



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.16.14.32-TDI

**FILTRO NÃO LINEAR DE KALMAN SIGMA-PONTO
COM ALGORITMO UNSCENTED APLICADO A
ESTIMATIVA DINÂMICA DA ATITUDE DE
SATÉLITES ARTIFICIAIS**

Roberta Veloso Garcia

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Hélio Koiti Kuga, e Maria Cecília França de Paula Santos Zanardi aprovada em 31 de outubro de 2011

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3AKGTCP>

INPE
São José dos Campos
2011

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr^a Regina Célia dos Santos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Horácio Hideki Yanasse - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Deicy Farabello - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Vivéca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.16.14.32-TDI

**FILTRO NÃO LINEAR DE KALMAN SIGMA-PONTO
COM ALGORITMO UNSCENTED APLICADO A
ESTIMATIVA DINÂMICA DA ATITUDE DE
SATÉLITES ARTIFICIAIS**

Roberta Veloso Garcia

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Hélio Koiti Kuga, e Maria Cecília França de Paula Santos Zanardi aprovada em 31 de outubro de 2011

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3AKGTCP>>

INPE
São José dos Campos
2011

G165f Garcia, Roberta Veloso.
Filtro não linear de Kalman sigma-ponto com algoritmo unscented aplicado a estimativa dinâmica da atitude de satélites artificiais / Roberta Veloso Garcia. – São José dos Campos : INPE, 2011.

xxx + 159 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.16.14.32-TDI)

Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

Orientadores : Drs. Hélio Koiti Kuga, e Maria Cecília França de Paula Santos Zanardi.

1. Estimação de atitude. 2. Sistemas não lineares. 3. Filtro de Kalman unscented. 4. Filtro de Kalman estendido. 5. Dados reais. I.Título.

CDU 629.7.062.2

Copyright © 2011 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2011 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

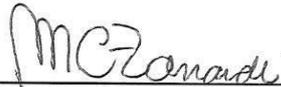
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Doutor(a) em
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



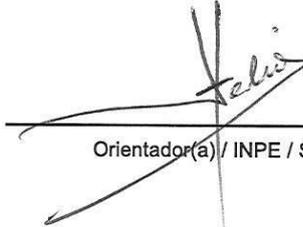
Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dra. Maria Cecília França de Paula
Santos Zanardi



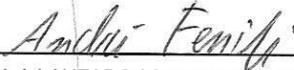
Orientador(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



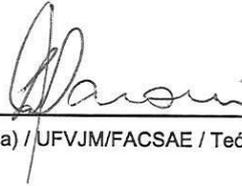
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. André Fenili



Convidado(a) / UFABC / Santo André - SP

Dr. Leandro Baroni



Convidado(a) / UFVJM/FACSAE / Teófilo Otoni - MG

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

Aluno (a): Roberta Veloso Garcia

São José dos Campos, 31 de outubro de 2011

“A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original.”

ALBERT EINSTEIN

*Dedico este trabalho a meus avós, que mesmo sem nenhuma
instrução souberam me ensinar o valor de aprender.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pelas oportunidades que surgem todos os dias na minha vida, por mais uma etapa vencida e principalmente pelas pessoas, verdadeiros anjos, que colocou no meu caminho e que sem elas tudo seria muito mais difícil.

Agradeço a meus pais, Roberto Garcia e Vania Veloso Garcia pelo incansável apoio, compreensão e incentivo durante todos estes anos. A minha irmã Paula Veloso Garcia pelo apoio dado em casa de forma a permitir que meu tempo fosse totalmente voltado para o desenvolvimento deste trabalho e ao André C. S. de Oliveira pelo auxílio computacional. Agradeço também ao meu querido Rubens Ferreira Freire Neto por me acompanhar durante estes anos de trabalho.

Minha eterna gratidão aos meus queridos orientadores e amigos, Dra. Maria Cecília Zanardi e Dr. Hélio Koiti Kuga, por dividirem comigo seus conhecimentos, por me orientarem nesta trajetória e por serem parte deste importante trabalho.

Agradeço as minhas grande amigas Dra. Paula Cristiane Pinto Raimundo, Dra. Rosana Aparecida Nogueira de Araujo e Aliana dos Reis Maciel pela presença constante na minha vida, pelo apoio nos momentos difíceis e por dividirem comigo todas as minhas conquistas.

Aos meus brilhantes professores de física Helder Silva e Jacyrio Marques Martinho Filho por terem sido responsáveis pelo meu amor à ciência e a professora de inglês Helena Anéas Rodrigues, pelo apoio e aulas extras durante as preparações para as apresentações dos congressos internacionais.

Agradeço também aos amigos Sylvio de Miranda, Helena de Miranda e Isabella de Miranda pelas palavras de incentivo, pela atenção e preocupação em me ajudar no que fosse necessário. Acreditem que no propósito de ensinar eu fui quem mais aprendi.

Agradeço ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE pela valiosa oportunidade de estudo e à CAPES por financiar o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Estimadores de estados têm sido empregados em diversas áreas, em particular em engenharia aeroespacial envolvendo problemas de estimação de atitude e órbita. Estes estimadores são aplicados de modo a inferir variáveis não-observadas (estados) de um sistema dinâmico a partir de duas fontes incertas de informações: as medições e um modelo matemático. Sob a premissa de modelo linear e ruído Gaussiano, o filtro de Kalman é a solução ótima recursiva mais conhecida para o problema de estimação de estados, ao passo que o filtro de Kalman Estendido e, mais recentemente, o filtro de Kalman Sigma-Ponto são as soluções aproximadas mais comumente empregadas para o caso não-linear. Neste trabalho, a proposta principal é utilizar o filtro de Kalman Sigma-Ponto para estimar a atitude, com características de tempo real, de um satélite artificial utilizando medidas reais fornecidas por sensores que estão a bordo do satélite. Para validar a abordagem proposta de modo a realizar uma análise mais completa do problema, apontando as principais vantagens e desvantagens do método, os resultados são comparados das seguintes maneiras: comparações entre os estimadores aplicados a problemas não-lineares (filtro de Kalman Estendido e filtro de Kalman Sigma-Ponto) e entre diferentes parametrizações da atitude do satélite (ângulos de Euler e quaternions de atitude). Os resultados mostram que o algoritmo do Filtro de Kalman Sigma Ponto, mesmo sob condições iniciais imprecisas, é capaz de convergir e fornecer estimativas de atitude com precisão superior aos demais algoritmos. Estes resultados poderão ser úteis no processamento de imagens dos satélites, visando à melhoria na qualidade das mesmas, e poupando tempo de processamento adicional dos especialistas de processamento de imagens.

**SIGMA POINT NONLINEAR KALMAN FILTER WITH
UNSCENTED ALGORITHM APPLIED TO ATTITUDE DYNAMICS
ESTIMATION OF ARTIFICIAL SATELLITES**

ABSTRACT

State estimators have been applied to different areas, particularly in aerospace engineering involving attitude and orbit estimation problem. These estimators are applied in order to infer unobserved variables (state) of a dynamic system providing two uncertain sources of information, namely, the measurements and a mathematical model. Under linear model and Gaussian noise assumptions, the Kalman Filter is the well-known optimal recursive solution for the state-estimation problem, whereas the Extended Kalman Filter and, more recently, the Sigma-Point Kalman Filter are the most commonly employed approximate solutions for the nonlinear case. In this work, the main proposal is to use the Sigma-Point Kalman Filter to estimate the attitude of an artificial satellite, in real time, using real data provided by sensors that are onboard the satellite. To validate the proposed approach in order to achieve a more complete analysis of the problem, pointing out the main advantages and disadvantages of the method, the results will be compared in the following ways: comparing the estimators applied to nonlinear problems (Extended Kalman Filter and Sigma-Point Kalman Filter) and between different parameterizations of the satellite attitude (Euler angles and quaternions). The results show that the algorithm of Sigma Point Kalman filter, even under inaccurate initial conditions, is able to converge and provide estimates of attitude with superior accuracy when compared to the other algorithms. This results may be useful in processing satellite images, aimed at improving the quality of them, and saving additional processing time of image processing by the experts.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Sistemas de referencia inercial (X, Y, Z), orbital (x_0, y_0, z_0) e do satélite (x, y, z). Fonte: Arantes (2005)	12
8.1 Exemplo da linearização realizada pelo FKE e o princípio da transformação <i>unscented</i> . Fonte: Wan e van der Merwe, 2000.	47
9.1 (a) Medidas reais fornecidas pelos sensores solar digital 1 e 2. (b) Medidas reais fornecidas pelo sensores de Terra infravermelho 1 e 2.	58
9.2 Medidas reais fornecidas pelo giroscópio no (a) eixo x (b) eixo y (c) eixo z.	59
9.3 (a) Medidas reais fornecidas pelo sensor solar digital 1. (b) Medidas reais fornecidas pelo sensor solar digital 2.	61
9.4 (a) Medidas reais fornecidas pelo sensor de Terra infravermelho 1. (b) Medidas reais fornecidas pelo sensor de Terra infravermelho 2.	62
9.5 Medidas reais fornecidas pelo Giroscópio no (a) eixo x (b) eixo y (c) eixo z.	63
9.6 (a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com ângulos de Euler. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com ângulos de Euler. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com ângulos de Euler.	66
9.7 Componente do <i>bias</i> estimada com ângulos de Euler (a) no eixo x. (b) no eixo y. (c) no eixo z.	68
9.8 (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com ângulos de Euler.	70
9.9 (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com ângulos de Euler.	71
9.10 (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com ângulos de Euler.	72
9.11 (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com ângulos de Euler.	73
9.12 Erro da atitude estimada com ângulos de Euler (a) em <i>roll</i> , (b) em <i>pitch</i> , (c) em <i>yaw</i>	74
9.13 Erro do <i>bias</i> estimado com ângulos de Euler (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	75

9.14	(a) Comparação da inovação obtida sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionada ao DSS1. (b) Comparação do resíduo obtido sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionado ao DSS1.	77
9.15	(a) Comparação da inovação obtida sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionada ao DSS2. (b) Comparação do resíduo obtido sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionado ao DSS2.	78
9.16	(a) Ângulo <i>roll</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo <i>pitch</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo <i>yaw</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.	80
9.17	(a) Ângulo <i>roll</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo <i>pitch</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo <i>yaw</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.	82
9.18	(a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com quatérnions. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com quatérnions. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com quatérnions.	85
9.19	Componente do <i>bias</i> estimada com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	87
9.20	(a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com quatérnions.	88
9.21	(a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com quatérnions.	89
9.22	(a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com quatérnions.	90
9.23	(a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com quatérnions.	91
9.24	Erro da atitude estimada com quatérnions (a) em <i>roll</i> , (b) em <i>pitch</i> , (c) em <i>yaw</i> .	92
9.25	Erro do <i>bias</i> estimado com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	93
9.26	(a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com o incremento do quatérnion. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com o incremento do quatérnion. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com o incremento do quatérnion.	95
9.27	Componente do <i>bias</i> estimada com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	97
9.28	(a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com o incremento do quatérnion.	98

9.29	(a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com o incremento do quatérnion.	99
9.30	(a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com o incremento do quatérnion.	100
9.31	(a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com o incremento do quatérnion.	101
9.32	Erro da atitude estimada com o incremento do quatérnion (a) em <i>roll</i> , (b) em <i>pitch</i> , (c) em <i>yaw</i>	102
9.33	Erro do <i>bias</i> estimado com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	103
9.34	Posição dos sensores de estrelas 1 e 2. Fonte: (SILVA et al., 2006)	105
9.35	Resultados de determinação de atitude usando o algoritmo TRIAD nos dados dos sensores de estrelas.	107
9.36	(a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com ângulos de Euler. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com ângulos de Euler. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com ângulos de Euler.	110
9.37	Componente do <i>bias</i> estimada com ângulos de Euler (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	111
9.38	(a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com ângulos de Euler.	112
9.39	(a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com ângulos de Euler.	113
9.40	(a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com ângulos de Euler.	114
9.41	(a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com ângulos de Euler.	115
9.42	Erro da atitude estimada com ângulos de Euler (a) em <i>roll</i> , (b) em <i>pitch</i> , (c) em <i>yaw</i>	116
9.43	Erro do <i>bias</i> estimado com ângulos de Euler (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	117
9.44	(a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com ângulos de Euler. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com ângulos de Euler. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com ângulos de Euler.	119

9.45	Ocorrência de cenas com dados de sensor de estrelas e isolinhas da AMAS. Fonte: Arcanjo e Ferreira (2009)	121
9.46	(a) Ângulo <i>roll</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo <i>pitch</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo <i>yaw</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.	123
9.47	(a) Ângulo <i>roll</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo <i>pitch</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo <i>yaw</i> e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.	125
9.48	(a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com quatérnions. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com quatérnions. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com quatérnions.	128
9.49	Componente do <i>bias</i> estimada com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	129
9.50	(a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com quatérnions.	130
9.51	(a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com quatérnions.	131
9.52	(a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com quatérnions.	132
9.53	(a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com quatérnions.	133
9.54	Erro da atitude estimada com quatérnions (a) em <i>roll</i> , (b) em <i>pitch</i> , (c) em <i>yaw</i>	134
9.55	Erro do <i>bias</i> estimado com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	135
9.56	(a) Ângulo <i>roll</i> de atitude estimado com o incremento do quatérnion. (b) Ângulo <i>pitch</i> de atitude estimado com o incremento do quatérnion. (c) Ângulo <i>yaw</i> de atitude estimado com o incremento do quatérnion.	137
9.57	Componente do <i>bias</i> estimada com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	138
9.58	(a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com o incremento do quatérnion.	139
9.59	(a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com o incremento do quatérnion.	140

9.60	(a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com o incremento do quatérnion.	141
9.61	(a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com o incremento do quatérnion. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com o incremento do quatérnion.	142
9.62	Erro da atitude estimada com o incremento do quatérnion (a) em <i>roll</i> , (b) em <i>pitch</i> , (c) em <i>yaw</i>	143
9.63	Erro do <i>bias</i> estimado com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.	144
A.1	Configuração do satélite CBERS-2 em sua órbita. Fonte: Orlando, Kuga (2007)	159

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
9.1 Dados referentes às observações utilizadas do satélite CBERS-2	57
9.2 Dados referentes às observações utilizadas do satélite CBERS-2B	60
9.3 Informações iniciais para inicialização dos estimadores com ângulos de Euler para o satélite CBERS-2	64
9.4 Média e desvio padrão do erro em torno da atitude de referência (MMQ), com uso dos ângulos de Euler	67
9.5 Informações iniciais para inicialização dos estimadores com quatérnions para o satélite CBERS-2	83
9.6 Média e desvio padrão do erro em torno da atitude de referência (MMQ), com o uso dos quatérnions	86
9.7 Média e desvio padrão do erro em torno da atitude de referência (MMQ), com o uso do incremento de quatérnion	96
9.8 Informações iniciais para inicialização dos estimadores com ângulos de Euler para o satélite CBERS-2B	104
9.9 Resultados de determinação de atitude combinando os sensores de estrelas unidades 1 e 2	108
9.10 Informações iniciais para inicialização dos estimadores com quatérnions para o satélite CBERS-2B	126
9.11 Tempo Estimado para o Processamento das medidas dos sensores de atitude pelos FKU e FKE	145
A.1 Características da órbita do satélite CBERS-2	158

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CBERS	–	Satélite Sino-Brasileiro de Sensoriamento Remoto
FKE	–	Filtro de Kalman Estendido
FKSP	–	Filtro de Kalman Sigma-Ponto
FKU	–	Filtro de Kalman <i>Unscented</i>
INPE	–	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
RIGs	–	Giros integradores de velocidade (<i>Rate Integration Gyros</i>)
IRES	–	Sensor de Terra Infravermelho (<i>Infrared Earth Sensors</i>)
DSS	–	Sensor Solar Digital (<i>Digital Sun Sensors</i>)
SE	–	Sensor de Estrelas
STS1	–	Sensor de Estrelas 1
STS2	–	Sensor de Estrelas 2
J2000	–	Sistema de referência inercial associado ao satélite CBERS-2B
MMQ	–	Método de Mínimos Quadrados
VAG	–	Variável Aleatória Gaussiana
CCS	–	Centro de Controle de Satélites
SCA	–	Sistema de Controle de Satélites

LISTA DE SÍMBOLOS

(X, Y, Z)	– sistema de referência inercial
(x_o, y_o, z_o)	– sistema de referência orbital
(x, y, z)	– sistema de referência do satélite
(S_x, S_y, S_z)	– vetor unitário associado ao vetor solar no sistema do satélite
(S_{ox}, S_{oy}, S_{oz})	– componentes do vetor solar no sistema de coordenadas orbital
(ϕ, θ, ψ)	– ângulos de Euler (<i>roll, pitch, yaw</i>)
$(\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi})$	– ângulos de Euler estimado
$\Delta\Theta$	– deslocamento angular do satélite
$\vec{\omega}$	– vetor velocidade angular do satélite
$(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$	– componentes do vetor velocidade angular do satélite
$\vec{\varepsilon}$	– vetor <i>bias</i> do gyro
$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$	– componentes do vetor <i>bias</i> do gyro
\vec{g}	– vetor de saída do gyro
η	– ruído branco Gaussiano do processo
$E[\cdot]$	– operador expectância
δ_{ij}	– símbolo de Kroenecker
Q	– matriz de covariância do ruído dinâmico
R_1	– matriz de covariância do erro das medidas do sensor de Terra
R_2	– matriz de covariância do erro das medidas do sensor solar
(ϕ_H, θ_H)	– medidas do sensor de Terra em <i>roll</i> e <i>pitch</i>
$(\alpha_\theta, \alpha_\psi)$	– medidas do sensor solar associadas aos ângulos de <i>roll</i> e <i>yaw</i>
ν	– ruído branco Gaussiano relacionado às medidas dos sensores
R	– matriz de atitude
Ω_e	– velocidade angular da Terra
φ	– latitude local
ω_o	– velocidade angular orbital do satélite
$\tilde{\varphi}$	– ângulo de rotação
\hat{n}	– eixo de rotação
\mathbf{q}	– quatérnion
\vec{q}	– parcela vetorial do quatérnion
q_4	– parcela escalar
$\delta\mathbf{q}$	– incremento de quatérnion
$\hat{\mathbf{x}}$	– vetor de estado estimado
$\bar{\mathbf{x}}$	– vetor de estado propagado
Φ_q	– matriz de transição do quatérnion
Φ	– matriz de transição do estado
$\Omega(\cdot)$	– matriz anti-simétrica 4x4
y	– vetor de medidas não-linear

H	– matriz Jacobiana das medidas
F	– matriz Jacobiana do estado
P	– matriz de covariância do estado
\bar{P}	– matriz de covariância do estado propagado
\hat{P}	– matriz de covariância do estado estimado
h	– função vetorial de medidas dos sensores
f	– função vetorial dos elementos do estado
χ	– matriz de sigma-pontos do estado
W	– pesos
Υ	– matriz de sigma-pontos das medidas transformadas
(P_{xx}, P_{xy})	– covariâncias das observações e das correlações cruzadas
$(\sigma_\phi, \sigma_\theta, \sigma_\psi)$	– erros associados a atitude em ângulos de Euler
$(\sigma_{\varepsilon x}, \sigma_{\varepsilon y}, \sigma_{\varepsilon z})$	– erros associados ao <i>bias</i> do gyro
$(\sigma_{DSS1}, \sigma_{DSS2})$	– erros associados as observações dos sensores solares 1 e 2
$(\sigma_{IRES1}, \sigma_{IRES2})$	– erros associados as observações dos sensores de Terra 1 e 2
$(\sigma_{q1}, \sigma_{q2}, \sigma_{q3}, \sigma_{q4})$	– erros associados a atitude em quatérnions

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Motivação	2
1.3 Descrição da Tese	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3 METODOLOGIA	9
4 SISTEMAS DE REFERÊNCIA	11
4.1 Referencial Inercial	11
4.2 Referencial Orbital	11
4.3 Referencial do Satélite	11
5 MODELO MATEMÁTICO DOS SENSORES DE ATITUDE .	13
5.1 Modelo do Giroscópio	13
5.2 Modelo de Medidas do Sensor de Terra Infravermelho	15
5.3 Modelo de Medidas do Sensor Solar Digital	16
5.4 Sensor de Estrelas	17
6 REPRESENTAÇÕES DE ATITUDE	21
6.1 Atitude representada por Ângulos de Euler	21
6.1.1 Dinâmica da Atitude em Ângulos de Euler	22
6.2 Atitude representada por Quaternions	24
6.2.1 Dinâmica da Atitude em Quatérnions	28
7 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE	31
7.1 Introdução as Técnicas de Estimação de Atitude	31
7.2 Métodos Recursivos Aplicados à Estimação de Atitude	32
7.2.1 Método de Mínimos Quadrados Instantâneo	32
7.2.2 Filtro de Kalman	34
7.2.2.1 Filtro de Kalman Estendido	34
7.2.2.2 Filtro de Kalman Sigma-Ponto	42

8	FILTROS DE KALMAN SIGMA-PONTO	45
8.1	A Transformação <i>Unscented</i>	46
8.1.1	O Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	49
8.2	Comparação entre FKE e FKU	52
9	APLICAÇÕES AOS SATÉLITES SINO-BRASILEIROS DE RE- CURSOS TERRESTRES	55
9.1	Dados de Teste	56
9.1.1	Satélite CBERS-2	56
9.1.2	Satélite CBERS-2B	60
9.2	Resultados para o Satélite CBERS-2	64
9.2.1	Estado Estimado através dos Ângulos de Euler	64
9.2.1.1	Dados de Entrada	64
9.2.1.2	Estado Estimado com Filtro de Kalman <i>Unscented</i> (FKU)	65
9.2.1.3	Estimação sem o Efeito dos Erros de Quantização	76
9.2.1.4	Teste de Robustez do Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	78
9.2.2	Estado Estimado através dos Quatérnions	83
9.2.2.1	Dados de Entrada	83
9.2.2.2	Estado Estimado com Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	84
9.2.3	Estado Estimado através dos Incrementos de Quatérnions	94
9.2.3.1	Estado Estimado com Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	94
9.3	Resultados para o Satélite CBERS-2B	104
9.3.1	Estado Estimado através dos Ângulos de Euler	104
9.3.1.1	Dados de Entrada	104
9.3.2	Análise dos Dados dos Sensores de Estrelas	105
9.3.2.1	Estado Estimado com Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	108
9.3.2.2	Velocidade de Convergência dos Sensores IRES e DSS	118
9.3.2.3	Teste de Robustez do Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	121
9.3.3	Estado Estimado através dos Quatérnions	126
9.3.3.1	Dados de Entrada	126
9.3.3.2	Estado Estimado com Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	126
9.3.4	Estado Estimado através dos Incrementos de Quatérnions	136
9.3.4.1	Estado Estimado com Filtro de Kalman <i>Unscented</i>	136
9.4	Tempo de Processamento: Filtro de Kalman <i>Unscented</i> x Filtro de Kal- man Estendido	145

10 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	147
10.1 Introdução	147
10.2 Conclusões	148
10.3 Trabalhos Futuros	151
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	153
APÊNDICE A - DESCRIÇÕES DOS SATÉLITES CBERS-2 e CBERS-2B.157

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho está relacionado com a dinâmica do movimento rotacional de satélites artificiais, ou seja, com sua orientação espacial em relação a um sistema de referência inercial, denominada de atitude. A análise da dinâmica de atitude de um satélite envolve abordagens de predição, estimação (ou determinação), e controle de atitude. A primeira abordagem diz respeito a dinâmica de atitude relacionada com a predição de atitude podendo ser formulada de modo similar à dinâmica rotacional de um corpo rígido. Neste processo deseja-se conhecer a orientação em função do tempo, uma vez conhecidas a orientação no instante inicial, a orientação espacial e a velocidade de rotação do satélite com respeito a um sistema inercial, assim como as características inerciais e os torques externos atuantes sobre o satélite. A segunda abordagem é realizada durante a análise da missão de um satélite artificial sendo de grande importância estimar (determinar) a atitude do veículo a partir dos dados fornecidos pelos sensores a bordo. Este processo é chamado de estimação de atitude e é utilizado tanto para manter em segurança a carga útil do satélite quanto para auxiliar no sistema de controle. A terceira abordagem, associada ao controle de atitude, está relacionada com a habilidade de se comandar uma atitude desejada e pode ser do tipo ativo e passivo. O passivo se baseia na resposta natural do satélite aos torques ambientais para manter a atitude desejada, enquanto o controle ativo utiliza torques comandados para alcançar e manter a atitude requerida. Além disso, o controle pode resultar também de uma combinação das duas formas anteriores. Dependendo das necessidades da missão, o controle de atitude pode necessitar de maior ou menor precisão para manter a atitude nominal.

O enfoque deste trabalho é a estimação de atitude de satélites artificiais com um modelo dinâmico descrito por equações não-lineares e que dispõem de giroscópios a bordo. A estimação de atitude para sistemas de equações não-lineares constitui a parte mais complexa da teoria de estimação, onde se deseja estimar estados que variam não-linearmente, e as medidas são também relacionadas não-linearmente ao estado. Para este tipo de problema, as variantes do Filtro de Kalman para sistemas não-lineares são os estimadores recursivos mais utilizados atualmente devido a sua fácil implementação. Destas variantes destacam-se o Filtro de Kalman Estendido e os algoritmos do Filtro de Kalman Sigma-Ponto, sendo o primeiro muito utilizado como técnica padrão para estimação não-linear recursiva. A diferença básica entre os dois algoritmos deriva da maneira pela qual as variáveis aleatórias gaussianas são

representadas durante a propagação através do sistema dinâmico. Como veremos no decorrer desta tese, o Filtro de Kalman Estendido fornece somente uma aproximação para a estimativa não-linear ótima, ao contrário do Filtro de Kalman Sigma-Ponto que não faz uso de aproximações e utiliza a própria função não-linear do sistema para obter sua estimativa.

No presente trabalho, a formulação do problema de estimação de atitude é realizada através das equações diferenciais cinemáticas, onde giroscópios a bordo do satélite compõem o sistema de determinação e controle de atitude. A presença de giroscópios é particularmente útil, pois substitui a necessidade do conhecimento dos torques, sejam perturbadores ou de controle, cujos efeitos são sentidos por este tipo de sensores. Porém, os giroscópios não estão isentos de erros, sejam estes tanto de natureza aleatória quanto de natureza sistemática, sendo necessário incluí-los no vetor de estado a ser estimado.

Na abordagem aqui apresentada, o modelo da dinâmica e das medidas são compostos por parcelas não-lineares, sendo necessária a utilização de técnicas específicas de estimação para este tipo de problema. A escolha do Filtro de Kalman Sigma-Ponto para o desenvolvimento deste trabalho se deve ao fato de que este, se comparado ao Filtro de Kalman Estendido, leva à uma convergência mais rápida e a resultados melhores, mesmo quando o filtro está sujeito a condições iniciais imprecisas ou a um conjunto escasso de medidas de sensores.

1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é propor e desenvolver técnicas de processamento de dados de sensores de atitude para determinação de atitude em tempo real de satélites artificiais. Para isto será utilizada uma abordagem recente do filtro de Kalman para sistemas não-lineares, o Filtro de Kalman Sigma-Ponto, que será alimentado com dados reais fornecidos por sensores de atitude que estão a bordo do satélite CBERS (Satélite Sino-Brasileiro de Sensoriamento Remoto). A análise será realizada considerando três diferentes parametrizações para a atitude: ângulos de Euler, quatérnion e incremento de quatérnion.

1.2 Motivação

Com a abordagem aqui proposta, espera-se aferir o comportamento do sistema de controle de atitude de um satélite real, propor sensores com especificações otimi-

zadas e/ou outro conjunto de sensores, e propor algoritmos para estimação de atitude alternativos no software embarcado. Com o desenvolvimento do algoritmo de determinação dinâmica de atitude, espera-se também que as discrepâncias na determinação de atitude diminuam, de modo que os erros de apontamento permaneçam dentro das faixas de precisão da missão, reduzindo os erros de posicionamento nas imagens fornecidas pelos satélites CBERS. Uma determinação de atitude mais precisa colabora também com o aumento da vida útil do satélite, diminuindo o desgaste dos equipamentos de controle de atitude, principalmente os atuadores, ou seja, as rodas de momento que giram nominalmente a mais de 4000rpm.

1.3 Descrição da Tese

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

O Capítulo 1 apresenta uma introdução ao tema abordado, sua importância, motivação e os objetivos que levaram ao desenvolvimento deste.

O Capítulo 2 traz uma revisão bibliográfica de trabalhos sobre técnicas de estimação de atitude, citando principalmente referências que utilizaram o Filtro de Kalman Sigma-Ponto no seu desenvolvimento. Também são citadas fontes nas quais podem ser encontradas todas as teorias abordadas na realização deste trabalho.

No Capítulo 3 é descrita a metodologia utilizada no desenvolvimento desta tese, onde se faz uma sucinta descrição dos procedimentos e estratégias adotadas.

O Capítulo 4 discorre sobre os sistemas de referência utilizados para representar a atitude do satélite.

Os modelos matemáticos dos sensores de atitude que compõem o vetor de observação do filtro de Kalman são comentados e definidos no Capítulo 5.

O Capítulo 6 descreve os fundamentos teóricos e equacionamentos dos três diferentes tipos de parametrização da atitude: ângulos de Euler, os quatérnions e os incrementos de quatérnions.

No Capítulo 7 são comentados os principais métodos aplicados a estimação de atitude de forma que haja uma maior compreensão das diferenças entre os algoritmos envolvidos neste tipo de problema.

O Capítulo 8 é reservado a descrever mais detalhadamente a estrutura envolvida no estimador abordado neste trabalho, o Filtro de Kalman Sigma-Ponto.

Os resultados obtidos utilizando medidas reais de sensores de atitude do satélite CBERS-2 e CBERS-2B são apresentados no Capítulo 9. Neste capítulo resultados obtidos por diferentes estimadores são comparados de forma a discutir quais as vantagens e desvantagens da aplicação desta nova abordagem do filtro de Kalman em problemas de estimação de atitude.

O Capítulo 10 apresenta as conclusões do trabalho e as propostas para trabalhos futuros.

Na sequência são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas e no Anexo A é apresentado uma rápida descrição dos satélites CBERS utilizados como base para este trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vários trabalhos são encontrados na literatura relacionados com a análise de diferentes técnicas de estimação de atitude de satélites artificiais com o objetivo de proporcionar resultados mais precisos, com menor custo computacional e de fácil implementação. Desta forma, pretende-se apresentar aqui um resumo de alguns trabalhos relacionados com métodos de estimação de atitude aplicados a sistemas não-lineares, considerados como fontes importantes para a realização deste trabalho.

Lefferts, Markley e Shuster (1982) fazem um estudo sobre a estimação da atitude de satélites utilizando o filtro de Kalman. Neste trabalho a velocidade angular do satélite é obtida através de dados de giroscópios e o vetor de estado é composto pelos quaternions de atitude e pelo bias do giroscópio. Vários caminhos são desenvolvidos a fim de mostrar as diferentes maneiras da utilização dos quaternions como por exemplo, utilização dos incrementos do quaternion e redução da dimensão da matriz de covariância.

Julier e Uhlmann (1997) consideraram em suas simulações numéricas o problema no qual um veículo entra na atmosfera e em alta velocidade. O corpo é rastreado por um radar que mede com precisão a posição e a velocidade. Este tipo de problema tem sido analisado por vários autores devido a grande não-linearidade exibida pelas forças que atuam sobre o veículo, como a força de arrasto, a força gravitacional e etc. São feitas comparações entre o Filtro de Kalman *Unscented* e o Filtro de Kalman Estendido verificando-se que o primeiro algoritmo apresenta maior precisão dos resultados de estimação do estado e facilidade de implementação.

O trabalho de Kraft (2003) utiliza o Filtro de Kalman *Unscented* para simular uma estimação em tempo real da atitude de um corpo rígido considerando medidas de aceleração, velocidade angular e intensidade do campo magnético. Este algoritmo é escolhido devido a relação de não linearidade entre a atitude a ser estimada e as medidas relacionadas a aceleração e a intensidade do campo magnético. A orientação do corpo é representada pelos quaternions pois, além de ser computacionalmente eficaz, evita problemas de singularidades. Os resultados obtidos com dados simulados apresentam um bom desempenho para o Filtro de Kalman *Unscented* quando comparado com o Filtro de Kalman Estendido.

Van der Merwe, Wan e Julier (2004) discutem em seu trabalho a eficácia do método

do Filtro de Kalman Sigma-Ponto, pois este fornece uma melhor performance sobre o filtro padrão geralmente utilizado em sistemas não-lineares (Filtro de Kalman Estendido). São realizadas aplicações do Filtro de Kalman Sigma-Ponto para o problema de navegação considerando um veículo aéreo autônomo. Para a simulação dos dados foram consideradas medidas de GPS com uma unidade de medida inercial (IMU) e altímetro. Do estudo realizado conclui-se que a complexidade computacional do Filtro de Kalman Sigma-Ponto é equivalente ao Filtro de Kalman Estendido, porém além de ser mais robusto e dispensar derivações analíticas ou cálculo da matriz Jacobiana, a solução obtida é melhor com relação à fornecida pelo Filtro de Kalman Estendido.

No mesmo ano (2004), o trabalho de van der Merwe e Wan aponta as deficiências inerentes à utilização do Filtro de Kalman Estendido e apresenta, como alternativa, a família de algoritmos do filtro de Kalman não-linear chamada Filtro de Kalman Sigma Ponto. Os resultados demonstraram um melhor desempenho da estimativa do estado obtida pelo Filtro de Kalman Sigma Ponto, quando aplicado ao problema de integração do sistema GPS / INS combinando medidas de giroscópios e acelerômetros. Os resultados indicam uma redução do erro de aproximadamente 30% na atitude e na posição estimadas em relação a implementação do Filtro de Kalman Estendido.

Julier e Uhlmann (2004) apresentam e discutem a Transformação *Unscented*, sendo que duas fases são analisadas. Primeiro, os sigma-ponto são escolhidos deterministicamente da estatística da transformação, então propriedades de segunda-ordem da distribuição podem ser propagadas com somente uma pequena quantidade de amostras da informação estatística. Segundo, a aproximação pode ser interpretada geralmente como uma distribuição de probabilidade. O algoritmo desenvolvido é estendido para capturar os quatro primeiros momentos de uma distribuição Gaussiana e os três primeiros momentos de uma distribuição arbitrária. Neste trabalho foram considerados muitos aspectos das várias maneiras nas quais a Transformação *Unscented* pode ser utilizada de forma a atender as sutilezas de aplicações específicas ou a questões relacionadas ao desempenho do filtro, sendo este algoritmo conceitualmente muito simples e de fácil aplicação.

No trabalho de VanDyke et al. (2004) é apresentada uma discussão sobre o Filtro de Kalman Sigma-Ponto como uma tentativa de solucionar problemas relacionados à estimação de atitude de satélites artificiais. Para isso o Filtro de Kalman Sigma-Ponto

foi testado através de simulações numéricas, utilizando medida de ruídos simulados. Os resultados obtidos pelo Filtro de Kalman Sigma-Ponto foram comparados com resultados obtidos pelo Filtro de Kalman Estendido. Da comparação realizada verificou-se que o Filtro de Kalman Sigma-Ponto é capaz de convergir mesmo com estimativas iniciais pobres dos parâmetros, enquanto que o Filtro de Kalman Estendido mostrou ter uma grande tendência para divergir.

Ma e Jiang (2005) utilizaram em seu trabalho o Filtro de Kalman Sigma-Ponto para solucionar o problema de calibração e estimação da atitude de satélites artificiais, baseado somente em medidas fornecidas por magnetômetros. Para descrever o vetor de atitude foi usado o parâmetro de Rodrigues, que evita as singularidades da matriz de covariância quando usamos quaternions na determinação de atitude. O estimador Filtro de Kalman Sigma-Ponto é testado através de simulações numéricas de um corpo rígido totalmente acionado com magnetômetros de 3 eixos e comparações foram realizadas considerando resultados obtidos pelo Filtro de Kalman Estendido. Os resultados mostram claramente que o Filtro de Kalman Sigma-Ponto é superior ao Filtro de Kalman Estendido quando se admite uma dinâmica de atitude não-linear, uma vez que o Filtro de Kalman Sigma-Ponto converge mesmo com estimativas iniciais pobres.

Em Crassidis e Markley (2007) são feitas comparações entre um estimador chamado de Unscented Quaternion Estimator (USQUE) e o Filtro de Kalman Estendido por meio de simulações de exemplos realísticos de espaçonaves. As simulações são feitas tendo como referência a espaçonave TRMM em uma órbita quase circular. Os sensores utilizados para a obtenção dos dados para determinação de atitude foram os sensores de Terra, sensor solar digital, magnetômetros de 3-eixos e giroscópios. Este novo filtro é baseado na parametrização do quatérnio de atitude, sendo este representado pelos parâmetros de Rodrigues. As simulações indicaram que o Filtro de Kalman *Unscented* é mais robusto que o Filtro de Kalman Estendido segundo condições iniciais pobres de atitude.

No trabalho de Shojaie et al. (2007) eles analisam e comparam os resultados do Filtro de Kalman Estendido e do Filtro de Kalman *Unscented* no processo de localização instantânea e mapeamento. Para esta análise simulações numéricas foram realizadas onde confirmaram o melhor desempenho do Filtro de Kalman *Unscented* quando o estado a ser estimado apresenta um modelo altamente não-linear.

Pela revisão bibliográfica apresentada observa-se grande utilização das variantes do Filtro de Kalman em problemas de estimação de atitude de satélites artificiais, em especial quando a modelagem do sistema dinâmico envolve equações não-lineares.

Este trabalho se diferencia dos demais devido ao fato de que todos os outros estudos fizeram suas análises baseadas em dados simulados de sensores. Este, no entanto, utiliza dados reais de sensores que estão a bordo dos satélites CBERS-2 e CBERS-2B, contribuindo de maneira a analisar o comportamento do Filtro de Kalman Sigma Ponto quando este é alimentado com dados ruidosos ou mesmo uma quantidade escassa de medidas.

3 METODOLOGIA

O objetivo deste capítulo é apresentar os principais métodos utilizados para o desenvolvimento desta tese.

Este trabalho particulariza o tipo de satélite artificial envolvido, de forma que todas as equações que foram empregadas se mantêm fiéis às utilizadas durante o projeto do satélite em questão. Foram utilizados os dados dos satélites CBERS-2 e CBERS-2B, sendo estes, satélites de sensoriamento remoto cuja órbita é heliossíncrona, o que permite a comparação das imagens tiradas em dias diferentes, sempre com as mesmas condições de iluminação solar.

Como será apresentado nos próximos capítulos, a determinação de atitude requer informações relacionadas a tempo, sensores e órbita. Sendo assim, as informações de Telemetria dos sensores solar e de Terra e as Efemérides, correspondentes ao mesmo período dos dados, são fornecidas pelo Centro de Controle de Satélites do INPE.

De maneira geral são realizadas as seguintes etapas:

Os dados captados pelos sensores a bordo dos satélites CBERS-2 e CBERS-2B são transmitidos por meio de telemetrias e estes dados são selecionados e salvos no ambiente do MATLAB, onde é criado um banco de dados para a utilização na implementação dos algoritmos propostos.

De posse das principais características do satélite CBERS-2, tais como: órbita, sistemas de referência e dos dados obtidos do satélite pelos sensores de atitude, o Filtro de Kalman Estendido e o Filtro de Kalman Sigma-Ponto são implementados.

Num primeiro momento o Filtro de Kalman Estendido (FKE) é implementado, considerando os ângulos de Euler para representar a atitude, e validado através da comparação com resultados de atitude estimados pelo Método de Mínimos Quadrados. A certificação do funcionamento do FKE é importante, pois seus resultados serviram de referência para validação e análise dos resultados obtidos pelo Filtro de Kalman Sigma-Ponto (FKSP). Esta fase realizada, o Filtro de Kalman Sigma-Ponto (mais especificamente, o Filtro de Kalman Unscented, como será visto adiante) é implementado e comparado com o estimador de referência (FKE). Comparações entre as atitudes estimadas pelos algoritmos também são realizadas para dois diferentes tipos de representações de atitude: quaternions e os incrementos de quaternions.

