \quad (6.2)$$

em que $L_r = 78,7 L_\odot$ é a luminosidade de um objeto que produz um fluxo $f_r = 2,53 \times 10^{-8} W m^{-2}$ quando visto a $d_L = 10 pc$ do observador.

Como a distância de luminosidade de um objeto é definida como:

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}, \quad (6.3)$$

a relação entre magnitude aparente de um objeto e sua magnitude absoluta é dada por:

$$\mu = m - M = 5 \log \left(\frac{d_L}{1 Mpc} \right) + 25, \quad (6.4)$$

em que μ é denominado módulo de distância.

6.1.2 BAO

No plasma relativístico do universo primordial, prótons e elétrons estão acoplados a fótons energéticos pelo espalhamento Thomson. Flutuações na densidade dos

bárions, nessa época, eram capazes de se propagar à velocidades comparáveis às dos fótons (isto é, $c_s \simeq c/\sqrt{3}$). A densidade do plasma é uniforme, exceto pelas perturbações cosmológicas primordiais. Após cerca de 10^5 anos, o universo esfria o suficiente para os prótons capturarem os elétrons, formando átomos de hidrogênio neutro. Isso desacopla os fótons dos bárions, fazendo com que a energia térmica da matéria bariônica se torne muito menor que sua energia de repouso, assim os bárions tornam-se altamente não-relativísticos e a sua velocidade do som torna-se nula. Após o desacoplamento, uma correlação com tamanho característico r_s ($r_s \simeq 100Mpc$) permanece impressa na distribuição dos bárions (EISENSTEIN et al., 2007).

As flutuações na densidade de bárions são as sementes de galáxias e aglomerados de galáxias (isto é, das estruturas em grande escala do universo). A função de correlação de galáxias observada na época atual contém uma escala co-móvel preferida da ordem de r_s . Quando aplicamos uma transformada de Fourier na função de correlação surgem ondulações no espectro de potência das flutuações da densidade bariônica. Por essa razão, a correlação é conhecida como oscilações acústicas de bárions.

A correlação de um levantamento de galáxias é dada por:

$$\xi(s) = \left\langle \frac{\delta\rho}{\rho}(\vec{x}_1) \frac{\delta\rho}{\rho}(\vec{x}_2) \right\rangle, \quad (6.5)$$

em que s é a distância absoluta de separação, ρ é a densidade de matéria homogênea, $\delta\rho$ é a flutuação na densidade de matéria e a média é feita sobre todos os pontos do céu tais que $|\vec{x}_1 - \vec{x}_2| \neq 0$.

A figura (6.1) mostra a função de correlação para 46.748 galáxias observadas pelo Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Como levantamentos de galáxias são tridimensionais, as correlações podem ser vistas tanto na direção radial r_{\parallel} (linha de visada) quanto na direção perpendicular à linha de visada r_{\perp} . Essas direções são afetadas pela expansão do universo da seguinte forma:

$$r_{\parallel}(z) = \frac{c}{H(z)} \Delta z \quad (6.6)$$

e

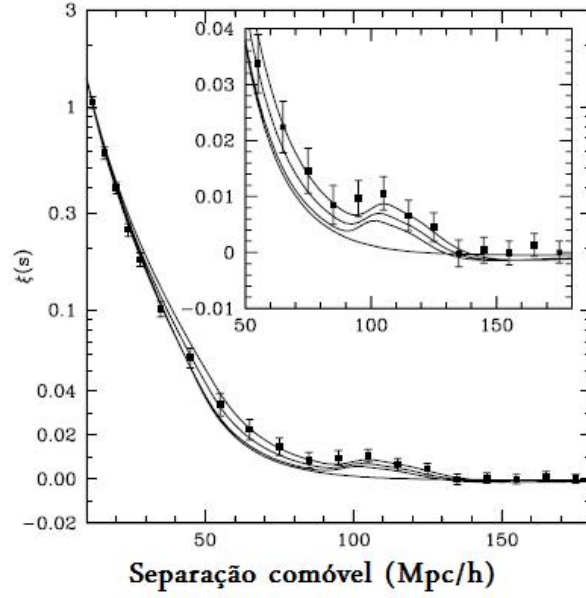


Figura 6.1 - Função correlação da amostra LRG do SDSS
 Fonte: Eisenstein (2005)

$$r_{\perp}(z) = d_A(z)\Delta\theta. \quad (6.7)$$

As correlações tridimensionais impõem vínculos sobre a combinação dessas quantidades:

$$D_v = \left(\frac{r_{\perp}}{\Delta\theta}\right)^2 r_{\parallel} = \frac{c\Delta z}{H(z)} d_A^2(z). \quad (6.8)$$

Desse modo, $[D_v(z)]^{1/3}$ pode ser usado para impor restrições aos parâmetros cosmológicos. Em particular, Eisenstein et al (2005) obtiveram o valor $[D_v(0, 35)]^{1/3} = 1370 \pm 64 Mpc$. Uma versão adimensional é dada por

$$A = D_v^{1/3}(z_{BAO}) \frac{H_0 \sqrt{\Omega_m}}{z_{BAO}} = \frac{\sqrt{\Omega_m} H_0}{H(z_{BAO})^{1/3}} \left[\frac{1}{z_{BAO}} \int_0^{z_{BAO}} \frac{dz}{H(z)} \right]^{2/3}, \quad (6.9)$$

em que $z_{BAO} = 0, 35$. O parâmetro A tem o valor observado $A = 0, 469 \pm 0, 017$.

6.1.3 Shift Parameter

A radiação cósmica de fundo em microondas (RCFM) foi descoberta em 1965 por Arno Penzias e Robert Wilson dos laboratórios Bell (Estados Unidos da América) utilizando uma antena em microondas. Eles encontraram um fundo de radiação em microondas isotrópico, que mais recentemente, segundo medidas realizadas pelo satélite COBE, revelou-se ajustar muito bem a um espectro de corpo negro de temperatura $T_0 = 2,725 \pm 0,001K$.

Num modelo de Big-Bang, a RCFM surge naturalmente sendo o universo muito quente e muito denso em seu início. Nessas altas temperaturas, a matéria bariônica do universo estava completamente ionizada e os elétrons livres tornaram o universo opaco. Se um objeto é opaco, então os prótons, nêutrons, elétrons e fótons nele contidos interagem frequentemente e atingem o equilíbrio térmico. Quando um sistema está em equilíbrio térmico, a densidade de fótons no sistema como uma função da energia desses fótons depende apenas da temperatura, o que caracteriza uma radiação provinda de um corpo negro. Dessa forma, o universo primordial estava preenchido de fótons, chocando-se constantemente com elétrons, com um espectro típico de corpo negro. No entanto, conforme o universo expande, se esfria, até atingir uma temperatura para a qual íons e elétrons conseguem se combinar para formar átomos nêutros. Quando o universo não contém mais um número significativo de elétrons livres, os fótons passam a viajar livremente pelo universo.

Se nós denotarmos a temperatura da RCFM num determinado ponto do céu por $T(\theta, \phi)$, então as suas flutuações de temperatura nesse ponto do céu são dadas por:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle}, \quad (6.10)$$

em que

$$\langle T \rangle = \frac{1}{4\pi} \int T(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = 2,725K \quad (6.11)$$

é a média da temperatura sobre todas as direções. Mapas do céu obtidos pelo COBE fornecem uma flutuação de temperatura média quadrática de:

$$\left\langle \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2 \right\rangle^{1/2} = 1,1 \times 10^{-5}. \quad (6.12)$$

Como $\delta T/T$ é definido sobre a superfície de uma esfera (a esfera celeste), é útil expandi-la em harmônicos esféricos. Assim:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{\infty} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (6.13)$$

A propriedade estatística mais importante de $\delta T/T$ é a função correlação, definida por:

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos(\theta)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos\theta), \quad (6.14)$$

em que $\hat{n} \cdot \hat{n}'$ indica direções separadas por um ângulo θ no céu, P_l representa os polinômios de Legendre e C_l os momentos de multipólo, que representam medidas das flutuações de temperatura em escalas angulares $\theta \simeq 180^\circ/l$. Os momentos de maior interesse são os com $l \geq 2^1$, uma vez que revelam o tamanho das flutuações de temperatura na superfície de último espalhamento.

As flutuações de densidade da RCFM são mais convenientemente representadas através da função Δ_T , definida como:

$$\Delta_T \equiv \frac{l(l+1)C_l \langle T \rangle^2}{2\pi}. \quad (6.15)$$

A figura abaixo mostra as flutuações de temperatura Δ_T como função de l . Veja que Δ_T possui um pico em $l \simeq 200$, o que corresponde a uma escala angular de $\simeq 1^\circ$.

Entre os observáveis que podem ser definidas a partir dos dados da RCFM, um dos mais importantes é o parâmetro R (BOND et al., 1997), definido como a razão entre a posição do primeiro pico no espectro de perturbações da temperatura da RCFM

¹O termo de monopólo $l = 0$ se cancela se a temperatura média foi definida corretamente. O termo de dipólo, $l = 1$, é resultado do desvio Doppler devido ao nosso movimento através da RCFM

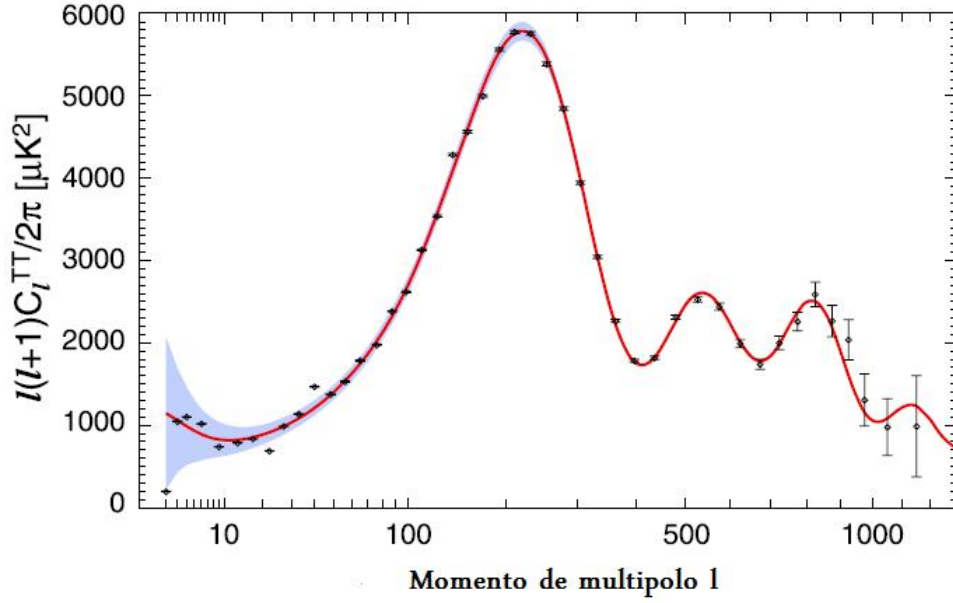


Figura 6.2 - Espectro de potências da temperatura da RCFM a partir dos dados do WMAP7.
 Fonte: Larson (2010)

no modelo que se deseja caracterizar l_m e um modelo de referência l_r . Isto é,

$$R = 2 \frac{l_m}{l_r} = \sqrt{\frac{\Omega_m}{\Omega_k}} \sinh \left(\sqrt{\Omega_k} \int_0^{z_{dec}} \frac{H_0}{H(z)} dz \right), \quad (6.16)$$

em que $z_{dec} \simeq 1100$.

