



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## **ESTUDO DE TRANSFERÊNCIAS ORBITAIS UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO**

### **RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBIC/CNPq/INPE)**

Noemi dos Santos Araújo (ETEP Faculdades, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail – noemisaraujo@yahoo.com.br

Denilson Paulo Souza dos Santos (DMC/INPE, Orientador)  
E-mail – denilson@dem.inpe.br

Julho de 2011

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por tudo.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq) pelo apoio financeiro recebido por meio da bolsa de Iniciação Científica, junto ao programa PIBIC/INPE.

Ao orientador Dr. Denilson Paulo Souza dos Santos pela dedicação, apoio e interesse no processo de ensino.

Aos professores do INPE pelos conhecimentos compartilhados.

Aos familiares e amigos pelo incentivo e pela contribuição, direta ou indiretamente, para a conclusão deste trabalho.

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver o estudo para otimização de manobras de transferência, visando ao menor consumo de combustível, por meio da implementação de um algoritmo de resolução que utiliza algoritmos genéticos. Utilizou-se o *software* MATLAB para a modelagem e simulação do problema em questão. Em princípio, as transferências analisadas neste trabalho foram as do tipo *Hohmann* e do tipo *Bi-elíptica Tri-impulsiva*. Para análise do problema, considerou-se um campo de força central Newtoniano, modelagem dentro da dinâmica clássica de dois corpos, na qual o veículo espacial é suposto mover-se em torno de um corpo celeste considerado como um ponto de massa em órbitas keplerianas. Os corpos envolvidos não sofrem perturbações externas e, quanto à modelagem do atuador, considerou-se sistema propulsivo de empuxo infinito. Como resultado preliminar, obteve-se o código para o cálculo do mínimo incremento total de velocidade necessário para realizar as transferências orbitais analisadas. O código desenvolvido foi implementado utilizando-se os princípios dos algoritmos genéticos, encontrando valores condizentes com os reais, sendo que o procedimento computacional foi validado. Basicamente, o que um algoritmo genético faz é criar uma população de possíveis respostas para o problema a ser tratado para depois submetê-la ao processo de evolução, avaliando cada solução e associando uma probabilidade de reprodução, de tal forma que as maiores probabilidades são associadas aos indivíduos que representam uma melhor solução para o problema em questão. Como resultado deste trabalho, espera-se obter soluções melhoradas em comparação com resultados conhecidos.

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1 - Transferência do tipo Hohmann entre duas órbitas circulares e coplanares .....	4
Fig.2.2 - Transferência do tipo Hohmann entre uma órbita circular e uma órbita elíptica, coplanares e coaxiais .....	7
Fig.2.3 - Transferência do tipo Hohmann entre órbitas elípticas, coplanares e coaxiais ..	7
Fig. 2.4 - Transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva entre duas órbitas circulares e coplanares .....	9
Fig. 2.5 - Esquema de um Algoritmo Genético simples.....	13
Fig. 4.1 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Hohmann em $10^4$ avaliações .....	17
Fig. 4.2 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Hohmann em $10^4$ avaliações.....	18
Fig. 4.3 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Hohmann em $3 \times 10^4$ avaliações .....	19
Fig. 4.4 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Hohmann em $3 \times 10^4$ avaliações.....	19
Fig. 4.5 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Hohmann em $5 \times 10^4$ avaliações .....	20
Fig. 4.6 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Hohmann em $5 \times 10^4$ avaliações.....	21
Fig. 4.7 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em $10^4$ avaliações.....	22
Fig. 4.8 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em $10^4$ avaliações.....	22
Fig. 4.9 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em $3 \times 10^4$ avaliações.....	23
Fig. 4.10 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em $3 \times 10^4$ avaliações.....	24

Fig. 4.11 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $5 \times 10^4$  avaliações.....25

Fig. 4.12 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $5 \times 10^4$  avaliações.....25

## LISTA DE SÍMBOLOS

$c$  - velocidade de ejeção dos gases propelentes do motor

$m_0$  - massa inicial do veículo espacial

$m_f$  - massa final do veículo espacial

$O_1$  - órbita elíptica de transferência 1

$O_2$  - órbita elíptica de transferência 2

$r_0$  - raio da órbita inicial

$r_1$  - apoapsis da órbita de transferência  $O_1$

$r_a$  - raio do apogeu

$r_f$  - raio da órbita final

$r_p$  - raio do perigeu

$T_0$  - período da órbita inicial

$T$  - período da órbita

$t$  - órbita elíptica de transferência

$V_0$  - velocidade do veículo na órbita inicial

$\Delta V$  - impulso total de velocidade

$\Delta V_0$  - impulso inicial de velocidade

$\Delta V_1$  - impulso de velocidade aplicado no apoapsis da órbita elíptica de transferência

$\Delta V_f$  - impulso final de velocidade

$\mu$  - constante geo-gravitacional

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	OBJETIVOS .....	2
1.2	MOTIVAÇÃO .....	2
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	3
2.1	MANOBRAS ORBITAIS .....	3
2.1.1	TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN .....	4
2.1.2	TRANSFERÊNCIA BI-ELÍPTICA TRI-IMPULSIVA.....	8
2.2	ALGORÍTIMOS GENÉTICOS .....	11
2.2.1	BREVE HISTÓRICO .....	11
2.2.2	FUNCIONAMENTO DOS ALGORÍTIMOS GENÉTICOS .....	11
2.2.3	CARACTERÍSTICAS E APLICAÇÕES .....	13
3	MÉTODO.....	16
4	RESULTADOS .....	17
5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	26
6	CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA PROSSEGUIMENTO DESTE TRABALHO.....	27
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	28

# 1 INTRODUÇÃO

Este projeto de pesquisa teve início com um levantamento bibliográfico dos principais tópicos de mecânica celeste aplicados aos problemas envolvendo manobras de veículos espaciais. Iniciou-se o estudo por meio da compreensão das três Leis de Newton, além da Lei da Gravitação Universal, teorias estas que explicam as mais significativas propriedades do movimento planetário e de satélites artificiais. Foram estudadas também as propriedades e a equação da elipse, além das três Leis de Kepler.

Em seguida, estudou-se a solução para o problema de dois corpos. O problema consiste em determinar a trajetória de um ponto material sujeito à ação de um campo de força central. Para obter a solução do movimento orbital plano, calculou-se a integral da área e a integral da energia (integrais primeiras do movimento orbital), com as quais é possível encontrar o valor da energia para órbitas elípticas e a equação da “vis-viva”, equação esta que permite o cálculo imediato da velocidade orbital.

Estudou-se também o movimento elíptico para determinar o posicionamento de um satélite por meio de seus elementos keplerianos, elementos estes que determinam a forma, a dimensão e o posicionamento da órbita do veículo espacial.

Todos os conceitos citados anteriormente foram estudados por meio da leitura da apostila “Introdução à Mecânica Orbital” (Carrara, 2008). Para melhor compreensão dos assuntos abordados, estudou-se também os capítulos 1, 3 e 11 de (Prado, 2001) e os capítulos de 1 a 5 de (Chobotov, 1996).

Os principais conceitos relacionados aos algoritmos genéticos também foram estudados, permitindo o desenvolvimento do código para o cálculo do mínimo incremento de velocidade necessário para realizar tanto as transferências do tipo Hohmann quanto as transferências do tipo Bi-elípticas e Tri-impulsivas, sendo que esses dois tipos de transferências também foram analisados. Os resultados preliminares obtidos serão apresentados neste relatório.



## **1.1 OBJETIVOS**

O presente trabalho propõe o estudo para a otimização de manobras de transferência, visando ao menor consumo de combustível, por meio do desenvolvimento e implementação de um algoritmo de resolução que utiliza algoritmos genéticos.

As transferências analisadas neste trabalho serão do tipo Hohmann e do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva. Nenhuma perturbação será considerada e, para a dinâmica do problema, será analisada a modelagem clássica do problema de dois corpos com órbitas keplerianas.

Como ferramenta de otimização, será estudado a aplicação dos algoritmos genéticos. Algoritmo genético (AG) consiste em uma técnica de busca heurística fundamentada em conceitos da biologia evolutiva, tais como hereditariedade, mutação, recombinação e seleção natural. Algoritmos genéticos são muito eficientes para busca de soluções ótimas, ou aproximadamente ótimas em uma grande variedade de problemas, pois não impõem muitas das limitações encontradas nos métodos de busca tradicionais. Espera-se, com isso, otimizar os parâmetros do problema em questão e encontrar soluções melhoradas.

## **1.2 MOTIVAÇÃO**

O estudo e a exploração de ambientes espaciais são prioridades para os países que querem dominar e aprimorar tecnologias espaciais. Nas atividades espaciais, é de extrema importância a realização de manobras orbitais na medida em que, por vezes, necessita-se transferir o satélite de uma órbita para outra ou executar correções nos parâmetros orbitais do veículo espacial, dependendo dos objetivos da missão. Contudo, é importante levar em consideração os gastos com combustível, fato este que incentiva a busca por soluções que minimizem esses custos.

Com esta motivação, o presente trabalho está concentrado no estudo dessas trajetórias, e na otimização das mesmas, objetivando encontrar soluções que possibilitem o menor consumo de combustível.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 MANOBRAS ORBITAIS

A realização de transferências orbitais por meio de sistemas propulsivos em um campo de força central Newtoniano consiste em um problema de fundamental importância em astronáutica, tendo sido tema de diversos estudos. A transferência torna-se necessária quando ocorrem desvios nos parâmetros orbitais do satélite, fazendo com que ele se encontre em uma órbita diferente da nominal, podendo ainda estar prevista na própria missão (Kuga e Rao, 2001).

Realizar uma manobra orbital significa transferir o satélite de um ponto para outro no espaço entre órbitas diferentes, alterando seu estado inicial (posição, velocidade e massa) de  $r_0$ ,  $v_0$  e  $m_0$  no instante  $t_0$ , para  $r_f$ ,  $v_f$  e  $m_f$  no instante  $t_f$  ( $t_f > t_0$ ). Conceitualmente, o menor gasto de combustível ocorre quando  $(m_0 - m_f)$  é mínimo (Prado, 2011).