O satélite CBERS utiliza nas suas equações dinâmica e cinemática a representação da atitude por ângulos de Euler. Considerando pequenos valores para os ângulos de Euler, as equações podem ser simplificadas de modo a evitar as singularidades devido às funções trigonométricas presentes no modelo. Ainda assim a representação da atitude com os quatérnions se faz necessária, uma vez que esta abordagem representa a maior parte dos trabalhos existentes na literatura relacionados à estimação de atitude, além de tornar possível uma análise mais completa para casos em que não existam simplificações nos modelos matemáticos.

Uma segunda abordagem é realizada para o satélite CBERS-2B. As atitudes estimadas pelo FKE e FKSP são comparadas com dados do Sensor de Estrelas, dados estes fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE. A razão desta análise se justifica por ser importante verificar a performance dos estimadores em outras passagens do satélite, de forma a validar os resultados obtidos por ambos algoritmos. Sendo de grande precisão os dados de atitude medidos pelo sensor de estrelas, uma avaliação da performance dos demais sensores é feita de maneira a verificar quais medidas contribuem mais para a estimação da atitude dos satélites.

Por fim, um teste de robustez é realizado de modo que seja observada qual a precisão do Filtro de Kalman Estendido e do Filtro de Kalman Sigma-Ponto quando estão sujeitos às condições iniciais imprecisas.

4 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

Quando se deseja determinar a atitude de um satélite deve-se primeiro especificar em relação a qual sistema de coordenadas se deseja fazer isso. Em segundo lugar, é preciso conhecer que sensores estão disponíveis a bordo do satélite, de modo a saber quais vetores de referência podem ser utilizados e também conhecer os seus modelos no sistema de coordenadas de referência. Estabelecer cuidadosamente quais sistemas de coordenadas serão utilizados em determinada missão é de grande relevância, pois a precisa definição destes sistemas evita erros de posição e atitude e, conseqüentemente, os erros geométricos presentes nas imagens obtidas através das informações enviadas pelo satélite.

Os sistemas de referência utilizados nesse trabalho são baseados nos sistemas utilizados pelo satélite CBERS-2 e CBERS-2B. A Figura 4.1 ilustra os referenciais que serão definidos a seguir.

4.1 Referencial Inercial

O referencial inercial representado por (X, Y, Z) tem origem no centro da Terra. O plano OXY coincide com o plano equatorial. O eixo Z aponta na direção do pólo norte geográfico, o eixo X aponta na direção do ponto vernal e o eixo Y completa o sistema dextrógiro. É também utilizado na determinação de órbita e para avaliar a direção de referência do sol.

4.2 Referencial Orbital

O referencial orbital representado por (x_o, y_o, z_o) é um sistema de coordenadas com origem no centro de massa do satélite. O plano Ox_oz_o é o plano orbital. O eixo z_o aponta na direção do centro da Terra (direção Nadir) e o eixo y_o aponta na direção normal ao plano orbital. O eixo x_o completa o sistema dextrógiro. No caso de uma órbita circular o eixo x_o coincide com a direção do vetor velocidade orbital linear do satélite.

4.3 Referencial do Satélite

O referencial do corpo ou do satélite representado por (x, y, z) é um sistema de coordenadas com origem no centro de massa do satélite. Para estudos de satélites estabilizados em 3 eixos, Terra-apontado, é prático definir os eixos de *roll*, *pitch* e

yaw como sendo:

- eixo de *roll* (rolamento) em x , nominalmente alinhado com x_0 e define o movimento em torno da direção da velocidade orbital;
- eixo de *pitch* (arfagem) em y , nominalmente alinhado com y_0 e define o movimento em torno da direção normal à órbita;
- eixo de *yaw* (guinada) em z , nominalmente alinhado com z_0 e define o movimento em torno da direção Nadir/Zênite.

Devido a imprecisões do Sistema de Controle de Atitude e Órbita existem pequenos desalinhamentos entre o sistema de referência orbital e o sistema de referência do satélite. Como os sensores de atitude são referenciados no sistema do satélite, os desalinhamentos de pré-lançamento e pós-lançamento devido a imprecisões de instalação, vibração do lançador e efeitos termo-elásticos afetam a saída destes sensores causando assim erros geométricos de imagens.

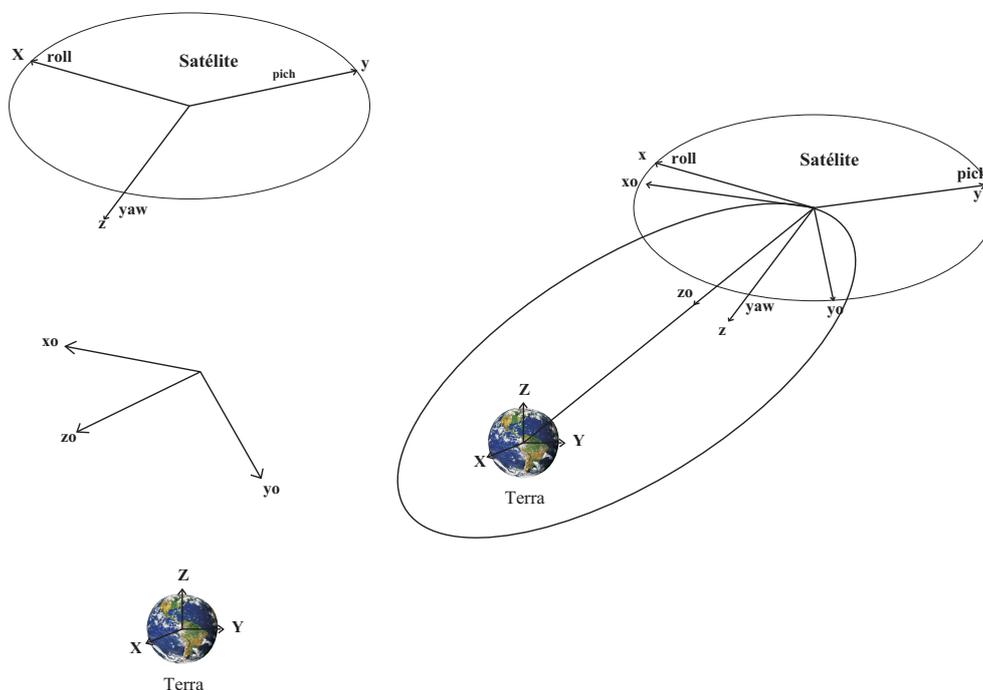


Figura 4.1 - Sistemas de referencia inercial (X, Y, Z), orbital (x_0, y_0, z_0) e do satélite (x, y, z).

Fonte: Arantes (2005)

5 MODELO MATEMÁTICO DOS SENSORES DE ATITUDE

A finalidade da estimação de atitude é obter a orientação do veículo espacial com relação a um sistema de referência inercial, definido anteriormente. Basicamente existem duas alternativas para a obtenção das medidas que contribuirão no processo de estimação da atitude do satélite: ou as medidas são obtidas com respeito a uma direção de referência usando algum tipo de sensor (sensor solar, sensor de Terra, sensor de estrelas) ou são obtidas medindo diretamente a aceleração centrífuga utilizando giroscópios e acelerômetros.

Neste trabalho a determinação da atitude dos satélites é feita levando em conta medidas fornecidas por giroscópios, sensores de Terra e sensores solares. Dados do sensor de estrelas, a bordo do CBERS-2B, serão utilizados de maneira a aferir o comportamento da atitude estimada pelos algoritmos.

5.1 Modelo do Giroscópio

Giroscópios são mecanismos que utilizam uma roda que gira em alta velocidade com o intuito de sentir e responder a mudanças na orientação inercial do seu eixo de rotação que coincide com o eixo de rotação do satélite. A sua utilização em satélites artificiais possuem as seguintes finalidades: medir alterações na atitude do satélite e/ou gerar torques de controle para alterar ou manter a orientação do veículo. A principal vantagem da utilização do giro é que eles podem fornecer o deslocamento angular e/ou a velocidade angular do satélite diretamente. No entanto, os giros possuem um erro devido à deriva, associado a pequenas imperfeições em seu mecanismo, significando que o erro das suas medidas pode aumentar com o tempo. Neste trabalho:

- os erros de deriva do giroscópio são denominados de *bias* e serão incluídos no vetor de estado a ser estimado;
- os giros integradores de velocidade (*Rate-Integration Gyros - RIGs*) são utilizados para medir a velocidade angular dos eixos de *roll*, *pitch* e *yaw* do satélite.

O modelo matemático do RIGs é (WERTZ, 1978):

$$\Delta\Theta_i = \int_0^{\Delta t} (\omega_i + \varepsilon_i) dt \quad (i = x, y, z) \quad (5.1)$$

onde $\Delta\Theta_i$ são os deslocamentos angulares do satélite em um intervalo de tempo Δt ; ω_i são as componentes da velocidade angular no sistema do satélite e ε_i são as componentes do *bias* do giroscópio.

Desta forma, a medida das componentes da velocidade angular do satélite pode ser colocada na forma (WERTZ, 1978):

$$\hat{\omega} = \left(\frac{\Delta\vec{\Theta}}{\Delta t} \right) - \hat{\varepsilon} - \vec{\eta}_1 = \vec{g} - \vec{\varepsilon} - \vec{\eta}_1 \quad (5.2)$$

sendo $\vec{g}(t)$ o vetor de saída do giroscópio e $\vec{\eta}_1(t)$ representa o ruído branco Gaussiano do processo, no qual abrange todos os efeitos remanescentes não-modelados,

$$E[\vec{\eta}_1(t)] = 0$$

e

$$E[\vec{\eta}_1(t)\vec{\eta}_1^T(t + \Delta t)] = Q_1(t)\delta(\Delta t)$$

onde $E[\cdot]$ denota a operação expectância (ou esperança), definida matematicamente por: $E[x] = \sum xP(x)$, com x uma variável aleatória e P a probabilidade associada à esta variável, e δ é o símbolo de Kroenecker.

A taxa de deriva do *bias* não é em si uma quantidade estática mas é conduzido por um segundo processo de ruído branco gaussiano,

$$\dot{\varepsilon}(t) = \vec{\eta}_2 \quad (5.3)$$

com:

$$E[\vec{\eta}_2(t)] = 0$$

e

$$E[\vec{\eta}_2(t)\vec{\eta}_2^T(t + \Delta t)] = Q_2(t)\delta(\Delta t)$$

nas quais Q_1 e Q_2 são as matrizes de covariância do ruído dinâmico. Ambos os ruídos do processo, $\vec{\eta}_1$ e $\vec{\eta}_2$, são assumidos não-correlacionados

$$E[\vec{\eta}_1(t)\vec{\eta}_2^T(t + \Delta t)] = 0$$

5.2 Modelo de Medidas do Sensor de Terra Infravermelho

Os sensores de Terra (ou de Horizonte) são mecanismos utilizados na determinação da orientação de um satélite com relação à Terra. Estes sensores determinam o ângulo existente entre a direção de um eixo de simetria do satélite e a direção do centro da Terra.

A utilização destes sensores é uma forma de compensar os erros de deriva presentes no giroscópio. Estes sensores estão localizados no satélite e alinhados com seus eixos de *roll* e *pitch*. Neste trabalho, dois sensores de Terra são utilizados, onde um deles mede o ângulo *roll* e o outro mede o ângulo *pitch*.

As equações de medidas para os sensores de Terra Infravermelho (*Infrared Earth Sensors - IRES*) são dadas por (FUMING, KUGA, 1999):

$$\begin{aligned}\phi_H &= \phi + \nu_{\phi_H} \\ \theta_H &= \theta + \nu_{\theta_H}\end{aligned}\tag{5.4}$$

onde ν_{ϕ_H} e ν_{θ_H} são ruídos brancos e representam pequenos efeitos remanescentes de desalinhamentos durante a instalação e /ou pela montagem do sensor. Esses erros são assumidos Gaussianos,

$$E[\nu_{\phi_H}(t)\nu_{\phi_H}^T(t + \Delta t)] = E[\nu_{\theta_H}(t)\nu_{\theta_H}^T(t + \Delta t)] = R_1(t)\delta(\Delta t)$$

na qual R_1 é a matrizes de covariância do erro das medidas relacionadas ao sensor de Terra infravermelho.

5.3 Modelo de Medidas do Sensor Solar Digital

O sensor solar é um mecanismo óptico que detecta o sol e define a posição de um dos principais eixos de simetria da espaçonave em relação à direção na qual o sol foi detectado.

Uma vez que o sensor de Terra não é capaz de medir o ângulo *yaw*, os sensores solares são utilizados pelo Sistema de Controle de Atitude a fim de superar este problema. No entanto, estes sensores não fornecem medidas diretas, mas o ângulo acoplado de *pitch* (α_θ) e *yaw* (α_ψ). As equações de medidas para o sensor solar digital (*Digital Sun Sensors - DSS*) são obtidas da seguinte forma (FUMING,KUGA, 1999):

$$\alpha_\psi = \tan^{-1} \left(\frac{-S_y}{S_x \cos(60^\circ) + S_z \cos(150^\circ)} \right) + \nu_{\alpha_\psi} \quad (5.5)$$

quando $|S_x \cos(60^\circ) + S_z \cos(150^\circ)| \geq \cos(60^\circ)$, e

$$\alpha_\theta = 24^\circ - \tan^{-1} \left(\frac{S_x}{S_z} \right) + \nu_{\alpha_\theta}$$

quando $|24^\circ - \tan^{-1} \left(\frac{S_x}{S_z} \right)| < 60^\circ$,

onde ν_{α_ψ} e ν_{α_θ} são o ruído branco e representam pequenos efeitos remanescentes de desalinhamentos durante a instalação e /ou pela montagem do sensor. Assim como no sensor de Terra, esses erros são assumidos Gaussianos,

$$E[\nu_{\alpha_\psi}(t)\nu_{\alpha_\psi}^T(t + \Delta t)] = E[\nu_{\alpha_\theta}(t)\nu_{\alpha_\theta}^T(t + \Delta t)] = R_2(t)\delta(\Delta t)$$

sendo R_2 a matriz de covariância do erro das medidas relacionadas ao sensor solar

digital.

As condições devem ser tais que o vetor solar esteja no campo de visada do sensor, e S_x, S_y, S_z são as componentes do vetor unitário associado ao vetor solar no sistema do satélite e dados por:

$$\begin{aligned} S_x &= S_{0x} + \hat{\psi}S_{0y} - \hat{\theta}S_{0z} \\ S_y &= S_{0y} - \hat{\psi}S_{0x} + \hat{\phi}S_{0z} \\ S_z &= S_{0z} - \hat{\phi}S_{0y} + \hat{\theta}S_{0z} \end{aligned} \tag{5.6}$$

onde S_{0x}, S_{0y}, S_{0z} são as componentes do vetor solar no sistema de coordenadas orbital (FUMING, KUGA, 1999) e $\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}$ são os ângulos de Euler, os quais representam a atitude estimada.

5.4 Sensor de Estrelas

Será apresentado a seguir um breve comentário a cerca das principais características dos sensores de estrelas, em especial do sensor estelar que está à bordo do CBERS-2B.

O satélite CBERS-2B possui a bordo 2 sensores estelares, chamados STS1 e STS2 respectivamente, com especificações idênticas. Estes sensores são dispositivos digitais que medem as coordenadas de estrelas em um sistema fixo ao veículo espacial e fornecem a atitude quando essas coordenadas observadas são comparadas com a direção conhecida de estrelas, obtidas de um catálogo de estrelas.

Se dois vetores são conhecidos no sistema inercial e seus correspondentes são conhecidos no sistema do corpo, diferentes métodos de determinação de atitude podem ser usados para encontrar os ângulos de atitude. Como o sensor está fixado no corpo do satélite, o vetor na direção de visada do sensor é constante.

As medidas fornecidas pelo sensor de estrelas utilizadas neste trabalho foram obtidas pelo algoritmo conhecido como TRIAD (PISACANE, MOORE, 1994), e as equações que foram utilizadas serão apresentadas a seguir.

Seja J2000 o sistema de referência inercial e a triad $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ (vetores unitários) que relaciona o sistema inercial com o sistema do satélite.

A triad $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3$ no sistema do corpo do satélite é dada por (SILVA et al., 2006):

$$\begin{aligned}\vec{s}_1 &= \frac{\vec{V}_1 + \vec{V}_2}{|\vec{V}_1 + \vec{V}_2|} \\ \vec{s}_2 &= \frac{\vec{V}_1 \times \vec{V}_2}{|\vec{V}_1 \times \vec{V}_2|} \\ \vec{s}_3 &= \frac{\vec{u} \times \vec{v}}{|\vec{u} \times \vec{v}|}\end{aligned}\tag{5.7}$$

onde \vec{V}_1 e \vec{V}_2 são os vetores relacionados aos sensores de observação e são escritos no referencial inercial. Portanto, é necessário rotacioná-lo para o referencial do satélite CBERS (SILVA et al., 2006).

Denotando os dois sensores observacionais no referencial inercial como $\vec{V}_{1J2000Obs}$ e $\vec{V}_{2J2000Obs}$, então estes vetores no sistema do satélite pode ser escrito como:

$$\vec{V}_{iCBERSObs} = R(t)\vec{V}_{iJ2000Obs} \quad i = 1, 2 \tag{5.8}$$

sendo R definida por:

$$R(t) = \begin{bmatrix} \vec{u} \\ \vec{v} \\ \vec{w} \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

Definindo a triad $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ como

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= \frac{\vec{V}_{1CBERSObs} + \vec{V}_{2CBERSObs}}{|\vec{V}_{1CBERSObs} + \vec{V}_{2CBERSObs}|} \\
\vec{r}_2 &= \frac{\vec{V}_{1CBERSObs} \times \vec{V}_{2CBERSObs}}{|\vec{V}_{1CBERSObs} \times \vec{V}_{2CBERSObs}|} \\
\vec{r}_3 &= \frac{\vec{u} \times \vec{v}}{|\vec{u} \times \vec{v}|}
\end{aligned} \tag{5.10}$$

O próximo passo é definir as matrizes

$$M_c = \left[\vec{s}_1 \quad \vec{s}_2 \quad \vec{s}_3 \right]$$

$$M_{CBERS} = \left[\vec{r}_1 \quad \vec{r}_2 \quad \vec{r}_3 \right]$$

Desta forma, a matriz de atitude é obtida por:

$$A = M_c M_{CBERS}^T$$

Para o satélite CBERS-2B, de acordo com (SILVA et al., 2006), utilizando a sequência de rotação 1-2-3 os ângulos de atitude (ângulos de Euler) são obtidos como:

$$\phi = \arctan(-A_{32}/A_{33})$$

$$\theta = \arcsin(A_{31})$$

$$\psi = \arctan(-A_{21}/A_{11})$$

onde $A_{i,j}$ correspondem ao elemento da i th linha e j th coluna da matriz A , e ϕ , θ e ψ são os ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw*.

6 REPRESENTAÇÕES DE ATITUDE

Este capítulo apresenta e discute os modelos matemáticos da cinemática e da dinâmica de um satélite equipado com sensores solar, sensores de Terra e giroscópios. A equação da cinemática é obtida a partir de diferentes representações da atitude, sendo elas os ângulos de Euler, os quaternions e os incrementos de quaternion. Essas parametrizações são amplamente utilizadas na área de dinâmica de atitude, uma vez que permitem representar a dinâmica e a atitude dos veículos espaciais em diferentes sistemas de coordenadas.

6.1 Atitude representada por Ângulos de Euler

A orientação (atitude) de um satélite pode ser descrita por três ângulos, denominados ângulos de Euler, e expressa pela relação entre dois sistemas de coordenadas, um deles fixo no satélite e outro associado a um sistema inercial.

No caso dos satélites CBERS, a atitude é estabilizada em três eixos nominalmente geo-apontado e pode ser descrita em relação ao sistema orbital. Nesse referencial, o movimento em torno da direção da velocidade orbital é denominado *roll* (rolamento). O movimento em torno da direção normal à órbita é denominado *pitch* (arfagem), e, finalmente o movimento em torno da direção Nadir/Zênite é denominado *yaw* (guinada).

Para transformar um vetor representado em um dado referencial para outro é necessário definir uma matriz de cossenos diretores (R), onde seus elementos são escritos em termos dos ângulos de Euler (ϕ, θ, ψ). A seqüência adotada neste trabalho, de acordo com (FUMING,KUGA, 1999), para os ângulos de Euler foi a 3-2-1, onde o sistema de coordenadas fixo no corpo do satélite (x, y, z) se relaciona com o sistema de coordenadas orbital (x_o, y_o, z_o) através da seguinte seqüência de rotações:

- 1ª rotação de um ângulo ψ (ângulo *yaw*) em torno do eixo z_o ;
- 2ª rotação de um ângulo θ (ângulo *pitch*) em torno de um eixo intermediário y' ;
- 3ª rotação de um ângulo ϕ (ângulo *roll*) em torno do eixo x .

A matriz de atitude (ou de cossenos diretores) obtida através da seqüência de rotação 3-2-1 é dada por:

$$R = R_x(\phi)R_{y'}(\theta)R_{z_o}(\psi)$$

ou:

$$R = \begin{bmatrix} C(\theta)C(\psi) & C(\theta)S(\psi) & -S(\theta) \\ S(\phi)S(\theta)C(\psi) - S(\psi)C(\phi) & S(\phi)S(\theta)S(\psi) + C(\phi)C(\psi) & S(\phi)C(\theta) \\ C(\phi)S(\theta)C(\psi) + S(\phi)S(\psi) & C(\phi)S(\theta)S(\psi) - S(\phi)C(\psi) & C(\phi)C(\theta) \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

sendo R a matriz de atitude com: S=sin, C=cos.

Portanto, dada a matriz de atitude R com elementos r_{ij} , $i = 1, \dots, 3$, $j = 1, \dots, 3$, os ângulos de Euler podem ser calculados por:

$$\begin{aligned} -360^\circ \leq \phi &= \arctan(r_{23}/r_{33}) \leq 360^\circ \\ -90^\circ \leq \theta &= \arcsin(r_{13}) \leq 90^\circ \\ -360^\circ \leq \psi &= \arctan(r_{12}/r_{11}) \leq 360^\circ \end{aligned} \quad (6.2)$$

A vantagem da representação de atitude através dos ângulos de Euler está em utilizar apenas três parâmetros. Por outro lado, esta representação tem a desvantagem da dependência de funções trigonométricas no modelo matemático do movimento do satélite. Tais funções, em alguns casos, apresentam singularidades associadas a denominadores nulos.

6.1.1 Dinâmica da Atitude em Ângulos de Euler

Ao representarmos a atitude de um satélite com ângulos de Euler, o conjunto de equações da cinemática dependerá da seqüência de rotações escolhidas para passar o sistema de um referencial para outro. A forma apresentada a seguir é obtida para a seqüência de rotações 3-2-1 (Fuming e Kuga, 1999):

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S(\phi)T(\theta) & C(\phi)T(\theta) \\ 0 & C(\phi) & -S(\phi) \\ 0 & S(\phi)/C(\theta) & C(\phi)C(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

onde $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ são as componentes da velocidade angular do satélite em *roll, pitch* e *yaw*.

A informação dada pelos giros ($\hat{\omega}_x, \hat{\omega}_y, \hat{\omega}_z$), com suas devidas correções (bias, desalinhamentos, fator de escala, etc.) é incorporada por:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x \\ \hat{\omega}_y \\ \hat{\omega}_z \end{bmatrix} - R \left\{ \Omega_e \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ 0 \\ -\sin \varphi \end{bmatrix} + \omega_n \right\} \quad (6.4)$$

onde Ω_e é a velocidade angular da Terra, φ a latitude do local, ω_n é a velocidade angular que representa a taxa de transporte das coordenadas de navegação em relação à Terra e depende da aplicação, e a matriz de atitude R é dada por 6.1.

No caso do satélite em órbita:

$$\omega_n = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Como a taxa Ω_e é pequena ($\cong 10^{-4}rad/s$) em relação a velocidade angular orbital do satélite, comparativamente a equação 6.3 fica:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S(\phi)T(\theta) & C(\phi)T(\theta) \\ 0 & C(\phi) & -S(\phi) \\ 0 & S(\phi)/C(\theta) & C(\phi)C(\theta) \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x \\ \hat{\omega}_y \\ \hat{\omega}_z \end{bmatrix} - R \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (6.6)$$

com: $T=\tan$.

Definindo o vetor de estado composto pelos ângulos de Euler (ϕ, θ, ψ) e pelas componentes do *bias* ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$) do giro como

$$\hat{x}_k = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi & \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \end{bmatrix}^T \quad (6.7)$$

e assumindo que ϕ e θ são pequenos ângulos (menores que 5°), simplificações são realizadas no conjunto de equações 6.6 onde para um determinado ângulo $a \approx 0$ tem-se $\cos(a) = 1$ e $\sin(a) = a$.

Assim as equações diferenciais do estado para a atitude e o bias do giro são modeladas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\phi}(t) = \omega_0 \sin \hat{\psi} & + \hat{\omega}_x + \hat{\theta} \hat{\omega}_z \\ \dot{\theta}(t) = \omega_0 \cos \hat{\psi} & + \hat{\omega}_y + \hat{\phi} \hat{\omega}_z \\ \dot{\psi}(t) = \omega_0 (\hat{\theta} \sin \hat{\psi} - \hat{\phi} \cos \hat{\psi}) & + \hat{\omega}_z + \hat{\phi} \hat{\omega}_y \\ \dot{\hat{\varepsilon}}(t) = & 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

sendo $\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}$ os ângulos de atitude obtidos por algum processo de estimação.

Importante ressaltar que, neste trabalho, os ruídos são assumidos gaussianos e aditivos e por essa razão não serão estimados.

6.2 Atitude representada por Quaternions

O segundo tipo de parametrização da atitude do satélite que será utilizada neste trabalho é dado pelos quatérnions. O quatérnion é útil na navegação inercial a bordo do satélite, não apresenta singularidades nas equações cinemáticas, apresenta uma regra de álgebra de produtos conveniente para rotações sucessivas, e a matriz de rotação em termos do quatérnion não depende de funções trigonométricas. No entanto o quatérnion possui uma componente a mais (são 4) em relação aos ângulos de Euler (que são 3) e não possui uma interpretação física imediata.

Seja a rotação de um ângulo qualquer $\tilde{\varphi}$ em torno de um eixo de rotação \hat{n} . O quatérnion (\mathbf{q}) é determinado em função do ângulo de rotação $\tilde{\varphi}$ e do eixo de rotação \hat{n} , e é representado por uma matriz coluna (4x1), composta por uma parcela vetorial (\vec{q}) e uma parcela escalar (q_4), sendo dado por (Wertz, 1978; Zanardi, 2005):

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \vec{q} & q_4 \end{bmatrix}^T \quad (6.9)$$

com:

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix} = \sin(\tilde{\varphi}/2)\hat{n} \quad (6.10)$$

e:

$$q_4 = \cos(\tilde{\varphi}/2)$$

Uma propriedade importante dos quatérnions é o fato de seu módulo ser unitário, de modo que os quatro elementos do quatérnion satisfazem à propriedade:

$$|\mathbf{q}| = \mathbf{q}^T \mathbf{q} = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (6.11)$$

A matriz de atitude é obtida para os quatérnions de acordo com a relação (LEFFERTS et al., 1982):

$$R(\mathbf{q}) = (|q_4|^2 - |\vec{q}|^2)\mathbb{I}_3 + 2\vec{q}\vec{q}^T + 2q_4[[\vec{q}]] \quad (6.12)$$

sendo

$$[[\vec{q}]] = \begin{bmatrix} 0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & 0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Efetuando os cálculos, obtemos os elementos da matriz de atitude em termos das componentes dos quatérnions:

$$R(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Sendo a matriz de atitude em ângulos de Euler conhecida, (6.1), com seus elementos representados por r_{ij} cada componente do quatérnion pode ser determinada pelas relações (SHUSTER, 1993):

$$q_4 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + r_{11} + r_{22} + r_{33}} \quad (6.15)$$

Sendo $q_4 \neq 0$, as demais componentes do quatérnion podem ser determinadas pelas relações:

$$\begin{aligned} q_1 &= (r_{32} - r_{23})/4q_4 \\ q_2 &= (r_{13} - r_{31})/4q_4 \\ q_3 &= (r_{21} - r_{12})/4q_4 \end{aligned} \quad (6.16)$$

Caso q_4 seja nulo, as relações anteriores não são mais válidas e outras são obtidas para contornar este problema (ZANARDI, 2005).

Desta maneira, é possível obtermos a qualquer momento as componentes dos ângulos de Euler através do conjunto de equações 6.2 a partir das componentes da matriz de atitude definida em termos dos quatérnions, Eq. (6.14). De maneira análoga, pode-se obter as componentes dos quatérnions, Eq. (6.16) a partir das componentes da matriz de atitude definida em termos dos ângulos de Euler, Eq. (6.1).

Sejam dois sistemas S e S' relacionados através de duas rotações consecutivas. Os quatérnions possuem uma regra simples para composição de rotações. Considere \mathbf{q} o quatérnion da primeira rotação e \mathbf{q}' o quatérnion da segunda rotação. O quatérnion \mathbf{q}'' que relaciona o sistema S e S' é dado por (ZANARDI, 2005):

$$\mathbf{q}'' = \mathbf{q}' \otimes \mathbf{q} \quad (6.17)$$

e definido de tal modo que:

$$R(\mathbf{q}'') = R(\mathbf{q}')R(\mathbf{q}) \quad (6.18)$$

O esquema para determinação de \mathbf{q}'' resume-se inicialmente em calcular $R(\mathbf{q})$ e $R(\mathbf{q}')$ a partir dos quatérnions \mathbf{q} e \mathbf{q}' . A seguir calcula-se $R(\mathbf{q}'')$ pela equação anterior e então determina-se \mathbf{q}'' com os elementos da matriz $R(\mathbf{q}'')$. Outra maneira é utilizar a regra de composição de quatérnions, que pode ser escrita como (SHUSTER, 1993):

$$\mathbf{q}' \otimes \mathbf{q} = \{\mathbf{q}'\}\mathbf{q} = \{\mathbf{q}\}\mathbf{q}' \quad (6.19)$$

com

$$\{\mathbf{q}'\} = \begin{bmatrix} q'_4 & q'_3 & -q'_2 & q'_1 \\ -q'_3 & q'_4 & q'_1 & q'_2 \\ q'_2 & -q'_1 & q'_4 & q'_3 \\ -q'_1 & -q'_2 & -q'_3 & q'_4 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$\{\mathbf{q}\} = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Para o caso da segunda rotação ser pequena ($\delta\mathbf{q}$ associado a $\tilde{\varphi}' \sim 0$), definimos o incremento do quatérnion, sendo representado por:

$$\delta\mathbf{q} = \begin{pmatrix} (\tilde{\varphi}'/2)\hat{n} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta\vec{q} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

e

$$\mathbf{q}'' = \delta\mathbf{q} \otimes \mathbf{q} \quad (6.23)$$

As representações 6.22 e 6.23 são úteis na análise de erros de atitude e é uma das

abordagens utilizada neste trabalho. O incremento do quatérnion será utilizado na fase de atualização do Filtro de Kalman e será discutido no decorrer no Capítulo 7.

6.2.1 Dinâmica da Atitude em Quatérnions

Considerando os quatérnions definidos na seção anterior, podemos expressar as equações cinemáticas de uma maneira simples (WERTZ, 1978):

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

onde w_x , w_y , w_z são as componentes da velocidade angular do satélite e são dadas por 6.4, com a matriz de atitude R definida em termos dos quatérnions, 6.14.

As equações diferenciais do estado para a atitude e o *bias* do giroscópio são modeladas por:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{1}{2} \Omega(\vec{\omega}) \mathbf{q}(t) \quad (6.25)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}(t) = 0$$

na qual $\vec{\omega}$ é o vetor velocidade angular do satélite, dado por 6.4, e $\Omega(\vec{\omega})$ é a matriz 4x4 anti-simétrica dada por (LEFFERTS et al., 1982):

$$\Omega(\vec{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

A equação diferencial do quatérnion, 6.25, é linear e possui uma solução analítica, o que auxilia no processo de predição do vetor de estado no filtro de Kalman. Neste caso, o vetor de estado será composto pelos quatérnions (\mathbf{q}) e pelas componentes do

vetor de *bias* do giroscópio:

$$\hat{x}_k = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \end{bmatrix}^T \quad (6.27)$$

Assumindo que os dados do giro são amostrados a uma taxa fixa e que a velocidade angular no sistema do satélite, $\vec{\omega}$, é constante sobre o intervalo de amostragem, então uma solução para a equação 6.25 é (WERTZ, 1978):

$$\mathbf{q}(t + \Delta t) = \Phi_q(\Delta t, \vec{\omega})\mathbf{q}(t) \quad (6.28)$$

onde Δt é o intervalo de amostragem; $\mathbf{q}(t)$ é o quatérnion de atitude no instante t ; $\mathbf{q}(t + \Delta t)$ é o quatérnion propagado para o próximo instante $t + \Delta t$; e Φ_q é a matriz de transição que leva o sistema do instante t para $t + \Delta t$, dada por:

$$\Phi_q(\Delta t, \vec{\omega}) = \cos\left(\frac{|\vec{\omega}|\Delta t}{2}\right) \mathbb{I}_4 + \frac{1}{|\vec{\omega}|} \sin\left(\frac{|\vec{\omega}|\Delta t}{2}\right) \Omega(\vec{\omega}) \quad (6.29)$$

sendo \mathbb{I}_4 uma matriz identidade de ordem 4.

7 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE

A seguir serão discutidas e apresentadas as principais técnicas de estimação de estados que são amplamente aplicáveis a problemas de estimação de atitude e órbita de satélites artificiais.

7.1 Introdução as Técnicas de Estimação de Atitude

O propósito de um estimador de estado é calcular estimativas de um vetor de estado com base em um conjunto de observações, de modo que a estimativa obtida seja ótima segundo um dado critério. Em outras palavras, é um algoritmo computacional que processa medidas para produzir uma estimativa, de erro mínimo, do estado de um sistema utilizando:

- Conhecimento da dinâmica do sistema e das medidas;
- Estatísticas do ruído do sistema dinâmico e erros da medida e
- Informações da condição inicial.

Para se determinar a atitude de um satélite é necessário o conhecimento das observações realizadas por algum dispositivo de medida (sensores), além da modelagem dinâmica do movimento do satélite. Para que o estado do sistema seja estimado com a devida precisão, é necessário escolher um estimador que leve em conta todas as condições físicas inerentes ao sistema.

Existem basicamente dois conjuntos de estimadores de estados:

- Estimadores em Lotes: quando o vetor de estado é atualizado num instante de referência ou época, usando um lote (bloco) de observações obtido durante um intervalo de tempo. Porém, devido a esta característica, este método não pode ser aplicado em sistemas embarcados com processamento em tempo real;
- Estimadores Seqüenciais ou Recursivos: quando o vetor de estado é atualizado após cada observação ser processada (processamento em tempo real).

Neste trabalho abordaremos com mais detalhes os estimadores recursivos, devido à necessidade de se estimar a atitude do satélite em tempo real. Esses estimadores em geral, incorporam na modelagem da dinâmica os aspectos estatísticos de erros e de ruídos sistemáticos ou aleatórios, tornando mais precisa a estimação de estado.

7.2 Métodos Recursivos Aplicados à Estimação de Atitude

O método mais difundido para realizar a tarefa de estimar atitude e órbita de satélites artificiais é o Filtro de Kalman. No entanto, em muitas aplicações de interesse o sistema dinâmico e as equações de observação são não-lineares, tornando o Filtro de Kalman em sua formulação original inadequado. Então, nestes casos, são aplicadas as variantes do Filtro de Kalman numericamente robustas e eficientes: o Filtro de Kalman Estendido e os algoritmos que compõem os Filtros de Kalman Sigma-Ponto.

Embora neste trabalho não tenha sido implementado o Método de Mínimos Quadrados Instantâneo (*Instantaneous Least Square Method*), os resultados da atitude do satélite CBERS-2, obtidas por este método, foram utilizadas como referência para validação da atitude estimada pelo Filtro de Kalman Estendido (KUGA et al., 2005). De maneira a esclarecer como os resultados de Mínimos Quadrados Instantâneo foram obtidos, foi reservado um breve resumo na próxima seção.

7.2.1 Método de Mínimos Quadrados Instantâneo

Este método é uma alternativa para o critério de estimação de mínima variância. Está aproximação requer uma suposição sobre as fontes não-estatísticas de incerteza no problema, assumindo a dinâmica do estado precisa, i.e., sem ruído.

O estimador não-linear de mínimos quadrados assume o seguinte sistema não-linear de observação (PRADO, KUGA, 2001):

$$y_k = h(x_k) + \nu_k \quad (7.1)$$

onde y_k representa o vetor de observação dos sensores, h é a função associada ao modelo das observações dos sensores, x_k representa o vetor de estado no instante t_k e ν_k representa o vetor associado ao ruído das observações neste instante.

A equação de observação é linearizada pela expansão de h_k em série de Taylor com

truncamento no termo linear, ou seja:

$$y_k = h_k(\bar{x}) + \left[\frac{\partial h_k}{\partial x} \right]_{x=\bar{x}} + \nu_k \quad (7.2)$$

Os desvios são definidos por $\partial y_k = y_k - h_k(\bar{x})$, tal que a equação de observação é dada pela equação linearizada:

$$\partial y_k = H_k \partial x_k + \nu_k \quad (7.3)$$

onde H_k é a matriz Jacobiana dada por:

$$H_k = \left[\frac{\partial h_k}{\partial x} \right]_{x=\bar{x}} \quad (7.4)$$

Para estimar o estado, considere a informação *à priori* para o estado e covariância no instante t_0 , respectivamente, dada por: $\hat{x}_0 = \hat{x}_0(t_0)$ and $\hat{P}_0 = \hat{P}_0(t_0)$.

Devido ao método de mínimos quadrados não-linear ser implementado de forma iterativa, então os desvios são refinados em vez do estado, onde:

$$\begin{aligned} \delta \bar{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1} - \hat{x}_0 \\ \delta \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1} - \hat{x}_k \end{aligned} \quad (7.5)$$

Portanto, as equações que implementam o algoritmo são dadas por:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1} &= \left(\hat{P}_0^{-1} + H^T R^{-1} H \right)^{-1} \\ \delta \hat{x}_{k+1} &= \hat{P}_{k+1} \left(\hat{P}_0^{-1} \delta \bar{x}_k + H^T R^{-1} \delta y \right) \\ \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_k + \delta \hat{x}_{k+1} \end{aligned} \quad (7.6)$$

Importante salientar que, no decorrer deste trabalho, os termos representados por \bar{a} e \hat{a} denotam os valores propagados e atualizados, respectivamente.

7.2.2 Filtro de Kalman

Uma das principais características do Filtro de Kalman é a de minimizar a variância do erro do valor estimado, ao mesmo tempo em que mantém a esperança do valor estimado igual à esperança do valor real. Além disso, o Filtro de Kalman pode ser implementado em sistemas embarcados para processamento em tempo real pela facilidade de cálculo, pois a estimativa do próximo estado depende apenas do estado anterior e das medições atuais, não sendo necessário manter na memória o histórico dos valores calculados previamente e nem processá-los a cada passo. O Filtro de Kalman pode ser aplicado em duas partes, a "extrapolação temporal" ou fase de propagação, que transporta os valores passados para o instante atual levando em conta a dinâmica do sistema; e a "atualização das medidas", que corrige os valores extrapolados a partir do conhecimento das medidas atuais.

O filtro em princípio é utilizado para dinâmicas lineares, mas mediante a extensão da técnica podemos usar o filtro em dinâmicas não-lineares, como o Filtro de Kalman Estendido e mais recentemente os Filtros de Kalman Sigma-Ponto.

As equações do Filtro de Kalman serão introduzidas a seguir, levando em conta as adaptações necessárias para que sejam aplicadas em sistemas não-lineares.