A equação acima pode ser obtida usando o fato de que a escala angular l_A e a posição do primeiro pico l_m , estão relacionadas por (HU et al., 2001):

$$l_A = l_m \left[1 - 0,268 \left(\frac{\rho_\gamma(z_{dec})}{0,3\rho_m(z_{dec})} \right)^{0,1} \right], \quad (6.17)$$

em que l_A está relacionada com a distância diâmetro angular da última superfície de espalhamento $d_A(z_{rec})$, por:

$$l_A = \frac{\pi d_A(z_{dec})}{r_s(z_{dec})}. \quad (6.18)$$

Na equação anterior

$$r_s(z_{dec}) = \frac{1}{1 + z_{dec}} \int_{z_{dec}}^{\infty} \frac{C_s(z)}{H(z)} dz \quad (6.19)$$

que representa a distância do horizonte sonoro na superfície de último espalhamento. Assim,

$$R \equiv 2 \frac{l_m}{l_r} = 2 \frac{r'_s d_A}{r_s d'_A}. \quad (6.20)$$

Na equação (6.19), $C_s(z)$ é a velocidade do som no fluido fóton-bárion. Considerando o modelo padrão de matéria escura fria e fazendo $\Omega_{k\phi} = 0$, é possível obter:

$$d_A(z_{dec}) = \frac{c}{(1 + z_{dec})} \int_0^{z_{dec}} \frac{dz}{H(z)}, \quad (6.21)$$

em que $r'_s(z_{dec}) = C_s H_0^{-1} (1 + z_{dec})^{-3/2}$ e $d'_A(z_{dec}) = 2c H_0^{-1} (1 + z_{dec})^{-1}$.

Para um modelo arbitrário, temos:

$r_s(z_{dec}) \simeq C_s H_0^{-1} \Omega_m^{-1/2} (1 + z_{dec})^{-3/2}$. Assim, é possível obter:

$$R = \sqrt{\Omega_m} \int_0^{z_{dec}} \frac{H_0}{H(z)} dz, \quad (6.22)$$

em que R é usualmente chamado de *shift parameter*. Os dados mais recentes da RCFM fixam $R = 1,725 \pm 0,018$.

6.2 Análise Estatística

Através dos testes cosmológicos já citados, procura-se ajustar os parâmetros livres de um determinado modelo às observações. Normalmente, um procedimento de ajuste deve fornecer: (a) os parâmetros; (b) estimativas dos erros nesses parâmetros; (c)

uma medida estatística que quantifique a qualidade do ajuste.

O método estatístico que utilizaremos neste trabalho é o ajuste χ^2 . Suponha que estamos ajustando N pontos de dados $(x_i, y_i), i = 1, \dots, N$ a um modelo que possui M parâmetros ajustáveis $a_j, j = 1, \dots, M$. O modelo prevê uma relação funcional entre as variáveis independentes e dependentes, da forma:

$$y(x) = y(x; a_1, \dots, a_M), \quad (6.23)$$

em que a dependência nos parâmetros é indicada no lado direito da igualdade. O problema de encontrar o conjunto de parâmetros a_i que melhor ajuste o modelo $y(x)$ ao conjunto de dados x_i, y_i leva aos estimadores de máxima verossimilhança.

Considere que cada dado y_i possui um erro de medida que é independentemente aleatório e distribuído normalmente (isto é, segue uma distribuição gaussiana) em torno do modelo real $y(x)$ e que cada ponto possui um desvio padrão σ_i . A probabilidade do conjunto de dados é o produto das probabilidades de cada ponto:

$$P \propto \prod_{i=1}^N \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \right] \Delta y \right\}, \quad (6.24)$$

em que Δy indica uma pequena variação em torno dos valores possíveis e contínuos y_i . Maximizar a função acima é equivalente a maximizar seu logaritmo ou de forma equivalente, seu logaritmo negativo, que é:

$$\left[\sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i)]^2}{2\sigma_i^2} \right] - N \log \Delta y. \quad (6.25)$$

Como N e Δy são constantes, minimizar essa equação é equivalente a minimizar a função:

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i; a_1, \dots, a_m)]^2}{\sigma_i^2}. \quad (6.26)$$

Observe que $\chi^2 = -2\ln(A, L)$, em que A é uma constante e L é a verossimilhança, dada por (6.24). Dessa forma, basta minimizar a quantidade em (6.26) para encontrar os melhores ajustes dos parâmetros (PRESS et al., 1992),(GREGORY, 2005),(VERDE, 2010).

Para estimar os erros dos parâmetros do modelo ajustado, uma boa aproximação faz uso dos níveis de confiança que correspondem a uma probabilidade de os parâmetros estarem dentro da região delimitada pelo nível. Por exemplo, para um grau de liberdade, o nível de confiança 1σ indica que existe 68,3% de probabilidade do valor correto de um dado parâmetro estar entre $x - \sigma$ e $x + \sigma$ (PRESS et al., 1992).

6.2.1 Análise Estatística utilizando SN Ia

No caso de usarmos as SNIa para testar o modelo de Carmeli, a equação (6.1) é reescrita como:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\mu_i^t - \mu_i^{obs}}{\sigma_i} \right)^2, \quad (6.27)$$

em que $\mu_i^t \equiv \mu(z_i, \Omega_m)$ é o módulo de distância predito pela teoria para uma supernova no redshift z_i , μ_i^{obs} é o módulo de distância inferido dos dados ($\mu_i^{obs} \equiv \mu(z_i)$) e as incertezas associadas com os dados são $\sigma_i \equiv \sigma_i(z_i)$.

Para escrevermos o módulo de distância no modelo de Carmeli, primeiramente precisamos conhecer o comportamento da função distância de luminosidade. Essa é dada por (HARTNETT; OLIVEIRA, 2007):

$$D_L = r(1+z) \left(1 - \frac{t^2}{\tau^2} \right)^{-1/2}, \quad (6.28)$$

em que t é o tempo cósmico em termos do redshift, dado por (CARMELI et al., 2005):

$$t = \frac{2H_0^{-1}}{1 + (1+z)^2}. \quad (6.29)$$

Escrevemos o módulo de distância em termos da distância de luminosidade como:

$$\mu = 25 + 5 \log D_L + 0.1, \quad (6.30)$$

em que o fator 0.1 foi introduzido pois com ele reproduzimos no intervalo $z = 0 - 0.8$ aproximadamente os mesmos valores para r calculados por Hartnett (HARTNETT, 2007), utilizando um método “bootstrap”.

6.2.2 Análise Estatística utilizando BAO

Podemos obter um vínculo mais restrito aos parâmetros usando uma segunda minimização, através das Oscilações Acústicas de Bárions (BAO).

Sabemos que na época anterior à recombinação, os fótons, elétrons e prótons interagiram fortemente comportando-se como se fossem um único fluido bárion-fóton. Esse fluido, sob a influência gravitacional da matéria escura tendia a se aglomerar, mas a pressão exercida pelos fótons se opunha a esse colapso gravitacional, fazendo com que o fluido se expandisse novamente. Esse processo cíclico (compressão e expansão) produziu no espectro angular de temperatura da RCFM o que é conhecido com o nome de picos acústicos. Esse fenômeno aparece também no espectro de potência da matéria e leva o nome de oscilações acústicas de bárions.

Em um estudo feito com uma amostra de espectros de galáxias do SDSS (EISENSTEIN et al., 2007), foram observadas oscilações acústicas em $z \sim 0.35$. Define-se então um parâmetro:

$$A_{BAO} = \sqrt{\Omega_m} E(0, 35)^{-1/3} \left[0, 35 \int_0^{0.35} \frac{dz'}{E(z')} \right]^{2/3}, \quad (6.31)$$

em que $E(z) = H(z)/H_0$. Da amostra do SDSS vem que $A_{BAO} = 0.469 \pm 0.017$.