As aplicações para o problema de transferência orbital são muito variadas. De acordo com Prado (2011) quanto ao tipo de manobra envolvida, existem duas categorias principais:

- a) Transferências de órbita: manobras de grande amplitude. Têm por objetivo alterar significativamente a órbita do satélite. Como exemplo temos a transferência de um veículo espacial de uma órbita baixa para uma órbita mais alta (como a geoestacionária).
- b) Correções de órbita: manobras de pequena amplitude. Destinam-se a manter o satélite em determinada órbita, compensando efeitos perturbadores que tendem a alterar a órbita nominal do veículo espacial.

O problema da transferência ótima de um veículo espacial entre dois pontos teve em R. H. Goddard (1919) um de seus primeiros estudiosos. No seu trabalho foram propostas soluções ótimas aproximadas para o problema de enviar um foguete a grandes altitudes. A seguir veio o trabalho de Hohmann (1925), que obteve solução ótima para o problema de transferir um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares com tempo

livre em um campo de força central Newtoniano (Santos, 2005). Os principais passos envolvendo esse tipo de transferência serão explicados resumidamente a seguir.

### 2.1.1 TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN

A manobra do tipo Hohmann consiste em transferir um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares de mesmo sentido, com tempo livre, em um campo de força central, por meio de uma órbita de transferência elíptica bi-impulsiva (Santos, 2005). Para realizar esta manobra, o raio da órbita inicial e o raio da órbita final devem corresponder, respectivamente, ao periapsis e ao apoapsis da órbita elíptica de transferência, como apresentado na Figura 2.1.

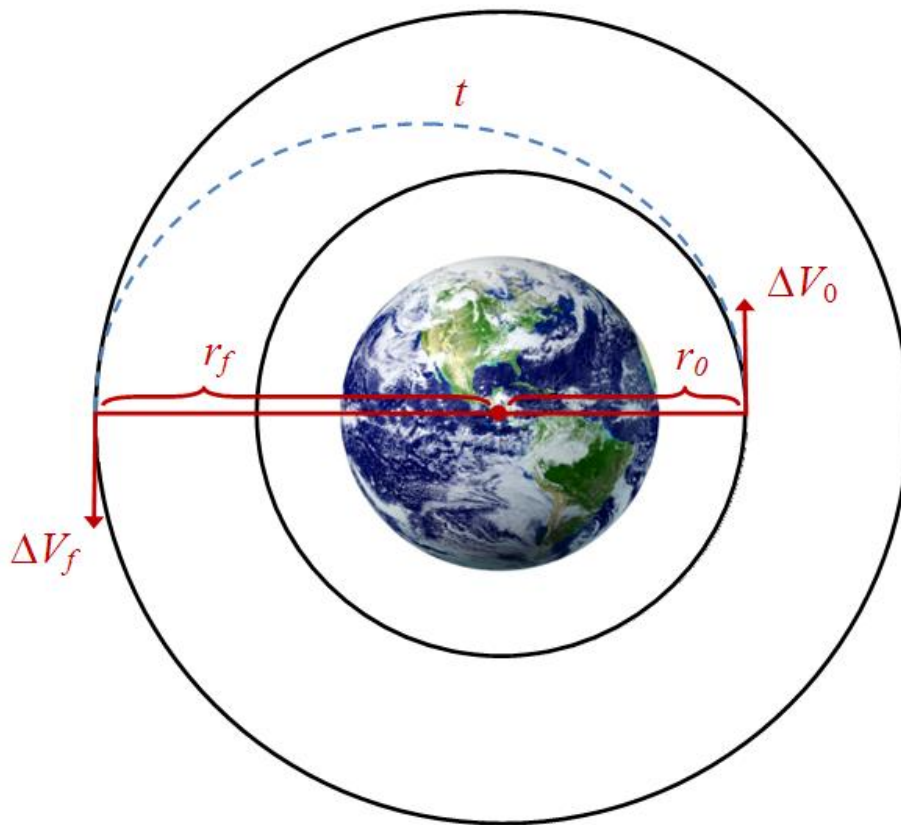


Fig. 2.1 - Transferência do tipo Hohmann entre duas órbitas circulares e coplanares.

Dois incrementos de velocidade são necessários para obter a transferência: é aplicado o primeiro impulso na direção do movimento. Após este impulso o veículo entra em uma órbita de transferência elíptica com periapsis  $r_0$  e apoapsis  $r_f$ . Em seguida, o segundo

impulso é aplicado, quando o veículo está no apoapsis. Este impulso transfere o veículo da órbita elíptica de transferência  $t$  para a órbita final.

O primeiro impulso, aplicado na órbita inicial, tem magnitude dada por (Chobotov, 1996):

$$\Delta V_0 = V_0 \left| \frac{2 \left( \frac{r_f}{r_0} \right) - 1}{\sqrt{\left( \frac{r_f}{r_0} \right) + 1}} \right| \quad (2.1)$$

Na qual:

$r_0$  = raio da órbita inicial

$r_f$  = raio da órbita final

$V_0$  = velocidade do veículo na órbita inicial

Quando o veículo espacial atinge o apoapsis da órbita de transferência, aplica-se o segundo e último impulso, também na direção do movimento, com magnitude dada por (Chobotov, 1996):

$$\Delta V_f = V_0 \left| 1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{\left( \frac{r_f}{r_0} \right) + 1}}}{\sqrt{\left( \frac{r_0}{r_f} \right)}} \right| \quad (2.2)$$

Esse impulso circulariza a órbita no raio final desejado. O tempo de transferência corresponde à metade do período orbital da órbita  $t$ , isto é:

$$T = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{1 + \frac{r_f}{r_0}}{2} \right)^3} T_0 \quad (2.3)$$

Na qual:

$T_0$  = período da órbita inicial

O incremento total de velocidade necessário para realizar a transferência é dado por:

$$\Delta V = \Delta V_0 + \Delta V_f \quad (2.4)$$

O consumo de combustível dessa manobra é dado por (Zanardi, 1990):

$$m = m_0 - m_f \quad (2.5)$$

$$m_f = m_0 e^{-\frac{\Delta V}{c}} \quad (2.6)$$

Sendo:

$m_0$  = massa inicial do veículo espacial

$m_f$  = massa final do veículo espacial

$\Delta V$  = incremento total de velocidade

$c$  = velocidade de ejeção dos gases propelentes do motor

Após o trabalho fundamental de Hohmann surgiram várias generalizações para outros casos de transferências coplanares, por exemplo:

- a) Transferência entre uma órbita circular de raio  $r_0$  e uma órbita elíptica externa com periapsis  $r_p$  e apoapsis  $r_a$  ( $r_0 < r_p$ ), ou de órbitas que se interceptam ( $r_p < r_0 < r_a$ ). A solução de menor consumo é a que utiliza do apoapsis da órbita elíptica (Gobet e Doll, 1969 e Marchal, 1965). O primeiro impulso é aplicado na órbita circular e eleva o veículo a uma órbita elíptica de periapsis  $r_0$  e apoapsis  $r_a$ , coincidente com o apoapsis da órbita final desejada, nesse ponto aplica-se o segundo impulso, que aumenta o periapsis para  $r_p$  e completa a transferência, como ilustrado na Figura 2.2 (Santos, 2005).
- b) Transferência entre uma órbita elíptica interna à órbita circular ( $r_0 > r_a$ ). É recomendável utilizar a manobra que passa pelo periapsis da órbita elíptica. A regra geral para transferências bi-impulsivas do tipo Hohmann entre órbitas coplanares é que se use a manobra que passa pelo ponto mais distante do corpo central (Santos, 2005).

c) Para transferências entre duas órbitas elípticas co-axiais existem dois casos: órbitas alinhadas (periapsis do mesmo lado) e órbitas opostas (periapsis em lados opostos). Em ambos os casos a solução de menor consumo é a solução do tipo de Hohmann, com impulsos aplicados nos apsides (Santos, 2005), como apresentado na Figura 2.3.

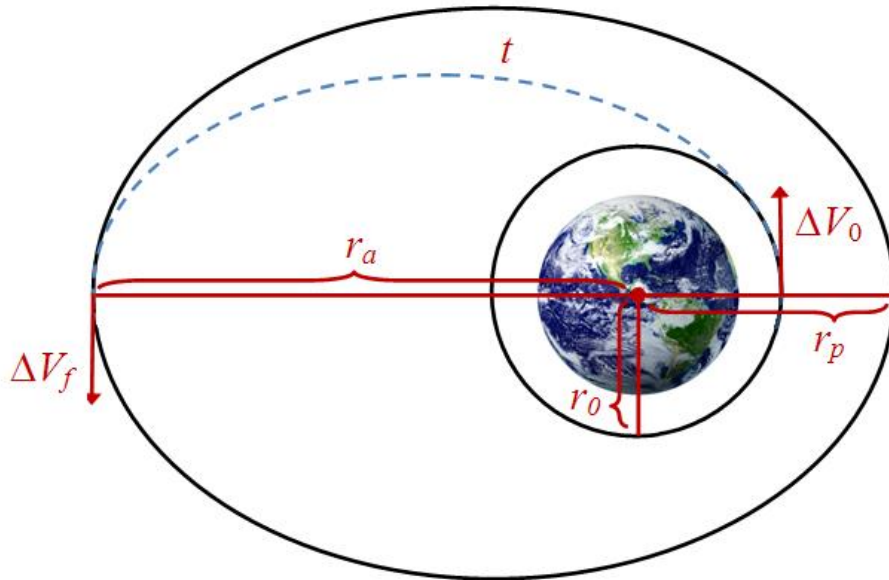


Fig.2.2 - Transferência do tipo Hohmann entre uma órbita circular e uma órbita elíptica, coplanares e coaxiais.