7.2.2.1 Filtro de Kalman Estendido

A maneira mais simples de atacar um problema de estimação não-linear é linearizar sobre a melhor estimativa corrente. Isso nos leva, naturalmente, ao Filtro de Kalman Estendido (FKE), que é provavelmente o estimador mais utilizado em problemas de estimação de atitude de satélites.

O Filtro de Kalman Estendido consiste da linearização sobre uma trajetória de referência que é continuamente atualizada a cada processamento das medidas do instante correspondente, sendo seu uso indicado para casos em que o modelo da dinâmica do estado é impreciso e simplificado.

Pode-se dizer que o FKE é um conjunto de equações matemáticas que utilizam um modelo simplificado do processo para fazer uma estimativa do estado atual e então corrigir à esta estimativa usando alguma medida disponível de sensores. Fazendo uso deste mecanismo preditor-corretor, ele gera uma aproximação da estimativa ótima devido à linearização dos modelos do processo e das medidas (LAVIOLA, 2003).

Assume-se que se o filtro estiver funcionando adequadamente, a estimativa corrente está cada vez mais próxima da real e, portanto, a linearização é com certeza válida.

Considere-se um sistema dinâmico não-linear cuja equação de estado é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), t] + \mathbf{G}(t)\eta(t) \quad (7.7)$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estado de dimensão n definido por 6.7 ou 6.27; \mathbf{f} é uma função vetorial dos elementos do estado; \mathbf{G} é a uma matriz ($n \times r$) com elementos contínuos no tempo; η é, por hipótese, um vetor de dimensão r que representa o ruído dinâmico no estado, que possui distribuição gaussiana com estatística dada por:

$$E[\eta(t)] = 0$$

$$E[\eta_1(t)\eta^T(t + \Delta t)] = Q(t)\delta(\Delta t) \quad (7.8)$$

onde Q é a matriz de covariância associada ao ruído dinâmico.

A informação a priori sobre o vetor de estado é caracterizada por:

$$E[\mathbf{x}(t_0)] = \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_0$$

$$E[(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}})^T] = P(t_0) = P_0 \quad (7.9)$$

onde P_0 é a matriz de covariância do estado no instante inicial.

Assim como no Filtro de Kalman padrão, o Filtro de Kalman Estendido é constituído por duas fases que se repetem sucessivamente: a fase de propagação do estado e respectiva matriz de covariância do erro entre instantes de amostragem e a fase de atualização, na qual as informações contidas nas observações presentes são incorporadas à estimativa propagada.

Para realizar a fase de propagação do filtro é necessário integrar ¹ o estado e a matriz de transição dados respectivamente por (PRADO, KUGA, 2001):

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{f}[\bar{\mathbf{x}}(t), t] \\ \dot{\Phi}(t, k) &= F[\bar{\mathbf{x}}(t), t]\Phi(t, k)\end{aligned}\tag{7.10}$$

sendo a matriz Jacobiana do sistema não-linear e as condições iniciais definidas respectivamente por:

$$F[\mathbf{x}(t_k), t_k] \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{f}(t, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}_k}$$

e condições iniciais: $\bar{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ e $\Phi_{k,k} = \mathbb{I}$

A matriz de covariância do erro propagada é dada por:

$$\bar{P}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \hat{P}_k \Phi_{k+1,k}^T + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T\tag{7.11}$$

com

$$\Gamma_k Q_k \Gamma_k^T = \int_k^{k+1} G(t) \Phi_{t,k} Q(t) \Phi_{t,k}^T G(t) dt$$

Admite-se que se dispõe de um conjunto de m medidas referentes ao instante t_{k+1} , relacionado com as variáveis de estado através da seguinte função de observação:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}) + \nu_{k+1}\tag{7.12}$$

onde \mathbf{y}_{k+1} representa o vetor de observação de dimensão m ; \mathbf{x}_{k+1} representa o vetor de estado no instante t_{k+1} ; ν_{k+1} é o vetor de dimensão m que representa o ruído das observações neste instante, sendo, por hipótese, um processo branco gaussiano discreto com estatística dada por:

¹Para realizar tal integração, nos casos em que as equações diferenciais do estado são não-lineares, utilizou-se o integrador numérico Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) com o passo determinado pelo intervalo entre as observações dos sensores.

$$E[\nu_k] = 0$$

$$E[\nu_k \nu_j] = R_k \delta_{kj}$$

onde R_k é uma matriz $m \times m$ positiva definida e δ_{kj} é o símbolo de Kroenecker. É importante ainda lembrar as hipóteses normais de não-correlação:

$$E[\eta(t) \nu_k^T] = E[\mathbf{x}(t_0) \eta(t)] = E[\mathbf{x}(t_0) \nu_k] = 0$$

A estimativa de mínima variância para o estado \mathbf{x}_{k+1} , que incorpora as informações contidas tanto nas medidas passadas quanto nas relativas ao instante t_{k+1} , é dada pelas equações contidas na fase de atualização:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + K_{k+1}[\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1})] \quad (7.13)$$

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T [H_{k+1} \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \quad (7.14)$$

$$\hat{P}_{k+1} = (\mathbb{I} - K_{k+1} H_{k+1}) \bar{P}_{k+1} \quad (7.15)$$

com a matriz de derivadas parciais de h em relação a x , avaliada ao longo da trajetória nominal, dada por:

$$H[\mathbf{x}(t_{k+1}), t_{k+1}] \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{h}(t_{k+1}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}_{k+1}}$$

Nesta tese o Filtro de Kalman Estendido foi implementado em três diferentes situações: estados representados por ângulo de Euler, estados representados por quatérnions e estados representados por incrementos de quatérnions. No entanto, a implementação do estimador com os quatérnions exigiu um tratamento especial da matriz de covariância do erro associado as componentes do quatérnion, uma vez

que é não-diagonal e singular. Isto decorre imediatamente do fato de as 4 componentes do quatérnion serem sujeitas ao vínculo do módulo deste ser unitário. Essa singularidade é difícil de ser mantida numericamente devido ao acúmulo de erros de arredondamento. Existem algumas maneiras para solucionar este problema de singularidade, onde duas possíveis soluções foram utilizadas neste trabalho e serão apresentadas a seguir.

A primeira solução foi estimar o quatérnion, porém representar a matriz de covariância por outra matriz de ordem menor. A segunda solução foi de estimar os incrementos destas variáveis, utilizando assim um vetor de estado e a matriz de covariância reduzida.

Solução I Representação na Matriz de Covariância Reduzida

A intenção deste item não é apenas apresentar as principais equações utilizadas para redução da ordem da matriz de covariância, mas também expor como o filtro foi alterado de maneira a utilizar esta abordagem.

Para inicializar o estimador é necessário um conjunto de informações *a priori*, destacando a informação do erro associado ao estado, chamada matriz de covariância (P), e do ruído dinâmico, matriz Q . No entanto estas matrizes estão associada diretamente ao erro na atitude (em ângulos de Euler) e ao erro das componentes do *bias* do giro. Neste caso a parcela da matriz de covariância associada a atitude em ângulos de Euler será representada por P_ϕ , com dimensão (3x3), e a matriz completa representada por $P_{\phi,\varepsilon}$, com dimensão (6x6). Do mesmo modo, a parcela da matriz de ruído dinâmico associada a atitude em ângulos de Euler será representada por Q_ϕ , com dimensão (3x3), e a matriz completa representada por $Q_{\phi,\varepsilon}$, com dimensão (6x6).

Dada as matrizes P_ϕ e Q_ϕ , determina-se as matrizes associadas aos quatérnions P_q (4x4) e Q_q (4x4), dadas por:

$$P_q = H \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial \phi} \end{pmatrix} P_\phi H \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial \phi} \end{pmatrix}^T \quad (7.16)$$

$$Q_q = H \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial \phi} \end{pmatrix} Q_\phi H \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial \phi} \end{pmatrix}^T \quad (7.17)$$

com $H \left(\frac{\partial q}{\partial \phi} \right)$ a matriz de derivadas parciais dos quatérnions com relação aos ângulos de Euler.

Com as matrizes de covariância e de ruído dinâmico completas associadas ao estado (quatérnions e *bias*), $P_{q,\varepsilon}$ (7x7) e $Q_{q,\varepsilon}$ (7x7), é possível reduzir a ordem destas matrizes, $P_{q,\varepsilon}^r$ (6x6) e $Q_{q,\varepsilon}^r$ (6x6), através das seguintes equações (LEFFERTS et al., 1982):

$$P_{q,\varepsilon}^r = S^T P_{q,\varepsilon} S \quad (7.18)$$

$$Q_{q,\varepsilon}^r = S^T Q_{q,\varepsilon} S \quad (7.19)$$

onde:

$$S = \begin{bmatrix} \Xi(q) & \vdots & 0_{4 \times 3} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0_{4 \times 3} & \vdots & \mathbb{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

$$\Xi(q) = \begin{bmatrix} q(4) & -q(3) & q(2) \\ q(3) & q(4) & -q(1) \\ -q(2) & q(1) & q(4) \\ -q(1) & -q(2) & -q(3) \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

Na fase de propagação do Filtro de Kalman Estendido, a matriz de covariância reduzida $\bar{P}_{q,\varepsilon}^r$ propagada do instante t_0 para o instante t é dada pela integral de Riccati (LEFFERTS et al., 1982):

$$\bar{P}_{q,\varepsilon}^r(t) = \tilde{\Phi}(t, t_0) \bar{P}_{q,\varepsilon}^r(t_0) \tilde{\Phi}^T(t, t_0) + \int_{t_0}^t \tilde{\Phi}(t, t') \tilde{G}(t') Q(t') \tilde{G}^T(t') \tilde{\Phi}^T(t, t') dt' \quad (7.22)$$

sendo as matrizes $\tilde{\Phi}(t, t_0)$ e $\tilde{G}(t)$ dadas por:

$$\tilde{\Phi}(t, t_0) = \begin{bmatrix} \Lambda(t, t_0) & \vdots & K(t, t_0) \\ \dots & \dots & \dots \\ 0_{3 \times 3} & \vdots & \mathbb{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

$$\tilde{G}(t) \equiv S^T(q)G(t) = \begin{bmatrix} -1/2\mathbb{I}_{3 \times 3} & \vdots & 0_{3 \times 3} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0_{3 \times 3} & \vdots & \mathbb{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

com

$$\Lambda(t, t_0) = \Xi^T(q(t))\Phi_q(t, t_0)\Xi(q(t_0)) \quad (7.25)$$

$$K(t, t_0) = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^t \Lambda(t, t') dt' \quad (7.26)$$

A fase de atualização do Filtro de Kalman também pode ser adaptada ao uso da matriz de covariância reduzida ($P_{q,\varepsilon}^r$), definindo as matrizes auxiliares \tilde{H}_k (1x6) e \tilde{K}_k (6x1) de acordo com (LEFFERTS et al., 1982):

$$\tilde{H}_k = H_k S(\bar{q}_k) \quad (7.27)$$

$$\tilde{K}_k = \bar{P}_k \tilde{H}_k^T [\tilde{H}_k \bar{P}_k \tilde{H}_k^T + R_k]^{-1} \quad (7.28)$$

onde \tilde{H}_k é a matriz de sensibilidade relacionada aos quatérnions.

$$\hat{P}_k = (\mathbb{I}_{6 \times 6} - \tilde{K}_k \tilde{H}_k) \bar{P}_k \quad (7.29)$$

$$K_k = S(\bar{q}_k) \tilde{K}_k \quad (7.30)$$

Na implementação deste método a matriz de covariância completa, $P_{q,\varepsilon}$ (7x7), não necessita ser computada, e a covariância reduzida (6x6) é propagada e atualizada continuamente, até que seja necessário reconstruí-la para determinar a covariância associada aos ângulos de Euler. Esta etapa é importante, pois os quatérnions não possuem uma interpretação física imediata, sendo necessário converter os quatérnions estimados para ângulos de Euler, usando as equações 6.14 e 6.2, além de sua respectiva covariância.

Solução II Estimação por Incremento de Quatérnion

Uma outra possibilidade para estimar a atitude com quatérnions é utilizar o incremento do quatérnion δq (LEFFERTS et al., 1982). Este quaternion incremental não representa a diferença aritmética entre o quatérnion verdadeiro e o estimado, mas sim o incremento do quatérnion que deve ser composto com o propagado a fim de obter o quatérnion verdadeiro. Uma vez que o incremento do quatérnion corresponde a uma pequena rotação, a quarta componente será unitária e, por isso, toda a informação da atitude estará contida nas 3 componentes do quatérnion, de acordo com a equação 6.22. Desta forma, o vetor de estado será composto por 6 componentes, sendo 3 relacionadas aos incrementos do quatérnion e 3 relacionadas as componentes do *bias* do giro.

Nesta abordagem, a fase de propagação do filtro de Kalman foi equivalente a implementação realizada na solução I. Feita a propagação do vetor de estado de dimensão 7, equação 6.27, e da covariância reduzida, é definido um novo vetor de estado relacionado ao quatérnio incremental, δx , de dimensão 6 definido por:

$$\delta \bar{x}_k = S^T \bar{x}_k \quad (7.31)$$

Sendo o vetor de estado, δx , e a matriz de covariância reduzida de mesma ordem, aplica-se as equações de atualização do filtro de Kalman Estendido (equações 7.13, 7.14, 7.15) de forma a obtermos os valores estimados do vetor de estado, $\delta \hat{x}_{k+1}$, e da covariância reduzida, \hat{P}_{k+1}^r .

Finalmente é reconstruído o quatérnion estimado a partir da equação 6.23:

$$\hat{\mathbf{q}}_{k+1} = \delta \hat{\mathbf{q}}_{k+1} \otimes \bar{\mathbf{q}}_{k+1} \quad (7.32)$$

7.2.2.2 Filtro de Kalman Sigma-Ponto

O Filtro de Kalman Sigma-Ponto (FKSP) é uma nova abordagem do Filtro de Kalman para processos e modelos de observação não-lineares e é descrito em importantes artigos, como por exemplo, de Julier et al. (1995, 2004), Julier e Uhlmann (1997, 2000), van der Merwe e Julier (2004).

No Filtro de Kalman Estendido, a distribuição do estado do sistema e todas as densidades de ruídos relevantes são aproximadas por variáveis aleatórias Gaussianas (VAG), que são então propagadas analiticamente através de uma linearização de primeira ordem do sistema não-linear. Isto pode introduzir grandes erros na verdadeira média e covariância posterior da VAG transformada, que pode levar a um desempenho abaixo do ideal e por vezes a divergência do filtro.

O Filtro de Kalman Sigma-Ponto resolve esse problema usando um método de amostragem determinística. A distribuição do estado é de novo uma aproximação por uma VAG, mas agora é representado usando um conjunto mínimo de pontos de amostragem ponderados que são escolhidos cuidadosamente em torno da média. Estes pontos de amostragem capturam completamente a verdadeira média e covariância da VAG, e quando propagadas através do verdadeiro sistema não-linear, capta a média e covariância posterior com precisão de 2ª ordem (expansão em série de Taylor) para qualquer tipo de não-linearidade. O Filtro de Kalman Estendido, ao contrário, só consegue uma precisão de 1ª ordem. O resultado é um filtro que capta com maior precisão a verdadeira média e covariância.

Notavelmente, a complexidade computacional do Filtro de Kalman Sigma-Ponto é da mesma ordem que a do Filtro de Kalman Estendido. Além disso, a implementação do Filtro de Kalman Sigma-Ponto muitas vezes é substancialmente mais fácil e não requer calcular explicitamente matrizes Jacobianas, que para funções complexas pode ser uma tarefa difícil (isto é, exigindo complicadas derivadas se feita analiticamente ou ser dispendioso computacionalmente se feito numericamente). Os métodos do Filtro de Kalman Sigma-Ponto têm se mostrado muito superior ao filtro padrão em uma ampla gama de aplicações nas áreas de estimativa não-linear de estados e estimação de parâmetros (JULIER,UHLMANN, 2002).

O foco principal deste trabalho é obter a estimação da atitude de satélites artificiais utilizando esta nova abordagem do filtro de Kalman. Por isso foi reservado um capítulo especial para este novo filtro, de forma a explicá-lo melhor e apresentar as principais diferenças entre o FKSP e o FKE.

8 FILTROS DE KALMAN SIGMA-PONTO

Os algoritmos que compõem a família de Filtros de Kalman Sigma-Ponto abordam as questões de aproximação do Filtro de Kalman Estendido. Isto é realizado através de uma abordagem fundamentalmente diferente para o cálculo da estatística posterior de primeira e segunda ordem de uma variável aleatória que passa por uma transformação não-linear.

A distribuição do estado é sempre representada por um VAG, mas agora é especificado usando um conjunto mínimo de pontos amostrais ponderados, escolhidos deterministicamente. Essas amostras, chamadas *sigma-ponto*, capturam completamente a verdadeira média e covariância da variável aleatória, antes, e quando propagadas através do próprio sistema não-linear, capturam a média e covariância posterior com precisão de 2ª ordem (série de Taylor), para qualquer não-linearidade (precisão de 3ª ordem é alcançada se a variável aleatória tem uma prévia distribuição simétrica).

Como será apresentado a seguir, todo o embasamento teórico do Filtro de Kalman Sigma-Ponto é feito com relação ao tipo de aproximação utilizada para se determinar os chamados "*sigma-pontos*" (MERWE et al., 2004). Essas aproximações nos levam a duas variantes específicas desta família de algoritmos. A primeira aproximação é baseada em uma transformação não-linear, chamada "transformação *Unscented*", em que um conjunto de amostras ponderadas ou sigma-pontos é usado para parametrizar a média e a covariância de uma distribuição de probabilidade. O algoritmo que faz uso desta transformação é chamado "Filtro de Kalman *Unscented*". A segunda aproximação utiliza um método de linearização alternativo, chamado "transformação de diferença central", em que as derivadas são substituídas por estimações funcionais, permitindo uma expansão fácil de funções não-lineares para termos de altas ordens. Essa transformação é utilizada no chamado "Filtro de Kalman de Diferença Central"

A idéia básica da aproximação dos sigmas-pontos pode ser descrita em 3 etapas (JULIER,UHLMANN, 1997):

- a) Um conjunto de amostras ponderadas (*sigma-pontos*) são deterministicamente calculados usando a média e a decomposição da raiz quadrada da matriz de covariância de uma variável aleatória anterior. Como requisito mínimo, um conjunto de sigma-pontos deve capturar completamente os momentos de primeira e segunda ordem da variável aleatória anterior. Os

momentos de ordens superiores podem ser capturados, se assim o desejar, ao custo de usar mais sigma-pontos;

- b) Os sigma-pontos são propagados através da própria função não-linear usando somente estimações funcionais, ou seja, derivadas analíticas não são usadas, a fim de gerar um conjunto de sigma-pontos posterior;

- c) As estatísticas posteriores são calculadas (aproximadamente) usando funções dos sigma-pontos propagados e pesos. Geralmente elas possuem a forma de uma simples média e covariância ponderada.

Sendo a proposta principal deste trabalho a aplicação do Filtro de Kalman baseado na Transformação *Unscented*, nos próximos capítulos o termo geral "Filtro de Kalman Sigma-Ponto" será substituído pelo algoritmo específico desta família, o "Filtro de Kalman *Unscented*" (FKU).

8.1 A Transformação *Unscented*

Idéia Principal

O método que calcula as estatísticas de uma variável aleatória que passa por uma transformação não-linear é denominado Transformação *Unscented*. Essa transformação se baseia no princípio de que é mais fácil aproximar uma distribuição de probabilidade do que aproximar uma função arbitrária não-linear (JULIER,UHLMANN, 1997).

A Figura 8.1 ilustra a diferença principal entre a linearização realizada pelo FKE e a transformação *unscented*, na qual esta transformação possui um princípio simples: um conjunto de pontos (*sigma-pontos*) é escolhido de modo que sua média e covariância são representadas por $\bar{\mathbf{x}}$ e $\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}$. A função não linear é aplicada a cada ponto, produzindo uma nuvem de pontos transformados. As estatísticas dos pontos transformados, agora com média $\bar{\mathbf{z}}$ e covariância $\mathbf{P}_{\mathbf{zz}}$ propagado, pode ser calculada de modo a formar uma estimativa da média e covariância não-linear transformada.

Linearização-FKE Transformação Unscented

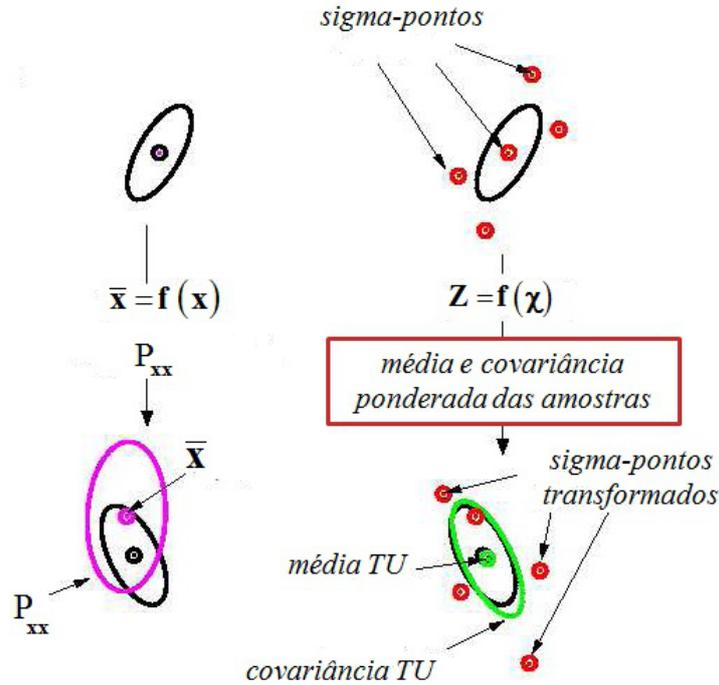


Figura 8.1 - Exemplo da linearização realizada pelo FKE e o princípio da transformação *unscented*.

Fonte: Wan e van der Merwe, 2000.

Podemos resumir a Transformação *Unscented* da seguinte forma:

- a) Dada uma variável aleatória n -dimensional \mathbf{x} , com média $\bar{\mathbf{x}}$ e covariância $\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}$, calcula-se um conjunto de $(2n + 1)$ pontos ponderados $\chi_i \in \mathfrak{R}^n$ dados por:

$$\begin{aligned}
 \chi_0 &= \bar{\mathbf{x}} & W_0 &= \frac{\kappa}{(n+\kappa)} \\
 \chi_i &= \bar{\mathbf{x}} + (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}})_i & W_i &= \frac{1}{2(n+\kappa)} \\
 \chi_{i+n} &= \bar{\mathbf{x}} - (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}})_i & W_{i+n} &= \frac{1}{2(n+\kappa)}
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

com $\kappa \in \mathfrak{R}$, $(\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{\mathbf{xx}}})_i$ é a i -ésima linha ou coluna¹ da matriz raiz

¹Se a matriz raiz quadrada \mathbf{A} de \mathbf{P} é da forma $\mathbf{P} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$, então os sigma-pontos são formados pelas linhas de \mathbf{A} . No entanto, se a raiz é da forma $\mathbf{P} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T$, as colunas de \mathbf{A} são usadas.

quadrada de $(n + \kappa)\mathbf{P}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ e W_i é o peso associado ao i -ésimo ponto.

- b) Transforma-se cada ponto através da função não-linear produzindo um conjunto de *sigma-pontos* transformados,

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{f}[\chi_i]$$

- c) A média é dada pela média ponderada dos pontos transformados,

$$\bar{\mathbf{z}} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i \mathbf{Z}_i \quad (8.2)$$

- d) A covariância é dada pelo produto externo ponderado dos pontos transformados,

$$P_{zz} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i \{\mathbf{Z}_i - \bar{\mathbf{z}}\} \{\mathbf{Z}_i - \bar{\mathbf{z}}\}^T \quad (8.3)$$

A Transformação *Unscented* possui alguns pontos importantes a serem destacados:

- a) Se a média e a covariância de \mathbf{x} são captadas com precisão de 2^a ordem, então os valores calculados de média e covariância de \mathbf{z} também possuem a mesma ordem de precisão. Isso gera alguns benefícios, pois como a aproximação é feita em relação à distribuição de \mathbf{x} , em vez de $\mathbf{f}[\cdot]$, a sua expansão da série de Taylor não é truncada em uma determinada ordem. Isso mostra que o algoritmo *Unscented* pode parcialmente incorporar informações a partir de ordens superiores, levando a uma maior precisão;
- b) Os *sigma-pontos* capturam a mesma média e covariância, independentemente da escolha da raiz quadrada da matriz que é utilizada. Um método numérico muito eficiente e útil de ser utilizado é a decomposição de Cholesky;
- c) A média e a covariância são calculadas usando vetores e operações matriciais. Isso significa que o algoritmo é adequado para qualquer tipo de modelo do processo, pois não é necessário os cálculos da matriz Jacobiana necessárias no FKE;

- d) O fator κ fornece um grau extra de liberdade como ajuste dos momentos de ordem superior da aproximação. Quando $\mathbf{x}(k)$ é uma Gaussiana, é útil utilizar ($\kappa + n = 3$). Caso a escolha da distribuição de $\mathbf{x}(k)$ seja diferente, então outra escolha diferente de κ poderá ser mais apropriada;
- e) Apesar de κ poder ser um número positivo ou negativo, uma escolha negativa poderá levar a uma estimativa da matriz \mathbf{P}_{zz} ser não-positiva semi-definida.

8.1.1 O Filtro de Kalman *Unscented*

O Filtro de Kalman *Unscented* é uma das variantes da família de algoritmos do Filtro de Kalman Sigma-Ponto. O nome *Unscented* ("inodoro") é atribuído a ele devido à principal característica da transformação utilizada (transformação *Unscented*). Essa transformação gera um conjunto de vetores que, ao passarem por uma transformação não-linear, **permanecem com a mesma** média e covariância das variáveis aleatórias antes da transformação.

Em outras palavras, significa dizer que busca-se uma parametrização que captura as informações de média e covariância e, ao mesmo tempo permita a propagação direta da informação através de um conjunto arbitrário de equações não-lineares. Isso pode ser feito através da geração de uma distribuição discreta, composta de um número mínimo de pontos que tem o mesmo primeiro e segundo (e possivelmente mais) momentos, onde cada ponto desta aproximação pode ser diretamente transformada.

A transformação *Unscented*, comentada na seção 8.1, pode ser acomodada no Filtro de Kalman através dos seguintes passos (JULIER,UHLMANN, 1997):

- Predizer o novo estado do sistema $\bar{\mathbf{x}}(k + 1/k)$ e sua covariância $\mathbf{P}(k + 1/k)$ levando em conta os efeitos do ruído do processo;
- Predizer a observação esperada $\bar{\mathbf{y}}(k + 1/k)$ e a covariância da inovação $\mathbf{P}_{yy}(k + 1/k)$ incluindo os efeitos do ruído de observação;
- Finalmente, predizer a matriz de correlação $\mathbf{P}_{xy}(k + 1/k)$.

Seguindo esses passos, as fases de propagação (predição) e atualização (correção) do Filtro de Kalman *Unscented* serão apresentadas a seguir.

Considere a modelagem do sistema discreto não-linear dado por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, k) + \eta_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, k) + \nu_k\end{aligned}\tag{8.4}$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estado de dimensão n e \mathbf{y} é o vetor de observação de dimensão m . Assume-se que η_k e ν_k são os ruídos Gaussianos do processo com média zero e covariâncias dadas respectivamente por Q_k e R_k .

O filtro é inicializado com uma média e covariância do estado, para o instante inicial t_0 .

$$\hat{\mathbf{x}}(t_0) = E\{\hat{\mathbf{x}}_0\}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_0} = E\{(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}}_0)^T\}\tag{8.5}$$

Fase de Propagação

Os *sigma-pontos* são calculados a partir da média e covariância do estado no instante inicial. Esses vetores são estocados em colunas da matriz sigma-ponto (χ_k) de dimensão $[n \times (2n + 1)]$. As colunas da matriz (χ_k) são calculadas de acordo com a equação equação 8.1 por:

$$\begin{aligned}(\chi_k)_0 &= \hat{\mathbf{x}}_k \\ (\chi_k)_i &= \hat{\mathbf{x}}_k + (\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{P}_k})_i, \quad i = 1, \dots, n \\ (\chi_k)_{i+n} &= \hat{\mathbf{x}}_k - (\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{P}_k})_i\end{aligned}\tag{8.6}$$

Uma vez (χ_k) computado, é feita a propagação de cada vetor através do sistema não-linear:

$$(\dot{\chi}_{k+1})_i = \mathbf{f}((\chi_k)_i), \quad i = 0, \dots, 2n\tag{8.7}$$

A média propagada, $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$, e a covariância, $\bar{\mathbf{P}}_{k+1}$, são determinadas a partir das

estatísticas dos *sigma-pontos* propagados, dadas por:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (\chi_{k+1})_i, \quad (8.8)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i [(\chi_{k+1})_i - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}] [(\chi_{k+1})_i - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}]^T \quad (8.9)$$

sendo W_i os pesos associados ao i -ésimo ponto e são definidos no conjunto de equações 8.1.

A matriz de medidas estimada, Υ_{k+1} , é calculada pela transformação dos *sigma-pontos* usando o modelo de medidas não-linear,

$$\Upsilon_{k+1} = \mathbf{h}(\chi_{k+1}) \quad (8.10)$$

A média dos vetores de medidas, $\bar{\mathbf{y}}_{k+1}$, e a covariância das medidas, \mathbf{P}_{yy} , são calculadas baseadas nas estatísticas dos pontos transformados:

$$\bar{\mathbf{y}}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (\Upsilon_{k+1})_i, \quad (8.11)$$

$$\mathbf{P}_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i [(\Upsilon_{k+1})_i - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}] [(\Upsilon_{k+1})_i - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}]^T + \mathbf{R}_{k+1} \quad (8.12)$$

e a covariância de correlação cruzada, \mathbf{P}_{xy} , é dada por:

$$\mathbf{P}_{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i [(\chi_{k+1})_i - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}] [(\Upsilon_{k+1})_i - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}]^T \quad (8.13)$$

Fase de Atualização

Após a fase de propagação concluída, as equações de atualização das medidas são usadas para determinar a média, $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$, e a covariância, $\hat{\mathbf{P}}_{k+1}$, do vetor de estado

estimado,

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1} - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}), \quad (8.14)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{yy} \mathbf{K}_{k+1}^T. \quad (8.15)$$

com a matriz ganho de Kalman, \mathbf{K}_{k+1} , dada pela relação:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{xy}(\mathbf{P}_{yy})^{-1} \quad (8.16)$$

O processo de propagação e atualização se repete até que o filtro atinja a convergência desejada.

8.2 Comparação entre FKE e FKU

Como foi dito no decorrer do trabalho, o filtro de Kalman é um algoritmo recursivo muito eficiente, capaz de estimar as variáveis de estado de sistemas representados por equações lineares. No entanto, quando o processo a ser estimado e/ou a relação entre o processo e as medições apresentam uma dinâmica não-linear, o filtro de Kalman em sua formulação original não é adequado.

Os filtros convencionais não-lineares, tal como o Filtro de Kalman Estendido, muitas vezes têm um fraco desempenho quando aplicado a problemas não-lineares, devido a duas causas principais: as linearizações da dinâmica e/ou dos modelos das medidas podem levar a um desempenho altamente instável do filtro (caso a discretização no tempo não seja suficientemente pequena); o cálculo das matrizes Jacobianas não é simples na maioria das aplicações, e geralmente torna a implementação mais onerosa computacionalmente.

O Filtro de Kalman *Unscented* tem algumas vantagens importantes, quando comparado com o Filtro de Kalman Estendido, nos seguintes aspectos:

- Ele fornece mais estabilidade e precisão nas estimativas da média e da covariância do estado estimado;

- É possível estimar funções descontínuas;
- Não são necessárias derivações explícitas de matrizes Jacobianas e/ou Hessianas;
- É apropriado para o processamento paralelo.

Os próximos capítulos têm como principal objetivo analisar os resultados obtidos pelo Filtro de Kalman *Unscented*, de forma a ressaltar as principais vantagens e possíveis desvantagens da sua aplicabilidade em problemas de estimação de atitude.

9 APLICAÇÕES AOS SATÉLITES SINO-BRASILEIROS DE RECURSOS TERRESTRES

Conforme apresentado nos capítulos anteriores, o Filtro de Kalman *Unscented* foi objeto de estudo de diversos autores. No entanto, nos problemas que envolvem estimação de atitude, estes estudos contaram apenas com dados simulados de sensores, enquanto o presente trabalho utiliza dados reais de sensores que estão a bordo dos satélites CBERS-2 e CBERS-2B.

Neste capítulo, para os satélites CBERS-2 e CBERS-2B, apresentam-se aplicações da teoria desenvolvida. Estes satélites possuem a bordo um conjunto de sensores de atitude, dentre eles o sensor solar digital, o qual é representado por equações não-lineares, e portanto apropriado para verificação e análise da teoria de estimação de atitude envolvida. O *software* MATLAB foi utilizado para implementação do código do Filtro de Kalman Estendido e Filtro de Kalman *Unscented*.

A fim de realizar uma análise mais completa em torno do Filtro de Kalman *Unscented*, salientando suas principais vantagens quando aplicado a problemas de estimação de atitude, três diferentes abordagens são consideradas para representar a atitude do satélite: ângulos de Euler, quatérnions e incrementos de quatérnions. Devido ao fato deste trabalho utilizar dados reais de sensores (e não dados simulados), não é possível ter-se um valor nominal de referência para a atitude que está sendo estimada. Desta forma foi utilizado como referência para a atitude estimada do CBERS-2 um conjunto de medidas processadas pelo Método de Mínimos Quadrados (MMQ), e para o CBERS-2B a referência foi um conjunto de observações fornecidas pelo sensor de estrelas (SE). O MMQ determina a atitude estatisticamente (KUGA et al., 2005), usando somente os dados dos sensores daquele instante (determinação instantânea). Da mesma forma com os dados do SE determina-se estatisticamente a atitude, através do algoritmo TRIAD (SHUSTER, OH, 1981) a cada instante.

Inicialmente a atitude é representada pelos ângulos de Euler e o estado é estimado pelo FKE e FKU. Os resultados da atitude estimadas são comparados com a referência fornecida pelo MMQ. Para tornar a análise mais completa, uma vez que em muitos problemas de estimação de atitude os ângulos de Euler não são eficientes devido as singularidades presentes nas suas equações, o mesmo procedimento é realizado considerando a atitude representada pelos quatérnions e pelos incrementos de quatérnion. Uma segunda aplicação é realizada para o satélite CBERS-2B, tomando

como referência o SE. Para as duas aplicações, um teste de robustez é efetuado com o propósito de avaliar a precisão do FKU quando comparado com o filtro padrão utilizado em estimação de atitude.

9.1 Dados de Teste

Os satélites sino-brasileiros CBERS-2 e CBERS-2B foram lançados em 2003 e 2007, respectivamente. O controle e a operação destes satélites são realizados ora pelo Brasil, ora pela China, em períodos alternados de aproximadamente seis meses. Na China o controle é realizado pelo Centro de Controle de Xi'An, e no Brasil é realizado pelo Centro de Controle de Satélites (CCS) do INPE. Para as aplicações deste trabalho, o CCS recuperou do histórico da missão destes satélites, dois conjuntos de dados fornecidos pelos sensores DSS (Sensor Solar Digital) e IRES (Sensor de Terra Infravermelho), referentes ao período de 22/Abril/2006 para o CBERS-2 e 16/Dezembro/2008 para o CBERS-2B. Os sensores IRES-1 e 2 fornecem diretamente as medidas de *roll* e *pitch* respectivamente. Já os sensores DSS-1 e 2 são funções não-lineares de *roll*, *pitch* e *yaw* (ver Capítulo 5).

Esta seção apresenta os dados relacionados às observações dos sensores que foram utilizados durante o processo de estimação da atitude.

9.1.1 Satélite CBERS-2

Nesta seção são apresentados os dados de teste utilizados para a análise da estimação da atitude do satélite CBERS-2. As medições são feitas para o dia 22 de abril de 2006, disponível para o sistema em solo a uma taxa de amostragem de cerca de 10,23 segundos em um intervalo de aproximadamente 10 minutos. Na verdade, o Sistema de Controle de Atitude (SCA) à bordo tem pleno acesso às medições dos sensores que são amostrados a uma taxa de 4Hz para os giroscópios, 1Hz para os sensores de Terra e 0,25Hz para sensores solares. No entanto, o sistema de solo pode recuperar telemetrias dos sensores em uma amostragem de cerca de 9 segundos durante o momento em que o satélite está sobrevoando a estação de rastreamento. Isto significa que o sistema de terra não tem todo o conjunto de medidas disponíveis do SCA a bordo.

A tabela 9.1 apresenta o período e a taxa de amostragem das observações dos sensores fornecidas pelo CCS do INPE. Foram processadas, a cada novo instante, 7 medidas sendo 2 de sensores de Terra Infravermelho, 2 de sensores solares digitais e

3 medidas referentes aos incrementos da atitude fornecidas pelos giroscópios.

Tabela 9.1 - Dados referentes às observações utilizadas do satélite CBERS-2

Data	Período das observações		Intervalo de Amostragem	Medidas Processadas		
dia/mês/ano	t_0 (hh:mm:ss.sss)	t_f (hh:mm:ss.sss)	Δt (s)	DSS	IRES	Giro
22/Abril/2006	13:46:25.000	13:55:27.250	10.23	2	2	3

As medidas reais obtidas pelo sensor solar digital (DSS), sensor de Terra infravermelho (IRES) e giroscópios, associadas a cada instante em que foi obtida a medida, são apresentadas nas figuras 9.1 e 9.2, respectivamente.

Uma característica apresentada nas medidas do sensor solar é que em alguns intervalos de tempo as observações são iguais. Isto ocorre devido aos erros gerados durante a conversão dos sinais analógicos para os sinais digitais. À incerteza inerente na digitalização de um valor analógico damos o nome de "erro de quantização". Para suavizar este erro é apresentado na figura 9.1a as curvas de tendência (com as equações polinomiais) associadas às curvas de observações dos sensores DSS1 e DSS2.