Dessa forma, pode-se calcular χ^2 usando o observável A_{BAO} da equação (6.3), de forma que:

$$\chi_{BAO}^2(\Omega_{m,0}) = \left[\frac{|0,469 - A_{BAO}(\Omega_{m,0})|}{0.017} \right]^2. \quad (6.32)$$

6.2.3 Resultados

O que obtivemos, então, como resultado da análise estatística das 557 supernovas Ia (AMANULLAH, 2010) segundo o modelo de Carmeli e quando levamos em conta também as oscilações acústicas de bárions, segue na tabela abaixo:

Tabela 6.1 - Resultados da aplicação dos testes cosmológicos acima descritos, segundo o modelo cosmológico de Carmeli

Dados	χ_{min}^2	Ω_m
SNIa	575,14	$0,041^{+0,026}_{-0,027}$
BAO	$1,06 \times 10^{-6}$	$0,065^{+0,041}_{-0,040}$
SNIa+BAO	575,94	$0,064^{+0,039}_{-0,039}$

Com o intuito de comparação, fizemos a aplicação dos mesmos testes segundo a RG. O resultado obtido segue na tabela abaixo:

Tabela 6.2 - Resultados da aplicação dos testes cosmológicos acima descritos, segundo a RG

Dados	χ_{min}^2	Ω_m
SNIa	542,70	$0,272^{+0,021}_{-0,020}$
BAO	$4,09 \times 10^{-7}$	$0,273^{+0,025}_{-0,024}$
SNIa+BAO	542,70	$0,273^{+0,012}_{-0,012}$

Como o χ_{min}^2 do modelo cosmológico de Carmeli é maior do que o da RG, em princípio, os dados observacionais SNIa, BAO e SNIa+BAO favorecem a RG em relação a Carmeli. Contudo, é importante destacar que para o modelo de Carmeli, o valor inferido para Ω_m (que nesse modelo é igual a Ω_b , já que Carmeli tenta fazer uma descrição do universo sem matéria escura) está dentro do nível de confiança de 1σ , compatível com a estimativa de $\Omega_b \simeq 0,044 \pm 0,004$, inferido via nucleossíntese primordial (FUKUGITA; PEEBLES, 2004). Já para a RG, vemos que há a necessidade de se admitir a existência de um componente exótico que compõe a maior parte da matéria no universo.

6.2.4 O Insucesso na Análise Estatística utilizando Shift Parameter

Podemos ainda acrescentar na análise conjunta, outros ingredientes como o shift-parameter, para obter vínculos ainda mais restritos.

O shift parameter (descrito na seção 6.1.3) trata de épocas remotas do universo. Dessa forma, é necessário retirar do modelo de Carmeli o valor de parâmetros como Ω_m , para altos redshifts.

Embora tenhamos tentado encontrar uma equação que descrevesse o parâmetro de densidade da matéria para altos redshifts de diferentes maneiras, não obtivemos sucesso, impossibilitando assim, a aplicação do teste shift parameter. Esse insucesso é melhor discutido no próximo capítulo.

7 ALGUNS PONTOS NEGATIVOS DO MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI

Neste capítulo, nós discutimos alguns pontos negativos que foram encontrados durante a revisão do modelo de Carmeli. Não consideramos que esses pontos excluam esse interessante modelo cosmológico, contudo, eles deverão ser revisados com cuidado no futuro para se buscar soluções às patologias e inconsistências verificadas.

7.1 A inconsistência a altos redshifts

Durante o estudo do modelo de Carmeli, tivemos dificuldades para encontrar equações que descrevessem certos parâmetros a altos redshifts. Quando conseguimos encontrar esses parâmetros, seus comportamentos eram inesperados ou até mesmo não permitidos fisicamente. Com isso, concluímos que o modelo de Carmeli não é válido para altos redshifts (motivo de não ter sido aplicado o teste cosmológico shift parameter, que fazia parte da ideia inicial do projeto), assim, ele pode ser encarado como um modelo que trata o universo (com boa aproximação) na época em que esse sofre uma expansão acelerada.

Abaixo mostramos alguns desses exemplos que indicam a falha do modelo a altos redshifts.

7.1.1 O parâmetro de densidade

É importante salientar que a integração da equação (3.83) é feita assumindo-se um parâmetro de densidade constante. Dessa forma, ela seria absolutamente válida apenas num pequeno intervalo de redshift. O que supriria esse problema seria uma equação para o parâmetro de densidade que fosse válida tanto para baixos como para altos redshifts. Essa equação seria substituída em (3.83), e desse modo, a sua integração seria válida, independentemente do intervalo pelo qual ela fosse feita.

Tentamos de diferentes formas encontrar essa equação, sem obtermos sucesso físico. Hartnett e Oliveira ((HARTNETT; OLIVEIRA, 2007)) encontraram a seguinte equação transcendental para a questão acima discutida:

$$\Omega = \frac{\Omega_m / \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)_{rel}^2}}{\left\{1 - \operatorname{senh} \left[\left(\frac{v}{c}\right)_{rel} \sqrt{1 - \Omega} \right] / \sqrt{1 - \Omega} \right\}^3}, \quad (7.1)$$

em que Ω é o parâmetro de densidade média da matéria, Ω_m é o parâmetro de densidade média da matéria na atual época e $\left(\frac{v}{c}\right)_{rel}$ é dado pela equação (4.29). Além de ser uma equação transcendental, um outro fato que questiona a validade de (7.1) é que ela parte da solução da equação da expansão do universo (4.20):

$$r = \frac{c\tau}{\eta} \operatorname{senh} \frac{\eta v}{c},$$

que descreve o universo para $\Omega_m < 1$, ou seja, apenas para um pequeno intervalo de redshift.

Vale destacar que os autores utilizaram um método *bootstrap* para a solução de (7.1), que nós infelizmente não conseguimos reproduzir. Dessa forma, nossa análise estatística ficou limitada aos testes SNIa e BAO.

7.1.2 O parâmetro de Hubble

O caminho tomado para se obter a equação (4.30) encerra prós e contras se pensarmos numa análise de H_0 a altos redshifts. Primeiramente ele parte de uma redução das equações (4.27) e (4.28), o que é correto, pois as duas equações juntas descrevem todas as épocas do universo, tanto aquela em que $\Omega_m > 1$ quanto a em que $\Omega_m < 1$. Já a segunda aproximação é $z \simeq v/c$, que é válida apenas para baixos valores de z e conseqüentemente apenas para a época em que $\Omega_m < 1$. Dessa forma, era de se esperar que o resultado obtido para a análise de Ω_m (maior, menor ou igual a um) fosse $\Omega_m < 1$, já que uma das aproximações utilizadas para se chegar na equação (4.30) é válida apenas para essa época.

Para contornar essa inconsistência, utilizamos a equação (4.31), que dá a aproximação relativística de v/c :

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{rel} = \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}.$$

Substituindo a equação acima em (4.30), nela tomando $\Omega_m = \Omega_m(1+z)^3$ (pelo

mesmo argumento da seção (4.3), chegamos a:

$$H_0 = h \left\{ 1 - \frac{(1 - \Omega_m(1+z)^3)}{6} \left[\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1} \right]^2 \right\}. \quad (7.2)$$

Podemos checar a validade física dessa nova equação fazendo o *plot* $h \times z$:

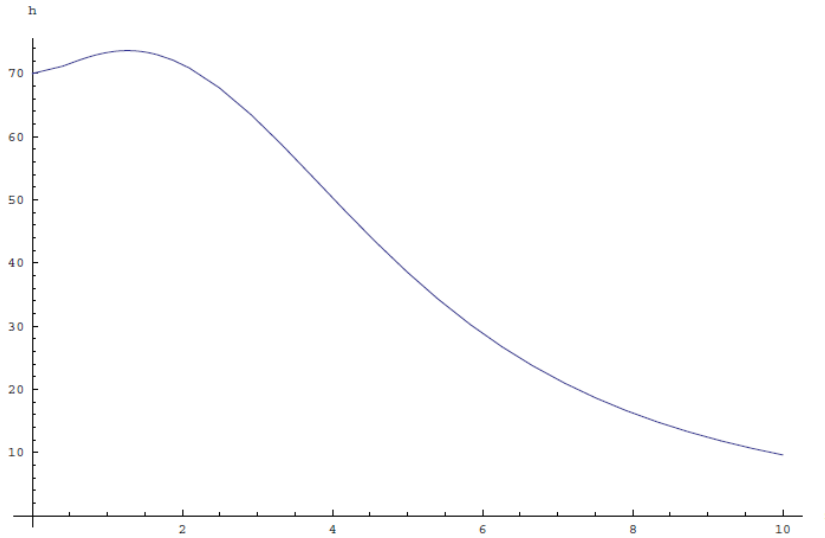


Figura 7.1 - Parâmetro de Hubble (h) versus redshift.

Na figura (7.1), vemos que a curva plotada tem um comportamento razoável até $z \simeq 1,2$ (mesmo intervalo de redshift em que se mostra válida a descrição de um universo sem matéria escura, como foi mostrado na seção 4.3), e a partir de então h passa a decrescer com o aumento de z , o que é incoerente, uma vez que $h \propto t^{-1}$, sendo t a idade do universo no dado redshift.

Assim, fica indicada mais uma evidência da existência de falhas no modelo de Carmeli a altos redshifts. $z \simeq 1,2$ passa a ser um valor ao qual temos que nos restringir, pois para redshifts mais altos, encontramos diferentes indícios de que o modelo não faz uma boa descrição cosmológica do universo.

É importante salientar que o redshift $z \simeq 1,2$ revela-se novamente se considerarmos a equação (7.1) como correta. A partir dela podemos encontrar o redshift de transição da época de expansão desacelerada para a de expansão acelerada, pois isto ocorre

quando $\Omega = 1$. Assim, fazendo:

$$\lim_{\Omega \rightarrow 1} \Omega = \frac{\Omega_m / \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)_{rel}^2}}{\left\{1 - \operatorname{senh} \left[\left(\frac{v}{c}\right)_{rel} \sqrt{1 - \Omega} \right] / \sqrt{1 - \Omega} \right\}^3}, \quad (7.3)$$

chegamos a:

$$\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)_{rel}\right]^3 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)_{rel}^2} = \Omega_m. \quad (7.4)$$

Fazendo $\Omega_m = 0,03$ e utilizando da equação (4.31), chegamos a um redshift de transição $z_t = 1,20339$. Desse modo, concluímos que o modelo cosmológico de Carmeli descreve bem o universo na época em que esse sofre uma expansão acelerada.

7.2 Curvas de rotação de galáxias

Em (CARMELI, 2001b), Carmeli apresenta uma nova equação para as velocidades de rotação das galáxias:

$$v_c^4 = \left(\frac{GM}{r}\right)^2 + 2GMa_0 + a_0^2 r^2, \quad (7.5)$$

em que $a_0 = c\tau^{-1}$. Vemos que essa nova equação apresenta termos além do newtoniano, que em princípio poderiam dar conta da discrepância que há quando se compara o resultado obtido via física newtoniana com a observação (discrepância que é resolvida assumindo-se a existência da matéria escura distribuída num halo ao redor da galáxia).