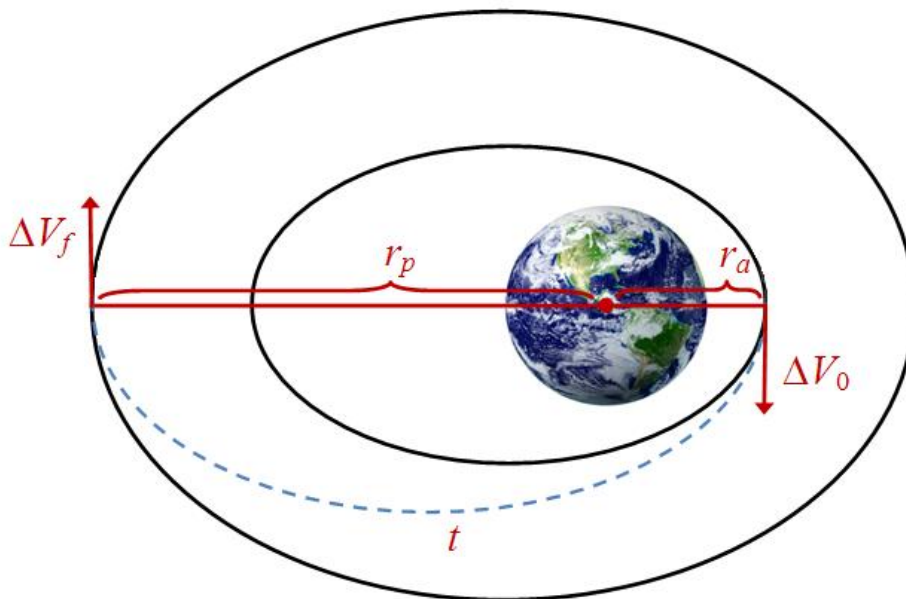


Fig.2.3 - Transferência do tipo Hohmann entre órbitas elípticas, coplanares e coaxiais.

É possível realizar a transferência de Hohmann de uma órbita baixa para uma órbita alta ou de uma órbita alta para uma órbita baixa.

Esta solução é utilizada até hoje sob certas circunstâncias e até meados de 1959 foi considerada como solução final do problema. Hoelker e Silber (1959) mostraram que a solução proposta por Hohmann é ótima somente quando a razão entre o raio final e o raio inicial é menor que 11,94. Nos outros casos, Hohmann deixa de ser ótima e a transferência bi-elíptica tri-impulsiva passa a ser mais econômica (Santos, 2005).

### **2.1.2 TRANSFERÊNCIA BI-ELÍPTICA TRI-IMPULSIVA**

Para realizar a transferência do tipo bi-elíptica tri-impulsiva, são necessários três incrementos de velocidade, como descrito a seguir (Santos, 2005):

- a) O primeiro impulso  $\Delta V_0$  é aplicado na órbita inicial, na direção do movimento, para colocar o veículo espacial em uma órbita elíptica  $O_1$  com periapsis  $r_0$  e apoapsis  $r_1$ . É preciso que  $r_1 > r_0$ , caso contrário a transferência de Hohmann seria mais eficiente.
- b) Quando o veículo atinge o apoapsis, aplica-se o segundo impulso  $\Delta V_1$ , também na direção do movimento, para aumentar a altura do periapsis para  $r_f$  e colocar o veículo em uma órbita elíptica  $O_2$  com apoapsis  $r_1$  e periapsis  $r_f$ .
- c) Enfim, aplica-se o terceiro impulso  $\Delta V_f$ , em direção contrária ao movimento, quando o veículo espacial está no periapsis, fazendo com que o veículo entre em uma órbita circular de raio  $r_f$ . A Figura 2.4 ilustra essa transferência.

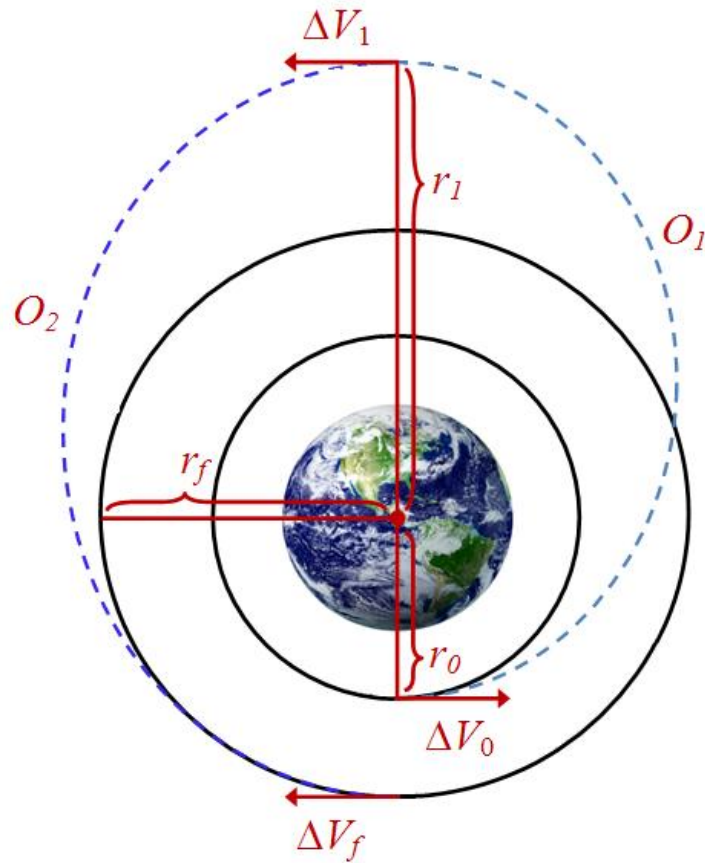


Fig. 2.4 - Transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva entre duas órbitas circulares e coplanares.

Os impulsos  $\Delta V_0$ ,  $\Delta V_1$ ,  $\Delta V_f$  e o tempo  $\Delta t$  gasto na transferência são dados pelas seguintes equações (Rocco, 1999):

$$\Delta V_0 = \varepsilon_0 \left( \sqrt{\frac{2r_1}{1+r_1}} - 1 \right) \quad (2.7)$$

$$\Delta V_1 = \left( \sqrt{\frac{2r_f}{r_f(r_f+r_1)}} - \sqrt{\frac{2}{r_1(1+r_1)}} \right) \quad (2.8)$$

$$\Delta V_f = \varepsilon_f \left( \sqrt{\frac{2r_f}{r_f(r_f+r_1)}} - \sqrt{r_f} \right) \quad (2.9)$$



$$\Delta t = \frac{\pi}{2\sqrt{2\mu}} \left( \sqrt{(r_0 + r_1)^3} + \sqrt{(r_1 + r_f)^3} \right) \quad (2.10)$$

Sendo:

$r_0$  = raio da órbita circular inicial

$r_1$  = apoapsis da órbita de transferência  $O_1$

$r_f$  = raio da órbita circular final

$\varepsilon_0 = \text{sinal}(r_1 - r_0)$

$\varepsilon_f = \text{sinal}(r_1 - r_f)$

$\mu$  = constante geo-gravitacional

O incremento total de velocidade necessário para realizar a transferência bi-elíptica corresponde a:

$$\Delta V = \Delta V_0 + \Delta V_1 + \Delta V_f \quad (2.11)$$

O impulso total gasto nessa transferência diminui quando  $r_1$  aumenta. O mínimo ocorre quando  $r_1 \rightarrow \infty$ , sendo conhecida como transferência bi-parabólica, caracterizada pelo fato das duas órbitas de transferência passarem a ser parábolas (Santos, 2005). Sabe-se que para  $r_f / r_0 > 15,58$  a transferência bi-elíptica é sempre superior ( $\forall r_1 > r_f$ ) a de Hohmann e dentro da faixa  $11,94 < r_f / r_0 < 15,58$  existe um valor mínimo limite de  $r_1$  que a transferência bi-elíptica deve utilizar para ser mais eficiente do que a de Hohmann (Prado, 1989).

Gobet e Doll (1969) mostraram transferências derivadas da bi-elíptica para os casos de transferências entre uma órbita circular e uma elíptica e entre órbitas elípticas co-axiais. Para uma manobra de transferência ótima entre duas órbitas coplanares existem duas possibilidades, no que se refere ao consumo mínimo de combustível: a do tipo Hohmann bi-impulsiva ou a tri-impulsiva passando pelo infinito, sendo que o acréscimo de mais impulsos finitos não consegue otimizar o consumo de combustível (Ting, 1960).

## **2.2 ALGORÍTIMOS GENÉTICOS**

Os algoritmos genéticos (AGs) utilizam conceitos provenientes dos princípios de seleção natural e da evolução das espécies para abordar uma série ampla de problemas, em especial de otimização. Os problemas são resolvidos através de um processo evolutivo que resulta na melhor (mais adequada) solução, ou seja, a solução é desenvolvida. Robustos, genéricos e facilmente adaptáveis, consistem de uma técnica amplamente estudada e utilizada em diversas áreas (Lucas, 2002).

### **2.2.1 BREVE HISTÓRICO**

De acordo com Lucas (2002), poucas idéias causaram uma repercussão semelhante ao conceito de seleção natural, proposto por Charles Darwin e apresentado na obra “*A Origem das Espécies*”, publicada em 1859. Opondo-se à corrente de pensamento da época (o criacionismo) em favor da idéia de evolução das espécies, o darwinismo se firmou, após várias adaptações, como uma das mais importantes teorias científicas da modernidade.

Inspirado na maneira como o darwinismo explica o processo de evolução das espécies, John Holland desenvolveu os algoritmos genéticos. Holland acreditava que a incorporação das características naturais de evolução em um computador poderia produzir uma técnica para solucionar problemas da mesma maneira como funcionam na natureza os processos de seleção e adaptação, o que resultou no livro “*Adaption in Natural and Artificial Systems*”, publicado em 1975 (Linden, 2003).

### **2.2.2 FUNCIONAMENTO DOS ALGORÍTIMOS GENÉTICOS**

O funcionamento do algoritmo genético pode ser decomposto nas etapas de inicialização, avaliação, seleção, cruzamento, mutação, atualização e finalização, descritas a seguir (Lucas, 2002):

- a) Inicialização: inicializa uma população de indivíduos (possíveis soluções) aleatoriamente.

- b) Avaliação: avalia a aptidão das soluções (indivíduos da população). É feita uma análise para que se estabeleça quão bem as soluções encontradas respondem ao problema proposto.
- c) Seleção: indivíduos são selecionados para a reprodução. A probabilidade de uma dada solução ser selecionada é proporcional à sua aptidão.
- d) Cruzamento: características das soluções escolhidas são recombinadas, gerando novos indivíduos.
- e) Mutação: características dos indivíduos resultantes do processo de reprodução são alteradas, acrescentando assim variedade à população.
- f) Atualização: os indivíduos criados nesta geração são inseridos na população.
- g) Finalização: verifica se os critérios de parada foram atingidos, retornando para a etapa de avaliação em caso negativo ou encerrando a execução em caso positivo.

De acordo com Linden (2003), a implementação de um algoritmo genético inicia-se com uma população aleatória de cromossomos (ou indivíduos), que correspondem a um ponto no espaço de soluções do problema em questão. O processo de solução adotado nos algoritmos genéticos consiste em gerar um grande número de indivíduos (população) de forma a promover uma varredura tão extensa quanto necessária do espaço de soluções.