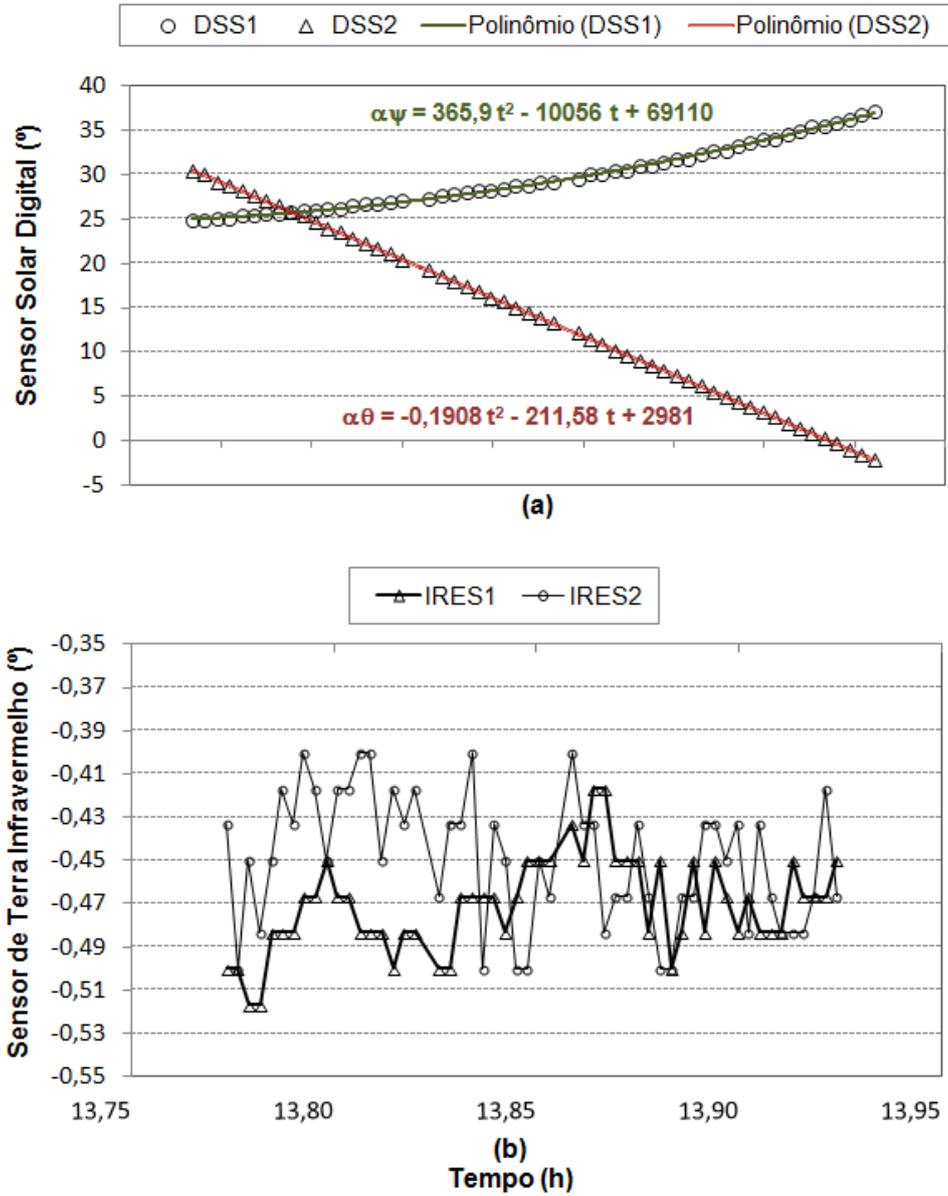


Figura 9.1 - (a) Medidas reais fornecidas pelos sensores solar digital 1 e 2. (b) Medidas reais fornecidas pelo sensores de Terra infravermelho 1 e 2.

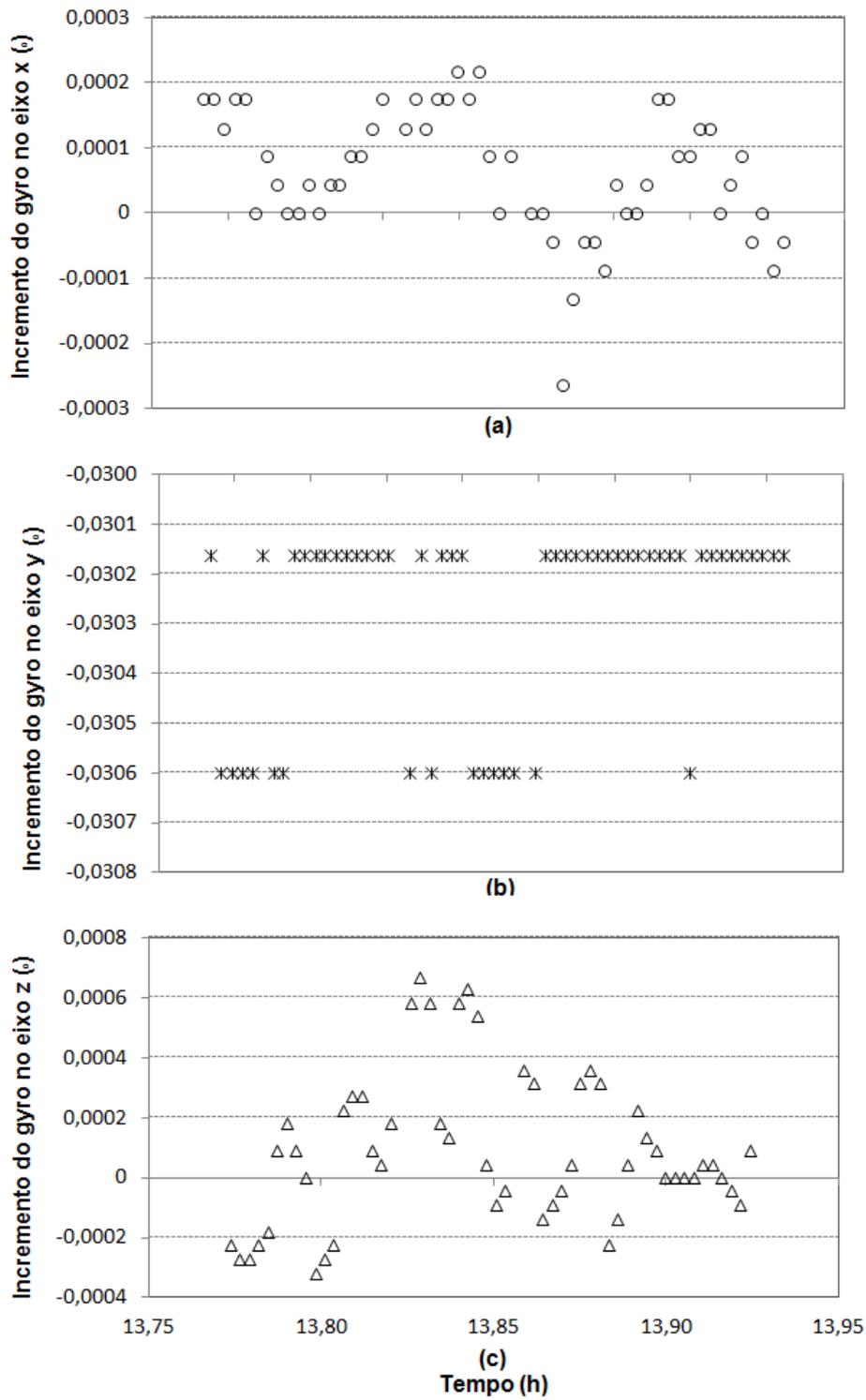


Figura 9.2 - Medidas reais fornecidas pelo giroscópio no (a) eixo x (b) eixo y (c) eixo z.

9.1.2 Satélite CBERS-2B

Os dados de teste utilizados para a análise da estimação da atitude do satélite CBERS-2B estão apresentados a seguir. As medições são realizadas para o dia 16 de dezembro de 2008, disponível para o sistema em solo a uma taxa de amostragem de cerca de 13,47 segundos em um intervalo de aproximadamente 7 minutos.

A tabela 9.2 apresenta o período e a taxa de amostragem das observações dos sensores fornecidas pelo CCS do INPE. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período onde se tinha um maior número de observações. Foram processadas, a cada novo instante, 7 medidas sendo 2 de sensores de Terra infravermelho, 2 de sensores solares digitais e 3 medidas referentes aos incrementos da atitude fornecidas pelos giroscópios.

Tabela 9.2 - Dados referentes às observações utilizadas do satélite CBERS-2B

Data	Período		Intervalo de Amostragem	Medidas Processadas		
	das observações					
dia/mês/ano	t_0	t_f	Δt (s)	DSS	IRES	Giro
	(hh:mm:sss)	(hh:mm:sss)				
16/Dez/2008	13:12:39.500	13:19:54.000	13.47	2	2	3

As medidas reais obtidas pelo sensor solar digital (DSS), sensor de Terra infravermelho (IRES) e giroscópio, associadas a cada instante em que foi obtida a medida, são apresentadas nas figuras 9.3, 9.4 e 9.5.

A mesma característica apresentada nas medidas do sensor solar do CBERS-2 se repete no CBERS-2B, no entanto neste satélite os erros de quantização do DSS1 são mais evidentes, como observado na figura 9.3a.

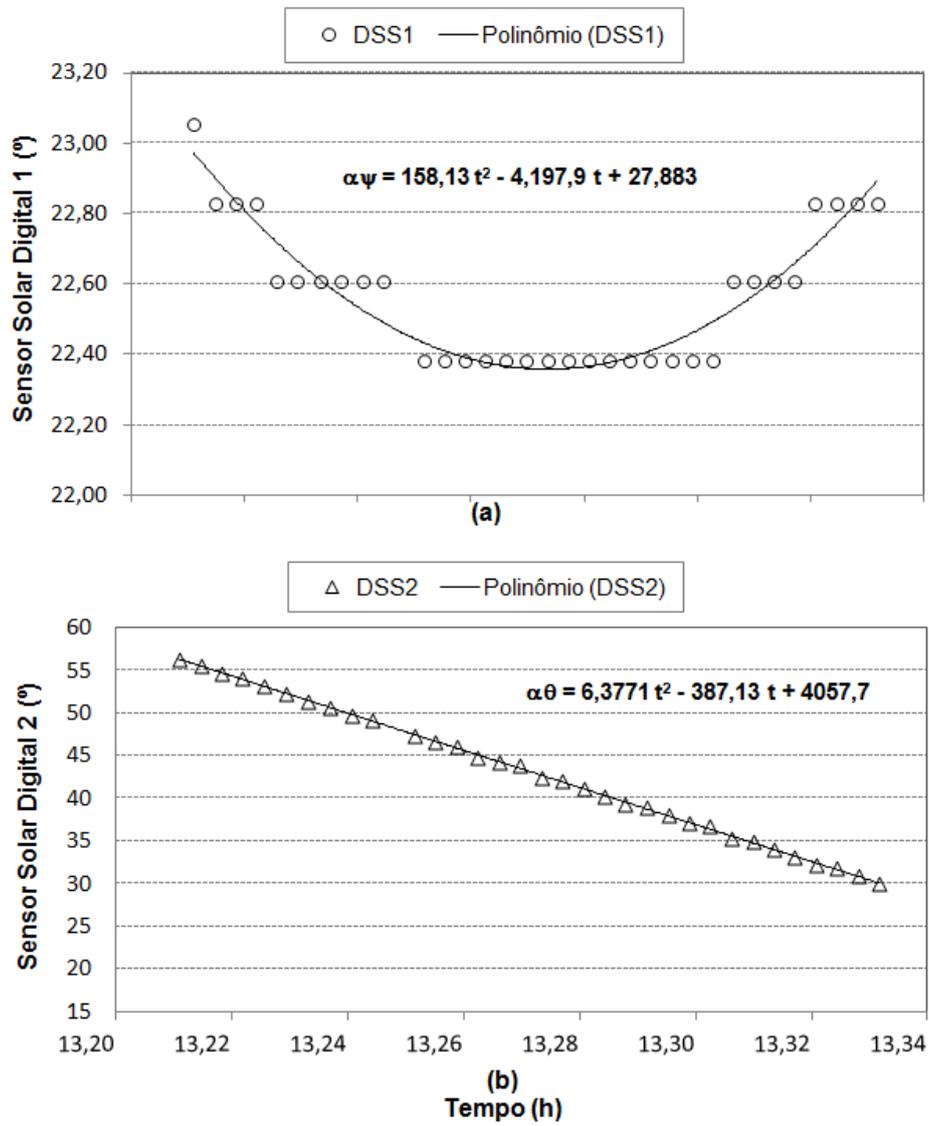


Figura 9.3 - (a) Medidas reais fornecidas pelo sensor solar digital 1. (b) Medidas reais fornecidas pelo sensor solar digital 2.

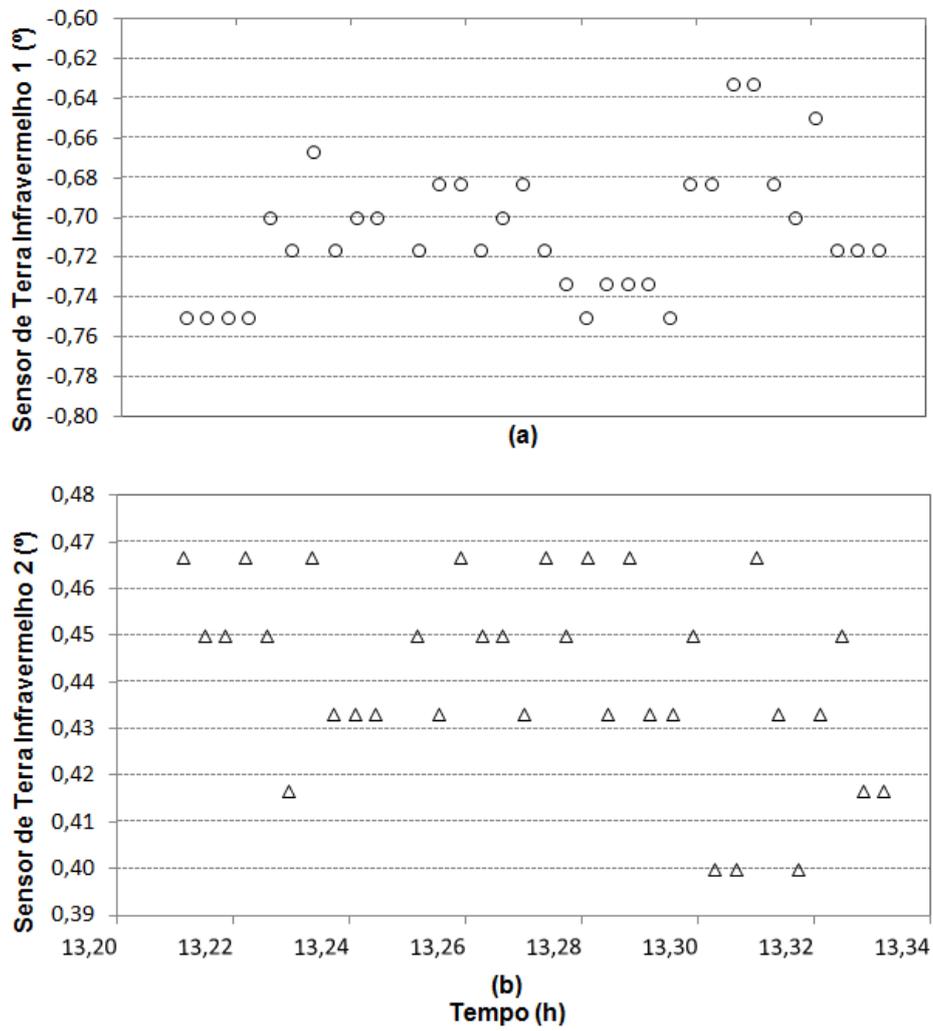


Figura 9.4 - (a) Medidas reais fornecidas pelo sensor de Terra infravermelho 1. (b) Medidas reais fornecidas pelo sensor de Terra infravermelho 2.

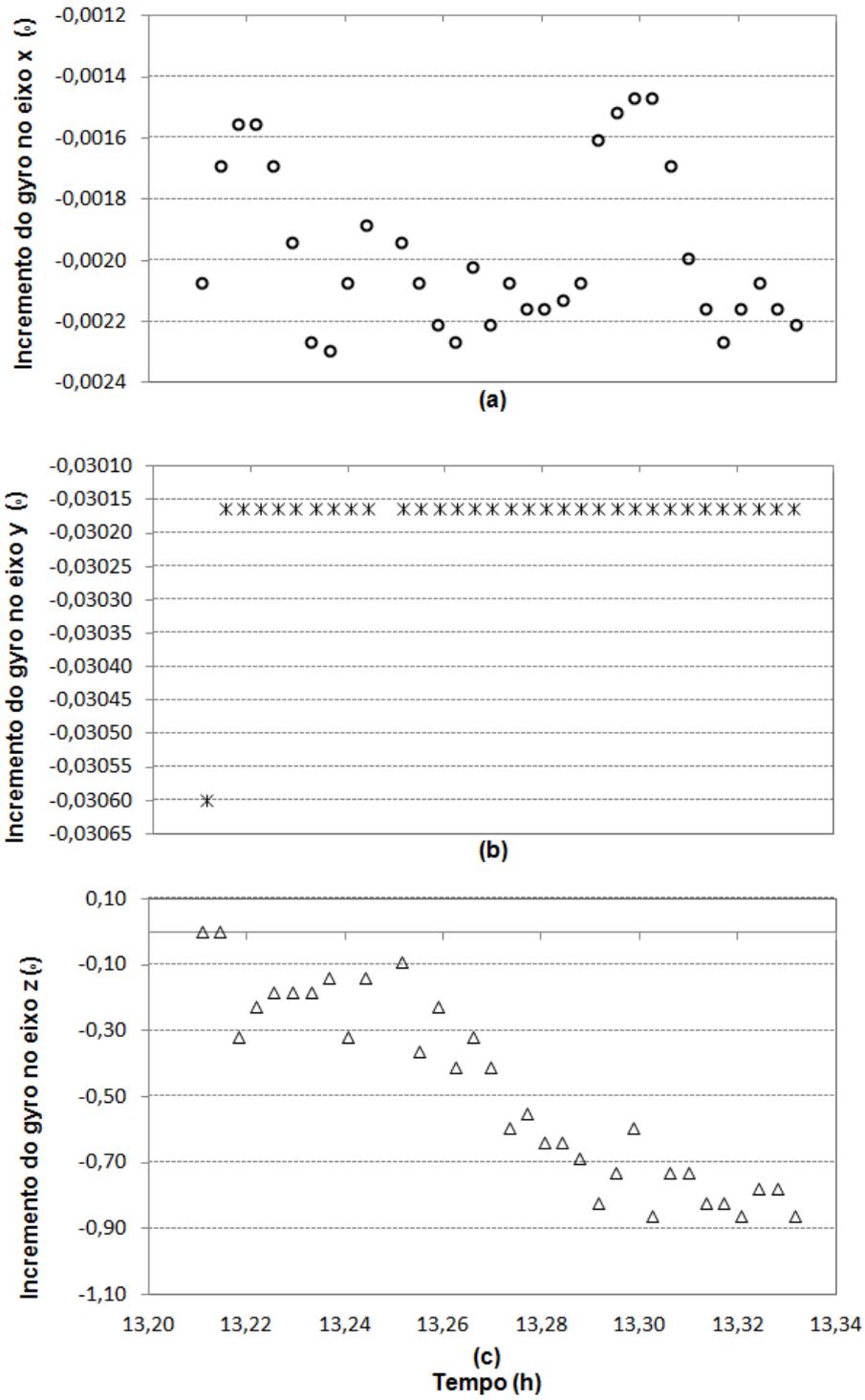


Figura 9.5 - Medidas reais fornecidas pelo Giroscópio no (a) eixo x (b) eixo y (c) eixo z.

9.2 Resultados para o Satélite CBERS-2

Para comparar e analisar os resultados obtidos pelo Filtro de Kalman *Unscented* (FKU) foi considerado, além do Filtro de Kalman Estendido (FKE), também diferentes abordagens para representar a atitude (ver Capítulo 6). Os resultados obtidos com os ângulos de Euler, quatérnions e incremento de quatérnion serão apresentados e discutidos a seguir.

9.2.1 Estado Estimado através dos Ângulos de Euler

Nesta seção mostra-se a estimação da atitude utilizando os ângulos de Euler para representação da atitude, conforme Seção 6.1.

9.2.1.1 Dados de Entrada

A inicialização dos algoritmos em questão, quando a estimação do estado é realizada através dos ângulos de Euler, foi efetuada levando em conta as informações iniciais mostradas no conjunto de tabelas 9.3, a seguir. Importante salientar que os dados que inicializam os filtros foram obtidos por tentativa até que a estabilização da atitude estimada fosse alcançada.

Tabela 9.3 - Informações iniciais para inicialização dos estimadores com ângulos de Euler para o satélite CBERS-2

Vetor de Estado Inicial (\mathbf{x}_0)				Erro do Estado (P)			
$\phi(^{\circ})$	0	$\varepsilon_{\mathbf{x}}(^{\circ}/\text{h})$	5,76	$\sigma_{\phi}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{x}}}(^{\circ}/\text{h})$	1,0
$\theta(^{\circ})$	0	$\varepsilon_{\mathbf{y}}(^{\circ}/\text{h})$	4,64	$\sigma_{\theta}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{y}}}(^{\circ}/\text{h})$	1,0
$\psi(^{\circ})$	0	$\varepsilon_{\mathbf{z}}(^{\circ}/\text{h})$	2,68	$\sigma_{\psi}(^{\circ})$	2,0	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{z}}}(^{\circ}/\text{h})$	1,0

Ruído Dinâmico (Q)			
$\sigma_{\phi}(^{\circ})$	0,1	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{x}}}(^{\circ}/\text{h})$	0,01
$\sigma_{\theta}(^{\circ})$	0,1	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{y}}}(^{\circ}/\text{h})$	0,01
$\sigma_{\psi}(^{\circ})$	0,1	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{z}}}(^{\circ}/\text{h})$	0,005

Ruído das Observações (R)			
$\sigma_{\text{DSS1}}(^{\circ})$	0,6	$\sigma_{\text{IRES1}}(^{\circ})$	0,06
$\sigma_{\text{DSS2}}(^{\circ})$	0,6	$\sigma_{\text{IRES2}}(^{\circ})$	0,06

onde ϕ , θ , ψ são as componentes de atitude *roll*, *pitch*, *yaw* e ε_x , ε_y , ε_z , são as derivadas (*bias*) dos giroscópios nos eixos x, y, z, nominalmente alinhados com *roll*, *pitch*, *yaw*, respectivamente.

9.2.1.2 Estado Estimado com Filtro de Kalman *Unscented* (FKU)

As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos para o estado estimado (atitude e *bias*) utilizando o FKU e o FKE. O MMQ mostra somente a atitude instantânea, época a época, do satélite e é útil para validação dos estimadores envolvidos, além de servir como referência da atitude a ser comparada.

Observa-se na figura 9.6 que o comportamento da atitude estimada durante o período analisado, considerando o FKU e o FKE, está de acordo com a referência (MMQ). Pelo comportamento de *roll* e *pitch*, figuras 9.6a e 9.6b, pode-se notar que os filtros atingiram a convergência. Para o eixo de *yaw* a estimativa parece excursionar não aleatoriamente e esta característica é reproduzida pelos três estimadores. A tabela 9.4 apresenta a média da diferença entre a atitude estimada (*e*) com ângulos de Euler e a atitude de referência (*r*) obtida pelo MMQ. O FKU forneceu resultados mais próximos ao da referência, quando comparado com o FKE. No entanto, este fato não é suficiente para inferirmos à respeito da precisão do FKU, mas verifica-se consistência estatística pois os desvios-padrão em relação ao MMQ estão dentro da faixa de ± 1 sigma do FKU.

O FKE parece convergir mais lentamente, pois sua primeira estimativa (Figs. 9.6a, 9.6b) está destacada das demais estimativas.

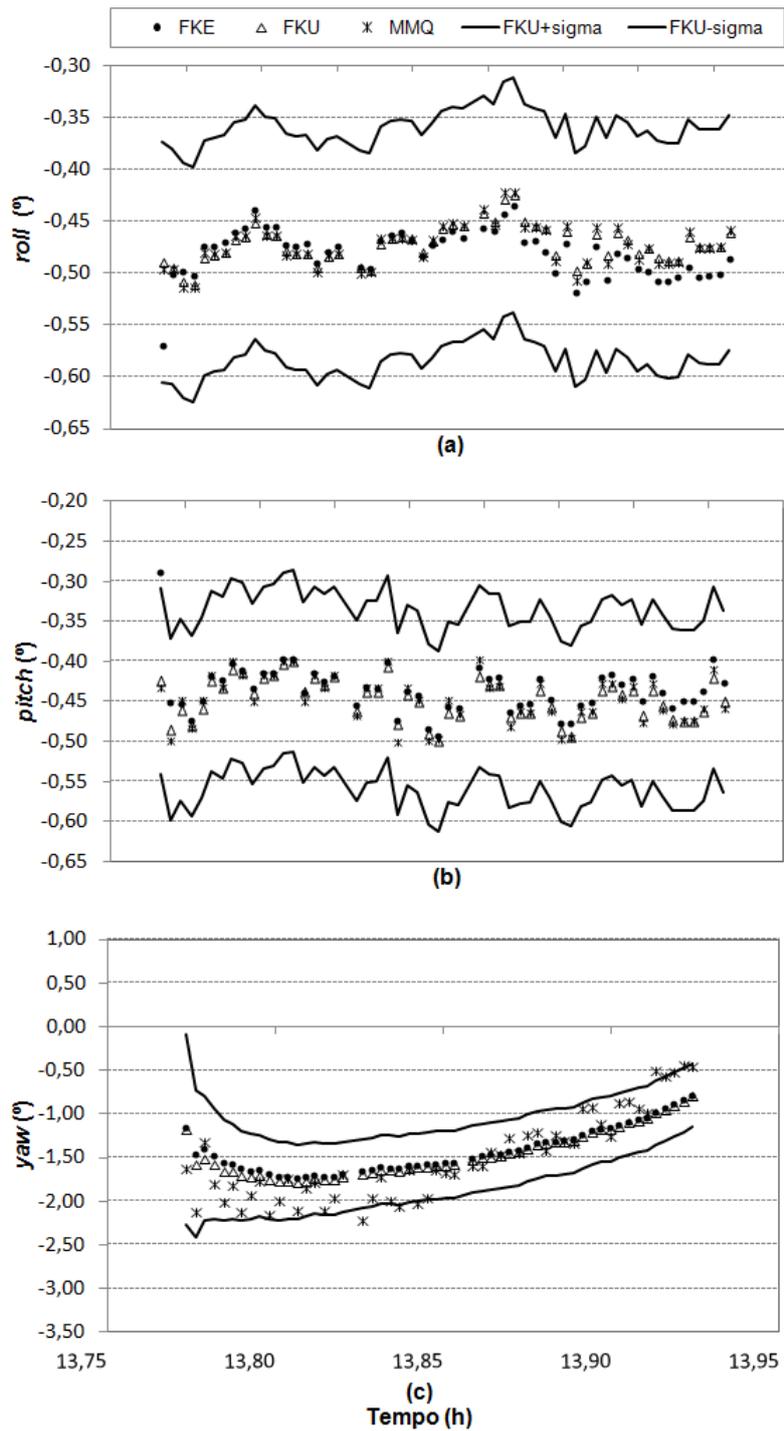


Figura 9.6 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com ângulos de Euler. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com ângulos de Euler. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com ângulos de Euler.

Tabela 9.4 - Média e desvio padrão do erro em torno da atitude de referência (MMQ), com uso dos ângulos de Euler

Estimador	Atitude	Média (°)	Desvio Padrão (°)
FKE	$\phi_e - \phi_r$	-0,0085	0,0159
	$\theta_e - \theta_r$	0,0120	0,0209
	$\psi_e - \psi_r$	0,0840	0,2729
FKU	$\phi_e - \phi_r$	0,0005	0,0016
	$\theta_e - \theta_r$	-0,0003	0,0006
	$\psi_e - \psi_r$	0,0527	0,1036

Na figura 9.7 observa-se o comportamento das componentes estimadas do *bias* do gyro somente pelo FKU e FKE, uma vez que o MMQ não estima este tipo de variável. Apesar dos estimadores FKU e FKE possuírem o mesmo comportamento, ainda existe uma pequena variação nas componentes x , y e z do *bias*. Para ambos os filtros os desvios padrão para as componentes x , y e z do *bias* são de aproximadamente $0,01^\circ/\text{h}$, $0,09^\circ/\text{h}$ e $0,03^\circ/\text{h}$, respectivamente.

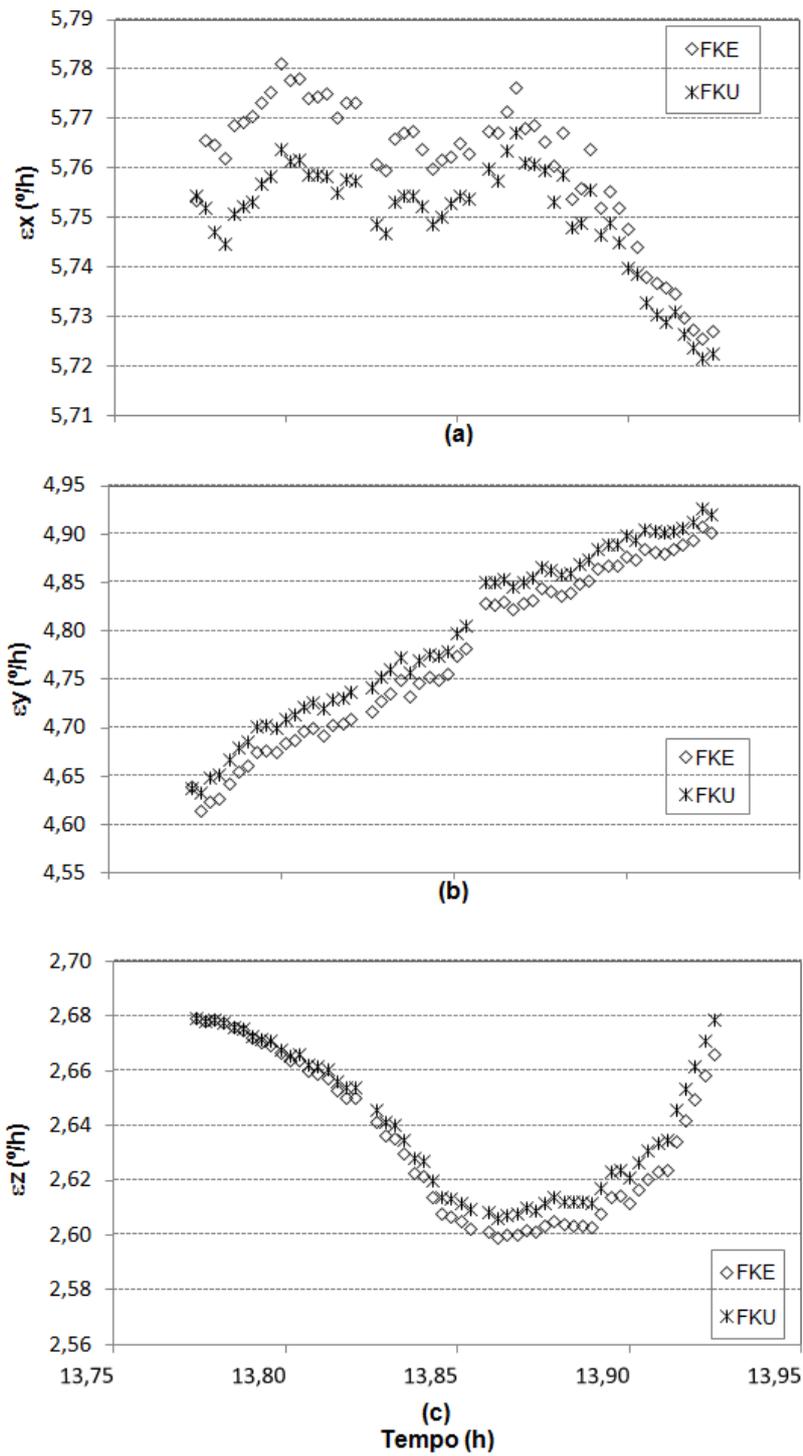


Figura 9.7 - Componente do *bias* estimada com ângulos de Euler (a) no eixo x. (b) no eixo y. (c) no eixo z.

A seguir estão apresentados os resultados da inovação e do resíduo dos sensores solar e de Terra obtidos com os filtros. Tanto a inovação quanto o resíduo são obtidos pela diferença entre o valor calculado e o valor medido após as fases de propagação (inovação) e de atualização (resíduo) dos filtros.

Considerando o fato de que o sensor solar (DSS) possui uma precisão menor que o sensor de Terra (IRES), foi estipulado um peso menor para as suas medidas, sendo o erro associado ao DSS de $0,6^\circ$ e para o IRES de $0,06^\circ$. Os resultados da inovação e do resíduo relacionados ao DSS1 e DSS2 estão apresentados nas figuras 9.8 e 9.9. Percebe-se que ambos estimadores (FKU e FKE) possuem em geral o mesmo comportamento, e que tanto os valores da inovação quanto dos resíduos estão dentro da precisão estipulada para o DSS.

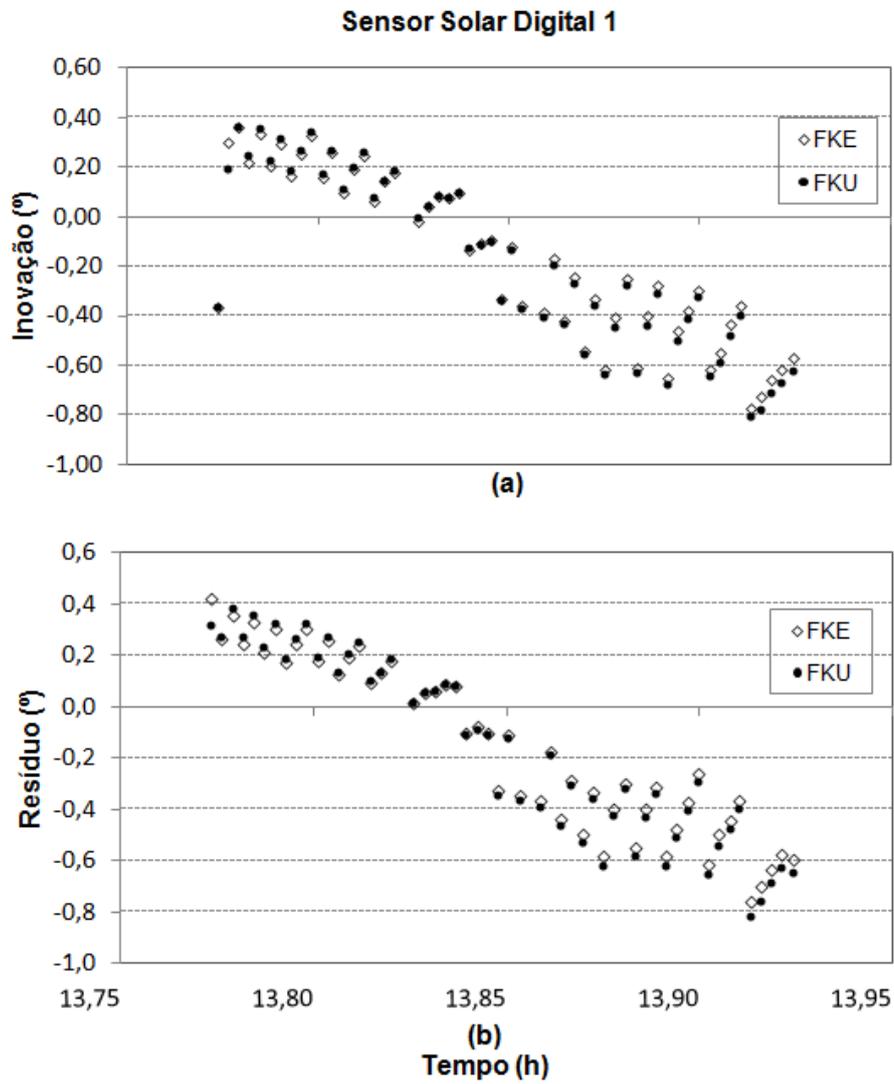


Figura 9.8 - (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com ângulos de Euler.

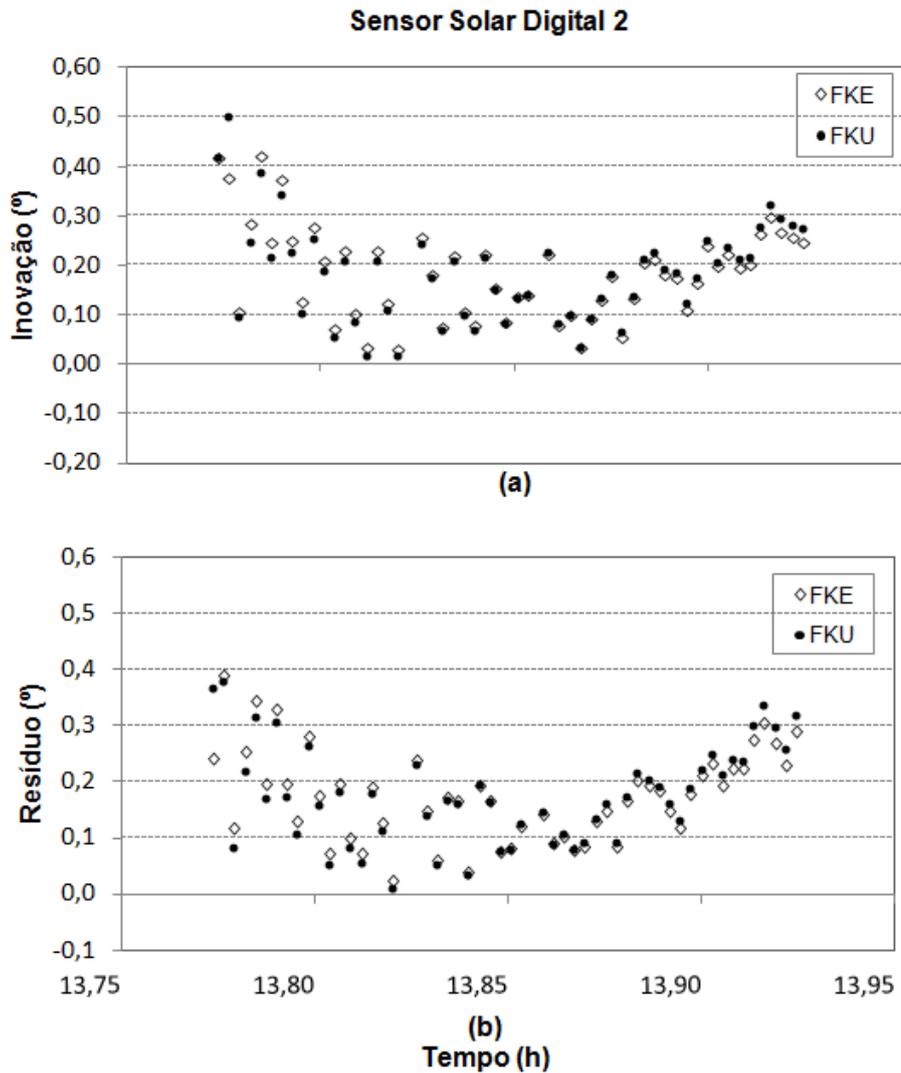


Figura 9.9 - (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com ângulos de Euler.

O mesmo comportamento é verificado para o IRES, figuras 9.10 e 9.11. No entanto, para o FKU o resíduo converge mais rapidamente para zero, quando comparado com o FKE. Estes resultados são importantes, pois em geral não é possível comparar os valores estimados com valores reais, uma vez que estes valores não são conhecidos.

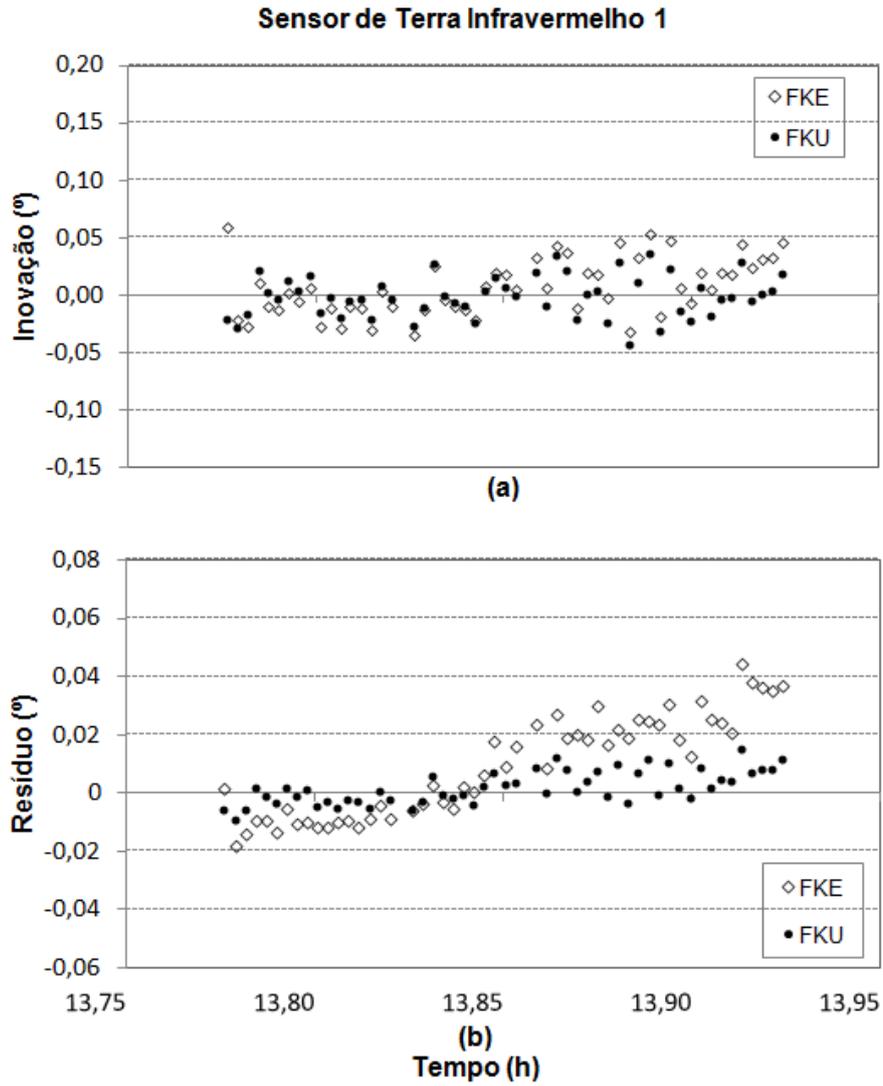


Figura 9.10 - (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com ângulos de Euler.