Para obter-se a curva de rotação de uma galáxia, em geral, considera-se que a gravitação newtoniana determina a dinâmica, de forma que a massa M pode ser estimada a partir da velocidade v em galáxias elípticas tanto quanto em espirais. A massa M contida em r é $M(r) = rv^2/G$ com r a distância projetada e v a velocidade circular ao redor do centro da galáxia no caso das galáxias espirais, enquanto para as elípticas, é a velocidade aleatória.

Para uma galáxia disco é mais útil tomar $M(r)$ como a massa dentro dentro de um cilindro de raio r , enquanto que para uma galáxia esferoidal, $M(r)$ é a massa interna à uma esfera de raio r .

Para uma partícula teste em órbita circular num raio r de uma distribuição de massa esfericamente simétrica $\rho(r)$, a velocidade circular é dada por:

$$v^2(r) = r \frac{d\phi}{dr} = rF = \frac{GM(r)}{r} = \frac{4\pi G}{r} \int_0^r \rho(r')r'^2 dr', \quad (7.6)$$

em que F é a força radial por unidade de massa, $M(r)$ é a massa dentro de uma esfera de raio r e a velocidade de escape é dada por $v_e = (2|\phi(r)|)^{1/2}$ e $\phi(r)$ é o potencial gravitacional.

Em particular, para um sistema axissimétrico com densidade $\rho(r, z)$, obtemos a seguinte equação de Poisson (TOOMRE, 1970):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 4\pi G \rho(r, z) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r F_r \right), \quad (7.7)$$

com

$$F_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (7.8)$$

sendo a força radial.

Próximo de $z = 0$, o primeiro termo do lado direito da igualdade torna-se muito maior do que o segundo, de forma que:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 4\pi G \rho(r, z). \quad (7.9)$$

Dessa forma, a equação de Poisson para um disco fino pode ser resolvida em dois passos:

- a) Usando a densidade superficial (espessura zero), que permite determinar $\phi(r, 0)$;
- b) em cada raio r resolve-se a equação de Poisson simplificada para a estrutura

normal do disco.

Aplicando esse procedimento, Freeman (FREEMAN, 1970) mostrou que o potencial de um disco fino pode ser escrito na forma:

$$\phi(r, z) = -2\pi G \int_0^\infty dk \exp(-k|z|) J_0(kr) \int_0^\infty dr' r' \sigma(r') J_0(kr'), \quad (7.10)$$

em que J_0 é uma função de Bessel.

Escrevendo

$$S(k) = -2\pi G \int_0^\infty dr r \sigma(r) J_0(kr), \quad (7.11)$$

a velocidade circular é dada por

$$v^2(r) = r \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{z=0} = -r \int_0^\infty dk k S(k) J_1(kr), \quad (7.12)$$

em que $\sigma(r)$ é a densidade superficial do disco e

$$\frac{dJ_0(x)}{dx} = -J_1(x). \quad (7.13)$$

Se adotarmos um perfil exponencial compatível com observações para o disco, com $\sigma(r) = \sigma_0 \exp(-r/r_d)$, então chega-se à seguinte expressão para $v(r)$:

$$v^2(r) = 4\pi G \sigma_0 r_d y^2 [I_0(y)K_0(y) - I_1(y)K_1(y)], \quad (7.14)$$

sendo $y = r/2r_d$, r_d a escala de comprimento do disco e I_0, K_0, I_1, K_1 as funções de Bessel.

Essa é a expressão newtoniana para uma galáxia tipo-disco que substitui o termo $GM(r)/r$ em $v^2(r) = GM(r)/r$.

A equação (7.14) não dá conta do comportamento plano observado para as curvas

de rotação da figura (2.1). Note que a equação (7.14) faz $v(r)$ decrescer a partir de um dado r . O comportamento plano das curvas de rotação é obtido considerando-se um halo esférico ao redor da galáxia, composto basicamente por matéria escura. Isso leva ao chamado perfil isotérmico para descrever o halo que matematicamente é representado por:

$$\rho(r) = \rho_0[1 + (r/r_c)^2]^{-1}, \quad (7.15)$$

sendo ρ_0 a densidade central do halo e r_c o raio de seu núcleo.

A velocidade circular para o halo é obtida via $v_{halo}^2(r) = GM(r)/r$, com

$$M(r) = 4\pi \int_0^{\infty} \rho(r)r^2 dr. \quad (7.16)$$

Isto é:

$$v_{halo}^2(r) = 4\pi G\rho_0 r_c^2 \left[1 - \frac{r_c}{r} \arctan\left(\frac{r}{r_c}\right) \right]. \quad (7.17)$$

Note que nesse modelo de halo, a densidade é constante dentro do núcleo. Para grandes valores de r , a densidade cai com r^{-2} . Esse comportamento somado à velocidade do disco, fornece a curva plana para a velocidade de rotação das galáxias.

Como a massa da galáxia passa a ser a soma da massa do disco com a do halo (e massa é proporcional ao quadrado da velocidade circular), então temos:

$$v_{total}^2 = v_{disco}^2 + v_{halo}^2. \quad (7.18)$$

Nós aplicamos o modelo acima calculando a velocidade circular em Carmeli e para o modelo newtoniano halo+disco para as galáxias NGC 2403 e NGC 3198. Os dados observacionais de NGC 2403 foram extraídos de Blais-Ouellette et al (BLAIS-OUELLETTE et al., 2004). Os parâmetros observacionais dessa galáxia são:

a) raio do disco: 2,1 kpc;

b) $\sigma_0 = 1,29 \times 10^{-1} gcm^{-2}$ (MIHOS et al., 1997).

Para o halo de matéria escura, usamos:

a) raio do núcleo: 8,8kpc;

b) densidade central: $5,2 \times 10^{-25} gcm^{-3}$.

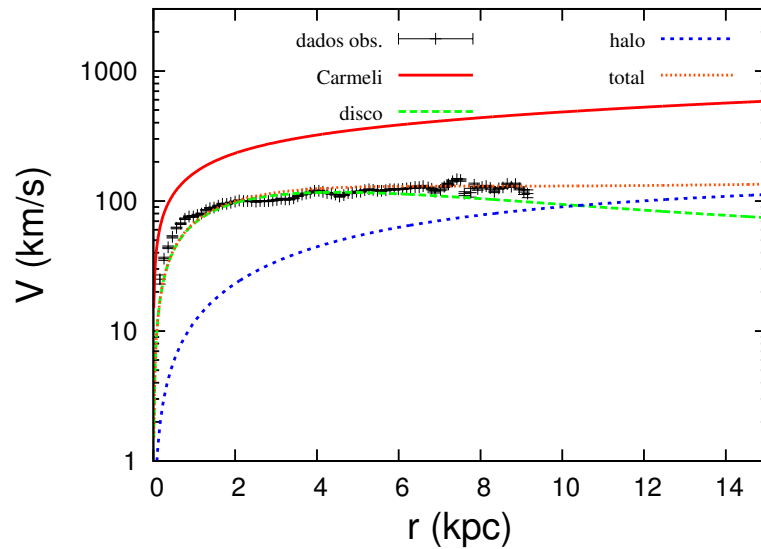


Figura 7.2 - Curvas de rotação da galáxia NGC 2403

A figura (7.2) mostra o resultado da análise da curva de rotação para NGC 2403. Enquanto o modelo halo+disco se ajusta bem aos dados observacionais, vemos que Carmeli fornece valores muito superiores para a velocidade de rotação e que não se ajusta bem aos dados observacionais. Dessa forma, a teoria de Carmeli falha nesse teste observacional. Note também que a velocidade do disco newtoniano atinge um máximo, passando a decrescer à medida que r cresce. O decréscimo de v é compensado pela velocidade circular do halo de matéria escura, que junto com v do disco, fornece bom ajuste aos dados observacionais.

Fizemos a mesma aplicação para uma segunda galáxia, NGC 3198. Seus dados observacionais foram retirados de (BEGEMAN, 1987). Os parâmetros observacionais de NGC 3198 são (ALBADA et al., 1985):

a) raio do disco: 2,68kpc;

b) $\sigma_0 = 1,44 \times 10^{-1} gcm^{-2}$.

Para o halo de matéria escura:

a) raio do núcleo: 8,8kpc;

b) densidade central: $3,86 \times 10^{-25} gcm^{-3}$.

A figura abaixo mostra o resultado obtido para a galáxia em questão e o mesmo comportamento da figura (7.2) é obtido para a curva do modelo de Carmeli:

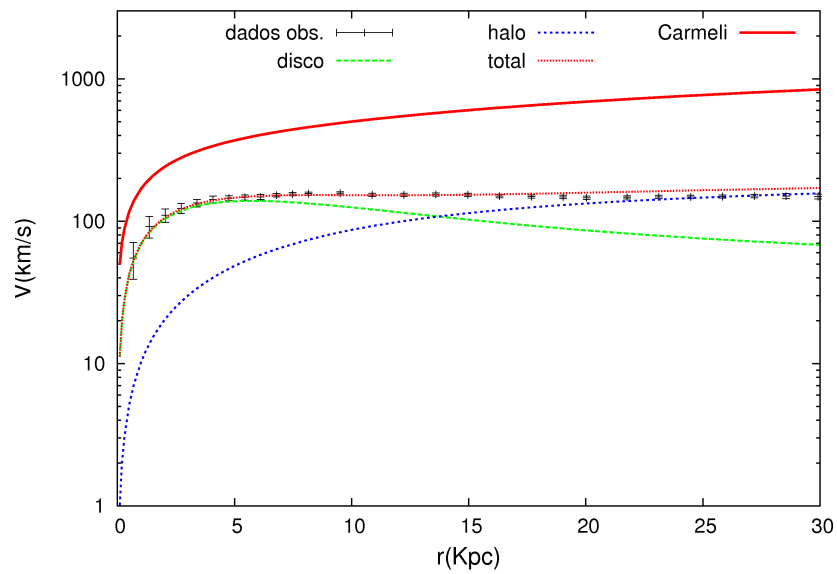


Figura 7.3 - Curvas de rotação da galáxia NGC 3198

8 COSMOLOGIA A PARTIR DA TEORIA DE KALUZA-KLEIN

Neste capítulo, nós apresentamos as características básicas do modelo de Kaluza-Klein e derivamos um modelo cosmológico do tipo *toy-model* para mostrar que a partir de um espaço-tempo 5D é possível mimetizar os efeitos que a constante cosmológica (ou energia escura, num caráter mais geral) desempenha na RG.