Essas estruturas são avaliadas e associadas a uma probabilidade de reprodução de tal forma que as maiores probabilidades são associadas aos cromossomos que representam uma melhor solução para o problema de otimização do que àqueles que representam uma solução pior. A aptidão da solução é tipicamente definida com relação à população corrente e é calculada por meio da função objetivo do problema. (Linden, 2003).

Cada iteração do algoritmo genético corresponde à aplicação de um conjunto de quatro operações básicas: cálculo de aptidão, seleção, cruzamento e mutação. Ao fim destas operações cria-se uma nova população, chamada de geração que, espera-se, representa uma melhor aproximação da solução do problema de otimização que a população anterior (Lucas, 2002).

Como critérios de parada do algoritmo em geral são usados a aptidão do melhor indivíduo em conjunto com a limitação do número de gerações. Outros critérios podem envolver, por exemplo, um erro abaixo de um valor especificado para um determinado parâmetro do problema (Linden, 2003).

O esquema de um AG simples é apresentado na Figura 2.5.



Fig. 2.5 - Esquema de um Algoritmo Genético simples.

### 2.2.3 CARACTERÍSTICAS E APLICAÇÕES

Devido à maneira particular como os AGs operam, neles se destacam as seguintes características (Linden, 2003):

- a) Generalidade: vários de seus componentes são invariáveis de um problema para outro. Isto favorece sua implementação em uma linguagem orientada a objeto, permitindo o reaproveitamento do código para solução de vários problemas diferentes.
- b) Busca estocástica (probabilística): seus resultados raramente são perfeitamente reprodutíveis. AGs são heurísticas que não asseguram a obtenção do melhor

resultado possível em todas as suas execuções. No entanto, a busca não se dá de forma completamente aleatória. As probabilidades de aplicação dos operadores genéticos fazem com que estes operem de forma previsível estatisticamente, apesar de não permitirem que se determine com exatidão absoluta o comportamento do sistema;

- c) Busca codificada: os AGs não trabalham sobre o domínio do problema, mas sim sobre representações de seus elementos.
- d) Simplicidade: necessitam somente de informações locais ao ponto. Não necessitam de derivadas ou qualquer outra informação adicional.
- e) Global: AGs não são métodos de "hill climbing", logo eles não ficarão estagnados simplesmente pelo fato de terem encontrado um máximo local.
- f) Não totalmente aleatórios: AGs diferenciam-se de esquemas aleatórios por serem uma busca que utiliza informações pertinentes ao problema e não trabalham com caminhadas aleatórias (random walks) pelo espaço de soluções.
- g) Não afetada por descontinuidades na função ou em suas derivadas: são extremamente aplicáveis a problemas do mundo real que, em geral, incluem descontinuidades duras e funções extremamente complexas.
- h) Trabalham com um grande espaço de projeto: um AG diferencia-se dos esquemas enumerativos pelo fato de não procurar em todos os pontos possíveis, mas sim em um subconjunto destes pontos, permitindo atacar problemas de busca com espaços de busca intratavelmente grandes.
- i) Capaz de lidar com funções discretas e contínuas;
- j) Capaz de lidar com múltiplos objetivos;

As características particulares dos AGs permitem sua aplicação em muitas áreas científicas e, segundo Miranda, podem ser destacadas:

- a) Síntese de circuitos analógicos: para uma certa entrada e uma saída desejada, por exemplo tensão, o AG gera a topologia , o tipo e o valor dos componentes do circuito.
- b) Síntese de protocolos: determinação de quais funções do protocolo devem ser implementadas em hardware e quais devem ser implementadas em software para que um certo desempenho seja alcançado.
- c) Programação Genética: gera a listagem de um programa, numa determinada linguagem especificada, para que um determinado conjunto de dados de entrada forneça uma saída desejada.
- d) Computação Evolutiva: gera programas que se adaptam a mudanças no sistema ao longo do tempo.
- e) Otimização evolutiva: Otimização de funções numéricas descontínuas, multimodais e ruidosas.
- f) Problemas de otimização complexos: problemas com muitas variáveis e espaços de soluções de dimensões elevadas.
- g) Aprendizado de máquina (machine learning): classificadores.
- h) Controle de processos: geração de regras de controle.
- i) Ciências biológicas: modela processos biológicos para o entendimento do comportamento de estruturas genéticas.

### 3 MÉTODO

Neste trabalho, consideraram-se apenas órbitas elípticas e circulares para o satélite artificial. Utilizaram-se órbitas concêntricas, sendo que o centro de atração é sempre a Terra. O problema foi modelado dentro da dinâmica de dois corpos, na qual é assumido que os corpos envolvidos sejam pontos de massa e não sofram perturbações externas ao sistema. Todas as fases sem propulsão são assumidas como órbitas keplerianas. Considerou-se atuadores dotados de sistema propulsivo de empuxo infinito, simplificando o problema mas mantendo uma precisão razoável.

Os algoritmos desenvolvidos estão na forma de *scripts* do MATLAB. Considerou-se uma população de 100 indivíduos, probabilidade de *crossover* (ou recombinação) de 70% e probabilidade de mutação correspondente a 0,5%. Utilizou-se codificação binária, sendo que cada solução do espaço de projeto corresponde a uma série de 16 bits.

Como função objetivo utilizou-se a equação (2.4), a qual fornece o valor do incremento total de velocidade necessário para realizar as transferências do tipo Hohmann. A função objetivo é construída a partir dos parâmetros envolvidos no problema, permitindo o cálculo da aptidão bruta de cada indivíduo, valor este que será utilizado no cálculo de sua probabilidade de ser selecionado para participar do processo reprodutivo nas próximas gerações. Para as transferências do tipo Bi-elíptica e Tri-Impulsiva, utilizou-se a equação (2.11).

Buscou-se minimizar o valor de  $\Delta V$  tanto em (2.4) quanto em (2.11), reduzindo assim o consumo de combustível necessário para a realização das manobras de transferência.

No algoritmo desenvolvido, utilizou-se o método de seleção por roleta, no qual os pais são selecionados de acordo com o seu grau de adequação. Quanto maior a aptidão (ou *fitness*), maior a probabilidade de o indivíduo ser selecionado. A avaliação de cada indivíduo é independente, mas a qualidade do seu grau de adaptação ao ambiente vai depender dos demais indivíduos da população. Os resultados serão apresentados de acordo com o número de avaliações da função objetivo durante as cinco gerações avaliadas.

## 4 RESULTADOS

Para as transferências do tipo Hohmann, foram obtidos resultados apresentados nas Figuras de 4.1 a 4.6:

a) 10000 avaliações da Função Objetivo.

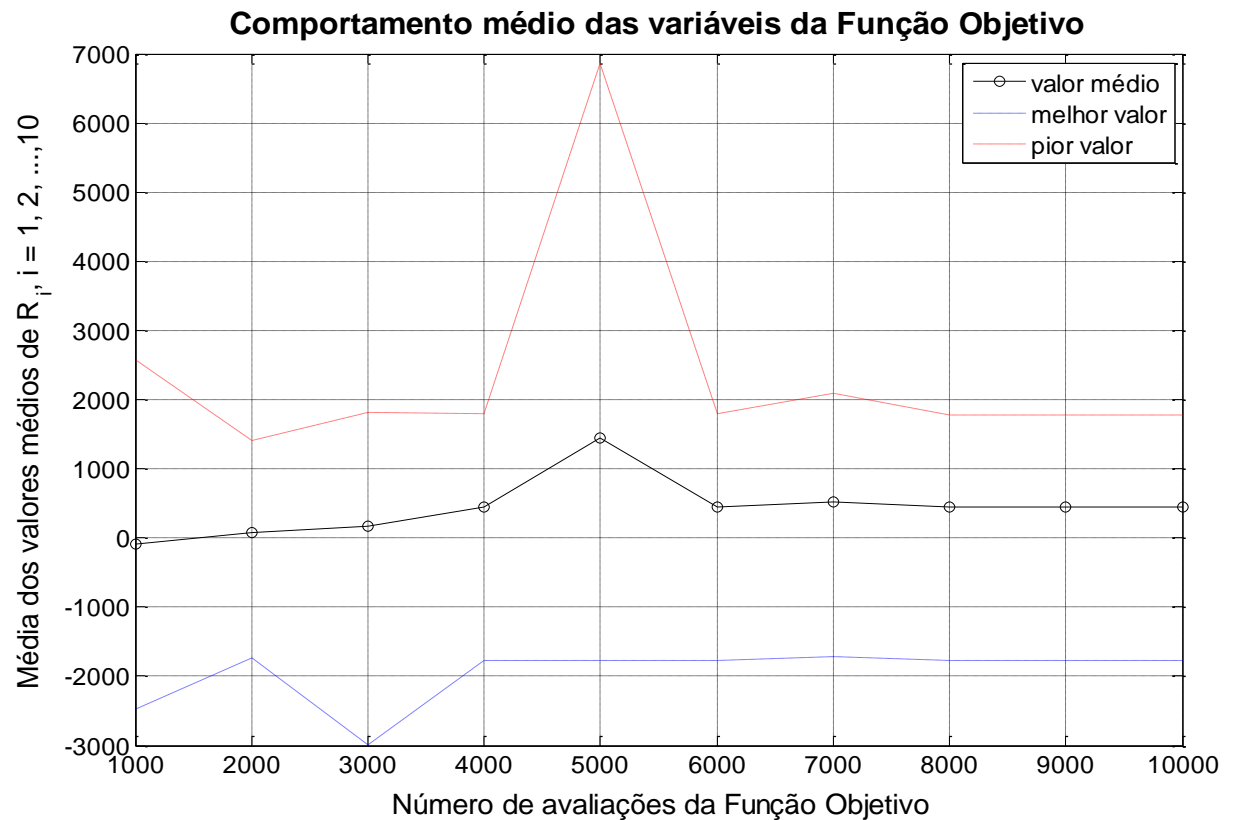


Fig. 4.1 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Hohmann em  $10^4$  avaliações.