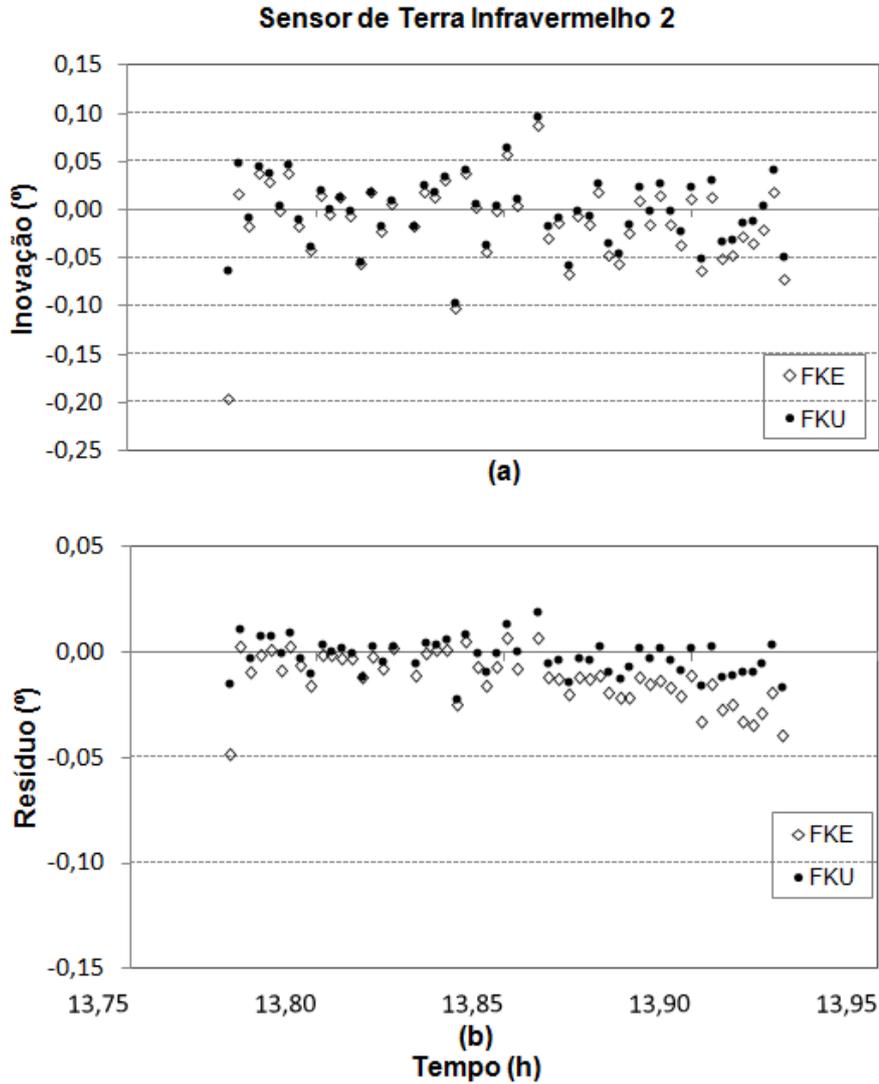


Figura 9.11 - (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com ângulos de Euler.

Os erros estimados pelos filtros para a atitude, figura 9.12, e para o *bias*, figura 9.13, estão apresentados a seguir. Esses erros estimados (desvios-padrão) foram obtidos a partir da diagonal da matriz de covariância, que contém as variâncias de cada estado estimado (atitude e *biases*). Observa-se que para ambos os filtros, o erro estimado para a atitude decresce com uma tendência a se estabilizar em torno de um valor. Para os eixos de *roll* e *pitch* o FKE mostra-se mais otimista que o FKU, pois seus erros, neste caso, são menores que os estimados pelo FKU. A média do erro estimado para *roll* e *pitch* pelo FKE é de $0,05^\circ$ e pelo FKU de $0,11^\circ$, para os

dois eixos. Para *yaw*, o erro estimado para ambos os filtros é de $0,4^\circ$. No entanto, para o erros estimado nos *biases*, ainda existe uma pequena variação indicando que para este conjunto de dados os *biases* ainda não atingiram o estado estacionário.

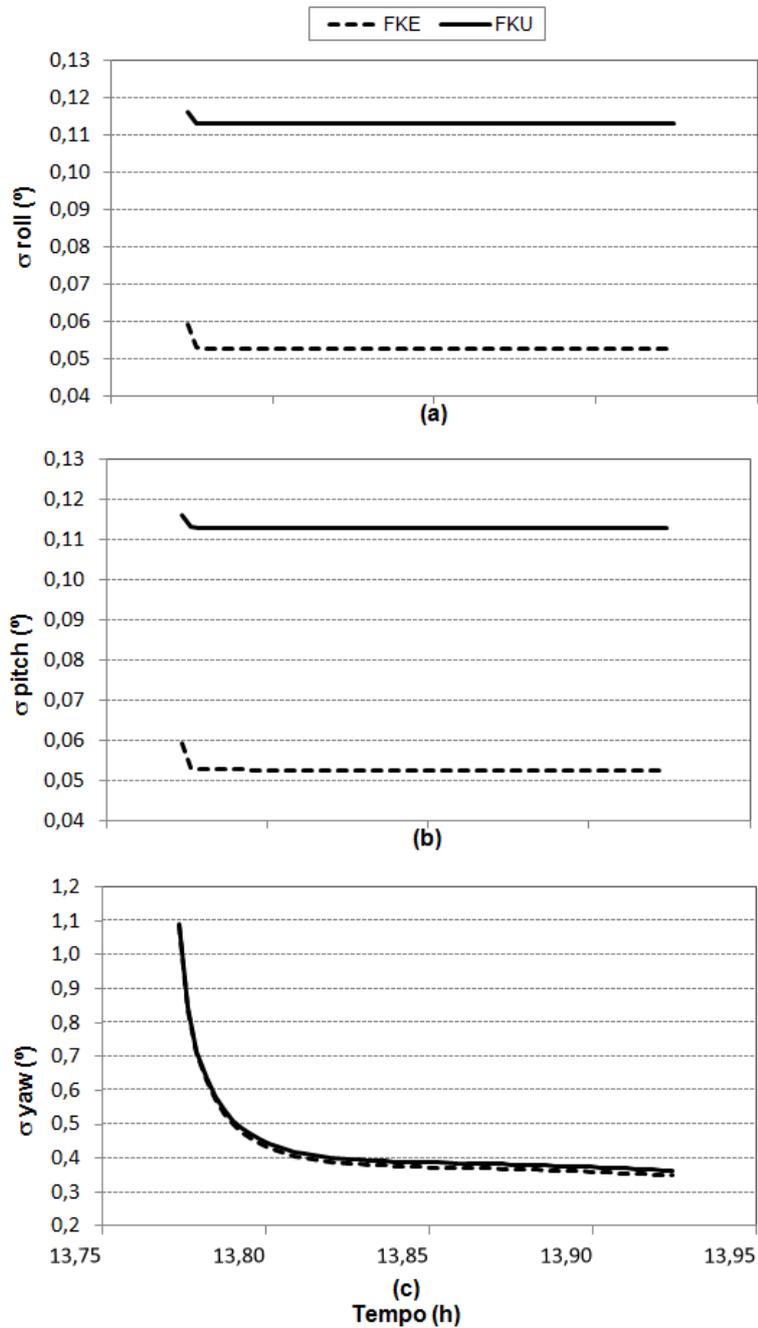


Figura 9.12 - Erro da atitude estimada com ângulos de Euler (a) em *roll*, (b) em *pitch*, (c) em *yaw*.

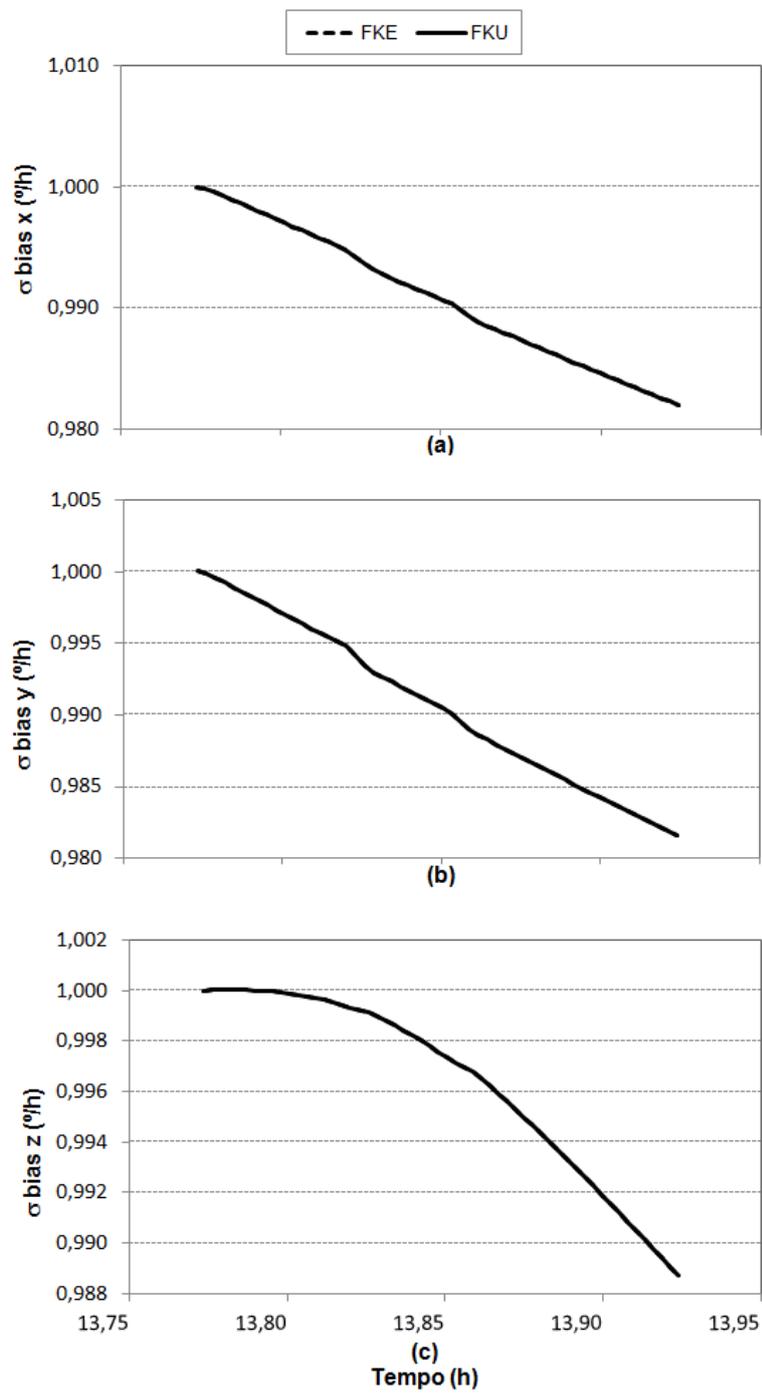


Figura 9.13 - Erro do *bias* estimado com ângulos de Euler (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

9.2.1.3 Estimação sem o Efeito dos Erros de Quantização

Esta seção irá apresentar os resultados mais relevantes com relação ao efeito ocasionado pelos erros de quantização presentes nas medidas do sensor solar.

Na figura 9.1a percebe-se, para o DSS1, que em alguns instantes não ocorrem alterações nas observações feitas por este sensor. Este efeito é mais pronunciado na Fig.9.3a. Isto ocorre devido aos erros de quantização, já comentados anteriormente, e seu efeito na inovação e no resíduo pode ser observado na figura 9.8. Para amenizar este efeito foi gerado uma curva de suavização polinomial ($365,9 t^2 - 10056 t + 69110$ (DSS1) e $-0,1908 t^2 - 211,58 t + 2981$ (DSS2), Fig. 9.1a) de forma a mitigar tais erros e analisar assim os resultados da estimação do estado.

Com os resultados obtidos pelos filtros *unscented* e estendido, notou-se que, neste caso, os erros de quantização não causam efeitos significativos no processo de estimação, já que o erro do sensor solar é de cerca de $0,6^\circ$, muito maior que o erro de quantização. A média da diferença entre os valores estimados sem o erro de quantização e o valor de referência (MMQ) para o FKE é de aproximadamente $-0,0076^\circ$ para *roll*, $0,0123^\circ$ para *pitch* e $0,0756^\circ$ para *yaw*. Estes valores estão muito próximos aos obtidos com o efeito do erro de quantização nas medidas dos sensores, tabela 9.4. Para o FKU estas médias para os eixos de *roll*, *pitch* e *yaw* foram de $0,0004^\circ$, $-0,0003^\circ$ e $0,0373^\circ$, respectivamente. Desta maneira, as ilustrações do comportamento do estado estimado (atitude e *bias*) foram omitidos, pois são similares às figuras 9.6 a 9.7. As únicas variações significativas estão apresentadas abaixo por 9.14 e 9.15, onde se faz uma comparação dos resultados obtidos sem a suavização dos erros e com a suavização dos erros (SEQ-Sem Erros de Quantização), para ambos os filtros. Nota-se que a inovação e o resíduo do sensor DSS1 sem os erros de quantização (SEQ) ficaram mais suaves quando comparados aos resultados obtidos com este tipo de erro.

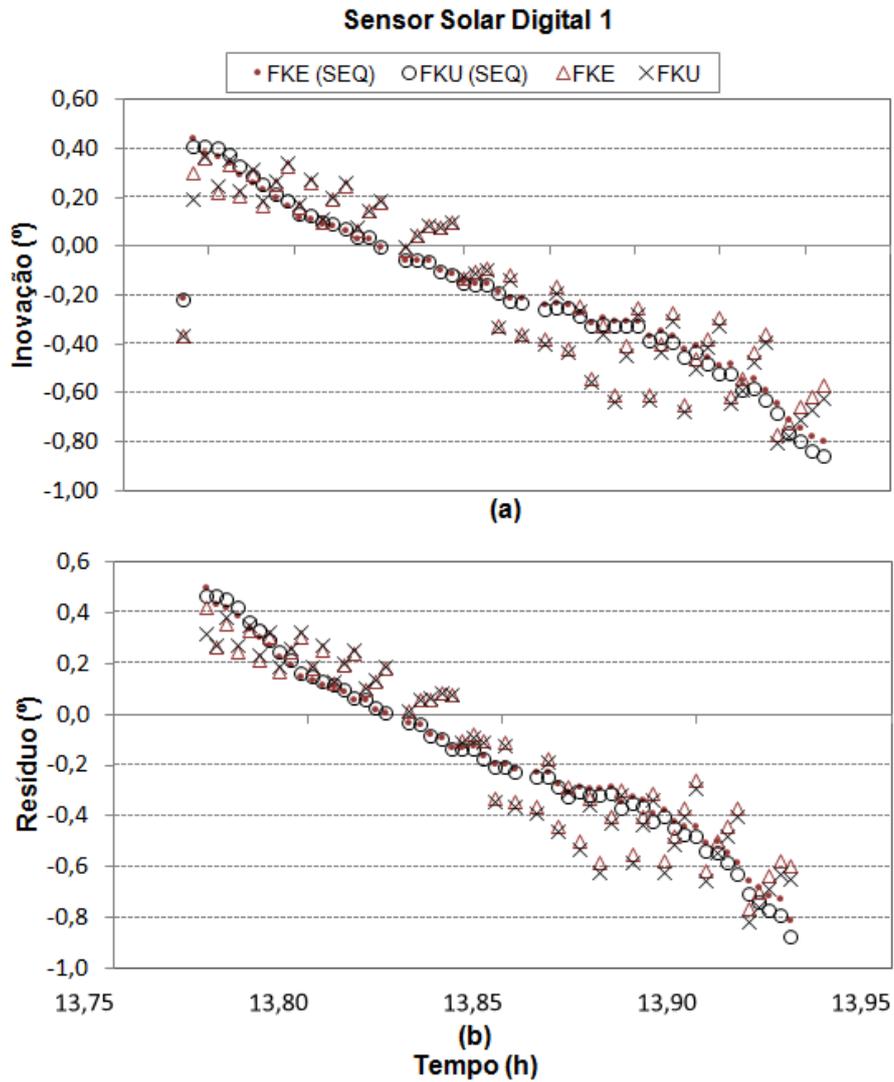


Figura 9.14 - (a) Comparação da inovação obtida sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionada ao DSS1. (b) Comparação do resíduo obtido sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionado ao DSS1.

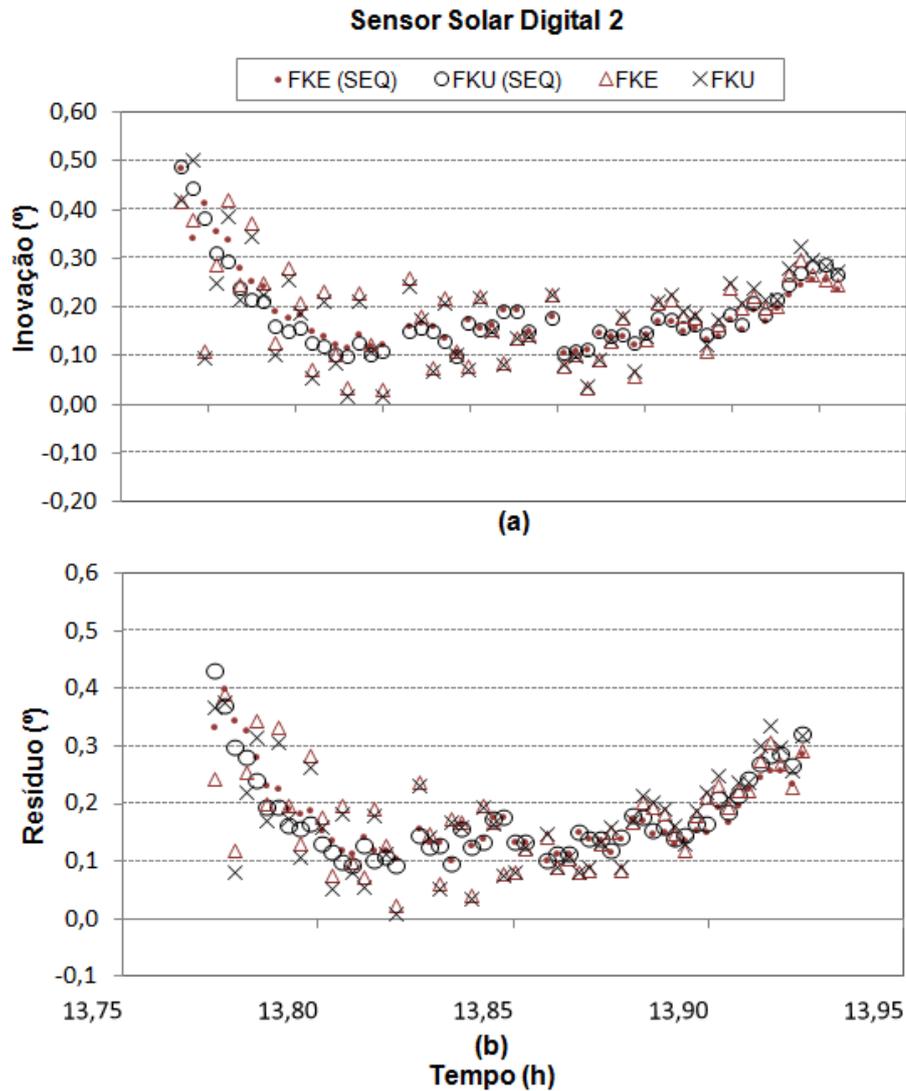


Figura 9.15 - (a) Comparação da inovação obtida sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionada ao DSS2. (b) Comparação do resíduo obtido sem erro de quantização e com erro de quantização, relacionada ao DSS2.

9.2.1.4 Teste de Robustez do Filtro de Kalman *Unscented*

Os resultados apresentados até o momento nos mostram grande similaridade entre os dois filtros utilizados em problemas de estimação não-linear. No entanto, onde estaria a maior vantagem de se escolher o Filtro de Kalman *Unscented* para estimar a atitude de um satélite artificial?

Como foi visto, ainda que diante de resultados muito próximos ao FKE, o FKU não faz uso de linearizações ou aproximações das equações não-lineares existentes no modelo do sistema. Só este fator, inicialmente, fornece uma maior qualidade e confiabilidade dos resultados obtidos. Para que se possa verificar com maior clareza a precisão e eficiência do Filtro de Kalman *Unscented* é apresentado a seguir o comportamento dos dois filtros, diante de condições iniciais imprecisas.

Na figura 9.16 são considerados valores iniciais das componentes da atitude muito distantes dos valores verdadeiros, com *roll*, *pitch* e *yaw* de 10° cada um. É sabido que tais valores são próximos de zero, aproximadamente $-0,5^\circ$, $-0,45^\circ$ e $-1,5^\circ$ para o conjunto de medidas em teste. As demais condições iniciais (ver tabelas 9.3) foram mantidas constantes. O que se observa é que, mesmo levando mais tempo, o FKE ainda converge para o valor esperado da atitude (aproximadamente $-0,5^\circ$ para *roll* e *pitch* e $-1,5^\circ$ para *yaw*), ao contrário do FKU que converge rapidamente, quase instantaneamente. Nota-se também uma incompatibilidade dos erros de atitude estimados pelo FKE (covariância), pois a atitude estimada está muito longe do valor esperado de convergência e ainda assim o FKE assume erros pequenos (sigma). Este comportamento é observado até que o FKE atinja a convergência e seus erros fiquem em torno do obtido pelo FKU.

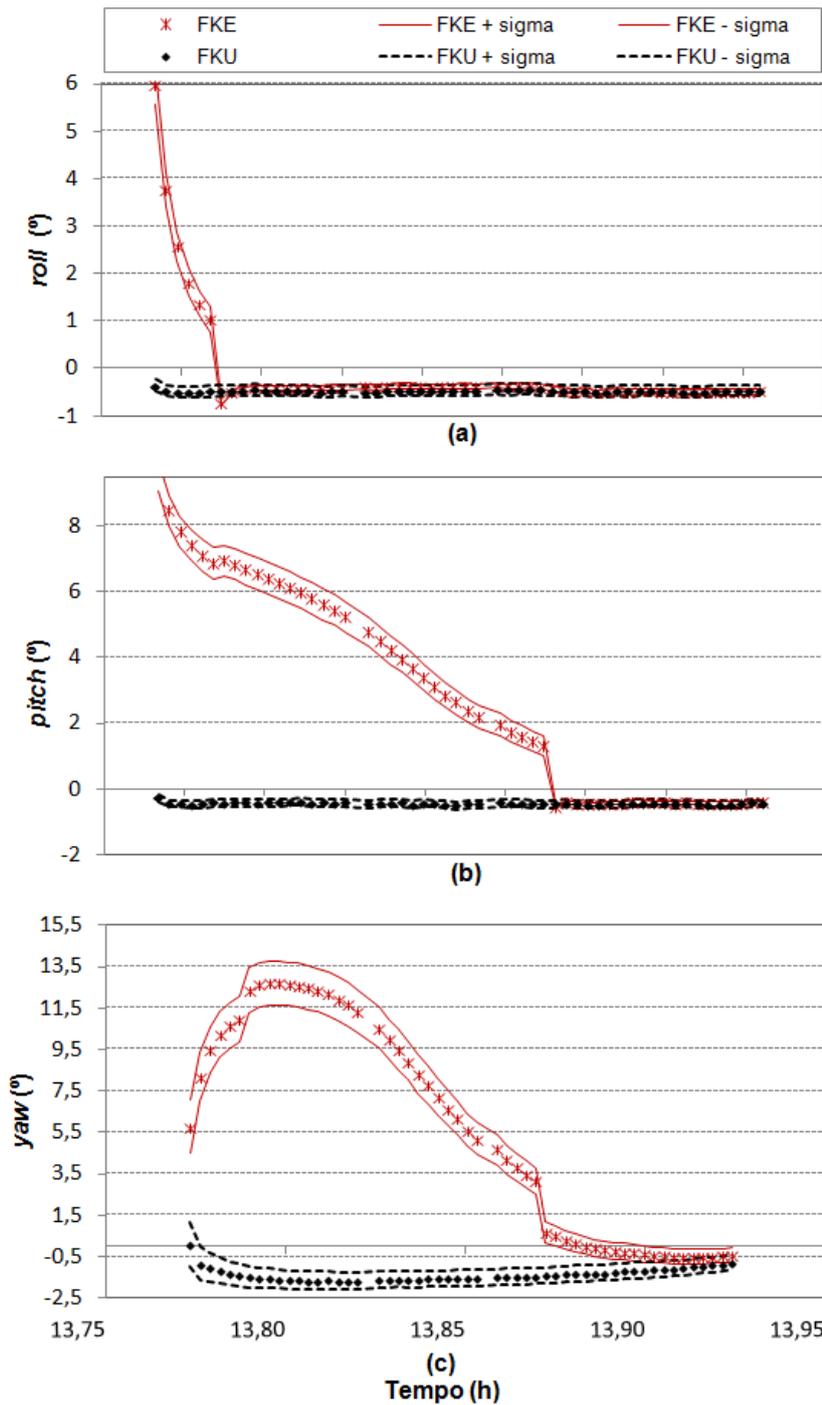


Figura 9.16 - (a) Ângulo *roll* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo *pitch* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo *yaw* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.

No próximo caso, apresentado a seguir, é considerado outros valores de condições iniciais de atitude de forma que se possa observar quando o FKE deixa de convergir e torna-se inadequado para o problema.

É considerado o valor radicalmente incorreto de 20° para os ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw* iniciais. Na figura 9.17, observa-se claramente que o FKU converge nos primeiros instantes, ao contrário do comportamento obtido pelo FKE, que está claramente divergente em *roll*. Este caso nos mostra que diante de condições iniciais deterioradas, as linearizações realizadas no FKE não são aproximações suficientemente boas fazendo com que o filtro perca a capacidade de estimar com precisão o estado do sistema durante o período considerado. O FKU ainda assim convergiu, mostrando sua robustez e desempenho claramente superior nesta situação.

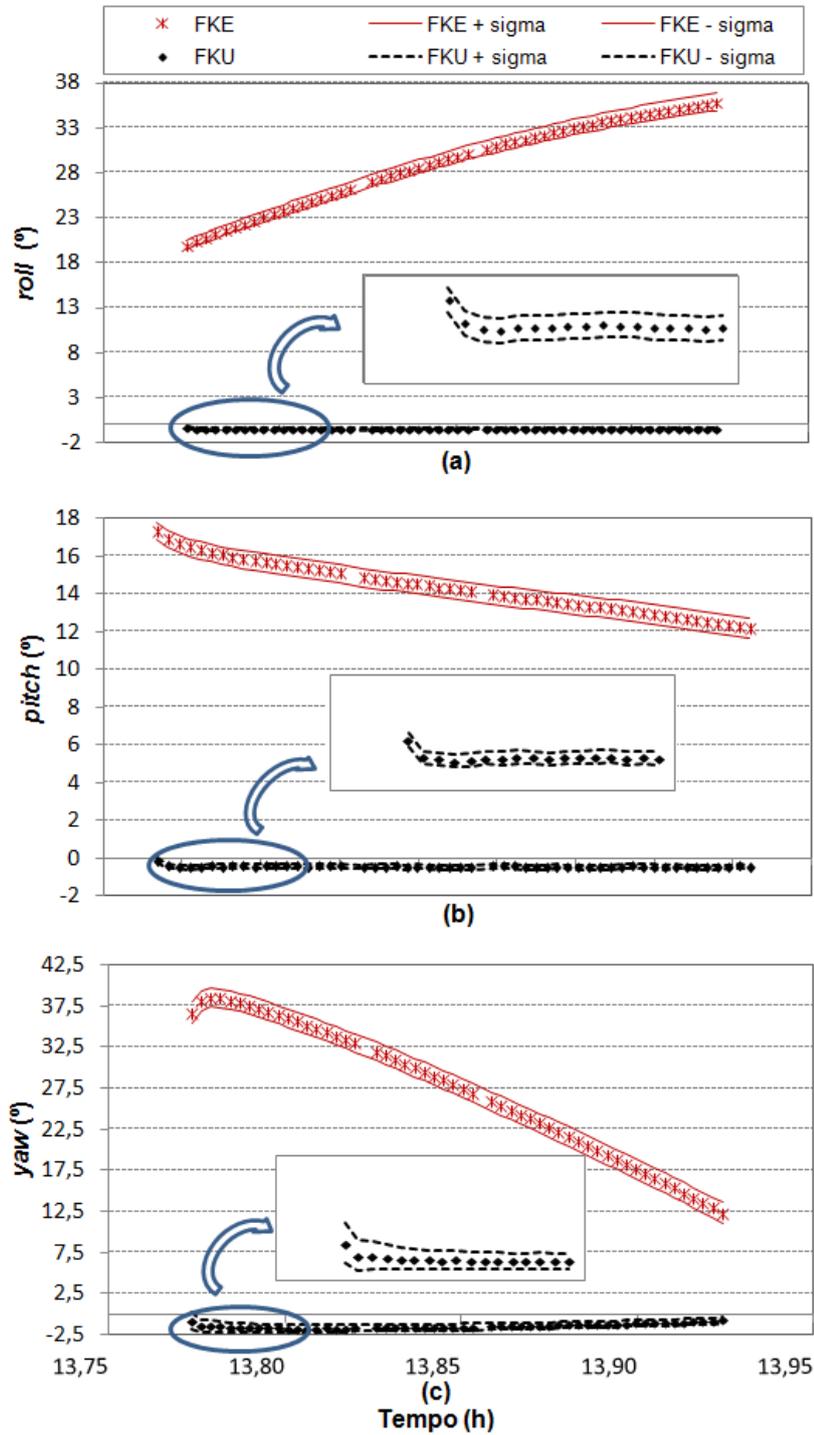


Figura 9.17 - (a) Ângulo *roll* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo *pitch* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo *yaw* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.

9.2.2 Estado Estimado através dos Quatérnions

Em geral, os problemas que envolvem estimação da atitude podem apresentar nas equações da dinâmica algum tipo de não linearidade, podendo tornar ineficaz o processo de estimação com os ângulos de Euler devido as singularidades ocasionadas pelas funções trigonométricas presentes no modelo. Para uma análise mais precisa do problema em questão, é apresentado a seguir os resultados da estimação do estado utilizando os quatérnions para representar a atitude. Como as equações da dinâmica com os quatérnions são lineares, então o FKE e o FKU foram aplicados somente na fase de atualização dos filtros.

9.2.2.1 Dados de Entrada

Para estimar a atitude do satélite quando esta é representada pelos quatérnions, algumas conversões são realizadas durante a inicialização dos filtros de modo a transformar as variáveis que dependem dos ângulos de Euler para quatérnions. As condições iniciais em quatérnions são equivalentes as apresentadas pelo conjunto de tabelas 9.3. No entanto, a tabela 9.5 apresenta as condições iniciais que necessitaram ser ajustadas e transformadas para quatérnions, com o intuito de tornar mais claro os valores dos dados de entrada.

Tabela 9.5 - Informações iniciais para inicialização dos estimadores com quatérnions para o satélite CBERS-2

Atitude Inicial			
$\phi(^{\circ})$	0	q_1	0
$\theta(^{\circ})$	0	q_2	0
$\psi(^{\circ})$	0	q_3	0
		q_4	1

Erro da Atitude (P)				Ruído Dinâmico da atitude (Q)			
$\sigma_{\phi(^{\circ})}$	0,5	$\sigma_{\mathbf{q1}}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\phi(^{\circ})}$	0,05	$\sigma_{\mathbf{q1}}$	$0,19 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_{\theta(^{\circ})}$	0,5	$\sigma_{\mathbf{q2}}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\theta(^{\circ})}$	0,05	$\sigma_{\mathbf{q2}}$	$0,19 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_{\psi(^{\circ})}$	0,5	$\sigma_{\mathbf{q3}}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\psi(^{\circ})}$	0,05	$\sigma_{\mathbf{q3}}$	$0,19 \cdot 10^{-6}$
		$\sigma_{\mathbf{q4}}$	0			$\sigma_{\mathbf{q4}}$	0

onde q_1, q_2, q_3, q_4 são as componentes dos quatérnions que representam a atitude e $\sigma_{q1}, \sigma_{q2}, \sigma_{q3}, \sigma_{q4}$ são os erros em quatérnions associados aos erros em ângulos de

Euler $(\sigma_\phi, \sigma_\theta, \sigma_\psi)$. Importante salientar que a matriz de covariância (P) e de ruído dinâmico (Q) associadas aos quatérnions são reduzidas através das equações 7.18 e 7.19.

9.2.2.2 Estado Estimado com Filtro de Kalman *Unscented*

Os ângulos de atitude estimados em *roll*, *pitch* e *yaw* foram obtidos a partir dos quatérnions estimados e estão apresentados na figura 9.18. O comportamento obtido pelo FKE e FKU estão de acordo com a referência (MMQ), além de serem muito próximos aos valores estimados pela abordagem de ângulos de Euler. A tabela 9.6 apresenta a média e o desvio padrão da diferença entre a atitude estimada (e) pelos filtros com o obtido pela referência (r) de MMQ. Assim como para a atitude estimada com ângulos de Euler, a estimação obtida através da abordagem dos quatérnions com o FKU forneceu resultados mais próximos aos da referência, quando comparado ao FKE. Pela tabela 9.6 confirma-se a consistência estatística do FKU, uma vez que os desvios-padrão em relação ao MMQ estão dentro da faixa de 1 sigma do FKU.

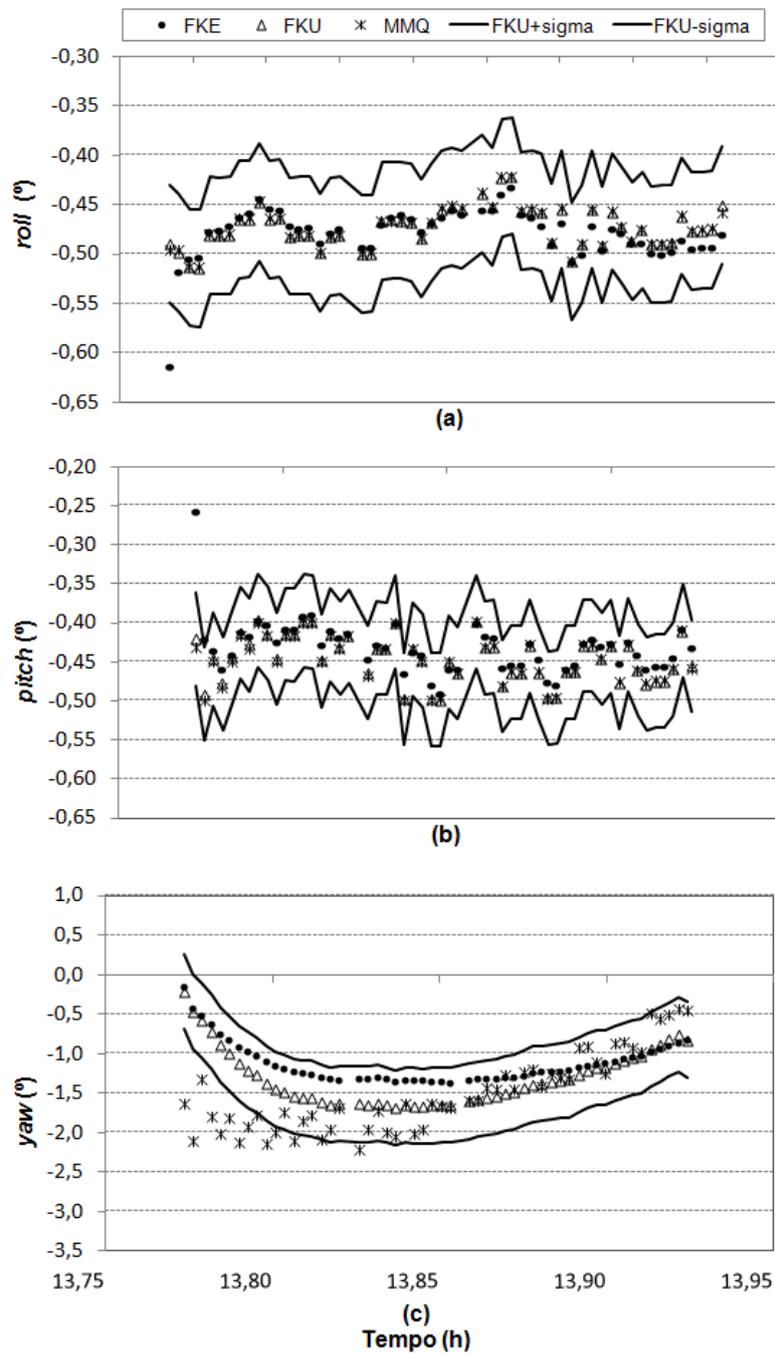


Figura 9.18 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com quatérnions. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com quatérnions. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com quatérnions.

O comportamento do *bias* estimado está mostrado na figura 9.19. O FKE mostra

Tabela 9.6 - Média e desvio padrão do erro em torno da atitude de referência (MMQ), com o uso dos quatérnions

Estimador	Atitude	Média (°)	Desvio Padrão (°)
FKE	$\phi_e - \phi_r$	-0,0068	0,0186
	$\theta_e - \theta_r$	0,0142	0,0254
	$\psi_e - \psi_r$	0,3730	0,5175
FKU	$\phi_e - \phi_r$	-0,0001	0,0015
	$\theta_e - \theta_r$	0,0011	0,0024
	$\psi_e - \psi_r$	0,1997	0,4706

não ter atingido um estado de convergência para o *bias* e os desvios associados a x e z são de $0,0416^\circ/\text{h}$ e $0,0859^\circ/\text{h}$, respectivamente. Porém para o FKU as componentes estimadas em x e z mostram-se ter convergido e possuem um desvio padrão de $0,0006^\circ/\text{h}$ na coordenada x e $0,0054^\circ/\text{h}$ na coordenada z , considerando o período analisado. A componente y não atingiu um estado estacionário, sendo necessário um número maior de observações a serem processadas. O *bias* estimado em y apresenta um comportamento similar ao obtido com ângulos de Euler, com desvio padrão de aproximadamente $0,05^\circ/\text{h}$ para o FKE e de $0,07^\circ/\text{h}$ para o FKU.