Decidimos ao final deste trabalho de mestrado, concentrarmo-nos na cosmologia derivada a partir da teoria de Kaluza-Klein, já que ela poderá resolver (é o que esperamos) as inconsistências ou patologias do modelo de Carmeli, preservando talvez o traço mais interessante de seu trabalho - a interpretação física da quinta dimensão como uma dimensão de velocidade vinculada ao fluxo de Hubble.

Contudo, neste capítulo nós tratamos a quinta dimensão, na cosmologia Kaluza-Klein, como do tipo-espaço e apenas mostramos ser possível mimetizar os efeitos da energia escura.

8.1 O Modelo Gravitacional de Kaluza-Klein

Criado pelo matemático Theodor Kaluza e primeiramente publicada em 1921, o modelo de Kaluza-Klein mostra que a RG em cinco dimensões contém tanto a teoria gravitacional 4D de Einstein quanto a teoria do eletromagnetismo de Maxwell. Para isso, no entanto, Kaluza impôs uma restrição um tanto artificial nas coordenadas (a chamada condição cilíndrica), que consiste na anulação de todas as derivadas com respeito à quinta dimensão. A contribuição de Oskar Klein em 1926 foi fazer essa restrição menos artificial, sugerindo uma compactificação da quinta dimensão. Em outras palavras, Klein propôs que a quarta dimensão espacial é enrolada num círculo de raio muito pequeno¹. A condição cilíndrica de Kaluza apareceria naturalmente se a quinta coordenada tivesse (1) uma topologia circular, em que campos físicos dependeriam dela apenas periodicamente, e pudessem ser expandidos em séries de Fourier; e (2) uma escala pequena o suficiente, que fizesse com que as energias de todos os modos de Fourier acima do “ground state” pudessem ser tão altos que se tornariam não-observáveis. Assim, a física seria efetivamente independente da quinta dimensão, como desejado.

¹Há um caso especial na teoria de Kaluza-Klein em que a quinta dimensão não é compactificada e conseqüentemente as derivadas com relação à mesma, não vão a zero, são as chamadas teorias não-compactificadas. Além disso, nesse caso, não há necessidade da quinta dimensão ser do tipo-espaço.

Abaixo, descrevemos o mecanismo criado por Kaluza e Klein, para se chegar na unificação de eletromagnetismo com gravitação, a partir de um modelo 5D (OVERDUIM; WESSON, 1997),(PIERCEY, 2008), mas antes trataremos das equações de Maxwell para o eletromagnetismo para melhor entendermos os resultados iniciais de Kaluza.

8.1.1 Equações de Maxwell na Relatividade Especial e na Relatividade Geral

As equações de Maxwell são as equações fundamentais na eletricidade e no magnetismo. Radiação eletromagnética é uma consequência dessas equações, assim como a velocidade da luz. As equações de Maxwell em sua forma diferencial tradicional são:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (8.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (8.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (8.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (8.4)$$

Os vetores \vec{E} e \vec{B} são os campos elétrico e magnético, respectivamente, ρ é a densidade de carga, \vec{J} é a densidade de corrente, e μ_0 e ϵ_0 são as constantes que ditam o valor da velocidade da luz c , via:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}. \quad (8.5)$$

Vamos reescrever as equações de Maxwell numa forma adequada à Relatividade Especial. Para isso, primeiramente definimos a quadri-corrente:

$$\mathbf{J} = (c\rho, \vec{J}). \quad (8.6)$$

Há uma equação de continuidade dada por:

$$\partial_\mu J^\mu = 0, \quad (8.7)$$

que é interpretada como a conservação local de carga e implica na equação de continuidade do eletromagnetismo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (8.8)$$

Agora definiremos o quadri-potencial. A equação (8.2) indica que \vec{B} é o rotacional de um campo vetorial, digamos \vec{A} , chamado potencial vetor. Definimos o quadri-potencial como:

$$\vec{A} = (\Phi/c, \vec{A}). \quad (8.9)$$

O tensor do campo eletromagnético é definido como:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \quad (8.10)$$

A quadri-força é dada por (POLLACK; STUMP, 2002):

$$f^\mu = qu_\nu F^{\mu\nu}, \quad (8.11)$$

em que u_ν são os componentes covariantes da quadri-velocidade da carga.

Por fim, definimos o tensor \mathbf{G} como:

$$G^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}, \quad (8.12)$$

em que $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ é uma generalização do tensor de Levi-Civita de ordem 3.

Em termos desses tensores, as equações de Maxwell na Relatividade Especial podem ser escritas como (POLLACK; STUMP, 2002):

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu \quad (8.13)$$

$$\partial_\nu G^{\mu\nu} = 0. \quad (8.14)$$

Para o caso da RG, devemos escrever as equações de Maxwell numa forma covariante, mas isso não é feito apenas substituindo-se as derivadas parciais por derivadas covariantes, pois isso causaria uma violação das leis de conservação. A maneira correta de se escrever as equações de Maxwell na RG é (WALD, 1984):

$$\nabla^\mu F_{\mu\nu} = kJ_\nu \quad (8.15)$$

$$\nabla_\lambda F_{\mu\nu} - \nabla_\mu F_{\lambda\nu} + \nabla_\nu F_{\lambda\mu} = 0, \quad (8.16)$$

em que k é uma constante. Em termos do quadri-potencial, para preservar as leis de conservação, introduz-se um termo envolvendo o tensor de Ricci, que nos dá:

$$\nabla^\mu \nabla_\mu A_\nu - R^\lambda{}_\nu A_\lambda = kJ_\nu. \quad (8.17)$$

8.1.2 O Mecanismo de Kaluza-Klein

Kaluza demonstrou que a teoria da Relatividade Geral, quando interpretada como uma teoria 5D no vácuo, contém a RG quadridimensional na presença de um campo eletromagnético, juntamente com as leis de Maxwell do eletromagnetismo. Para isso, Kaluza supôs que:

- seu modelo deveria manter a visão de Einstein de que a natureza é puramente geométrica (WHEELER, 1962);
- a matemática da RG não é alterada, apenas estendida para cinco dimensões;
- não há dependência física da quinta dimensão.

De acordo com o segundo pressuposto, a definição dos símbolos de Christoffel, tensor de Riemann, tensor de Ricci e tensor de Einstein, além de outras quantidade fundamentais da RG, não são alteradas. São apenas estendidas para que os índices

corram de 0 a 4. O primeiro pressuposto implica que as equações de Einstein devem ser escritas como:

$$G_{AB} = 0, \quad (8.18)$$

(em que A e B vão de 0 a 4) ou equivalentemente:

$$R_{AB} = 0, \quad (8.19)$$

pois:

$$G_{AB} = R_{AB} - \frac{1}{2}g_{AB}R, \quad (8.20)$$

que multiplicado pelo componente contravariante da métrica, nos dá:

$$R - \frac{5}{2}R = 0 \quad (8.21)$$

$$R = 0, \quad (8.22)$$

e de (8.18), temos:

$$R_{AB} = \frac{1}{2}g_{AB}R = 0. \quad (8.23)$$

Assim, tudo passa a depender das propriedades da métrica 5D.

Considerando uma métrica quadridimensional $g_{\alpha\beta}$, Kaluza estende essa métrica para forçar a quinta dimensão a induzir eletromagnetismo. Para isso, os componentes $g_{\alpha 4}$ da métrica são conectados com o potencial eletromagnético $A_{\alpha\beta}$ e g_{44} é definido em termos do campo escalar ϕ . A métrica quadridimensional tem assinatura (+ - - -). A métrica 5D dada por Kaluza é então:

$$g_{AB} = \begin{pmatrix} g_{\alpha\beta} + \kappa^2 \phi^2 A_\alpha A_\beta & \kappa \phi^2 A_\alpha \\ \kappa \phi^2 A_\beta & \phi^2 \end{pmatrix}, \quad (8.24)$$

em que κ é uma constante que tomamos como 1, inserida para obter-se a dimensão correta da métrica (também admitimos que $c = 1$).

Se então aplicarmos a condição cilíndrica (que consiste em anular todas as derivadas com respeito à quinta dimensão), a partir da métrica (8.24) chegamos às seguintes equações de campo em quatro dimensões:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{\kappa^2 \phi^2}{2} T_{\alpha\beta}^{EM} - \frac{1}{\phi} [\nabla_\alpha (\partial_\beta \phi) - g_{\alpha\beta} \square \phi], \quad (8.25)$$

$$\nabla^\alpha F_{\alpha\beta} = -3 \frac{\partial^\alpha \phi}{\phi} F_{\alpha\beta} \quad (8.26)$$

e

$$\square \phi = \frac{k^2 \phi^3}{4} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}, \quad (8.27)$$

em que

$$T_{\alpha\beta}^{EM} = \frac{g_{\alpha\beta} F_{\gamma\delta} F^{\gamma\delta}}{4} - F_\alpha^\gamma F_{\beta\gamma} \quad (8.28)$$

é o tensor energia-momentum eletromagnético e

$$F_{\alpha\beta} \equiv \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha. \quad (8.29)$$

Agora, vamos assumir que o campo escalar ϕ seja constante. Vamos também tomar a constante κ sendo tal que

$$\kappa \phi = 4\sqrt{\pi G}. \quad (8.30)$$

Com isso, as equações (8.25) e (8.26) ficam:

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi G\phi^2 T_{\alpha\beta}^{EM} \quad (8.31)$$

e

$$\nabla^\alpha F_{\alpha\beta} = 0. \quad (8.32)$$

A equação (8.31) é a equação de Einstein e a equação (8.32) é a equação (8.15) na ausência de corrente. Assim, ambas nos levam a duas conclusões:

- as equações de Maxwell fazem parte das equações de Einstein para o vácuo em 5D (o eletromagnetismo é um produto puramente geométrico);
- as equações de Einstein para o vácuo em 5D induzem às equações de Einstein com matéria (radiação eletromagnética, ao menos) em 4D (matéria no universo observável é uma consequência da geometria num universo 5D).