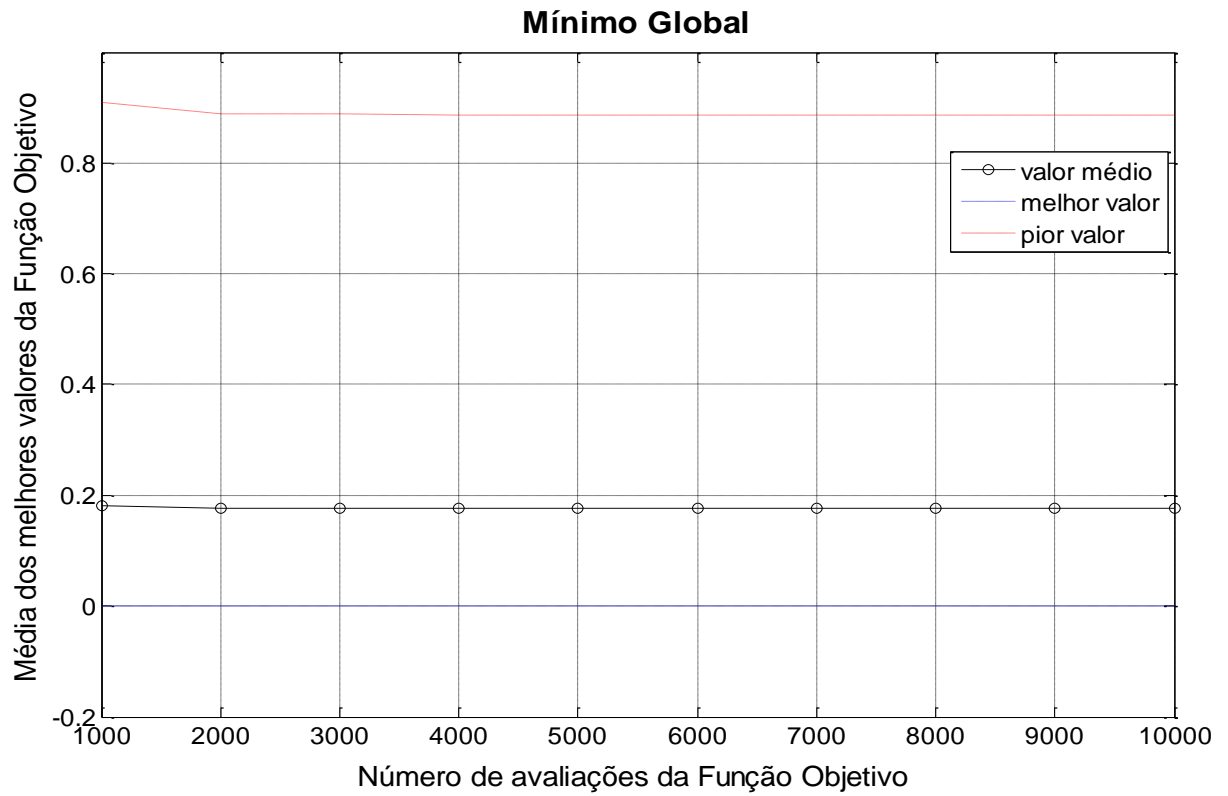


Fig. 4.2 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Hohmann em  $10^4$  avaliações.

b) 30000 avaliações da Função Objetivo.

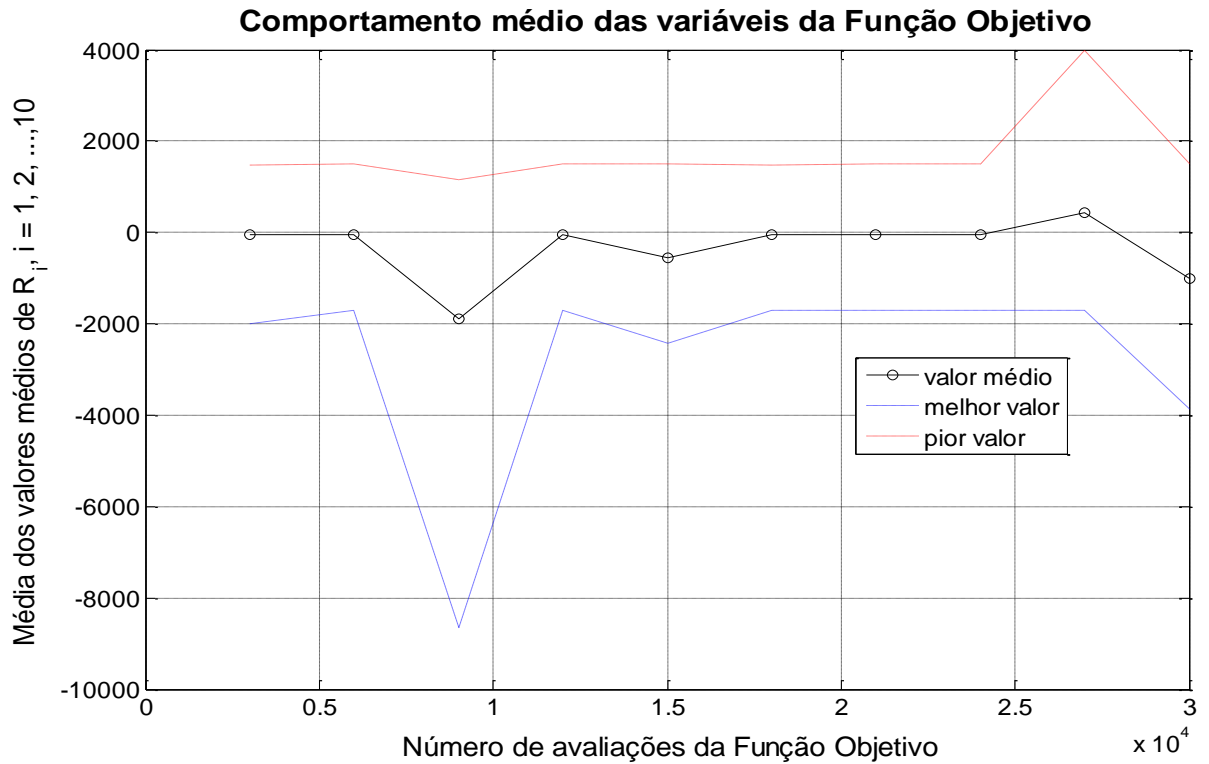


Fig. 4.3 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Hohmann em  $3 \times 10^4$  avaliações.

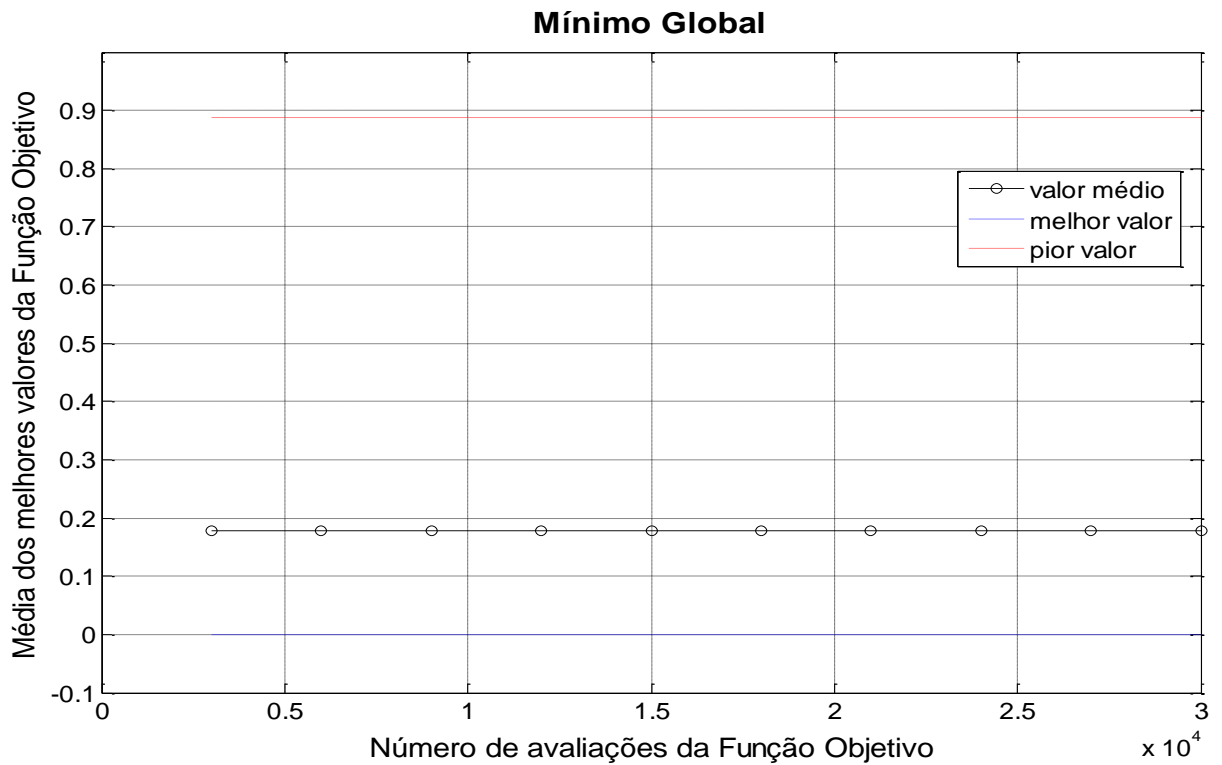


Fig. 4.4 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Hohmann em  $3 \times 10^4$  avaliações.

c) 50000 avaliações da Função Objetivo.