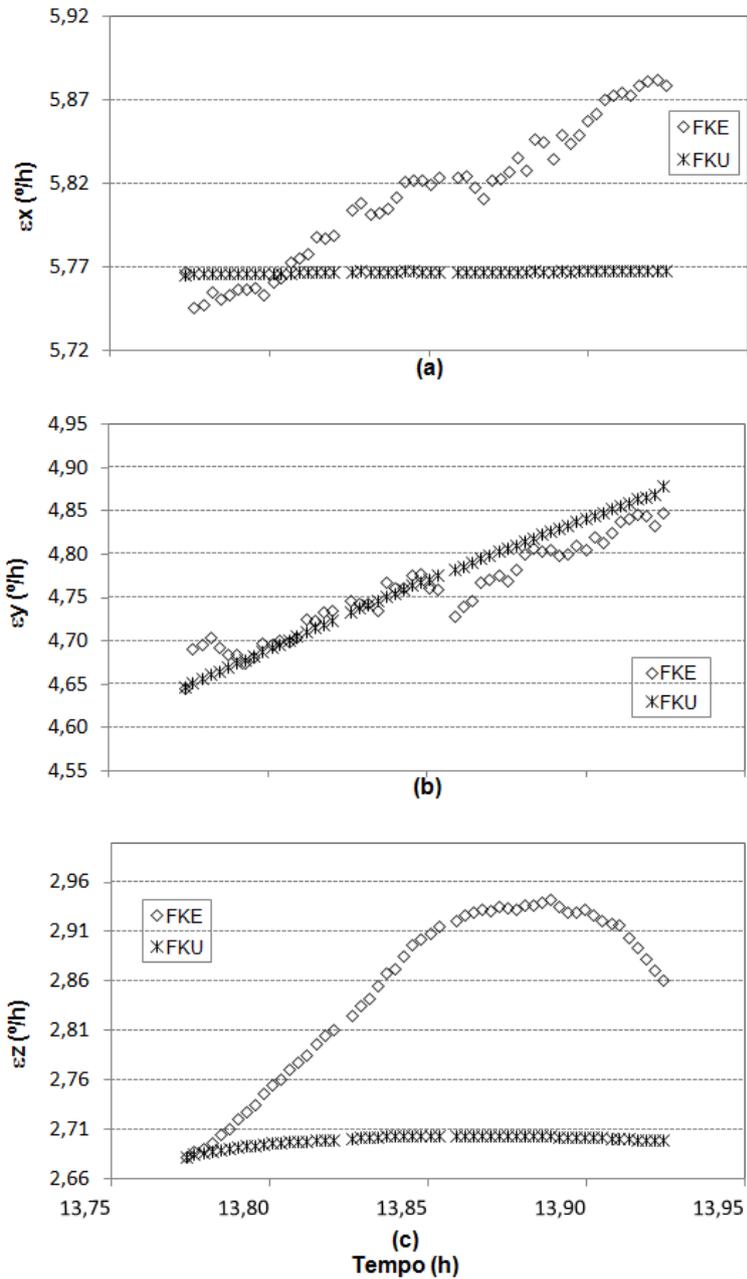


Figura 9.19 - Componente do *bias* estimada com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

As figuras 9.20 e 9.21 apresentam os resultados da inovação (diferença entre valor calculado e medido após a fase de propagação) e dos resíduos (diferença entre valor calculado e medido após a fase de atualização) obtidos pelos sensores solares 1 e 2,

para ambos os filtros. Podemos observar que embora estes resultados sofram uma variação, sua média é próxima de zero e está dentro da faixa de erro considerado para as medidas destes sensores ($\pm 0,6^\circ$).

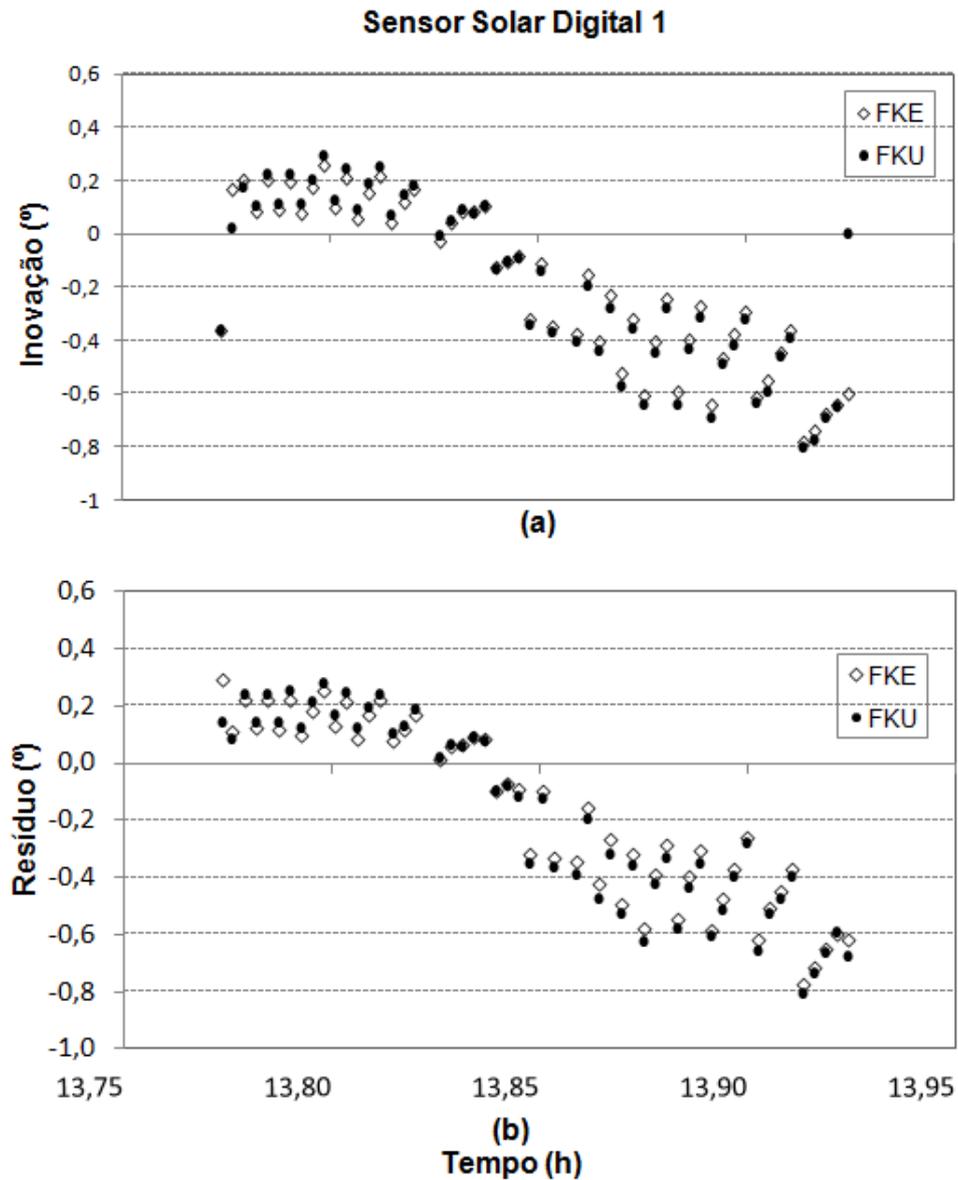


Figura 9.20 - (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com quatérnions.

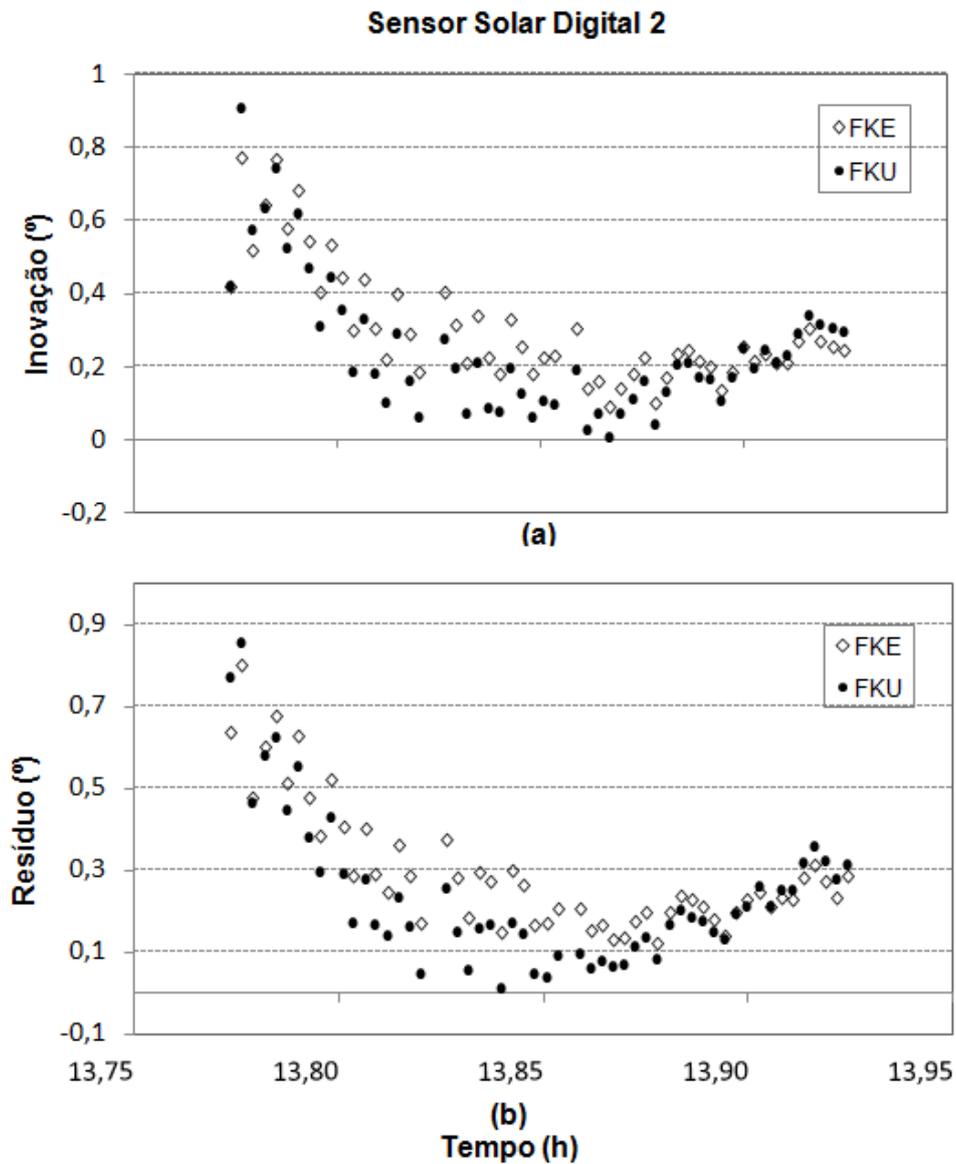


Figura 9.21 - (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com quatérnions.

A inovação e o resíduo associados aos sensores de Terra, IRES1 e IRES2 estão apresentados nas figuras 9.22 e 9.23. Pode-se observar que os resultados do resíduo para o FKU permanecem dentro da faixa de erro estipulada para este sensor ($\pm 0,06^\circ$), figuras 9.22b e 9.23b. O resíduo obtido com o FKU, quando comparado com o obtido pela abordagem de ângulos de Euler, fornece resultados mais próximos de zero e portanto melhores quando comparado com o FKE. Isto quer dizer que o valor cal-

culado pelas equações do sensor de Terra utilizando a atitude que foi estimada em cada instante está muito próximo ao valor que foi observado pelo sensor, e portanto o resíduo é próximo de zero.

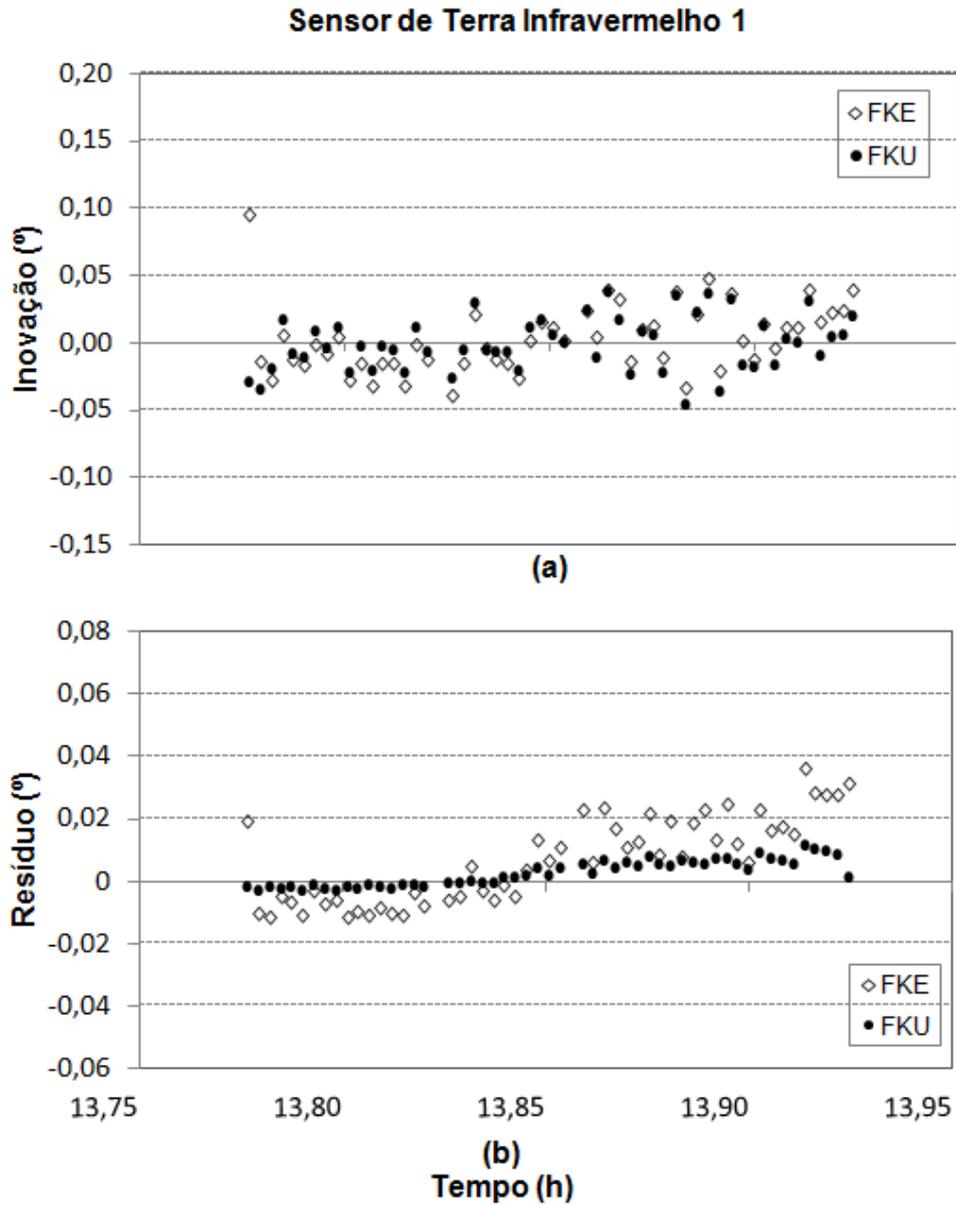


Figura 9.22 - (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com quatérnions.

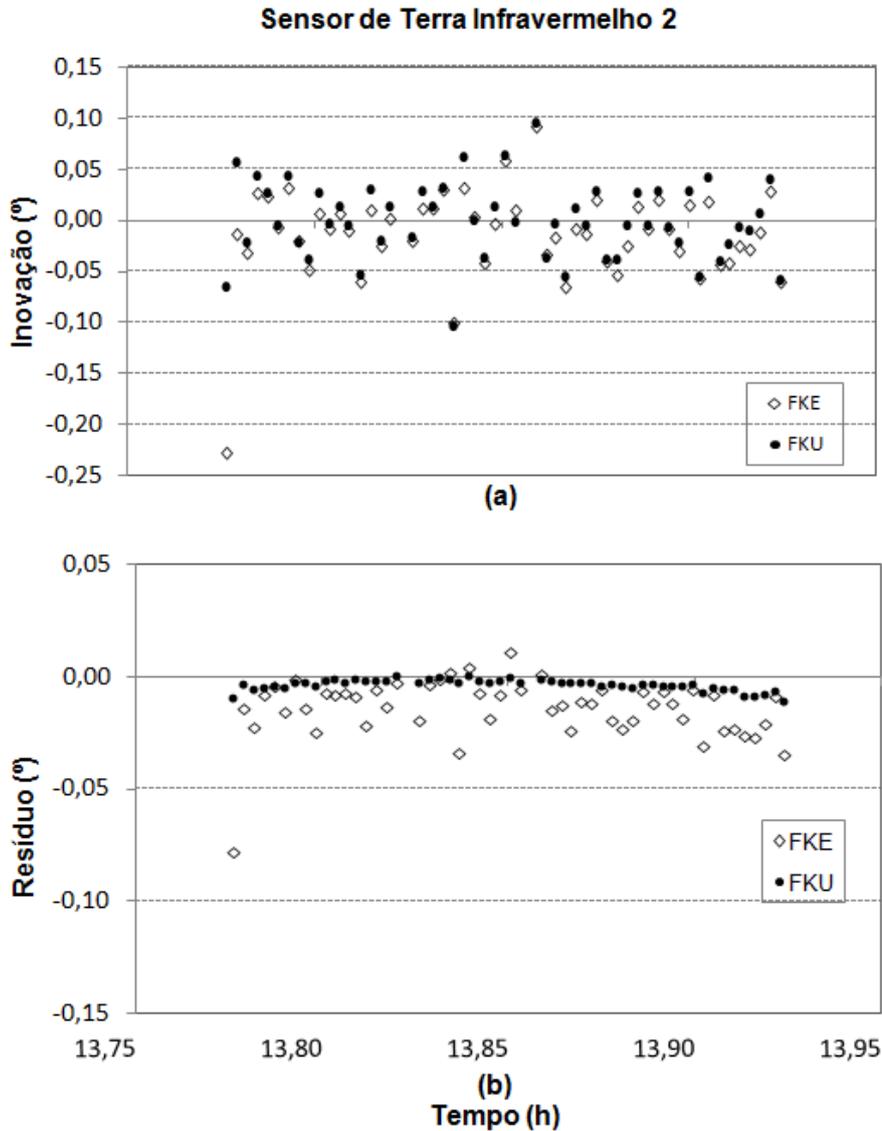


Figura 9.23 - (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com quatérnions.

Os erros estimados a partir da matriz de covariância, pelos filtros *unscented* e estendido, para a atitude são apresentados na figura 9.24, e para o *bias* na figura 9.25. Para ambos os filtros, os erros estimados nos eixos de *roll*, *pitch* e *yaw* parecem ter atingido um valor de convergência. Para os eixos de *roll* e *pitch* o erro estimado foi de $0,06^\circ$ para o FKU e para o FKE estes erros foram de $0,05^\circ$. Para o eixo de *yaw* os erros estimados pelo FKU e pelo FKE foram de $0,5^\circ$ e em torno de $0,3^\circ$, respectivamente.

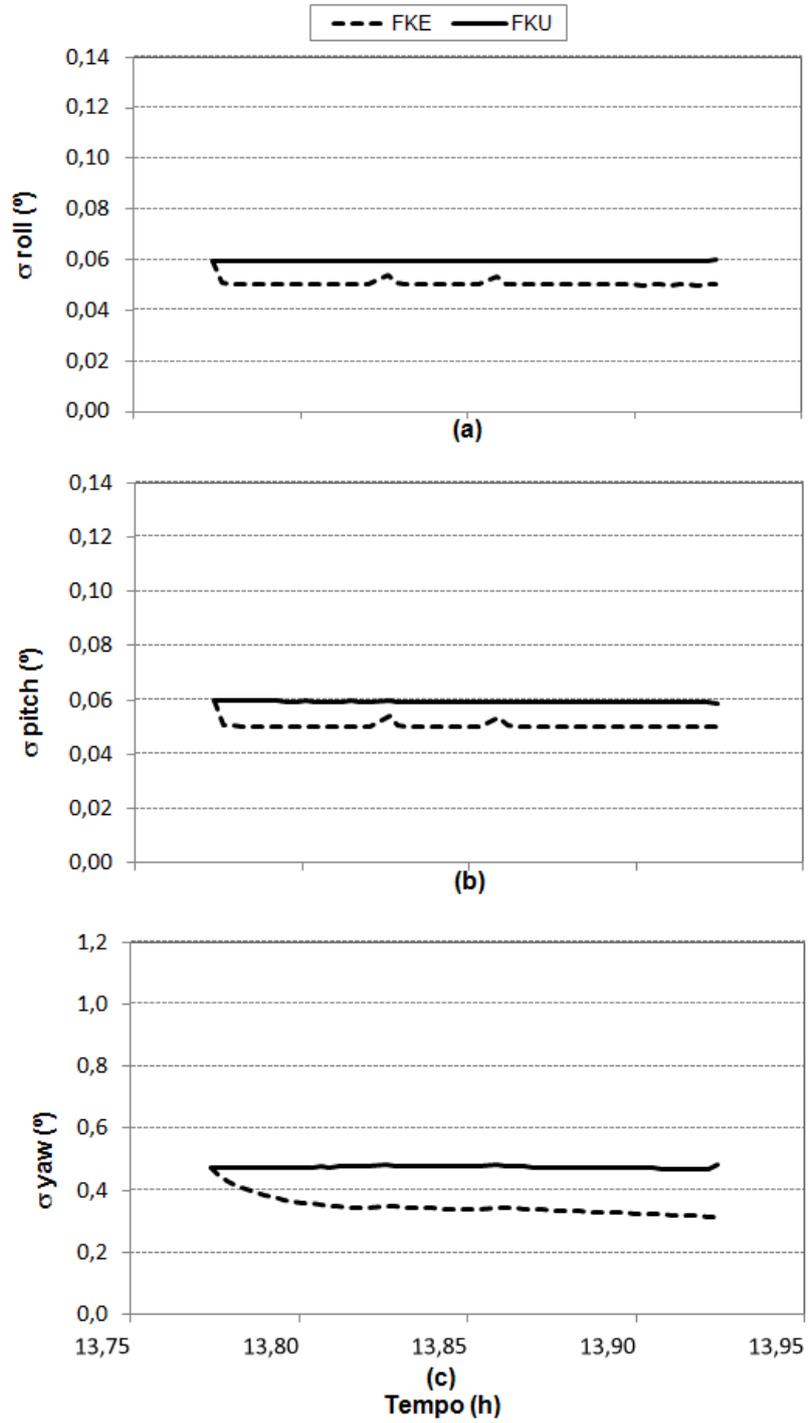


Figura 9.24 - Erro da atitude estimada com quatérnions (a) em *roll*, (b) em *pitch*, (c) em *yaw*.

Os erros estimados para o *bias*, durante o período analisado, mostram que o FKU

atingiu um estado estacionário, enquanto que o FKE com o uso de quatérnions ainda não está devidamente ajustado para o *bias*.

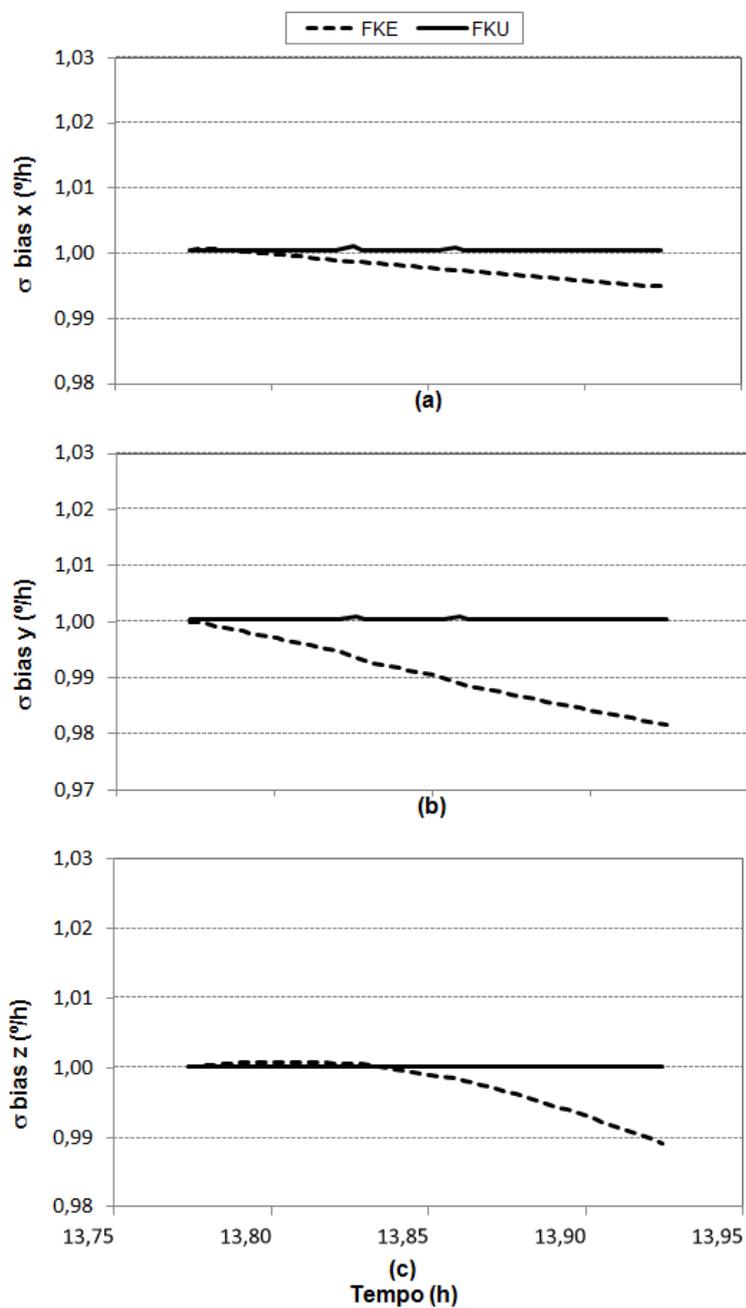


Figura 9.25 - Erro do *bias* estimado com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

9.2.3 Estado Estimado através dos Incrementos de Quatérnions

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a abordagem dos incrementos de quatérnions. Esta abordagem é útil em problemas que utilizam a abordagem dos quatérnions e se deseja diminuir a dimensão do vetor de estado a ser estimado. Neste trabalho, o incremento do quatérnion é aplicado somente durante a fase de atualização dos filtros. Após o incremento do quatérnion (δq) ser estimado, este é composto ao quatérnion propagado a fim de se recuperar o quatérnion completo estimado (4 componentes).

9.2.3.1 Estado Estimado com Filtro de Kalman *Unscented*

O comportamento obtido para a atitude estimada pelo FKU e FKE é apresentado na figura 9.26, e a comparação entre a atitude estimada por esta abordagem entre os filtros e o MMQ são apresentados na tabela 9.7.

Assim como nas abordagens anteriores, a atitude estimada utilizando os incrementos de quatérnions, considerando o FKE e o FKU estão dentro do previsto pela atitude de referência (MMQ). A consistência estatística do FKU é mantida e pode ser verificada pelo desvio-padrão em relação ao MMQ mostrado na tabela 9.7 que está dentro de ± 1 sigma do FKU, para *roll* e *pitch*. Para o ângulo de *yaw* observa-se que os filtros possuem o mesmo comportamento, apesar do MMQ apresentar uma variação maior no início do processo de estimação, similar ao caso do FKU via quatérnions, Fig. 9.18c.

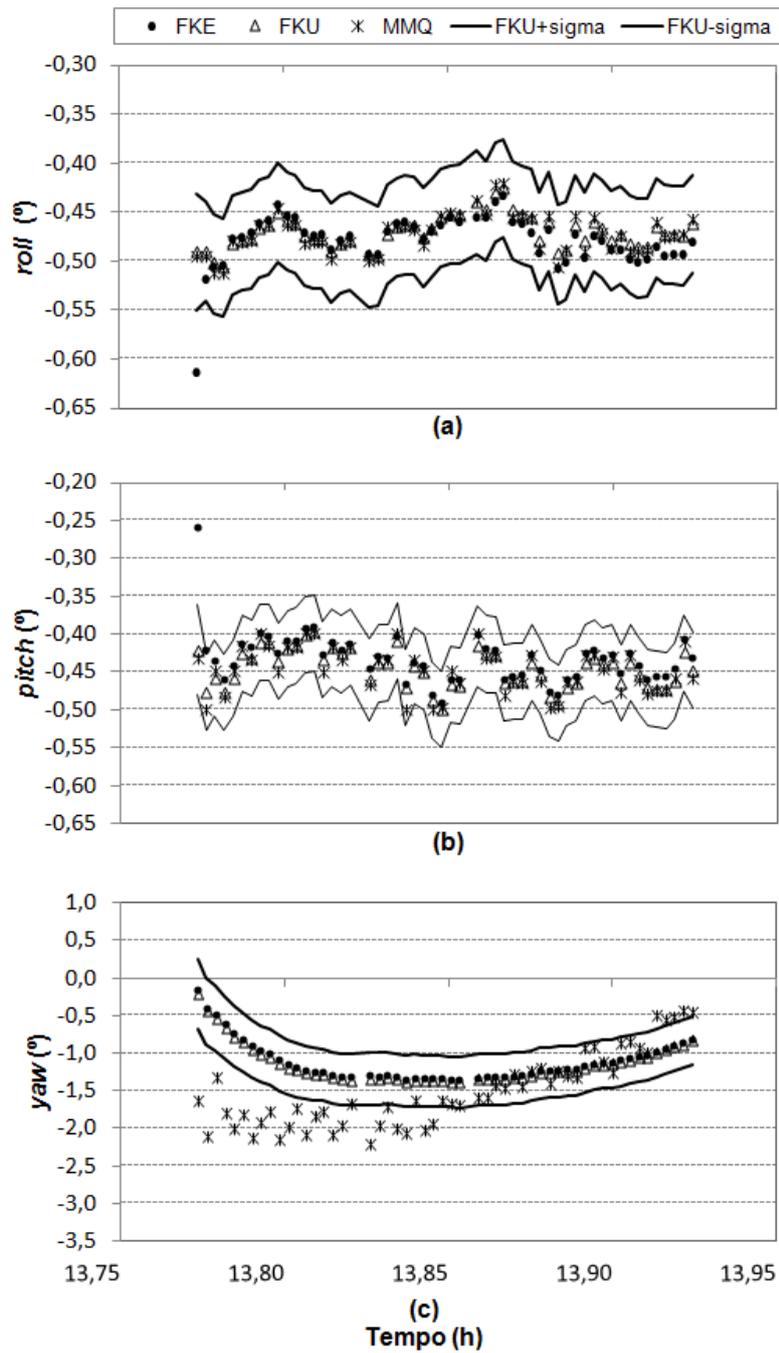


Figura 9.26 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com o incremento do quatérnion. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com o incremento do quatérnion. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com o incremento do quatérnion.

Os resultados estimados para o *bias* são apresentados na figura 9.27, onde se observa

Tabela 9.7 - Média e desvio padrão do erro em torno da atitude de referência (MMQ), com o uso do incremento de quatérnion

Estimador	Atitude	Média (°)	Desvio Padrão (°)
FKE	$\phi_e - \phi_r$	-0,0066	0,0187
	$\theta_e - \theta_r$	0,0142	0,0254
	$\psi_e - \psi_r$	0,3774	0,5215
FKU	$\phi_e - \phi_r$	0,0019	0,0050
	$\theta_e - \theta_r$	0,0008	0,0098
	$\psi_e - \psi_r$	0,3553	0,5139

o mesmo comportamento de ambos os filtros FKE e FKU para as componentes estimadas em x, y e z. As três componentes ainda não atingiram um estado estacionário sendo necessário um período maior de análise.

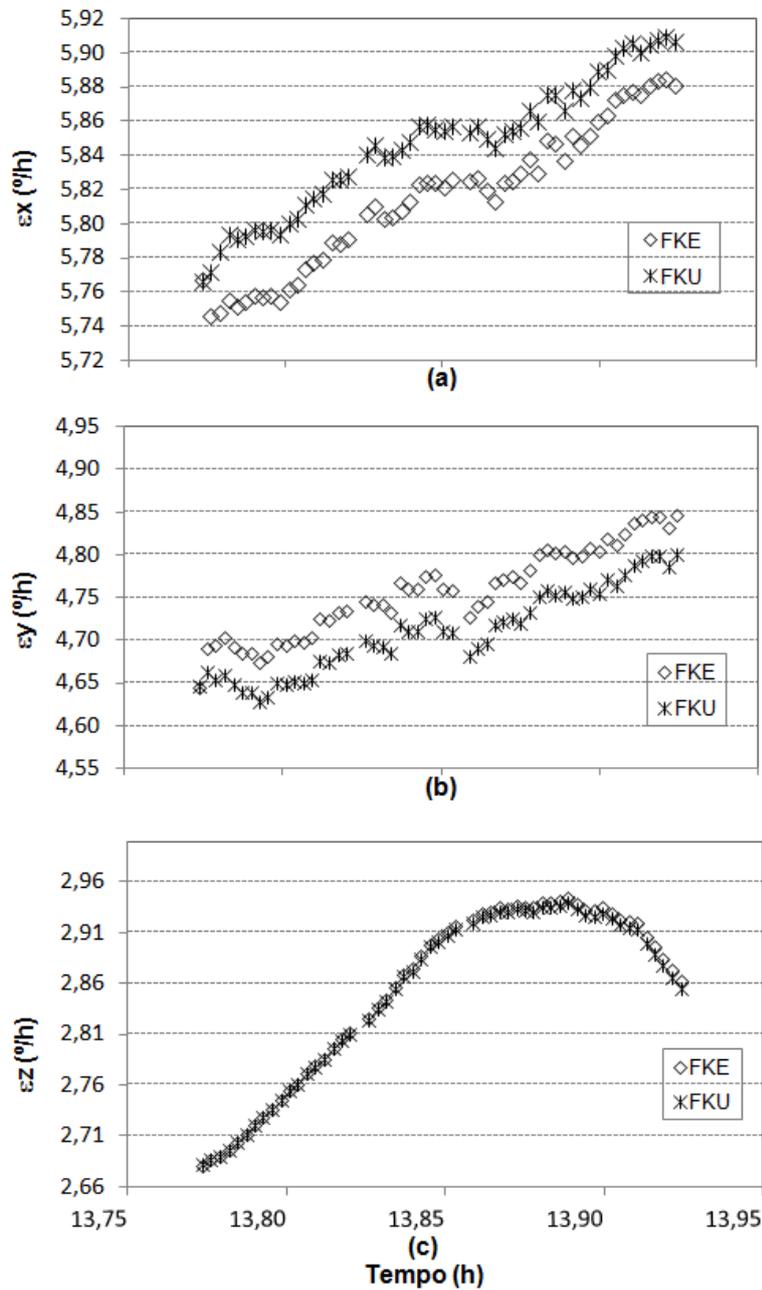


Figura 9.27 - Componente do *bias* estimada com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

Os resultados da inovação e resíduos dos sensores DSS1 e DSS2 são mostrados nas figuras 9.28 e 9.29. Para os sensores IRES1 e IRES2, os resultados são apresentados pelas figuras 9.30 e 9.31. No caso dos resultados da inovação e dos resíduos,

não são observadas diferenças significativas com relação aos resultados obtidos pela abordagem dos quatérnions, comentada na Seção 9.2.2.

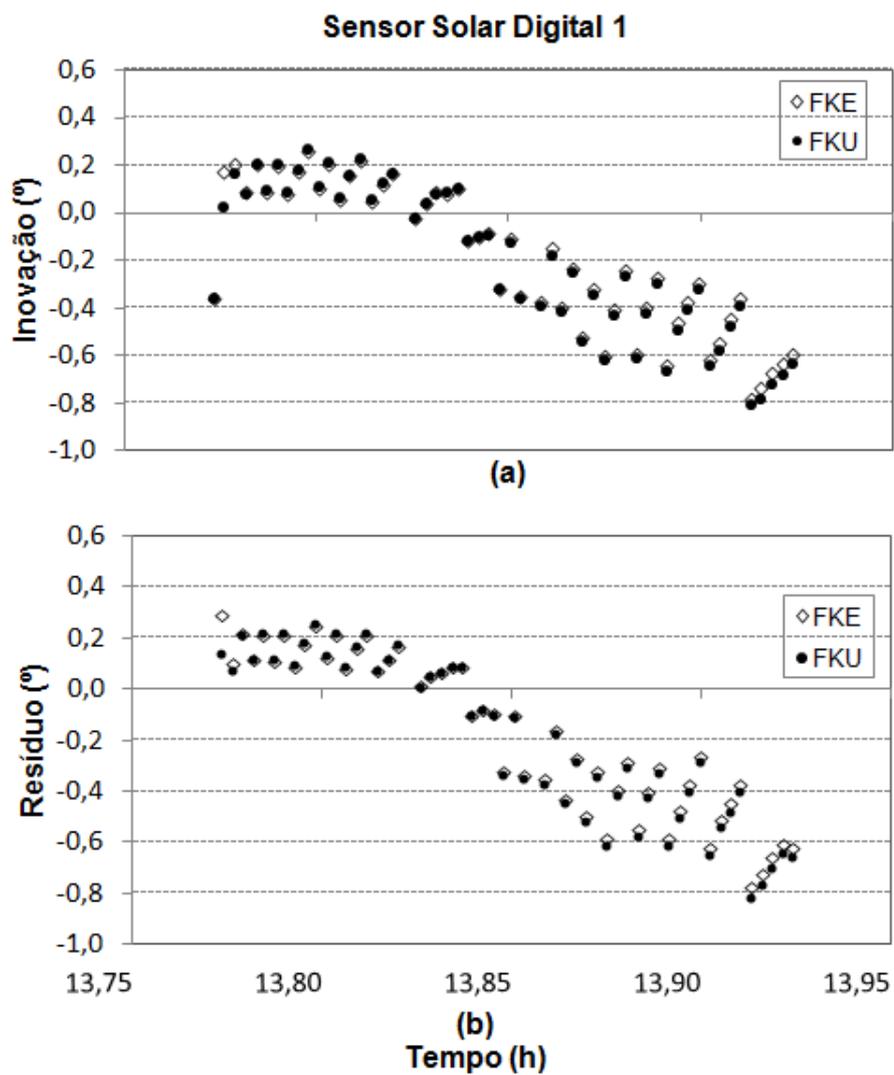


Figura 9.28 - (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com o incremento do quatérnion.
(b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com o incremento do quatérnion.

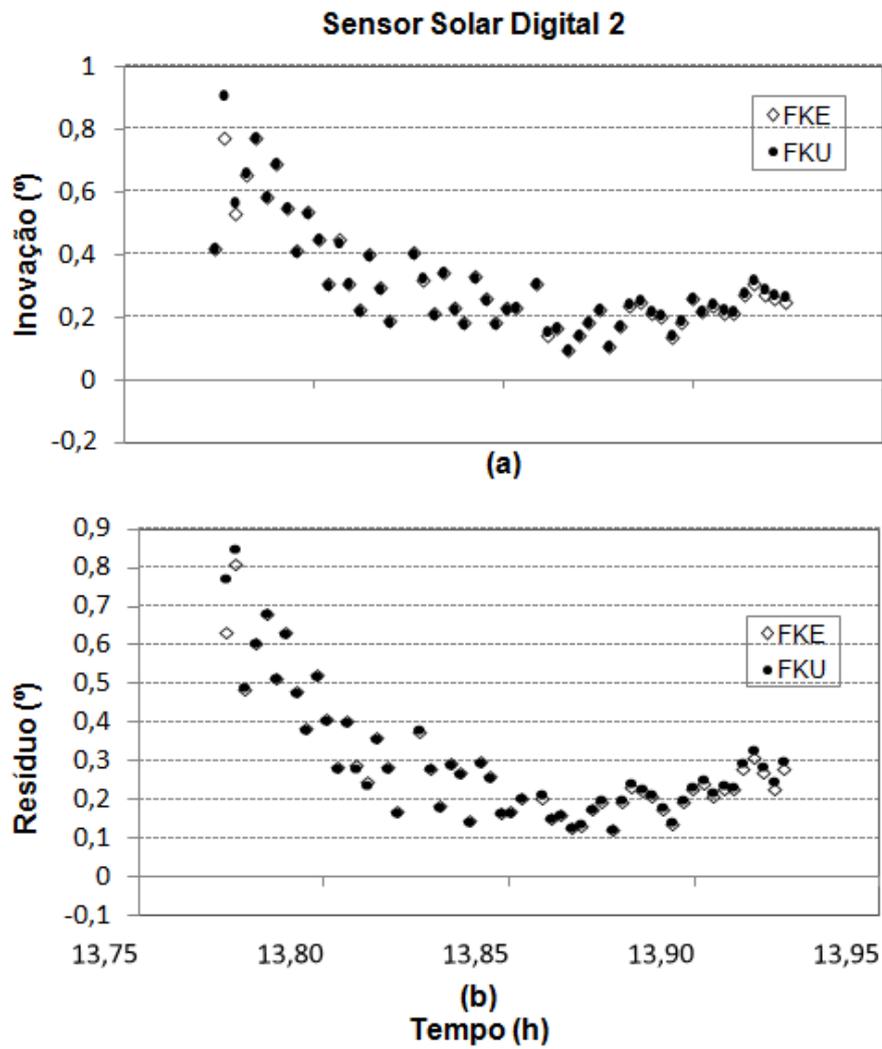


Figura 9.29 - (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com o incremento do quatérnion.
 (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com o incremento do quatérnion.