8.2 Análise da Cosmologia a partir do modelo de Kaluza-Klein

Partindo do caso específico do modelo Kaluza-Klein em que a quinta dimensão não é compatificada e logo as derivadas com relação à sua coordenada não vão a zero (que foi brevemente dito na seção 8.1), inserimos um termo de quinta dimensão, de estrutura $\alpha^2 dl^2$, num elemento de linha como o de FRW, em que α é um parâmetro dependente do tempo, cuja unidade encerra a dimensão correta e dl tem assinatura tipo-espaço ². Portanto, o elemento de linha com que vamos trabalhar é:

$$ds^2 = dt^2 - a(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2 \theta d\phi^2 \right) - \alpha(t)^2 dl^2, \quad (8.33)$$

em que consideramos $c = 1$ e que o espaço-tempo 5D sendo plano ($k = 0$), além disso, como usualmente, $a(t)$ representa o fator de escala do universo.

Usando as equações de campo de Einstein da RG, com a métrica de FRW, podemos obter a seguinte equação para a densidade do universo, que representa o modelo

²Feita essa análise, pretendemos tratar a quinta dimensão como do tipo-velocidade, dando origem assim ao modelo Carmeli-Kaluza-Klein

cosmológico Λ CDM:

$$8\pi G\rho(t) = 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \Lambda. \quad (8.34)$$

Veja que a equação (8.34) é a usual equação de Friedmann com constante cosmológica. Isto é:

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (8.35)$$

Seguindo o procedimento de Wesson (WESSON, 1999), queremos obter um análogo da equação (8.34) para o caso 5D (equação 8.33), com o intuito de verificar se o tratamento do universo em 5 dimensões pode de algum modo mimetizar os efeitos da constante cosmológica das equações (8.34) e (8.35). Como no modelo de Kaluza-Klein o espaço-tempo em 5 dimensões é vazio, calculamos $G_{AB} = 0$, mas para isso, antes calculamos os símbolos de Christoffel, o tensor de Ricci e o escalar de Ricci para a métrica (8.33). Os componentes diferentes de zero dos símbolos de Christoffel são:

$$\Gamma_{01}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{03}^3 = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (8.36)$$

$$\Gamma_{04}^4 = \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (8.37)$$

$$\Gamma_{11}^0 = a\dot{a}, \quad (8.38)$$

$$\Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \quad (8.39)$$

$$\Gamma_{22}^0 = ar^2\dot{a}, \quad (8.40)$$

$$\Gamma_{22}^1 = -r, \quad (8.41)$$

$$\Gamma_{23}^3 = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \quad (8.42)$$

$$\Gamma_{33}^0 = ar^2\sin^2\theta\dot{a}, \quad (8.43)$$

$$\Gamma_{33}^1 = -r\sin^2\theta, \quad (8.44)$$

$$\Gamma_{33}^2 = -\sin\theta\cos\theta \quad (8.45)$$

$$(8.46)$$

e

$$\Gamma_{44}^0 = \alpha \dot{\alpha}. \quad (8.47)$$

O tensor de Ricci tem como componentes diferentes de zero o que segue:

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\ddot{\alpha}}{\alpha}, \quad (8.48)$$

$$R_{11} = a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + a\dot{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (8.49)$$

$$R_{22} = r^2 a\ddot{a} + 2r^2 \dot{a}^2 + r^2 a\dot{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (8.50)$$

$$R_{33} = r^2 \text{sen}^2 \theta a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + a\dot{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \quad (8.51)$$

e

$$R_{44} = \alpha \ddot{\alpha} + 3\frac{\dot{a}}{a} \alpha \dot{\alpha}, \quad (8.52)$$

que resultam num escalar de Ricci da forma:

$$R = -6\frac{\ddot{a}}{a} - 2\frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} - 6\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - 6\frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \quad (8.53)$$

Com isso, os componentes do tensor de Einstein diferentes de zero em $G_{AB} = 0$ são:

$$G_0^0 = 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 3\frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (8.54)$$

$$G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = 2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + \frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} \quad (8.55)$$

e

$$G_4^4 = 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 3 \frac{\ddot{a}}{a}. \quad (8.56)$$

Como foi visto na seção (8.1), a matéria em 4D surge como uma manifestação geométrica do espaço-tempo vazio em 5D. Assim, as equações (8.54)-(8.56) para o vácuo devem conter informações de matéria (como densidade) em seus termos. Em 4D, vimos que $G_{ab} = kT_{ab}$, que reescrevemos como:

$$G_{ab} - kT_{ab} = 0, \quad (8.57)$$

em que G_{ab} é o tensor de Einstein usual em 4D e T_{ab} é o também usual tensor energia-momentum de fluido perfeito em 4D (dado pela equação (2.2)). Como em 5D, $G_{AB} = 0$, podemos reescrever (8.57) como:

$$G_{ab} - G_{AB} = kT_{ab}. \quad (8.58)$$

Assim, tudo o que precisamos para encontrar as propriedades da matéria (lembrando que o componente 00 do tensor energia-momentum, segundo a equação (2.2), é ρ) é do tensor de Einstein em 4D. Em 4D, o elemento de linha (8.33) se torna o elemento de linha usual de FRW, que resulta nos seguintes componentes para o tensor de Einstein:

$$G_0^0 = 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \quad (8.59)$$

e

$$G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = 2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2. \quad (8.60)$$

Aplicando a equação (8.58) nas equações de Einstein em 5D (8.54-8.56) e em 4D (8.59-8.60), chegamos a:

$$8\pi G\rho(t) = -3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right). \quad (8.61)$$

A pergunta que vem imediatamente é: qual é a forma funcional de $\alpha(t)$, associado com a dimensão extra, em (8.61)? A resposta certamente não é simples de ser dada. Contudo, um *toy-model* pode ser obtido igualando (8.61) com (8.34), o que significa dizer que $\alpha(t)$ deve mimetizar os efeitos da constante cosmológica. Com esse pensamento, podemos escrever:

$$-3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\left(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right) = 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \Lambda. \quad (8.62)$$

Logo, temos:

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = -\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\Lambda a}{3\dot{a}}, \quad (8.63)$$

que nos leva a

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = -\frac{da}{a} + \frac{\Lambda}{3H(t)}dt. \quad (8.64)$$

Note que

$$\dot{a} = \frac{da}{dt} \rightarrow \frac{\dot{a}}{a} = H(a) = \frac{1}{a} \frac{da}{dt}. \quad (8.65)$$

Como o redshift se relaciona com o fator de escala do Universo através de

$$a = \frac{1}{1+z}, \quad (8.66)$$

temos:

$$\frac{da}{a} = -\frac{dz}{1+z}. \quad (8.67)$$

Dessa forma,

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt} \rightarrow \frac{dt}{dz} = -\frac{1}{(1+z)H(z)}. \quad (8.68)$$

Definindo $H(z) = H_0 E(z)$, onde H_0 é o valor atual do parâmetro de Hubble e $E(z)$ é a função expansão do Universo, nós obtemos substituindo (8.67) e (8.68) em (8.64):

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{dz}{1+z} - \frac{\Lambda}{3(1+z)H_0^2 E(z)^2} dz. \quad (8.69)$$

A função de expansão para um Universo Λ CDM é dada por:

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}, \quad (8.70)$$

em que Ω_m , Ω_k e Ω_Λ são respectivamente os parâmetros de densidade da matéria, curvatura e energia escura (constante cosmológica no nosso *toy-model*), sendo $\Omega_i = \rho_i/\rho_c$ com ρ_c sendo a densidade crítica do Universo ($3H_0^2/8\pi G$). Com essas considerações, podemos integrar a equação (8.69) para obter:

$$\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = \ln(1+z) - \int_0^z \frac{\Lambda}{3(1+z)H_0^2 E(z)^2} dz, \quad (8.71)$$

que apresenta a seguinte solução para $\Omega_m = 0.25$, $\Omega_k = 0$ e $\Omega_\Lambda = 0.75$:

$$\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = \ln(1+z) - \frac{\Lambda}{3H_0^2} \left[\frac{4}{3} \ln(1+z) - \frac{4}{9} \ln(z^3 + 3z^2 + 3z + 1) \right]. \quad (8.72)$$

De (8.72) podemos escrever:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = (1+z) \exp \left\{ -\frac{\Lambda}{3H_0^2} \left[\frac{4}{3} \ln(1+z) - \frac{4}{9} \ln(z^3 + 3z^2 + 3z + 1) \right] \right\}. \quad (8.73)$$

Dessa forma, nesse *toy-model* o parâmetro α , associado com a quinta dimensão, pode

ser caracterizado pelos valores do parâmetro de Hubble atual (H_0) e da constante cosmológica. A evolução de α com o redshift pode ser determinada então pela equação (8.73).

Veja que para $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $\Lambda \simeq 10^{-35} \text{ s}^{-2}$, temos $\Lambda/3H_0^2 \simeq 2/3$. Na figura 8.1 pode-se ver a evolução de α/α_0 com o redshift.

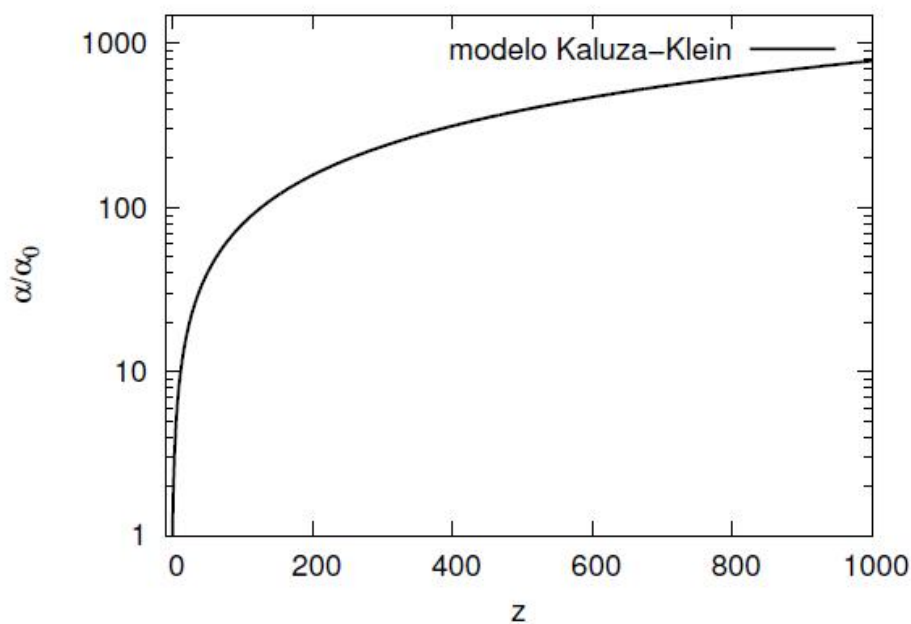


Figura 8.1 - Evolução da função α/α_0 , associada com a quinta dimensão no modelo de Kaluza-Klein, com o redshift.