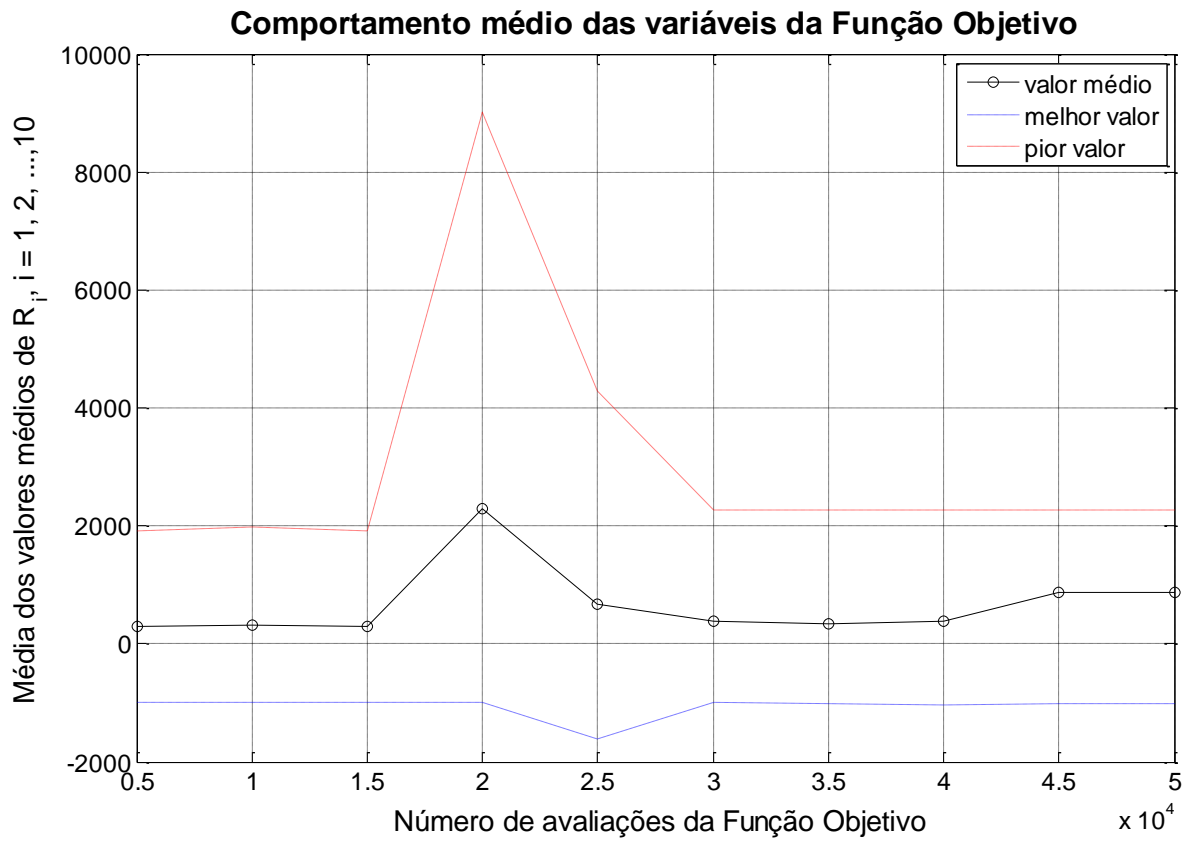


Fig. 4.5 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Hohmann em  $5 \times 10^4$  avaliações.

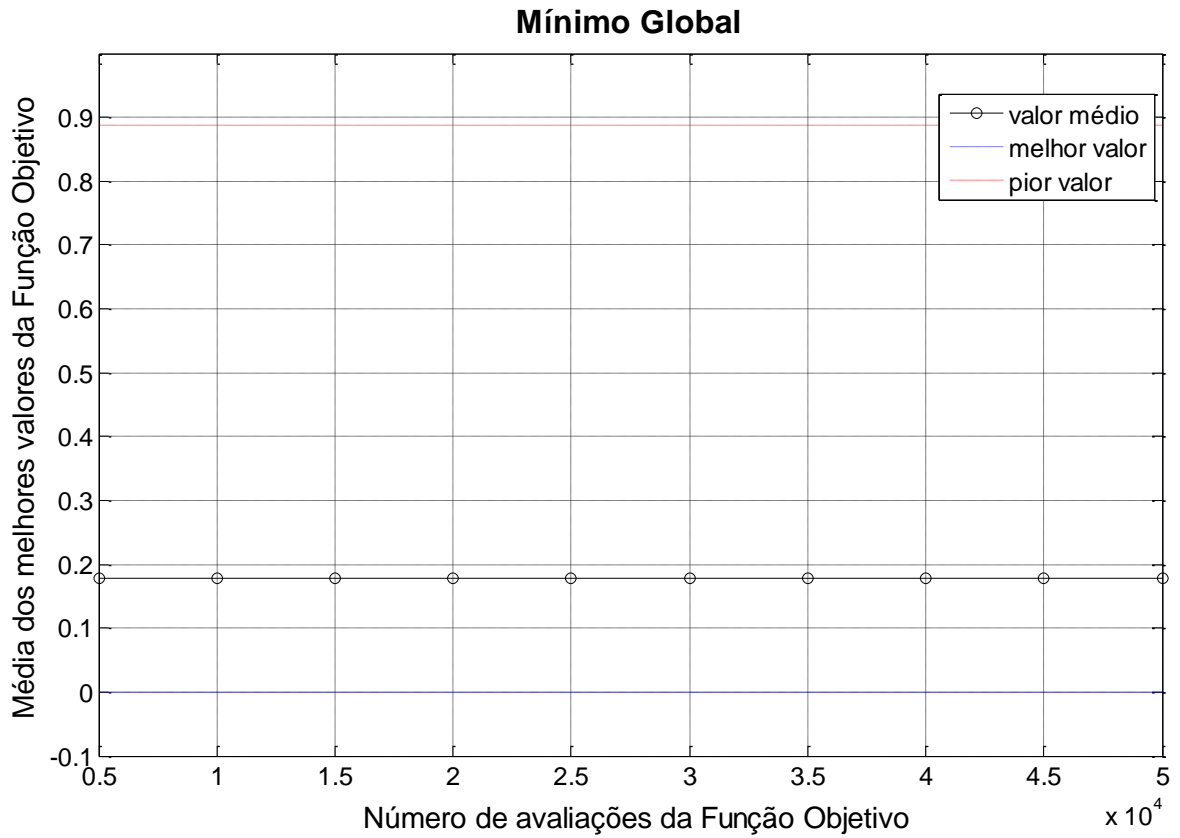


Fig. 4.6 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Hohmann em  $5 \times 10^4$  avaliações.

Para as transferências do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva, foram obtidos os resultados apresentados nas Figuras de 4.7 a 4.12:

- a) 10000 avaliações da Função Objetivo.

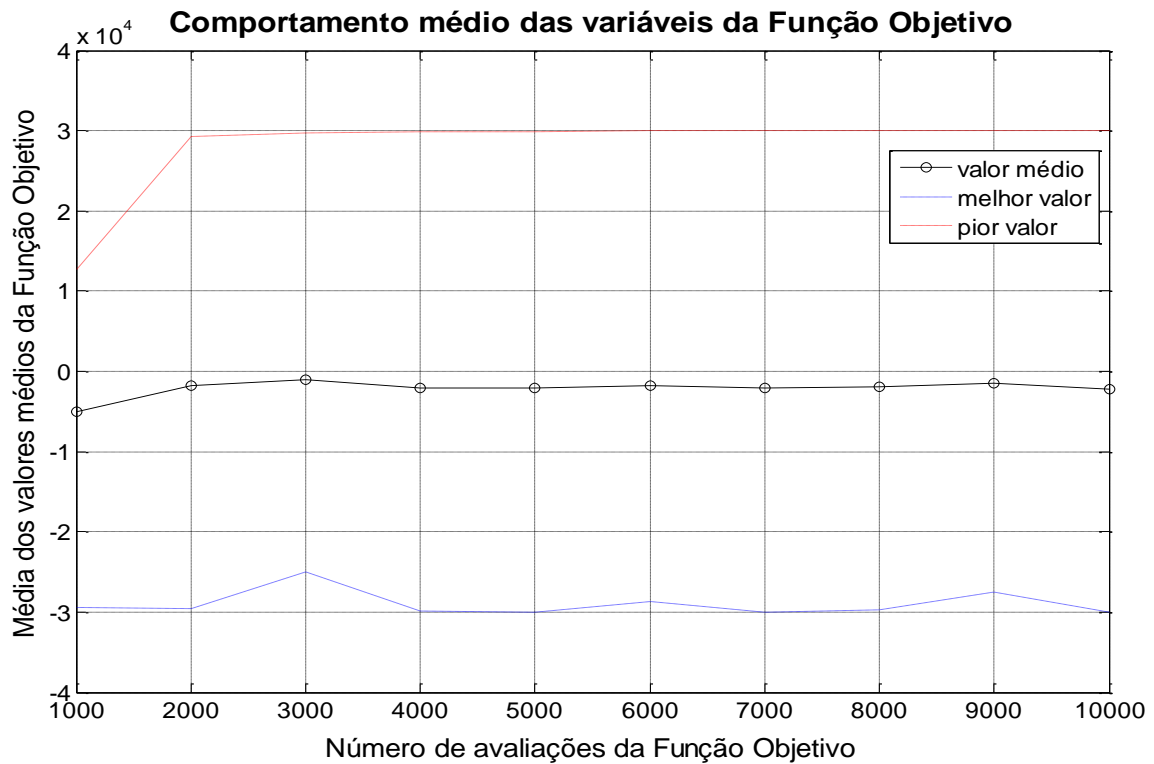


Fig. 4.7 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $10^4$  avaliações.

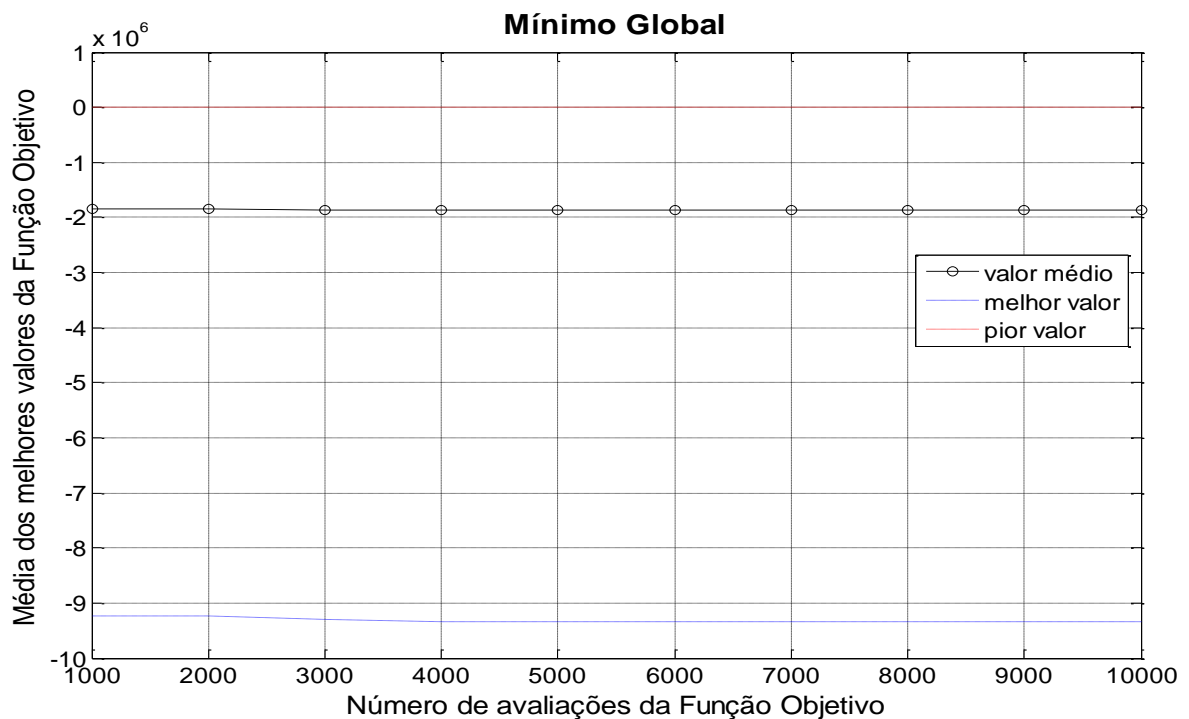


Fig. 4.8 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $10^4$  avaliações.

b) 30000 avaliações da Função Objetivo.