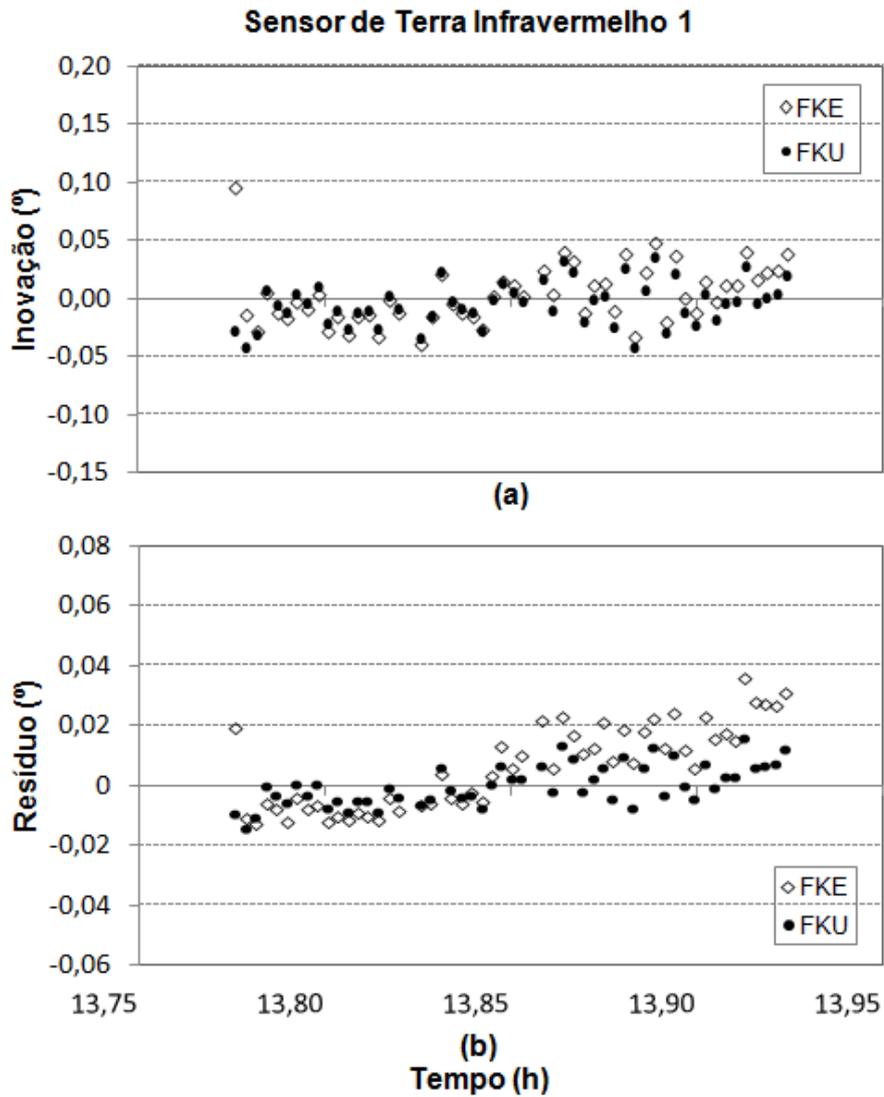


Figura 9.30 - (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com o incremento do quatérnion.
 (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com o incremento do quatérnion.

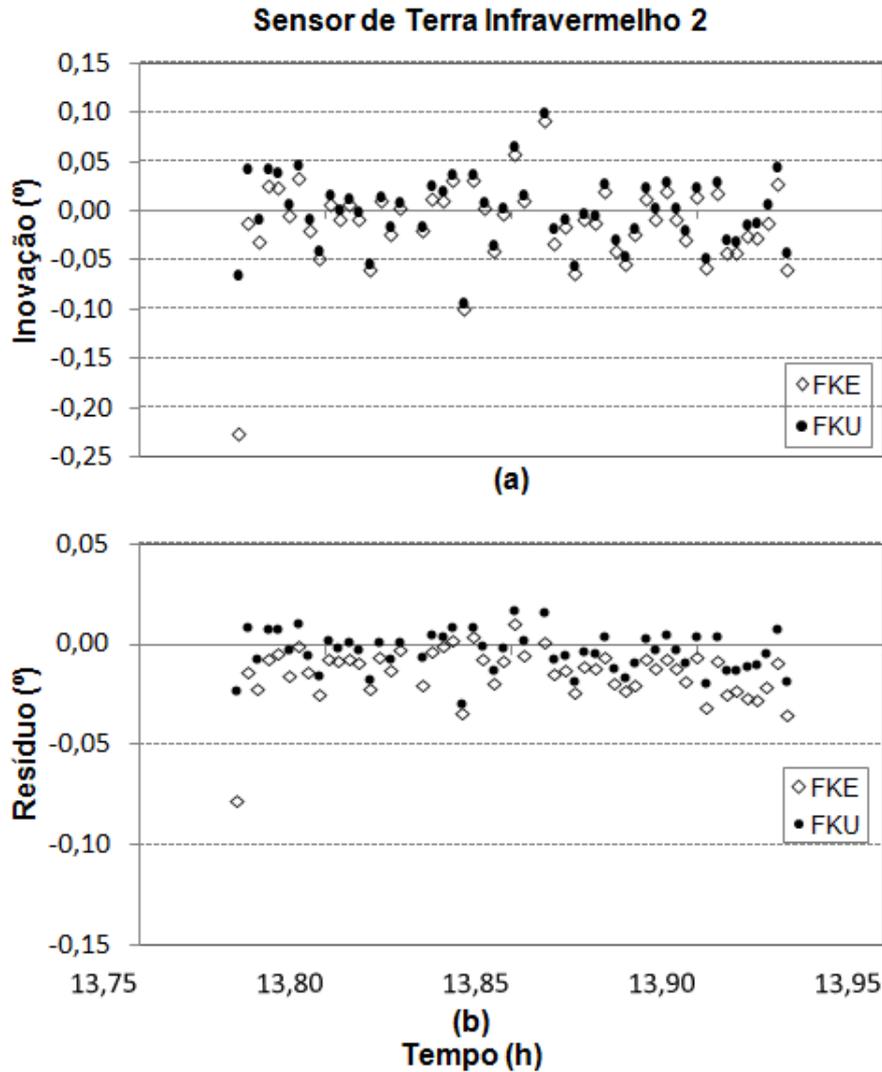


Figura 9.31 - (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com o incremento do quatérnion.
 (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com o incremento do quatérnion.

A seguir são apresentados os erros estimados na atitude (via matriz de covariância), figura 9.32, e os erros estimados no *bias*, figura 9.33. Observa-se que na presente abordagem, os erros estimados por ambos os filtros são iguais, da ordem de aproximadamente $0,05^\circ$ para *roll* e para *pitch*, e $0,3^\circ$ para o erro estimado em *yaw*. No entanto, para o *bias* o erro estimado não parece estabilizado para ambos os filtros.

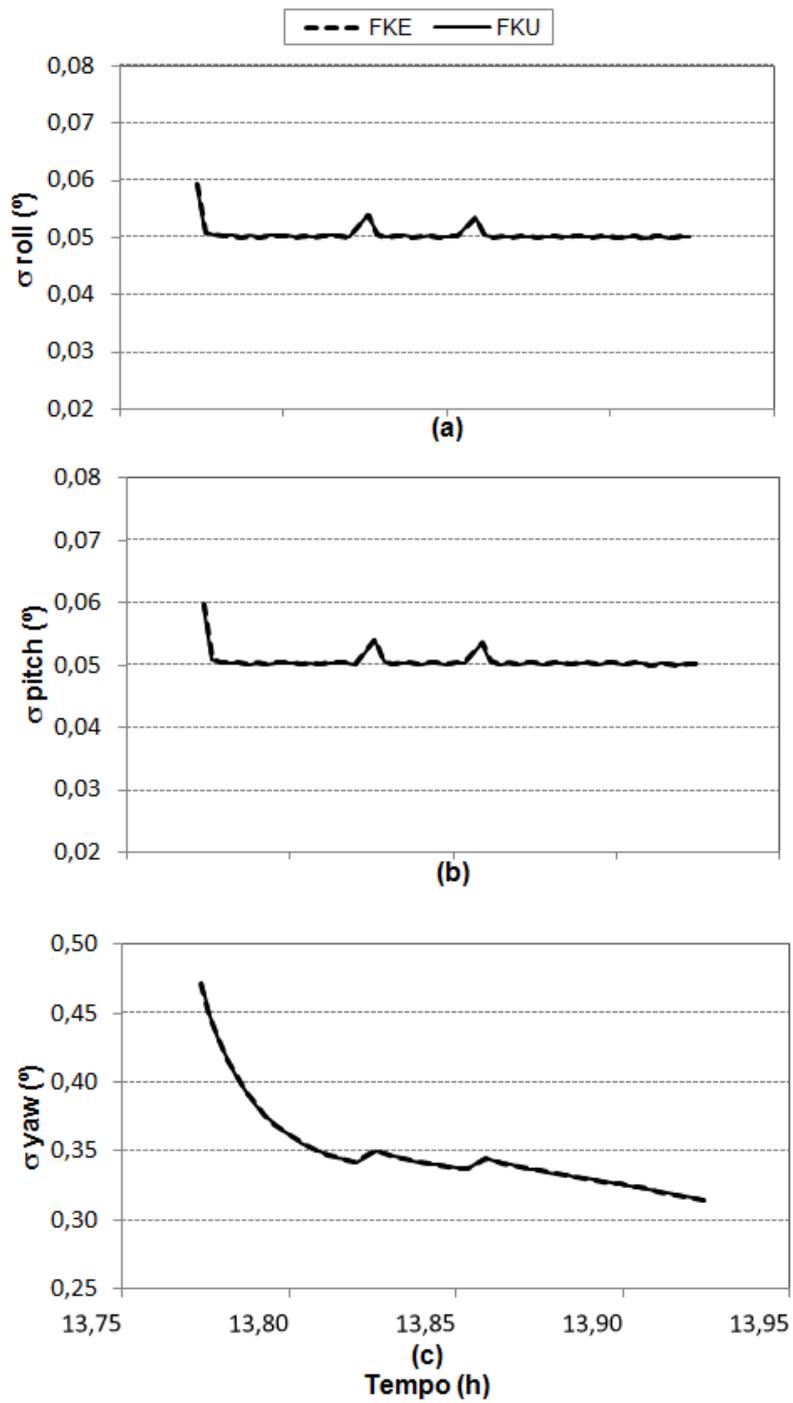


Figura 9.32 - Erro da atitude estimada com o incremento do quatérnion (a) em *roll*, (b) em *pitch*, (c) em *yaw*.

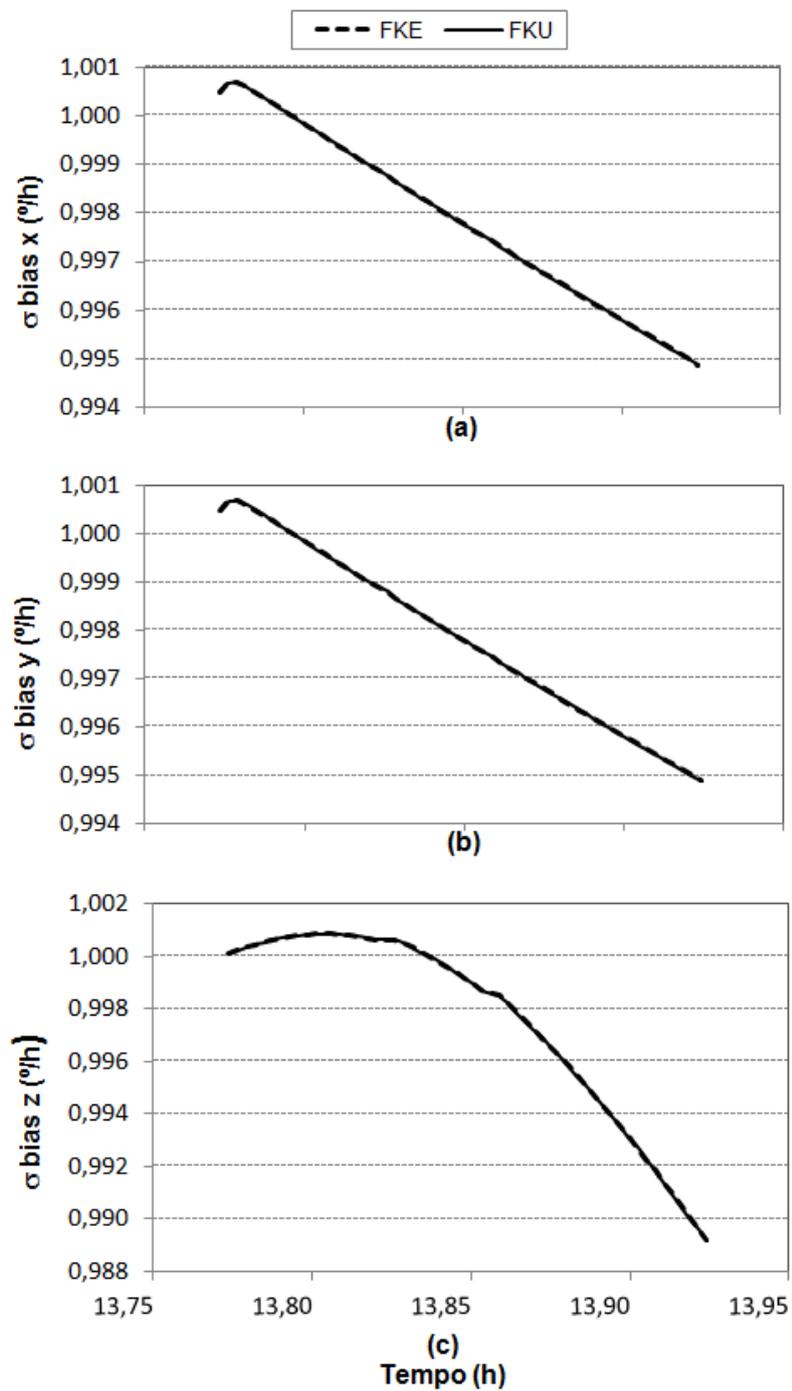


Figura 9.33 - Erro do *bias* estimado com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

9.3 Resultados para o Satélite CBERS-2B

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos para o satélite CBERS-2B. O intuito desta seção não é o de apenas estimar o estado, mas também o de validar as análises feitas pelo filtro de Kalman *Unscented* quando este é aplicado a um outro conjunto de dados. Para isto foi considerado o satélite CBERS-2B, que possui as mesmas características do satélite CBERS-2. Neste caso, utilizou-se os dados dos sensores de estrelas a bordo do satélite CBERS-2B a fim de se comparar os resultados dos métodos desenvolvidos com referências geradas por este sensor.

9.3.1 Estado Estimado através dos Ângulos de Euler

Serão apresentados a seguir o estado estimado pelo FKU e pelo FKE, quando os ângulos de Euler são utilizados para representar a atitude.

9.3.1.1 Dados de Entrada

As variáveis de estado iniciais, assim como as características dos sensores escolhidos e os erros associados ao estado e a dinâmica são listados na tabela 9.8, a seguir.

Tabela 9.8 - Informações iniciais para inicialização dos estimadores com ângulos de Euler para o satélite CBERS-2B

Vetor de Estado Inicial (\mathbf{x}_0)				Erro do Estado (P)			
$\phi(^{\circ})$	0	$\varepsilon_{\mathbf{x}}(^{\circ}/\text{h})$	15,10	$\sigma_{\phi}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{x}}}(^{\circ}/\text{h})$	1,0
$\theta(^{\circ})$	0	$\varepsilon_{\mathbf{y}}(^{\circ}/\text{h})$	14,75	$\sigma_{\theta}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{y}}}(^{\circ}/\text{h})$	1,0
$\psi(^{\circ})$	0	$\varepsilon_{\mathbf{z}}(^{\circ}/\text{h})$	5,00	$\sigma_{\psi}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{z}}}(^{\circ}/\text{h})$	1,0

Ruído Dinâmico (Q)			
$\sigma_{\phi}(^{\circ})$	0,05	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{x}}}(^{\circ}/\text{h})$	0,01
$\sigma_{\theta}(^{\circ})$	0,05	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{y}}}(^{\circ}/\text{h})$	0,01
$\sigma_{\psi}(^{\circ})$	0,05	$\sigma_{\varepsilon_{\mathbf{z}}}(^{\circ}/\text{h})$	0,005

Ruído das Observações (R)			
$\sigma_{\text{DSS1}}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\text{IRES1}}(^{\circ})$	0,05
$\sigma_{\text{DSS2}}(^{\circ})$	0,5	$\sigma_{\text{IRES2}}(^{\circ})$	0,05

9.3.2 Análise dos Dados dos Sensores de Estrelas

Os sensores de estrelas a bordo do satélite CBERS-2B foram descritos com detalhes na Seção 5.4. São duas unidades (STS1 e STS2) cujos eixos óticos no corpo do satélite estão separados conforme a Fig. 9.34.

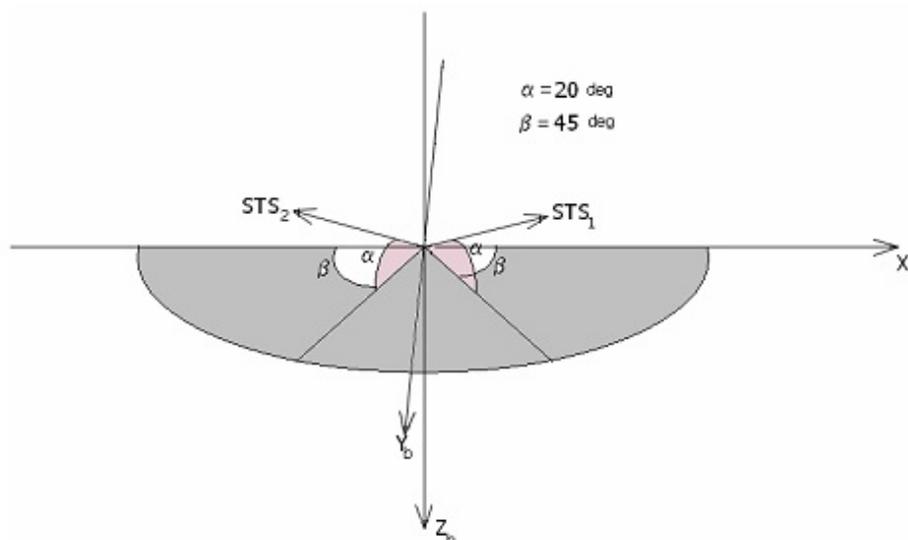


Figura 9.34 - Posição dos sensores de estrelas 1 e 2. Fonte: (SILVA et al., 2006)

Este sensor apresentou problemas nas suas medidas quando a órbita do satélite passava em território brasileiro, conforme (ARCANJO, FERREIRA, 2009), devido a alta concentração de radiação espacial na região da anomalia magnética. O trabalho relata que na altitude orbital do CBERS-2B e na região da anomalia, tem-se registrado a falta sistemática de uma solução válida para determinação de atitude através do sensor de estrelas a bordo.

Entretanto, para fins de comparação com o desenvolvimento proposto neste trabalho, selecionou-se um período onde algumas medidas esparsas dos sensores de estrelas estavam presentes (ver Fig.9.35), a passagem diurna do dia 16 de dezembro de 2008. Foi utilizado o algoritmo TRIAD (SHUSTER, OH, 1981) para processar as medidas individuais das unidades STS 1 e 2, e também o resultado combinado conforme descrito em (SILVA et al., 2006). A Fig. 9.35 mostra os resultados de determinação

de atitude usando estes dados. Nota-se a dispersão em *roll* e *pitch* das atitudes estimadas pelas unidades 1 e 2. Optou-se então por utilizar os resultados combinados das unidades 1 e 2, conforme explicitados na Tab. 9.9, para realizar as comparações com os filtros desenvolvidos neste trabalho.

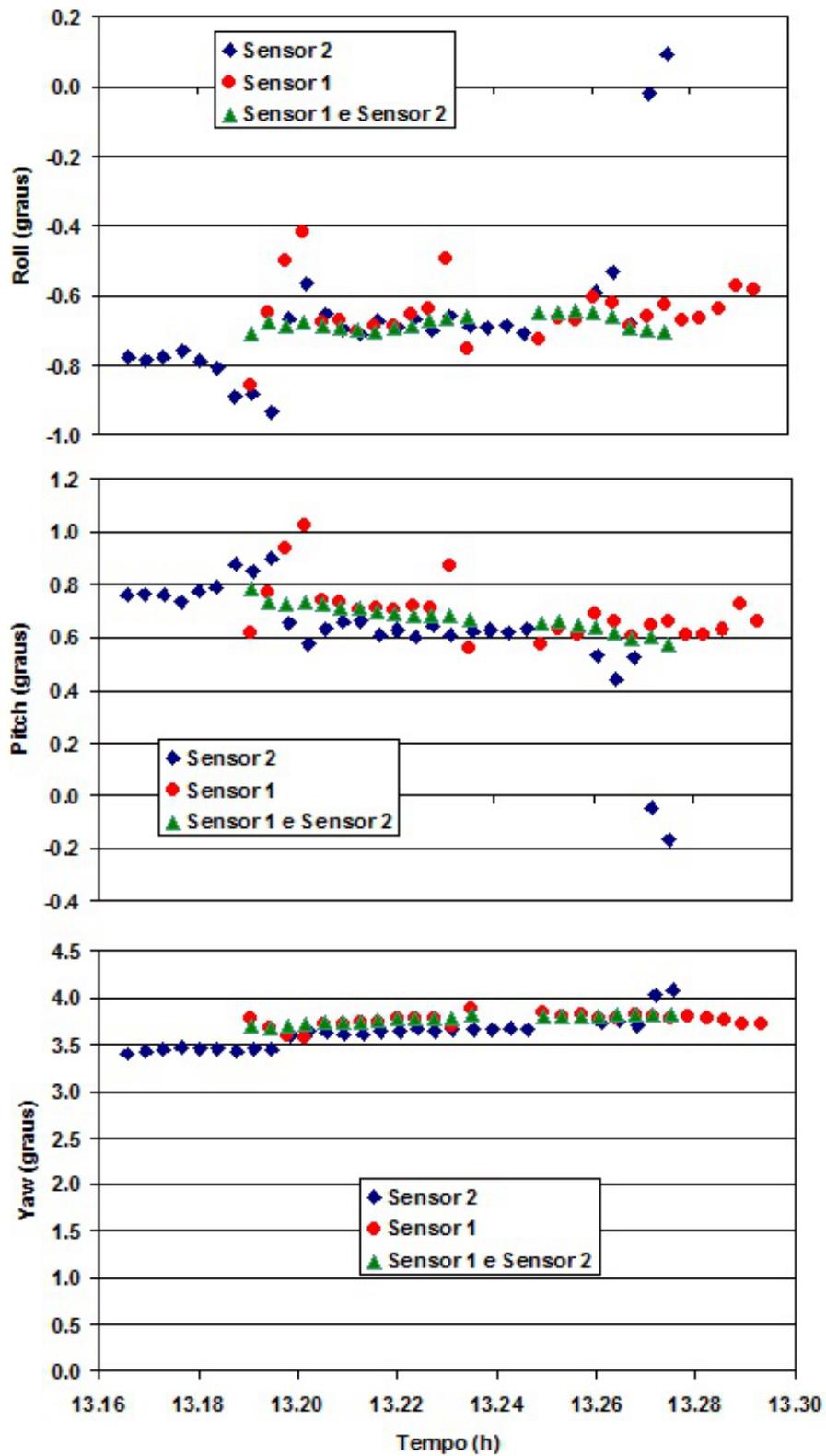


Figura 9.35 - Resultados de determinação de atitude usando o algoritmo TRIAD nos dados dos sensores de estrelas.

Tabela 9.9 - Resultados de determinação de atitude combinando os sensores de estrelas unidades 1 e 2

Hora	$roll(^{\circ})$	$pitch(^{\circ})$	$yaw(^{\circ})$
13,19	-0,71	0,78	3,69
13,19	-0,68	0,73	3,69
13,20	-0,68	0,73	3,70
13,20	-0,68	0,73	3,71
13,21	-0,69	0,73	3,73
13,21	-0,69	0,71	3,72
13,21	-0,70	0,71	3,74
13,22	-0,70	0,69	3,75
13,22	-0,69	0,69	3,77
13,22	-0,69	0,68	3,78
13,23	-0,67	0,68	3,79
13,23	-0,67	0,68	3,79
13,23	-0,66	0,67	3,81
13,25	-0,65	0,65	3,80
13,25	-0,65	0,66	3,79
13,26	-0,64	0,65	3,80
13,26	-0,65	0,64	3,80
13,26	-0,66	0,62	3,81
13,27	-0,69	0,59	3,82
13,27	-0,70	0,60	3,82
13,27	-0,70	0,58	3,82

Notar que os resultados conforme a Tab. 9.9, estão espaçados de cerca de 13s e o intervalo de dados apresenta um lapso de quase 1min.

9.3.2.1 Estado Estimado com Filtro de Kalman *Unscented*

O comportamento do estado estimado pelo FKE e pelo FKU são apresentados pelas figuras 9.36 a 9.37. A atitude estimada pelos filtros é comparada com as fornecidas pelos sensores de estrelas que estão à bordo do CBERS-2B. Nota-se que, foi possível obter somente algumas observações do sensor de estrelas próximos aos instantes relacionados às observações realizadas pelo sensor de Terra e sensor solar, ou seja, nem todo o intervalo foi coberto. Devido ao fato do sensor de estrelas ter uma precisão especificada melhor, suas observações serviram como parâmetro para a análise da atitude estimada pelos filtros.

Inicialmente considerou-se a atitude de 0° para $roll$, $pitch$ e yaw de modo a observar

se os filtros convergiram rapidamente para os valores medidos pelo SE (sensor de estrelas). Pela figura 9.36a verifica-se que o comportamento de *roll* estimado pelos filtros é próximo ao observado pelo SE. No entanto *pitch* e *yaw*, figuras 9.36b e 9.36c apresentam o mesmo comportamento para ambos os filtros, porém ainda distante do observado pelo SE. Para uma análise mais precisa a respeito das comparações dos valores estimados pelos filtros e as observações realizadas pelo SE seria necessário um período com um conjunto maior de observações do sensor de estrelas.

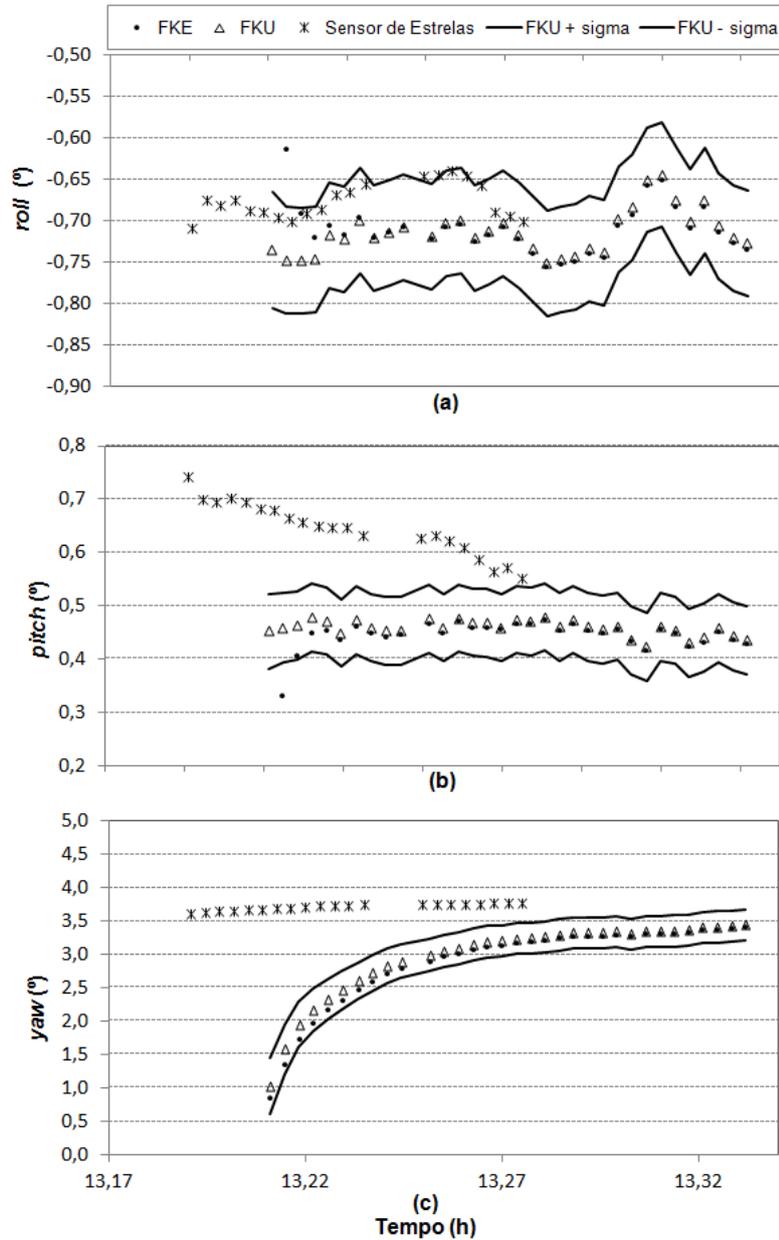


Figura 9.36 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com ângulos de Euler. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com ângulos de Euler. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com ângulos de Euler.

A figura 9.37 apresenta as componentes do *bias* estimadas pelo FKE e pelo FKU. No período considerado, apesar da convergência não ter sido atingida, a variação sofrida pelas componentes dos *biases* é pequena, além de apresentar um comportamento

similar para ambos os filtros.

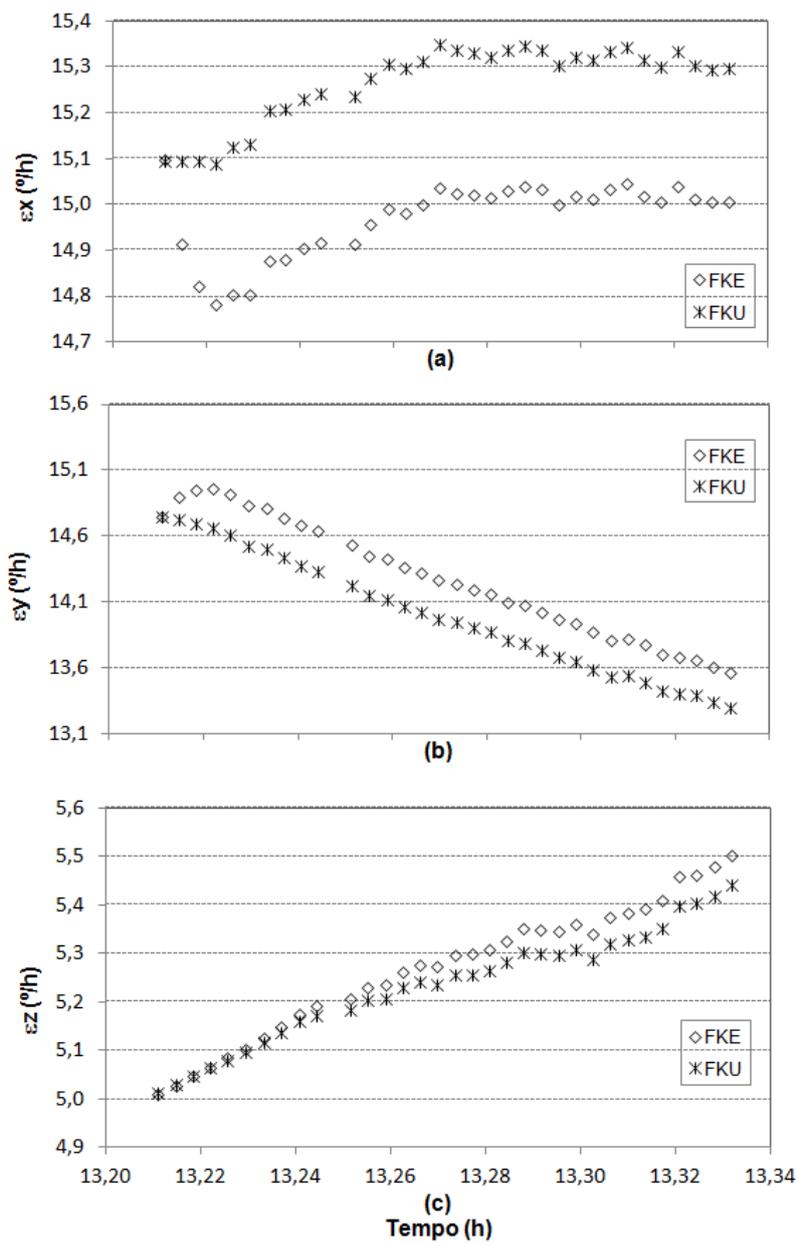


Figura 9.37 - Componente do *bias* estimada com ângulos de Euler (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

Os resultados da inovação e do resíduo relacionados aos sensores solares DSS-1 e 2

associados a cada filtro estão apresentados nas figuras 9.38 e 9.39. A partir destas figuras é possível notar o efeito dos erros de quantização presentes nas medidas deste tipo de sensor. Como foi analisado e discutido na Seção 9.2.1.3 a suavização deste erro no processo de estimação não causa diferenças relevantes no estado estimado e por isso não serão apresentados novamente para o satélite CBERS-2B.

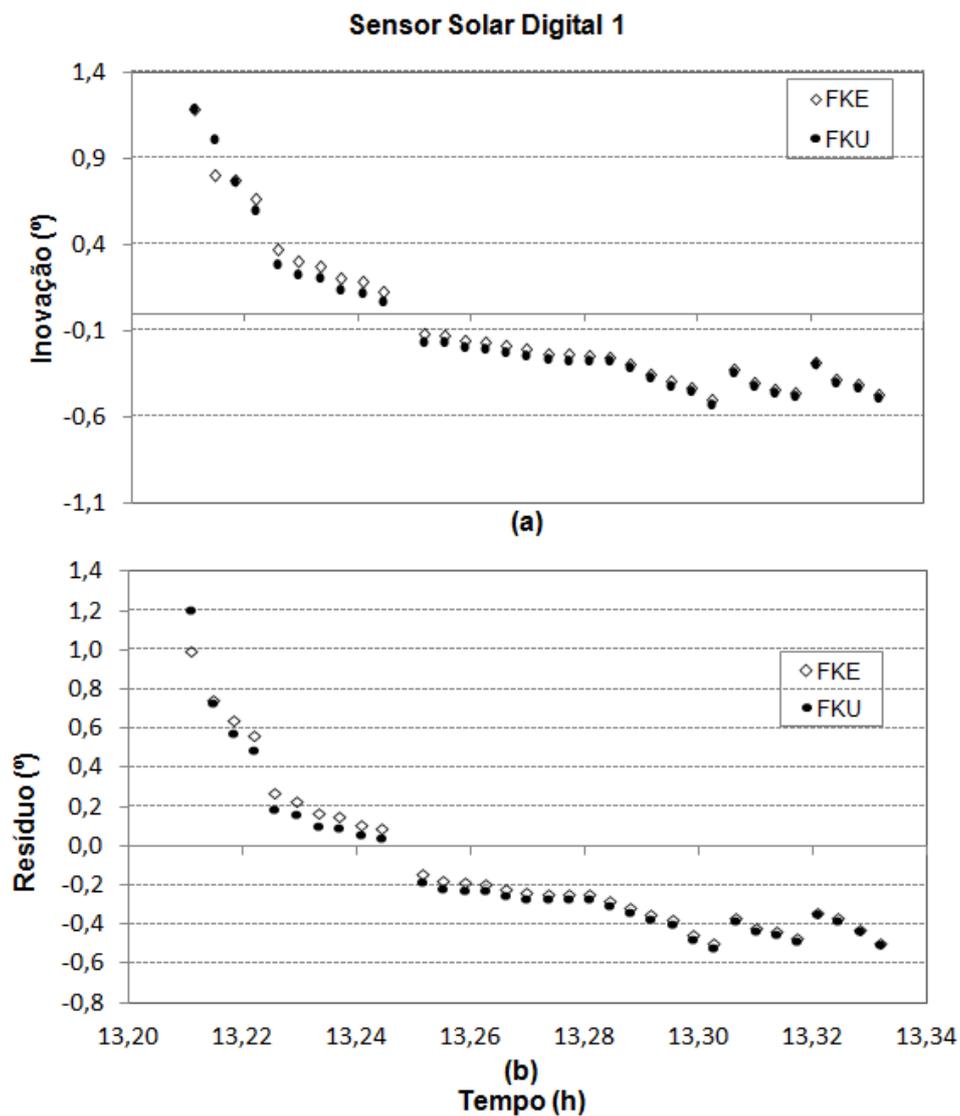


Figura 9.38 - (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com ângulos de Euler.

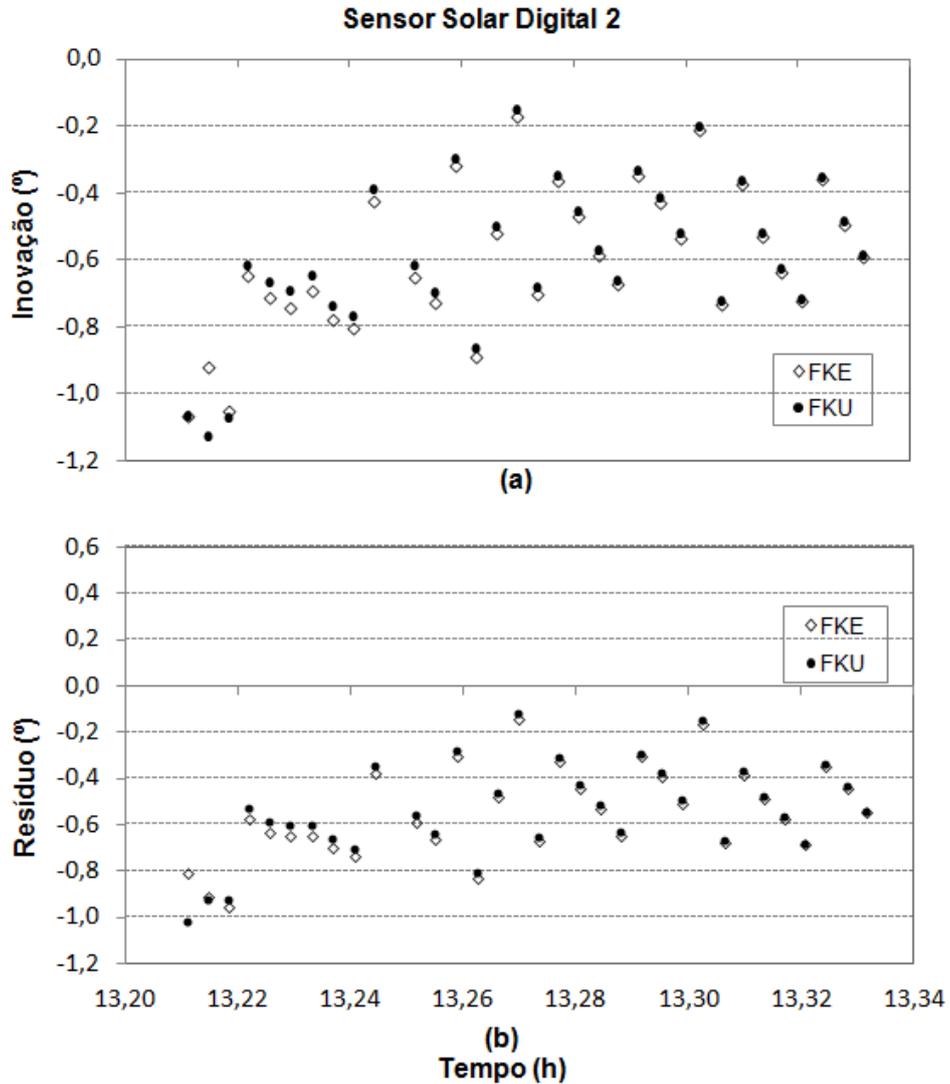


Figura 9.39 - (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com ângulos de Euler.