Na figura 8.2 apresenta-se a evolução de $\dot{\alpha}/\alpha$ do modelo de Kaluza-Klein. A substituição desse resultado na equação (8.61) produz uma evolução da função $\rho(t)$ exatamente igual à produzida pelo modelo ΛCDM .

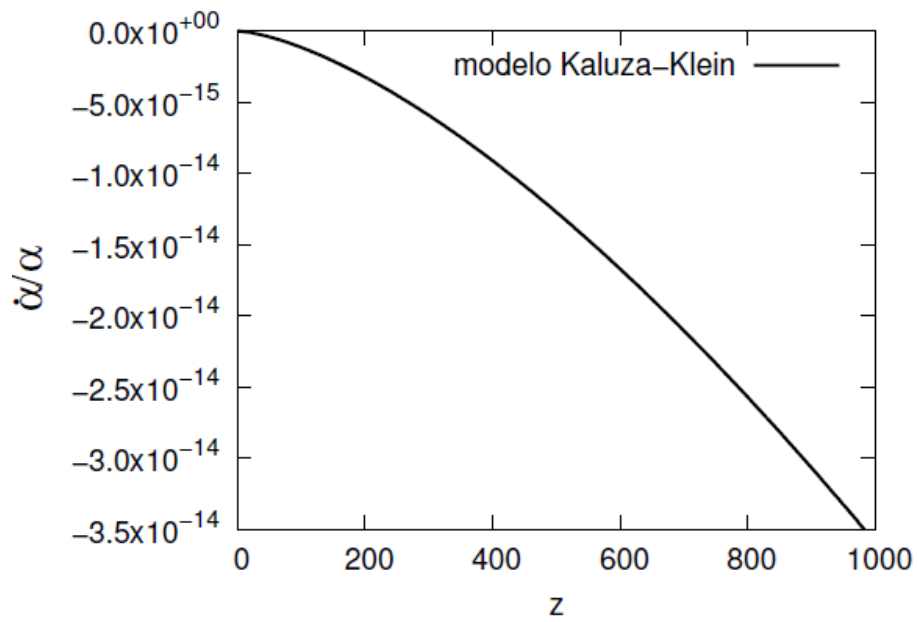


Figura 8.2 - Evolução da função $\dot{\alpha}/\alpha_0$, associada com a quinta dimensão no modelo de Kaluza-Klein, com o redshift.

9 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O modelo cosmológico de Carmeli tem como principal característica o tratamento do universo como uma brana 5D, com a quinta dimensão tendo uma interpretação física plausível: a velocidade de expansão do universo. Essa é uma vantagem do modelo de Carmeli quando comparado com os demais modelos de brana 5D (ou mais dimensões).

Esse trabalho demonstrou que a física desenvolvida para o modelo é, em sua maior parte, consistente e que a inserção da quinta dimensão tipo-velocidade resolve em princípio a questão da expansão acelerada do universo, além de descartar a existência de matéria escura em escalas cosmológicas (até $z < 1, 2$).

A aplicação de testes observacionais no regime de campo fraco, por simples analogia com a aplicação na RG, favorece o modelo, pois dela retiramos os mesmos resultados obtidos com a teoria de Einstein. Já da aplicação de testes cosmológicos, retiramos que a atual descrição física do modelo a altos redshifts impossibilita a aplicação do teste “shift parameter”, assim como a obtenção de certos parâmetros físicos nessas épocas. Para o teste SNIa em conjunto com as oscilações acústicas de bárions (BAO), nós verificamos que, embora o modelo tenha apresentado um χ_{min}^2 maior do que o obtido para a RG, é possível obter um valor para o parâmetro de densidade da matéria $\Omega_m = 0,064_{-0,039}^{+0,039}$, que é compatível com o valor inferido via nucleossíntese primordial. Esse resultado mostra que ao menos nas escalas de distâncias definidas por esses dois testes, não existe necessidade de postular a existência de matéria escura. O valor retornado para a densidade de matéria é compatível com a matéria bariônica existente no Universo.

A análise das curvas de rotação de galáxias a partir do modelo de Carmeli mostra uma grande discrepância entre a teoria e os dados observacionais. No entanto, um trabalho futuro, tomando uma diferente distribuição de matéria para o disco das galáxias pode retornar um melhor ajuste.

Com o intento de resolver as inconsistências do modelo de Carmeli, ao final desse trabalho, iniciamos um estudo do modelo gravitacional de Kaluza-Klein. Primeiramente derivamos dele um modelo cosmológico do tipo *toy-model* e mostramos que o tratamento do universo como um espaço-tempo de cinco dimensões pode mimetizar os efeitos da energia escura. Uma interpretação física dessa quinta

dimensão e sua particular forma como tomada neste *toy-model* são questões importantes que devem ser tratadas na extensão deste trabalho.

Uma vez que obtivermos sucesso na resolução das inconsistências do modelo de Carmeli, nessa dissertação apresentadas, concentraremos nossa atenção nos “Fundos Estocásticos Primordiais de Ondas Gravitacionais”, tendo como base o modelo de Carmeli com suas alterações e também modelos que emergem das teorias Kaluza-Klein e $f(R)$. Pretendemos caracterizar os espectros de ondas gravitacionais primordiais via teoria de Carmeli e confrontá-los com o análogo obtido via RG e teorias derivadas do modelo Kaluza-Klein e $f(R)$. Esperamos assim, contribuir para um melhor entendimento dos processos físicos ocorridos em épocas primordiais do Universo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBADA, T. S. van; BAHCALL, J. N.; BEGEMAN, K.; SANCISI, R. Distribution of dark matter in the spiral galaxy ngc 3198. **Astrophysical Journal**, v. 295, p. 305, 1985. [72](#)
- ALBRECHT, A.; SKORDIS, C. Phenomenology of a realistic accelerating universe using only planck-scale physics. **Physical Review Letters**, v. 84, p. 2076, 2000. [11](#)
- ALLEMANDI, G.; BOROWIEC, A.; FRANCAVIGLIA, M. Accelerated cosmological models in ricci squared gravity. **Physical Review D**, v. 70, n. 10, 2004. [12](#)
- ALLEMANDI, G.; BOROWIEC, A.; FRANCAVIGLIA, M.; ODINTSOV, S. D. Dark energy dominance and cosmic acceleration in first-order formalism. **Physical Review D**, v. 72, n. 6, 2005. [12](#)
- ALLEN, S. W.; SCHMIDT, R.; EBELING, K.; FABIAN A. C. VAN SPEYBROECK, L. Constraints on dark energy from chandra observations of the largest relaxed galaxy clusters. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 353, p. 457, 2004. [11](#)
- AMANULLAH, R. e. a. Spectra and hubble space telescope light curves of six type ia supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the union2 compilation. **The Astrophysical Journal**, v. 716, p. 712, 2010. [51](#), [62](#)
- BEGEMAN, K. **III Rotation curves of spiral galaxies**. 134 p. Tese de doutorado — Rijksuniversiteit te Groningen, Groningen, 1987. [72](#)
- BENTO, M. C.; BEROLAMI, O.; SEN, A. A. Generalized chaplygin gas, accelerated expansion, and dark-energy-matter unification. **Physical Review D**, v. 66, n. 4, 2002. [11](#)
- BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. **Physics Reports**, v. 405, p. 279, 2005. [9](#)
- BILIC, N.; TUPPER, G. B.; VIOLLIER, R. D. Unification of dark matter and dark energy: the inhomogeneous chaplygin gas. **Physics Letters B**, v. 535, p. 17, 2002. [11](#)

BLAIS-OUELLETTE, S.; AMRAM, P.; CARIGNAN, C.; SWATERS, R. Accurate determination of the mass distribution in spiral galaxies. iii. fabry-perot imaging spectroscopy of 6 spiral galaxies. **AA**, v. 420, p. 147, 2004. 71

BOND, J. R.; EFSTATHIOU, G.; TEGMARK, M. Forecasting cosmic parameter errors from microwave background anisotropy experiments. **Royal Astronomical Society**, v. 291, p. L33, 1997. 56

CALDWELL, D.; MOHAPATRA, R. Neutrino mass explanations of solar and atmospheric neutrino deficits and hot dark matter. **Physical Review D**, v. 48, p. 3259, 1993. 8

CALDWELL, R. R.; DAVE, R.; STEINHARDT, P. J. Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. **Physical Review Letters**, v. 80, p. 1582, 1998. 11

CALDWELL, R. R.; KAMIONKOWSKI, M.; WEINBERG, N. N. Phantom energy: Dark energy with $w < -1$ causes a cosmic doomsday. **Physical Review Letters**, v. 91, n. 7, 2003. 11

CARMELI, M. Cosmological relativity: A special relativity for cosmology. **Foundations of Physics**, v. 25, p. 1029, 1995. 13

_____. Cosmological special relativity. **Foundations of Physics**, v. 26, p. 413, 1996. 13

_____. _____. **Int. J. Theor. Phys.**, v. 36, n. 3, p. 757, 1997. 13

_____. The first six days of the universe. **arXiv:astro-ph/0008040**, 2000. 13

_____. Accelerating universe, cosmological constant and dark energy. **Disponível em <astro-ph0111259>**, 2001. 2, 13

_____. Five-dimensional brane world theory. **arXiv:astro-ph0111352**, 2001. 13, 68

_____. Accelerating universe: Theory versus experiment. **arXiv:astro-ph/0205396**, 2002. 13, 14

CARMELI, M.; HARTNETT, J.; OLIVEIRA, F. The cosmic time in terms of the redshift. **Foundations of Physics**, v. 19, p. 277, 2005. 60