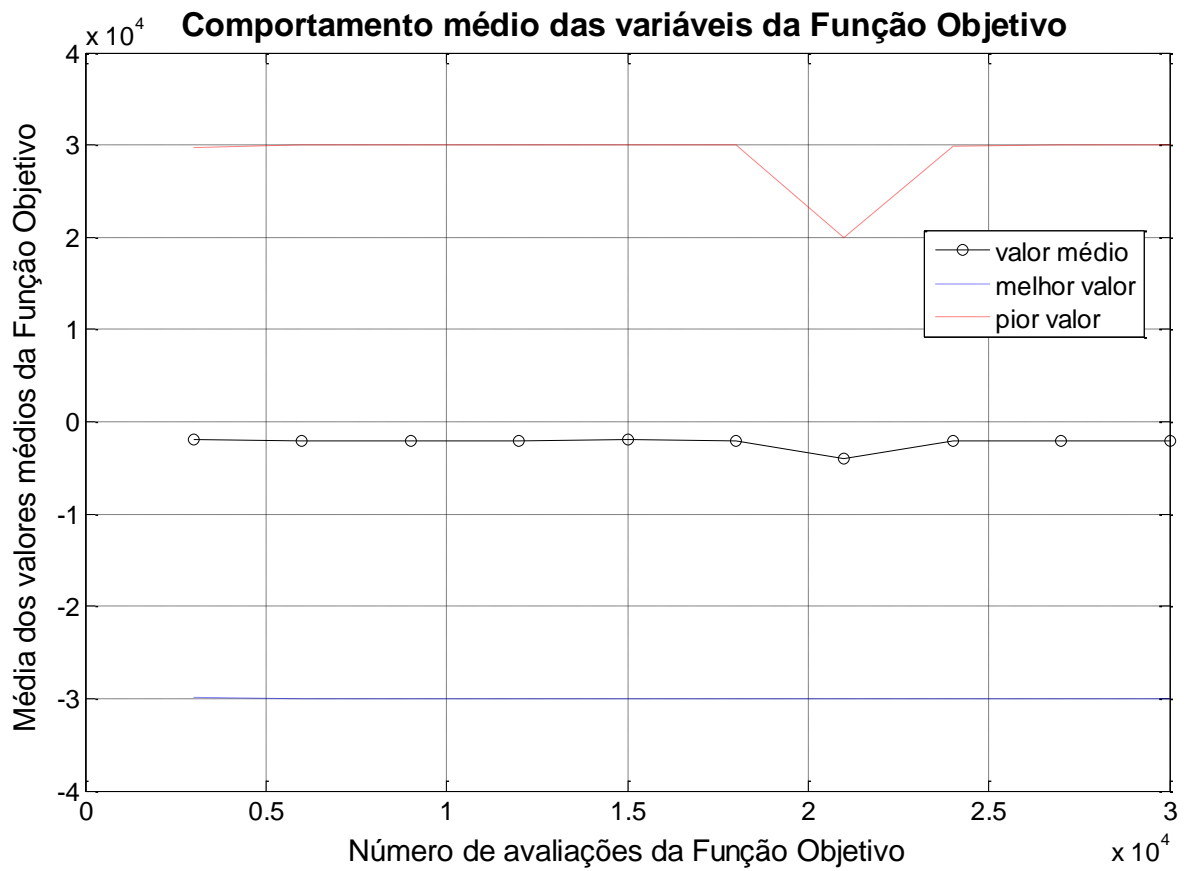


Fig. 4.9 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $3 \times 10^4$  avaliações.

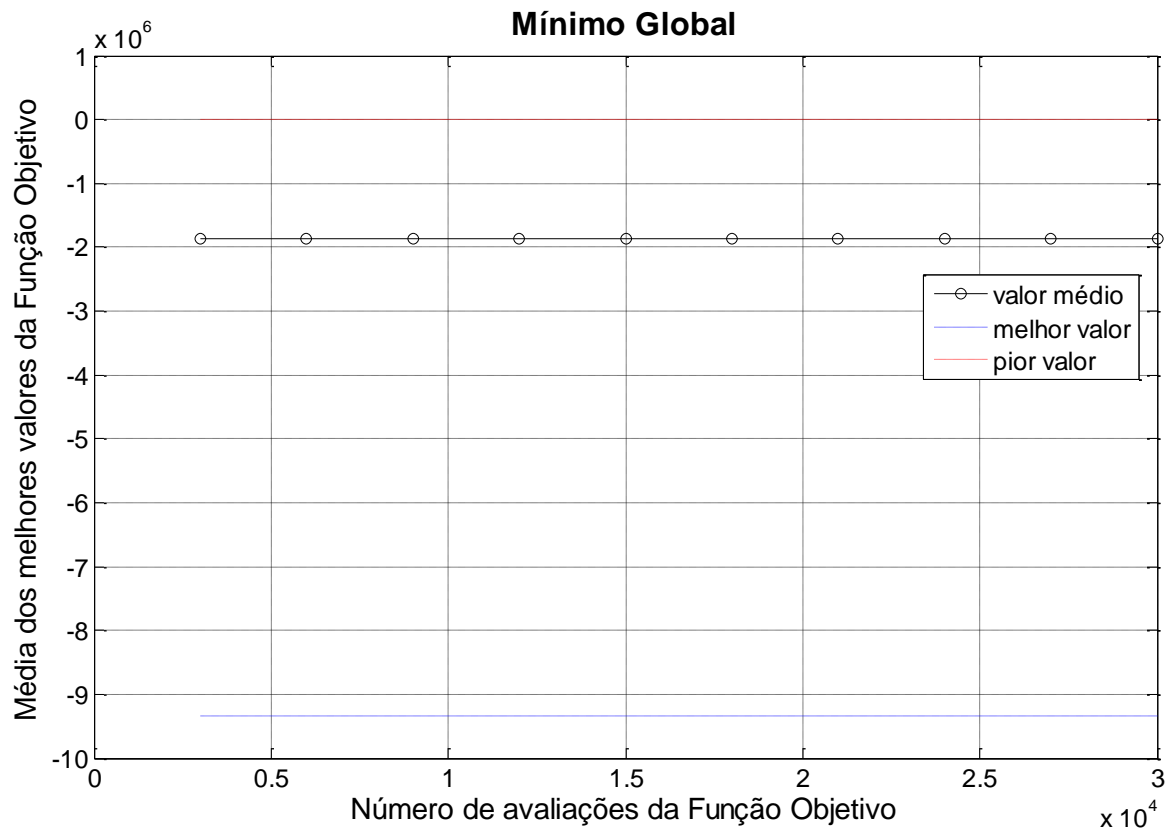


Fig. 4.10 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $3 \times 10^4$  avaliações.

c) 50000 avaliações da Função Objetivo.

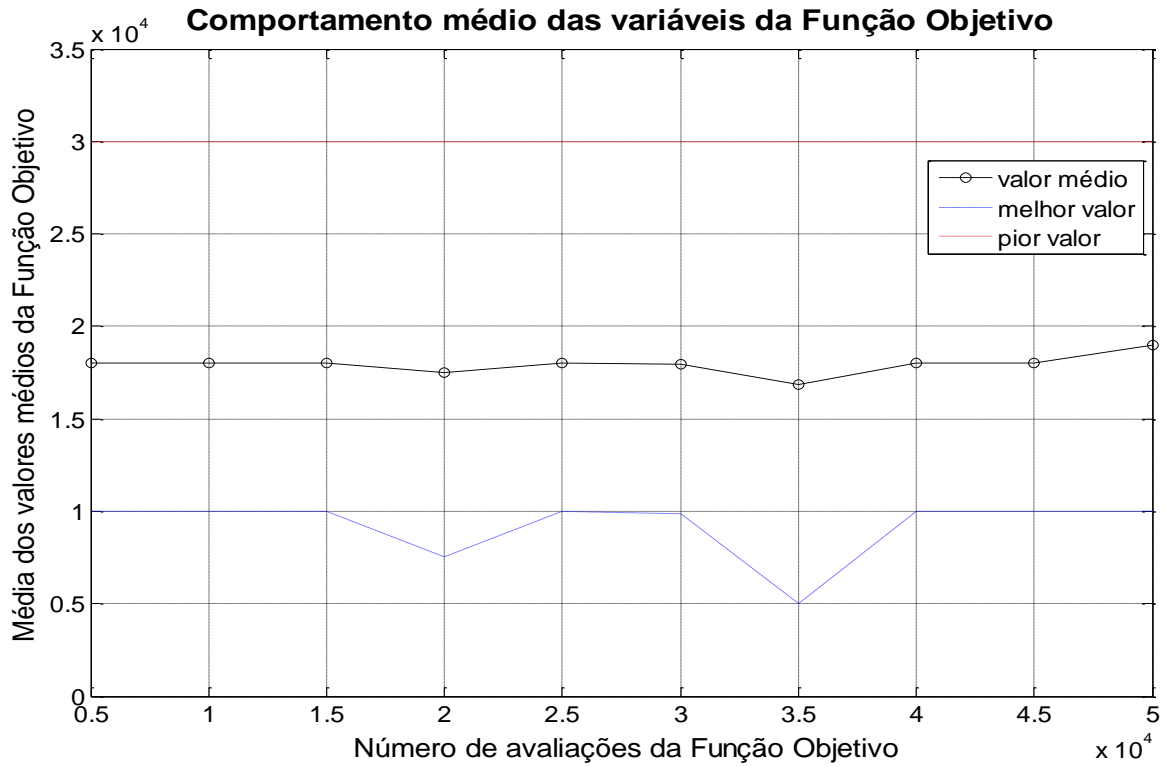


Fig. 4.11 - Gráfico apresentando o comportamento das variáveis da Função Objetivo (raio inicial e final) para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $5 \times 10^4$  avaliações.

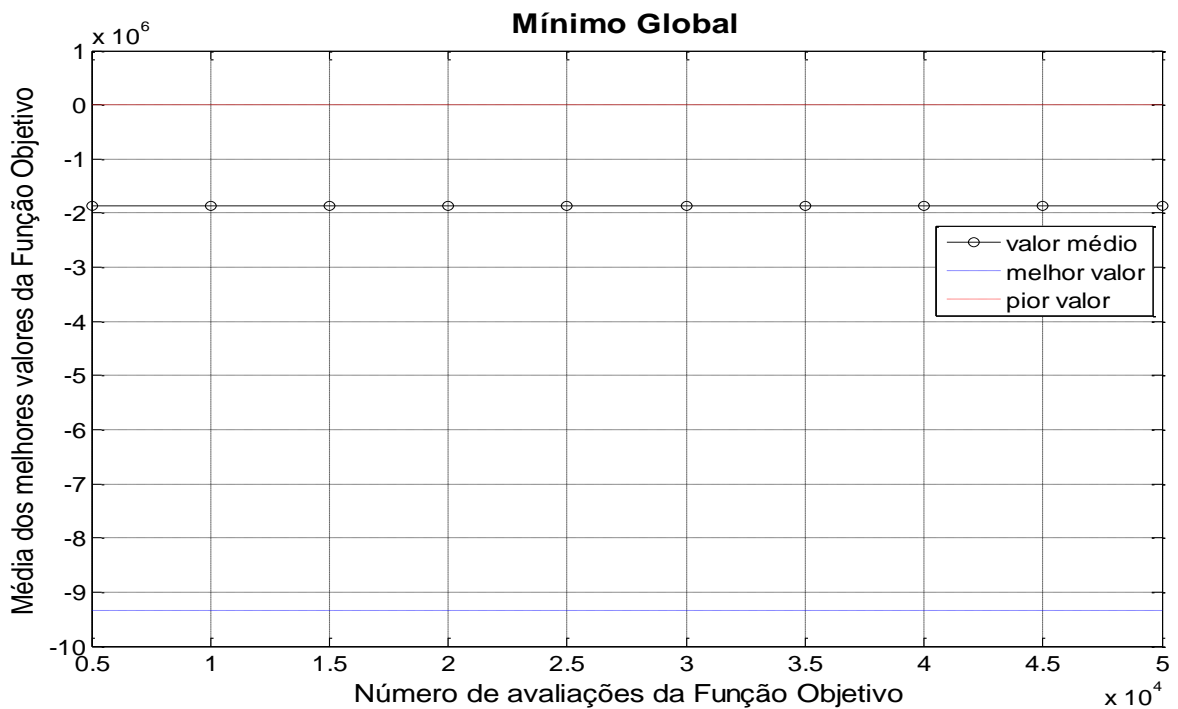


Fig. 4.12 - Gráfico apresentando a média dos melhores valores da Função Objetivo para a transferência do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva em  $5 \times 10^4$  avaliações.



## 5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para as transferências do tipo Hohmann, temos:

- a) Em 10000 avaliações da Função Objetivo: quanto às variáveis envolvidas (raio inicial e final das órbitas), os valores convergiram após 8000 avaliações. Nas cinco gerações analisadas, o melhor valor para o incremento total de velocidade encontrado corresponde a 0.1776 km/s. O desvio padrão em torno da média dos melhores valores da Função Objetivo corresponde a 0.3970 km/s.
- b) Em 30000 avaliações da Função Objetivo: a média dos melhores valores para o incremento total de velocidade permaneceu constante, indicando uma convergência no início das iterações. Como a população é finita, indivíduos de alta aptidão levam o AG a convergir para um ponto. Nas cinco gerações analisadas, o melhor valor para o incremento total de velocidade encontrado corresponde a 0.1775 km/s. O desvio padrão em torno da média dos melhores valores da Função Objetivo corresponde a 0.3969 km/s.
- c) Em 50000 avaliações da Função Objetivo: houve uma menor exploração do espaço de projeto e o valor da Função Objetivo convergiu no início da busca. O melhor valor para o incremento total de velocidade encontrado corresponde a 0.1775 km/s. O desvio padrão em torno da média dos melhores valores da Função Objetivo corresponde a 0.3970 km/s, valores muito próximos aos encontrados em 30000 avaliações.

Para as transferências do tipo Bi-elíptica Tri-impulsiva houve uma menor exploração do espaço de projeto. Este fato ocorreu mesmo aumentando a probabilidade de mutação, fato este que permite investigar áreas novas e ainda desconhecidas no espaço de busca. Foram encontrados os seguintes valores para o incremento total de velocidade necessário na realização da transferência em todas as avaliações da Função Objetivo: o melhor valor corresponde a -1.8698Km/s com desvio em torno da média de 4.1811 km/s.

## **6 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA PROSSEGUIMENTO DESTE TRABALHO**

O código desenvolvido forneceu resultados coerentes, minimizando os valores do incremento total de velocidade necessário para realizar as manobras orbitais, tanto nas transferências do tipo Hohmann, quanto nas transferências do tipo Bi-Elípticas e Tri-Impulsivas, ao longo das gerações analisadas.

A partir desta etapa, serão implementados os algoritmos genéticos para a resolução do problema de transferências orbitais, adicionando-se perturbações ao sistema. Parâmetros do algoritmo, tais como o tamanho da população, o número de gerações, a probabilidade de recombinação e a probabilidade de mutação serão alterados visando à melhora do desempenho do código desenvolvido, adaptando-o às características particulares do problema analisado. A determinação de um conjunto de valores otimizado para estes parâmetros dependerá da realização de um grande número de experimentos e testes.

Posteriormente, será aprimorada uma interface gráfica que facilitará a visualização dos resultados.

Outros tipos de manobras orbitais também serão estudados, bem como o modelo conhecido como Problema Restrito de Três Corpos, ampliando a utilização do algoritmo desenvolvido na área de transferências de órbita.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARRARA, V., KUGA, H. K., RAO, K. R. *Introdução à Mecânica Orbital*, 2ª Edição, INPE, São José dos Campos, 2008.

CHOBOTOV, V. A. (Editor). *Orbital Mechanics*, 2nd Edition. AIAA Education Series, 1996.

GOBETZ, F. W.; DOLL, J. R. A survey of impulsive trajectories. *AIAA Journal*, v. 7, p.801-834, 1969.

GODDARD, R. H. A method of reaching extreme altitudes. *Smithsonian Institute Public Miscelanea Collect*, v. 71, n. 2, 1919.

HOELKER, R.F.; SILBER, R. The bi-elliptic transfer between circular coplanar orbits. Alabama: Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, Jan. 1959. (DA Tech Memo 2-59).

HOHMANN, W. Die erreichbarkeit der himmelskorper. Oldenbourg, Munique: [s.n.], 1925.

HOLLAND, J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, 1975.

KUGA, H. K., RAO, K. R. Introducao a determinacao de orbitas e manobras orbitais. In: PRADO, A. F. B. A., KUGA, H. K. (Eds). *Fundamentos de tecnologia espacial*. Sao Jose dos Campos – SP: INPE, 2001. p. 38-49

LINDEN, R. *Algoritmos Genéticos: Uma importante ferramenta da Inteligência Computacional*, 2ª Edição. Brasport, Rio de Janeiro, 2008.

LUCAS, D. C. *Algoritmos Genéticos: Uma Introdução*. UFRGS, 2002.

MARCHAL, C., Transferts optimaux entre orbites elliptiques coplanaires (durée indifférente), *Astronautica Acta*, v. 11, p. 432-445, 1965.

MIRANDA, M. N. *Algoritmos Genéticos: Fundamentos e Aplicações*. Disponível em: <http://www.nce.ufrj.br/GINAPE/VIDA/alggenet.htm>. Acessado em 13/07/2011.

OBITKO, M., SLAVÍK, P. Visualization of Genetic Algorithms in a Learning Environment. In: Spring Conference on Computer Graphics, SCCG'99. Bratislava: Comenius University, 1999, p. 101-106. ISBN 80-223-1357-2.

PRADO, A. F. B. A Manobras Orbitais. In: Apostila da 15ª Escola de Verão de Dinâmica Orbital e Planetologia – UNESP, Guaratinguetá - SP, 2011, p. 129 – 152.

PRADO, A. F. B. A., KUGA, H. K. (Eds). Fundamentos de Tecnologia Espacial. Sao Jose dos Campos – SP: INPE, 2001

PRADO, A.F.B.A. Análise, seleção e implementação de procedimentos que visem manobras ótimas de satélites artificiais, Dissertação de Mestrado, INPE, São José dos Campos, SP, 1989.

PRADO, A.F.B.A., RIOS-NETO, A. Um Estudo Bibliográfico sobre o Problema de Transferências de Órbitas. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, Vol. XV, No. 1, 1993, pp. 65-78 (INPE-5601-PRE/1816).

ROCCO, E.M., PRADO, A.F.B.A., SOUZA, M.L.O. Bi-Impulsive Orbital Transfers Between Non-Coplanar Orbits with Time Limit. *Applied Mechanics in the Americas*, Vol. 6, 1999, pp. 259-262. Editores: Djenane Pamplona, Charles Steele, Hans I. Weber, Paulo B. Gonçalves, Iwona Jasiuk, Luiz Bevilacqua. ISBN: 85-900726-1-4.

SANTOS, D. P. S. Aplicações em Manobras espaciais do Problema de Múltiplos Encontros, Dissertação de Mestrado, INPE, S. J. Campos, 2005.

TING, L. Optimum Orbital Transfer by Several Impulses. *Astronautical Acta*, Vol. 6, No. 5, 1960, pp. 256-265.