- CHIBA, T.; SUGIYAMA, N.; NAKAMURA, T. Cosmology with x-matter. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 289, p. L5, 1997. 11
- _____. Observational tests of x-matter models. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 301, p. 72, 1998. 11
- CÉLÉRIER, M. The accelerated expansion of the universe challenged by an effect of the inhomogeneities. a review. **New Advances in Physics**, v. 1, p. 29, 2007. 12
- CUNHA, J. V. Kinematic constraints to the transition redshift from supernovae type ia union data. **Physical Review D**, v. 79, n. 4, 2009. 12
- D'INVERNO, R. **Introducing Einstein's relativity**. Oxford, NY: Oxford University Press, 1992. 3
- DODELSON, S.; WIDROW, L. M. Sterile neutrinos as dark matter. **Physical Review Letters**, v. 72, p. 17, 1994. 8
- DVALI, G.; GABADADZE, G. Gravity on a brane in infinite-volume extra space. **Physical Review D**, v. 63, n. 6, 2001. 12
- EINSTEIN, A. **The Meaning of Relativity**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1955. 15
- EISENSTEIN, D.; ZEHAVID, I.; HOGG, D. W. Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of sdss luminous red galaxies. **The astrophysical journal**, v. 633, p. 560, 2005. 11
- EISENSTEIN, D. J.; SEO, H. J.; WHITE, M. On the robustness of the acoustic scale in the low-redshift clustering of matter. **The Astrophysical Journal**, v. 664, p. 660, 2007. 53, 61
- FREEMAN, K. **Astrophysical Journal**, v. 160, p. 811, 1970. 70
- FREESE, K.; ADAMS, F. C.; FRIEMAN, J. A.; MOTTOLA, E. Cosmology with decaying vacuum energy. **Nuclear Physics B**, v. 287, p. 797, 1987. 11
- FUKUGITA, M.; PEEBLES, P. J. E. The cosmic energy inventory. **The Astrophysical Journal**, v. 616, p. 643, 2004. 62
- GREGORY, P. C. **Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2005. 60

HARTNETT, J. The distance modulus determined from carmeli's cosmology fits the accelerating universe data of the high-redshift type ia supernovae without dark matter. **Phoundations of Physics**, v. 36, p. 839–861, 2005. 2

_____. Extending the redshift-distance relation in cosmological general relativity to higher redshifts. **Foundations of Physics**, 2007. 61

HARTNETT, J.; OLIVEIRA, F. Testing cosmological general relativity against high redshift observations. **Foundations of Physics**, 2007. 2, 60, 65

HECKMAN, J.; VAFA, C. F-theory, guts, and the weak scale. **Journal of High Energy Physics**, n. 9, p. 79, 2009. 9

HU, W.; FUKUGITA, M.; ZALDARRIAGA, M.; TEGMARK, M. Cosmic microwave background observables and their cosmological implications. **The Astrophysical Journal**, v. 549, p. 669, 2001. 57

ISHAK, M.; JAMES, R.; GARRED, D.; WHITTINGTON, D.; NWANKWO A. SUSSMAN, R. Dark energy or apparent acceleration due to a relativistic cosmological model more complex than the friedmann-lemaitre-robertson-walker model? **Physical Review D**, v. 78, 2008. 12

JAROSIK, N. Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Sky maps, systematic errors, and basic results. **arXiv:1001.4744**, 2010. 13

JEANS, J. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 82, p. 122, 1922. 6

JIMENEZ, R.; VERDE, L.; TREU, T.; STERN, D. Constraints on the equation of state of dark energy and the hubble constant from stellar ages and the cosmic microwave background. **The Astrophysical Journal**, v. 593, p. 622, 2003. 11

KAPTEYN, J. **Astrophysical Journal**, v. 55, p. 302, 1922. 6

KERNER, R. Cosmology without singularity and nonlinear gravitational lagrangians. **General Relativity and Gravitation**, v. 14, p. 453, 1982. 12

KLYPIN, A.; HOLTZMAN, J.; PRIMACK, J.; REGOS, E. Structure formation with cold plus hot dark matter. **The Astrophysical Journal**, v. 416, p. 1, 1993. 8

- LIMA, J. A.; CUNHA, J. V.; ALCANIZ, J. S. Constraining the dark energy with galaxy cluster x-ray data. **Physical Review D**, v. 68, n. 2, 2003. 11
- LIMA, J. A. S.; SILVA, F. E.; SANTOS, R. C. Accelerating cold dark matter cosmology. **Classical and Quantum Gravity**, v. 25, p. 205006, 2008. 11
- LIMA, J. A. S.; TRODDEN, M. Decaying vacuum energy and deflationary cosmology in open and closed universes. **Physical Review D**, v. 53, p. 4280, 1996. 11
- LINDER, E. V. Exploring the expansion history of the universe. **Physical Review Letters**, v. 90, n. 9, 2003. 11
- MIHOS, J. C.; MCGAUGH, S. S.; BLOCK, W. J. G. de. **Astrophysical Journal Letters**, v. 477, p. L79, 1997. 72
- OVERDUIM, J.; WESSON, P. Kaluza-klein gravity. **Physical Reports**, v. 283, p. 303, 1997. 76
- OVERDUIN, J. M.; COOPERSTOCK, J. I. Evolution of the scale factor with a variable cosmological term. **Physical Review D**, v. 58, n. 4, 1998. 11
- OZER, M.; TAHA, M. O. A possible solution to the main cosmological problems. **Physical Letters b**, v. 171, p. 363, 1986. 11
- PADMANABHAN, T. Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter. **Physical Review D**, v. 66, n. 2, 2002. 11
- PEEBLES, P. J. E.; RATRA, B. Cosmology with a time-variable cosmological “constant”. **Astrophysical Journal**, v. 325, p. L17, 1988. 11
- PERCIVAL, W. J. e. a. Baryon acoustic oscillations in the sloan digital sky survey data release 7 galaxy sample. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 401, p. 2148, 2010. 11
- PERKINS, D. **Particle Astrophysics**. New York: Oxford University Press, 2003. 9
- PERLMUTTER, G. e. a. Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. **The Astrophysical Journal**, v. 517, p. 565, 1999. 10, 11

- PIERCEY, V. I. Kaluza-klein gravity. **PHYS**, v. 569, 2008. 76
- POLLACK, G. L.; STUMP, D. R. **Eletromagnetism**. [S.l.]: Addison Wesley, 2002. 77
- PRATT, M. R. Dark matter detection with gravitational microlensing. **Physics: Astronomy and Astrophysics**, p. 6625, 1997. 9
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLIN, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical recipes in fortran.**: The art of scientific computing. [S.l.]: Cambridge: University Press, 1992. 60
- RATRA, B.; PEEBLES, P. J. E. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. **Physical Review D**, v. 37, p. 3406, 1988. 11
- RIESS, A. G. e. a. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **The Astronomical Journal**, v. 116, p. 1009, 1998. 10, 11
- RUBIN, V.; FORD, W. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. **Astrophysical Journal**, v. 159, p. 379, 1970. 6
- _____. Radial velocities and line strengths of emission lines across the nuclear disk of m31. **Astrophysical Journal**, v. 170, p. 25, 1971. 7
- RUBIN, V.; FORD, W.; D'ODORICO, S. Emission-line intensities and radial velocities in the interacting galaxies ngc 4038-4039. **Astrophysical Journal**, v. 160, p. 801, 1970. 7
- RUBIN, V.; FORD, W.; RUBIN, J. A curious distribution of radial velocities of sc i galaxies with $14.0 < m < 15.0$. **Astrophysical Journal**, v. 183, p. L111, 1973. 7
- SPRINGEL, V.; WHITE, S. D. M.; FRENK, C. S.; NAVARRO, J. F.; JENKINS, A.; VOGELSBURGERS, M.; WANG, J.; LUDLOW, A.; HELMI, A. Prospects for detecting supersymmetric dark matter in the galactic halo. **Nature**, v. 456, p. 73, 2008. 9
- STEIGMAN, G.; SANTOS, R. C.; LIMA, J. A. S.; SILVA. An accelerating cosmology without dark energy. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, n. 6, p. 33, 2009. 11

- TOOMRE, A. **The orbit of the large magellanic cloud**. London: Academic Press, 1970. 69
- TURNER, M. S.; WHITE, M. Cdm models with a smooth component. **Physical Review D**, v. 56, p. r4439, 1997. 11
- VENKATESAN, A.; OLINTO, A. V.; TRURAN, J. W. Neutron stars and black holes as machos. **The Astrophysical Journal**, v. 516, p. 863, 1999. 9
- VERDE, L. **arXiv: 0911.3105**, 2010. 60
- VOLLICK, D. N. $1/r$ curvature corrections as the source of the cosmological acceleration. **Physical Review D**, v. 68, n. 6, 2003. 12
- _____. Comment: On the viability of the palatini form of $1/r$ gravity. **Classical and Quantum Gravity**, v. 21, p. 3813, 2004. 12
- WALD, R. M. **General Relativity**. [S.l.]: The University of Chicago Press, 1984. 78
- WEILAND, J. e. a. Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Planets and celestial calibration sources. **The astrophysical journal**, 2010. 1
- WEINBERG, S. The cosmological constant problem. **Reviews of Modern Physics**, v. 61, p. 1, 1989. 10
- WESSON, P. **Space-Time-Matter: Modern kaluza-klein theory**. [S.l.]: World Scientific Publishing, 1999. 82
- WETTERICH, C. Cosmology and the fate of dilatation symmetry'. **Nuclear Physics B**, v. 302, p. 668, 1988. 11
- WHEELER, J. A. **Geometrodynamics**. New York: Academic Press, 1962. 78
- ZWICKY, F. Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln. **Helvetica Physica Acta**, v. 6, p. 110, 1933. 6

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o International Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.