Para os sensores de Terra (IRES-1 e 2) a inovação e o resíduo são mostrados nas figuras 9.40 e 9.41 onde se observa a concordância entre os resultados obtidos pelo FKU e FKE. Os resíduos se mantêm próximos de zero e dentro da faixa de erro estipulada para este tipo de sensor ($\pm 0,05^\circ$).

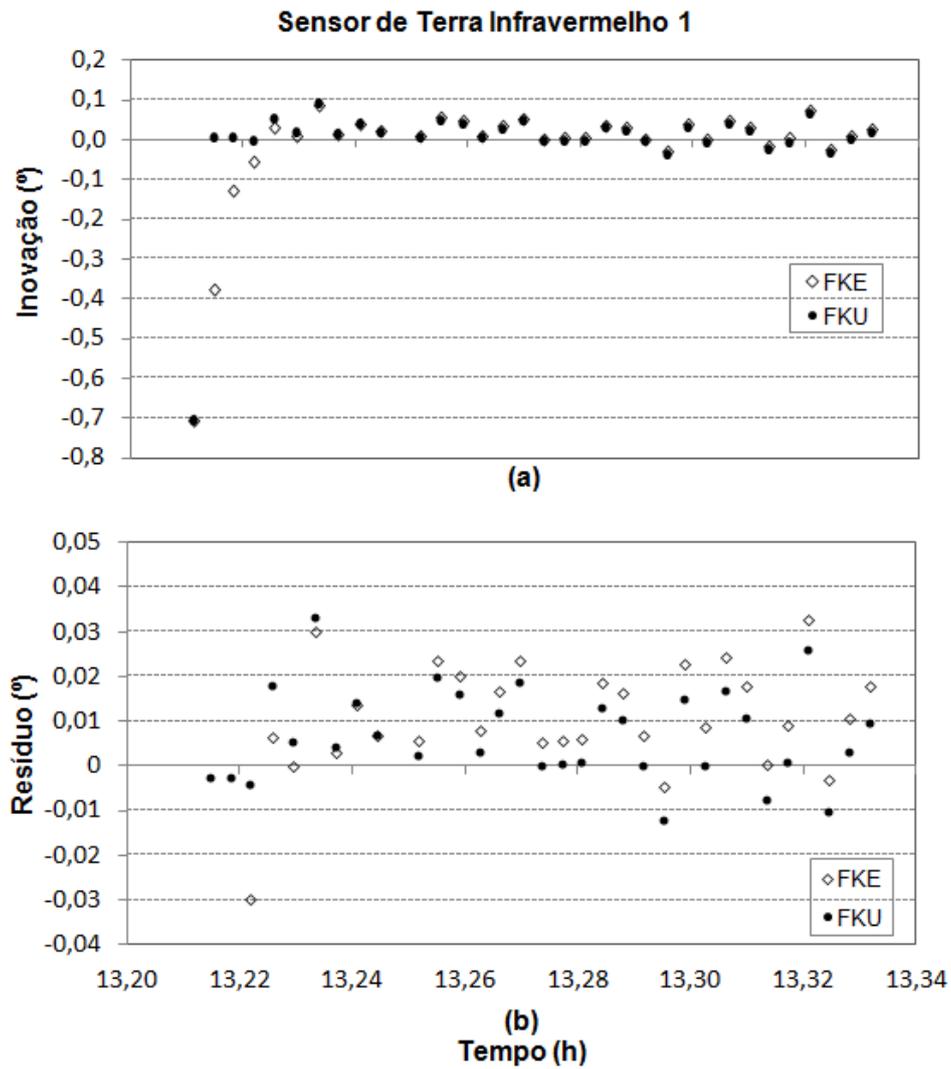


Figura 9.40 - (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com ângulos de Euler.

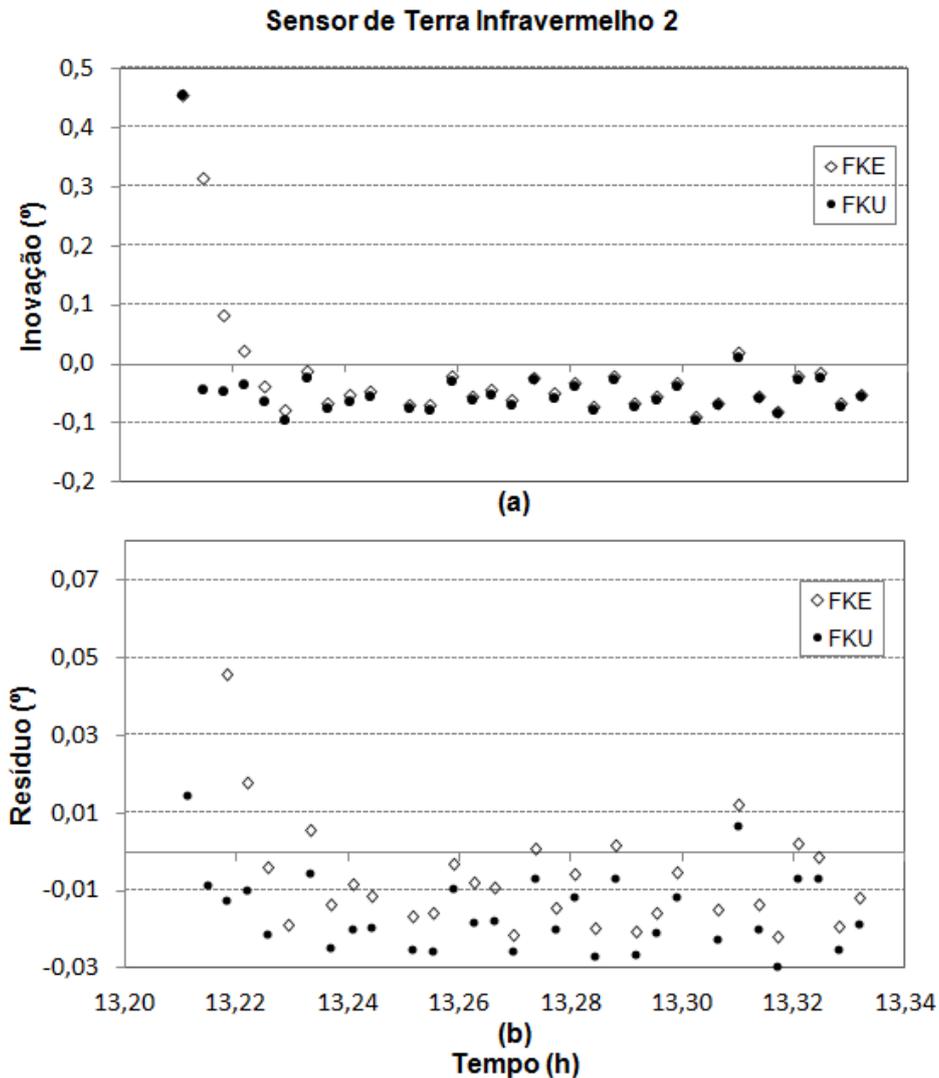


Figura 9.41 - (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com ângulos de Euler. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com ângulos de Euler.

Os erros da atitude estimados pelos filtros via matriz de covariância, figura 9.42, e dos erros dos *bias* estimados, figura 9.43, são apresentados e discutidos a seguir.

A partir da figura 9.42 observa-se que para ambos os filtros os erros estimados convergem, com o FKU mantendo o erro estimado sempre superior ao estimado pelo FKE. Este fato caracteriza o aspecto conservador do FKU (a favor da segurança) com relação ao FKE. Para os eixos de *roll* e *pitch*, o FKE estimou um erro de aproximadamente $0,04^\circ$, enquanto o erro estimado pelo FKU ficou em torno de

0,06°. Para o eixo de *yaw*, o erro estimado para os filtros foi menor que 0,25° ao final.

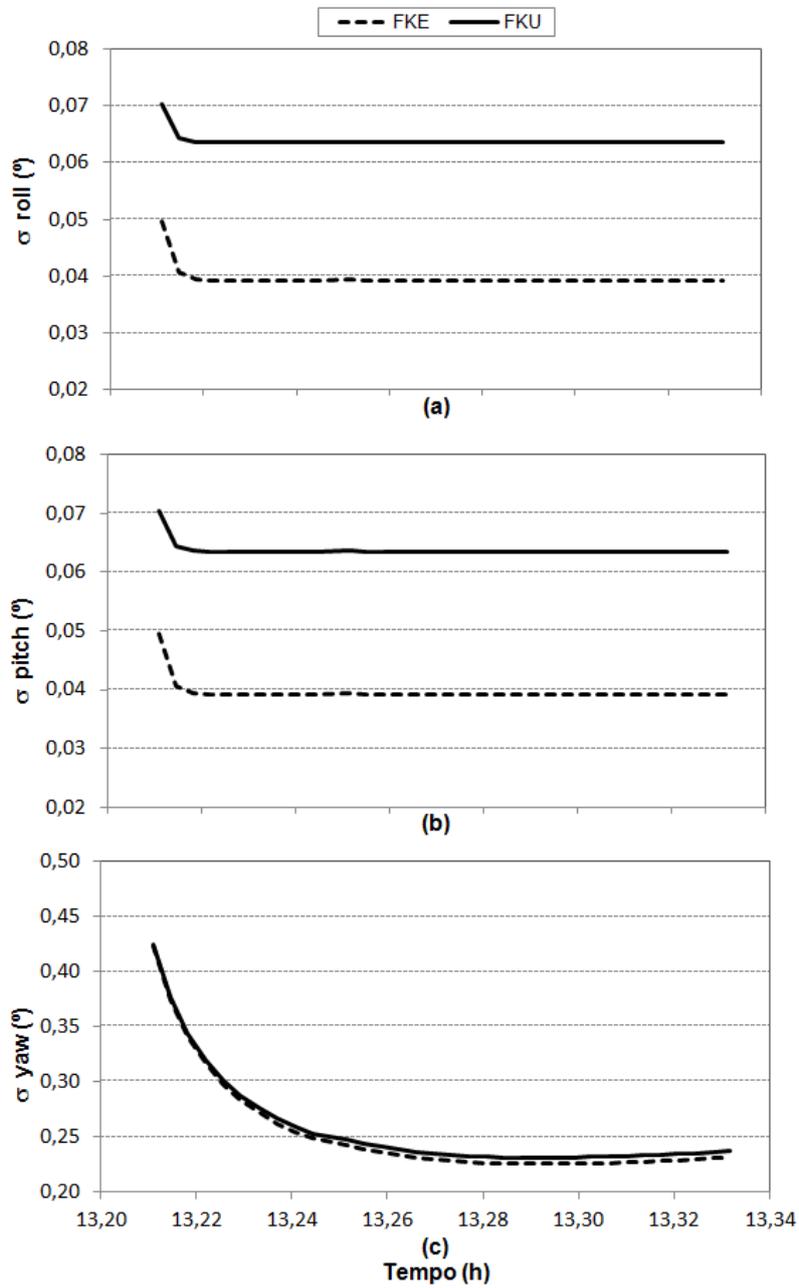


Figura 9.42 - Erro da atitude estimada com ângulos de Euler (a) em *roll*, (b) em *pitch*, (c) em *yaw*.

Durante o período analisado, o erro estimado (via matriz de covariância) nas componentes do *bias* não atingiram um valor de convergência, apesar destes erros estarem diminuindo com o tempo e serem similares em comportamento para os filtros *unscented* e estendido, figura 9.43.

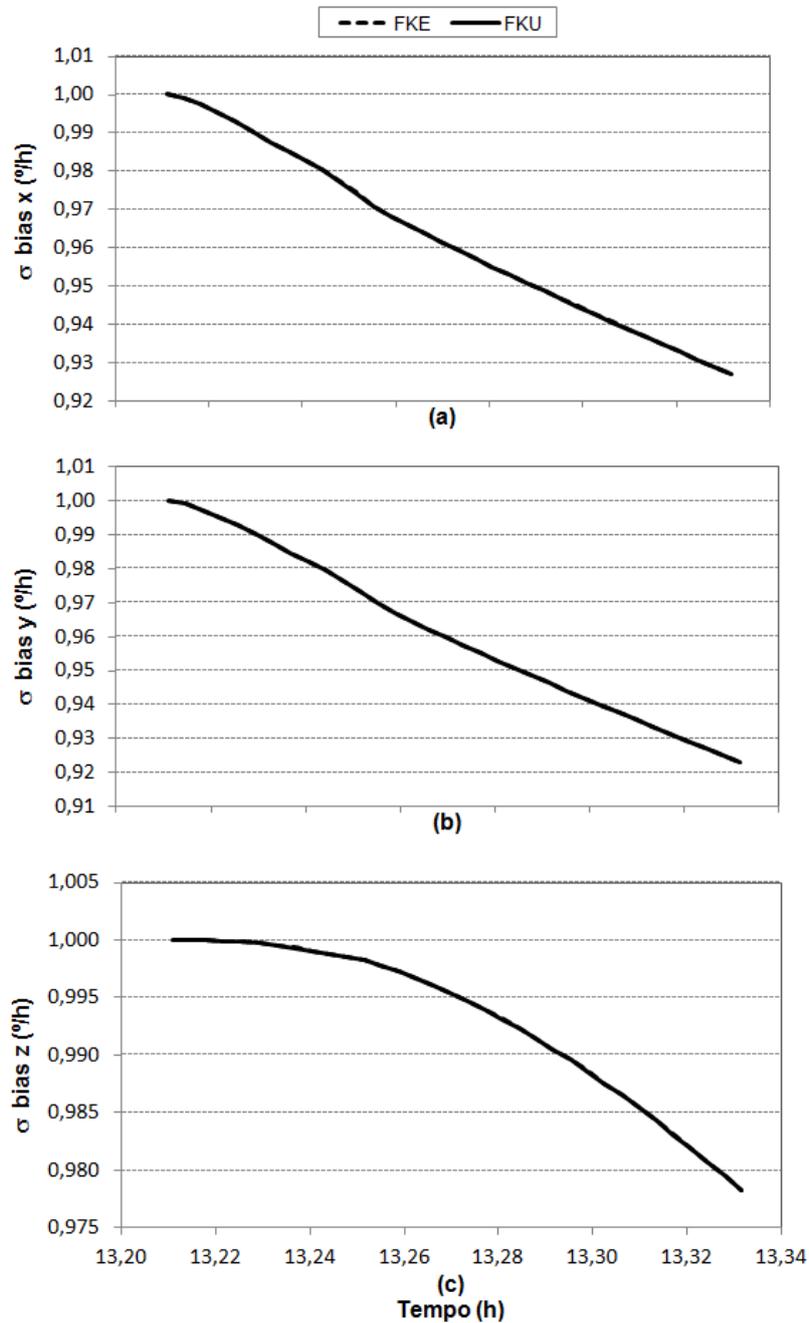


Figura 9.43 - Erro do *bias* estimado com ângulos de Euler (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

9.3.2.2 Velocidade de Convergência dos Sensores IRES e DSS

É sabido que as observações realizadas por sensores estelares possuem boa precisão e por isso suas medidas foram selecionadas, pois além de servir como referência para a atitude estimada, também seria possível inferir sobre a precisão dos sensores de Terra e solar. Devido ao fato do CCS do INPE ter acesso aos dados fornecidos pelo SE, foi selecionado um intervalo de tempo onde se possuía um maior número de medidas, embora exista uma falta sistemática de uma solução válida para determinação de atitude, por parte deste sensor, em boa parte do território nacional, fazendo com que as observações sejam escassas durante a passagem do satélite.

Pela figura 9.36 nota-se que para uma atitude de 0° as estimativas obtidas da atitude a partir dos sensores de Terra e solar não estão suficientemente próximas as medidas observadas pelo SE, embora os filtros tenham o mesmo comportamento. Para uma melhor análise destes resultados, os filtros foram inicializados com um valor de atitude próxima ao que está sendo observado pelo SE, $-0,6^\circ$ para *roll*, $0,6^\circ$ para *pitch* e $3,7^\circ$ para o ângulo de *yaw*. A atitude estimada pelo FKU e pelo FKE estão apresentadas a seguir.

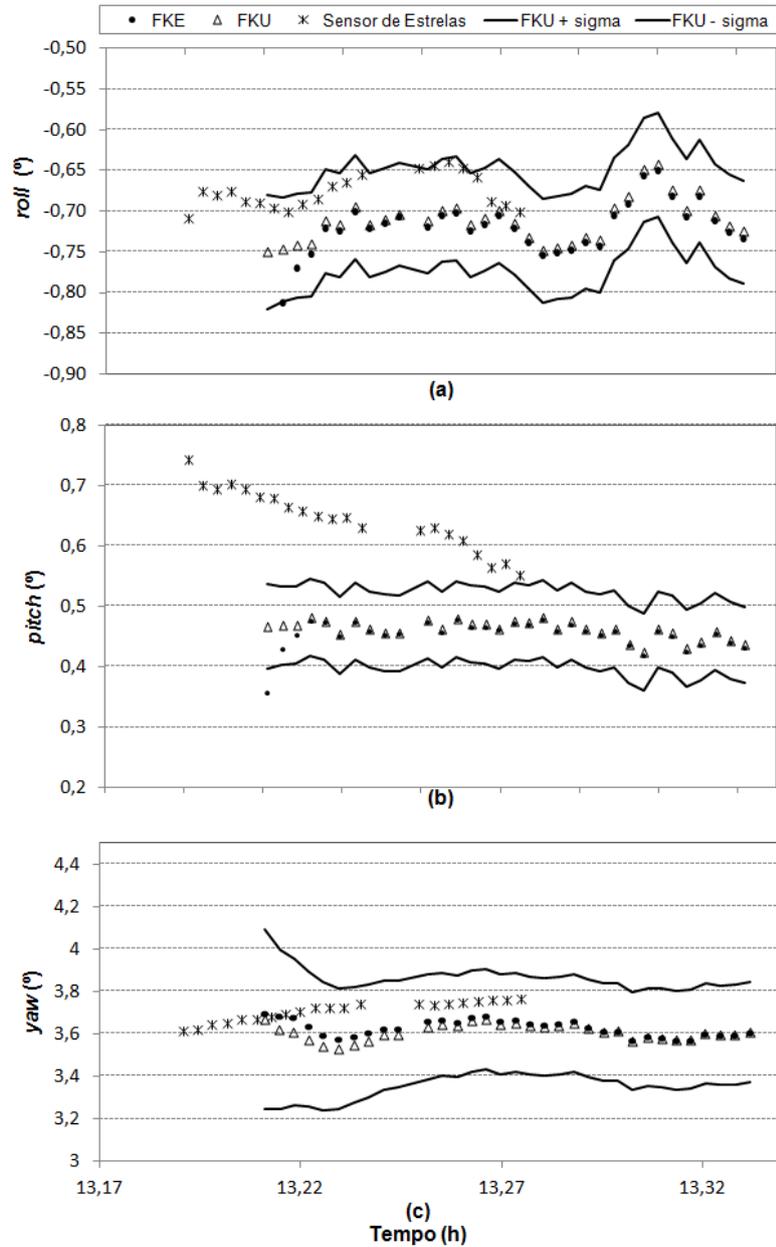


Figura 9.44 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com ângulos de Euler. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com ângulos de Euler. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com ângulos de Euler.

Observa-se que mesmo a partir de um valor de atitude próximo ao observado pelo SE, os filtros mantêm o mesmo comportamento anterior, sendo evidente que em *pitch* a característica diferenciada do SE não sofreu alteração. Isto pode ser justificado pelo

fato de que, o satélite ao passar pela estação terrena de Cuiabá-MT sofre grande influência da chamada Anomalia Magnética do Atlântico Sul (AMAS). A AMAS é uma região onde o efeito de proteção da magnetosfera perde parte de sua eficiência e absorve mais partículas de vento solar do que outras regiões. Resultados, como os obtidos em Arcanjo e Ferreira (2009) sugerem forte correlação entre a área de maior pronunciamento (maior depressão do campo magnético) da Anomalia Magnética do Atlântico Sul, na altitude orbital do satélite CBERS-2B, e as posições geográficas onde se tem registrado a falta sistemática de uma solução válida para determinação de atitude, por parte do sensor de estrelas, a bordo deste satélite.

A figura 9.45 apresenta o índice de ocorrência de cenas, do satélite CBERS-2B, com dados válidos do sensor de estrelas na região de abrangência da estação de recepção do INPE em Cuiabá-MT e as isolinhas do campo magnético terrestre na região de pronunciamento da AMAS na altitude de 778km. Nota-se que grande parte da área de alcance da estação de recepção de Cuiabá está incluída no domínio de manifestação da AMAS. Os índices de incidência de cenas variam de 0.05 a 1.00 (correspondente a 100%). As cores mais frias representam maiores índices. A inexistência de pontos representativos significa ausência de dados válidos do sensor de estrelas nestas regiões. As isolinhas correspondentes às cores mais frias representam maiores valores para a intensidade do campo magnético, (ARCANJO, FERREIRA, 2009).

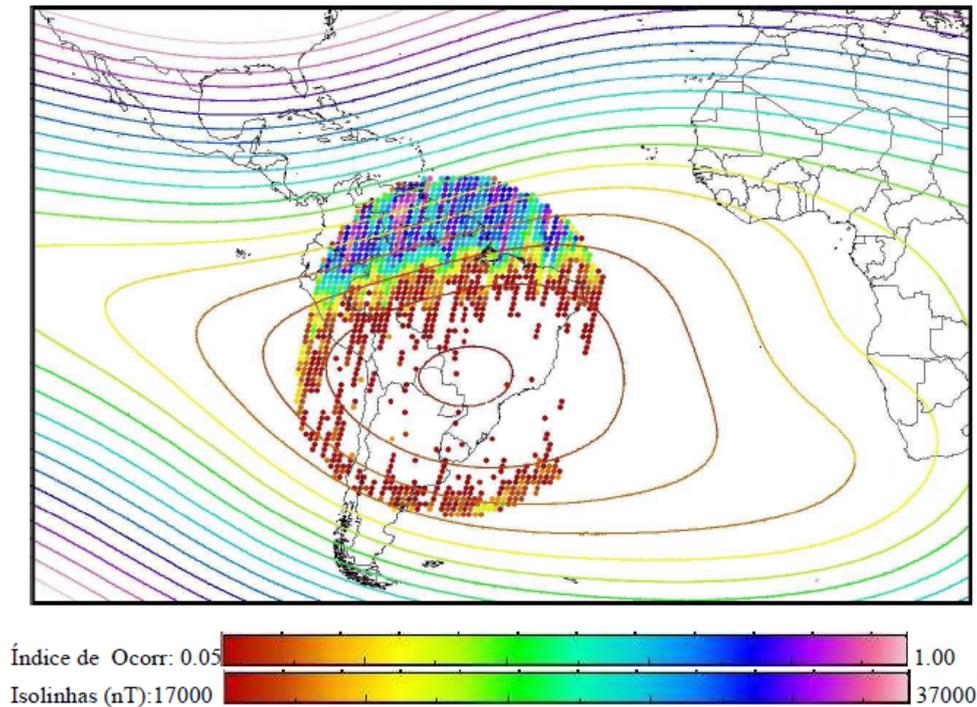


Figura 9.45 - Ocorrência de cenhas com dados de sensor de estrelas e isolinhas da AMAS.
 Fonte: Arcanjo e Ferreira (2009)

Conclui-se que *roll* e *yaw* do SE estão dentro de 1 sigma do FKU, mas *pitch* está em desacordo. Nas circunstâncias do teste é mais provável que o *pitch* do SE esteja equivocado, pelas razões já expostas.

9.3.2.3 Teste de Robustez do Filtro de Kalman *Unscented*

Esta seção é dedicada a demonstrar a eficiência do filtro de Kalman *Unscented* com relação ao filtro de Kalman Estendido, quando alimentados com condições iniciais imprecisas, repetindo o teste feito anteriormente para o satélite CBERS-2.

A figura 9.46 apresenta a comparação entre o FKE e o FKU, quando os filtros são inicializados com valores distantes dos valores verdadeiro para as componentes da atitude. A atitude inicial considerada é de 10° para os eixos de *roll*, *pitch* e *yaw*, embora os valores de convergência dos filtros seja de aproximadamente $-0,7^\circ$ para *roll*, $0,5^\circ$ para *pitch* e $3,5^\circ$ para *yaw*. O que se pode observar pelo comportamento da atitude estimada é que o FKU converge quase instantaneamente, enquanto o FKE

exige um tempo maior para atingir a convergência.

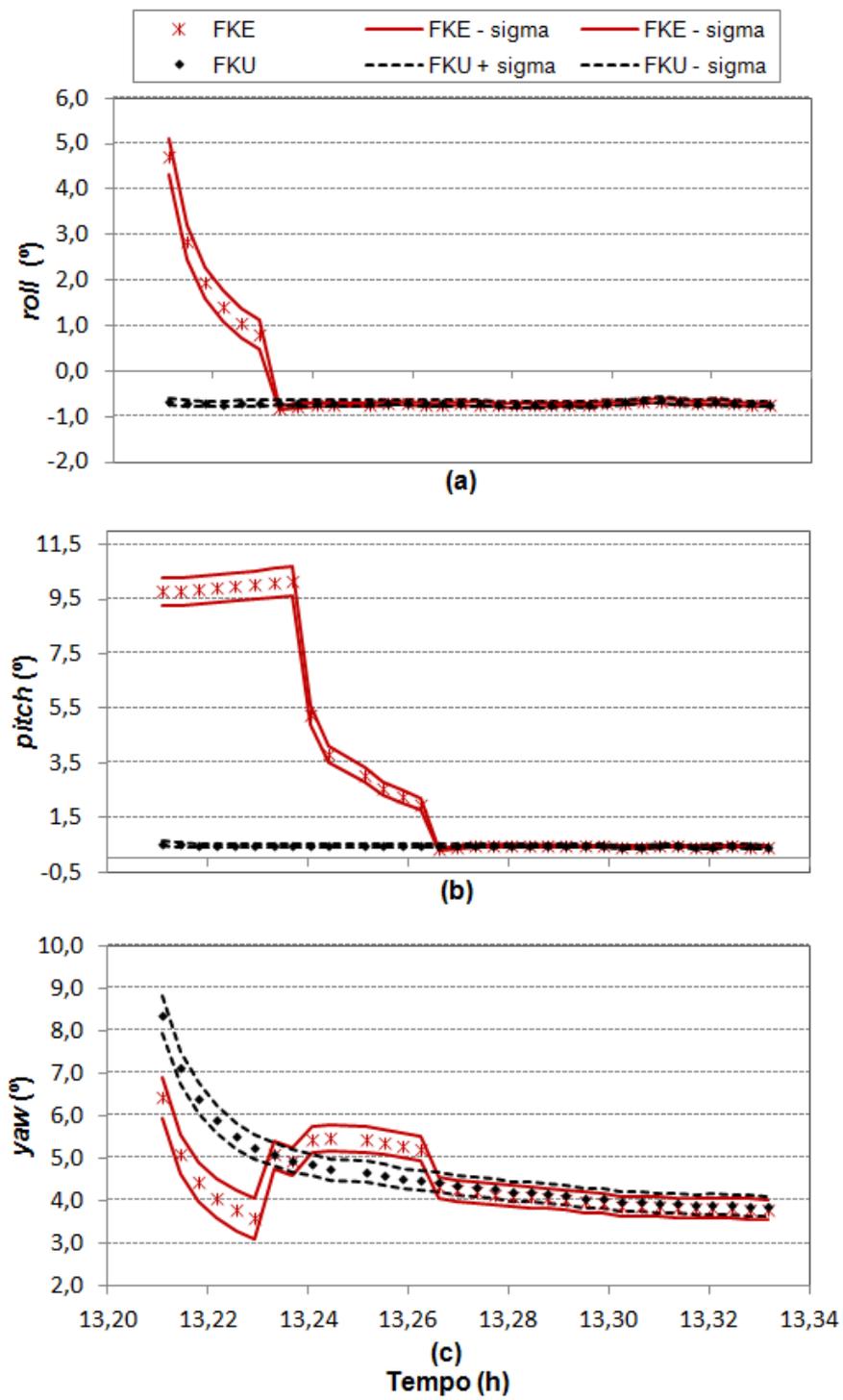


Figura 9.46 - (a) Ângulo *roll* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo *pitch* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo *yaw* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.

Para se verificar até que ponto as linearizações realizadas pelo FKE são eficientes, a atitude inicial foi exageradamente inicializada para 20° nos 3 eixos para ambos os filtros. A figura 9.47 mostra claramente a robustez do FKU em situações onde as condições iniciais estão muito incorretas. Pode-se supor que, as linearizações realizadas pelo FKE não são mais suficientemente próximas dos valores nominais levando o filtro a divergir.

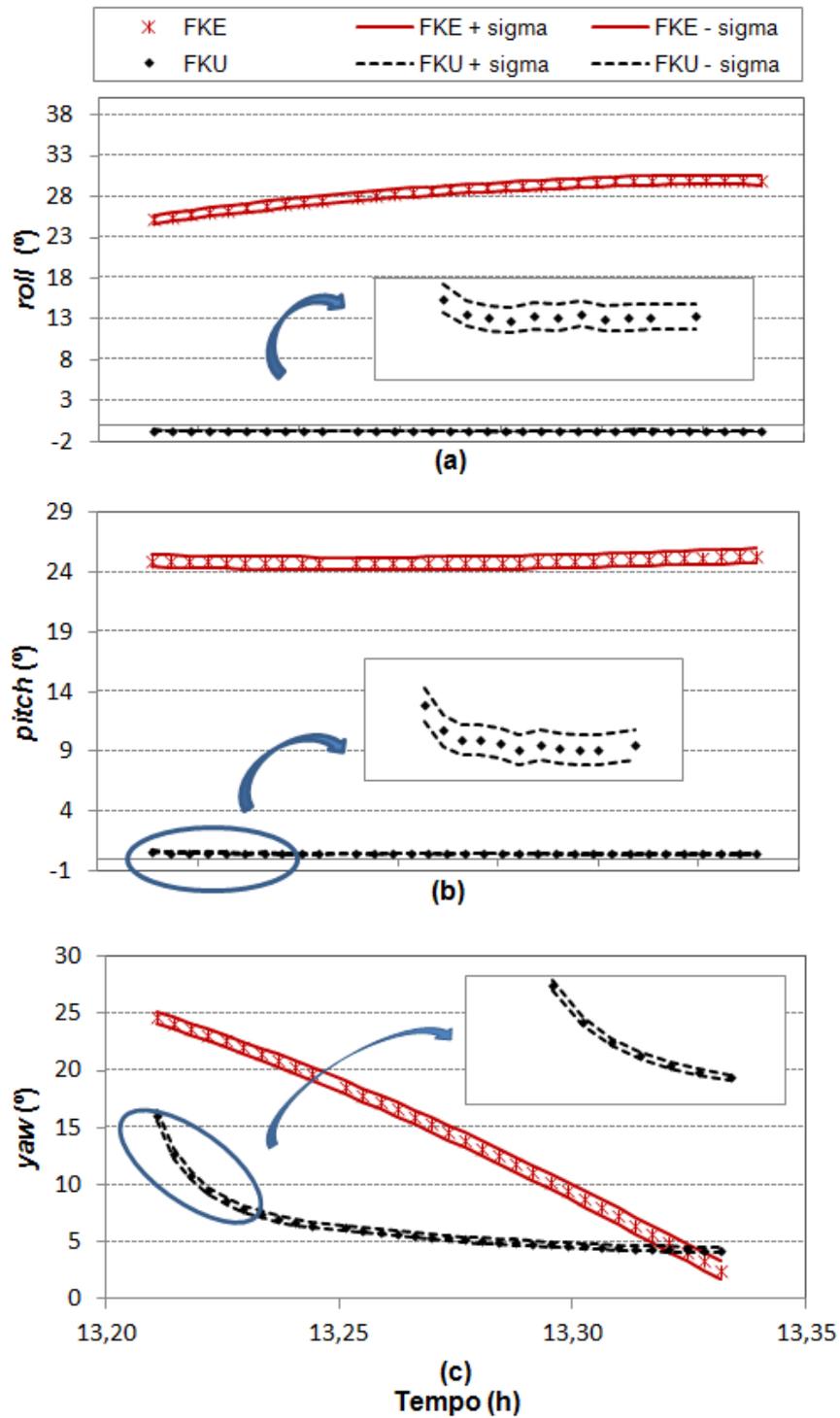


Figura 9.47 - (a) Ângulo *roll* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (b) Ângulo *pitch* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU. (c) Ângulo *yaw* e seu erro (sigma) estimado pelos FKE e FKU.

9.3.3 Estado Estimado através dos Quatérnions

Para que a análise em torno do filtro de Kalman *Unscented* fique completa, a seguir serão apresentados os resultados para o estado estimado quando a atitude é representada pelos quatérnions, tornando a equação da dinâmica linear (ao contrário da equação dinâmica escrita em função dos ângulos de Euler). Lembrar que para esta abordagem a matriz de covariância foi reduzida de forma a evitar prováveis singularidades, oriundas da correlação entre a quarta componente do quatérnion e as demais, durante a fase de propagação desta matriz.

9.3.3.1 Dados de Entrada

A tabela 9.10 apresenta os dados de entrada dos filtros que foram transformados em correspondentes de quatérnions. Os demais parâmetros de entrada foram mantidos iguais aos utilizados pela abordagem de ângulos de Euler (ver tabela 9.8).

Tabela 9.10 - Informações iniciais para inicialização dos estimadores com quatérnions para o satélite CBERS-2B

Atitude Inicial			
$\phi(^{\circ})$	0	q_1	0
$\theta(^{\circ})$	0	q_2	0
$\psi(^{\circ})$	0	q_3	0
		q_4	1

Erro da Atitude (P)				Ruído Dinâmico da atitude (Q)			
$\sigma_{\phi(^{\circ})}$	0,5	$\sigma_{\mathbf{q1}}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\phi(^{\circ})}$	0,05	$\sigma_{\mathbf{q1}}$	$0,19 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_{\theta(^{\circ})}$	0,5	$\sigma_{\mathbf{q2}}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\theta(^{\circ})}$	0,05	$\sigma_{\mathbf{q2}}$	$0,19 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_{\psi(^{\circ})}$	0,5	$\sigma_{\mathbf{q3}}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\psi(^{\circ})}$	0,05	$\sigma_{\mathbf{q3}}$	$0,19 \cdot 10^{-6}$
		$\sigma_{\mathbf{q4}}$	0			$\sigma_{\mathbf{q4}}$	0

9.3.3.2 Estado Estimado com Filtro de Kalman *Unscented*

O estado estimado (atitude e *bias*) pelos filtros *unscented* e estendido estão ilustrados nas figuras 9.48 a 9.49.

O comportamento da atitude estimada pelos filtros, figura 9.48 são similares aos obtidos pela abordagem de ângulos de Euler, exceto pelo comportamento de *yaw* onde a atitude estimada se aproximou mais rapidamente das observações realizadas

pelo SE. No entanto, o fato da atitude estimada não ser tão próxima às medidas realizadas pelo SE não afeta a qualidade da estimação realizada pelo FKU e pelo FKE, pois como foi justificado na Seção 9.3.2.2, as medidas obtidas pelo SE podem ter sido corrompidas devido a radiações presentes no espaço.

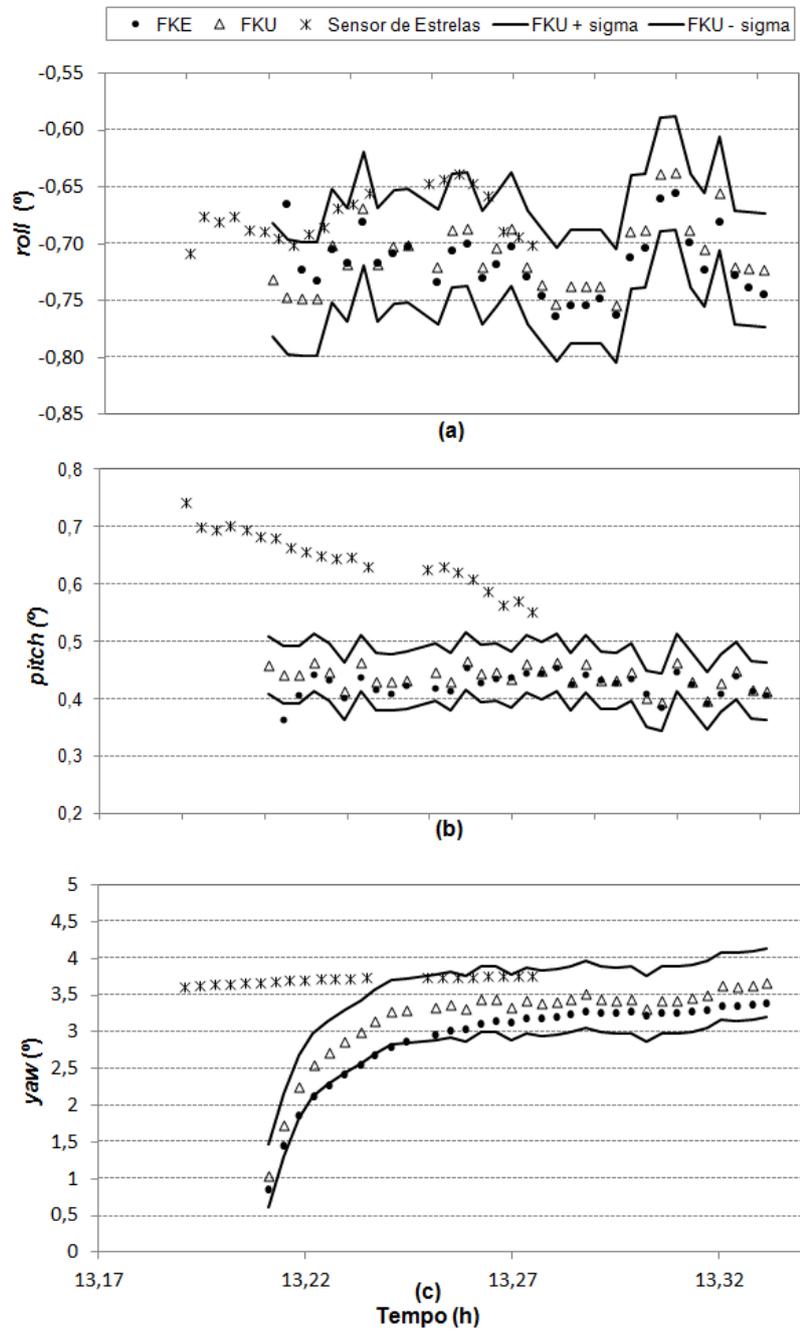


Figura 9.48 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com quatérnions. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com quatérnions. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com quatérnions.

Durante o período considerado para a análise, observa-se que as componentes estima-

das para o *bias* do gyro, figura 9.49, pelo FKU ficaram praticamente estacionárias, enquanto o FKE ainda sofre uma pequena variação principalmente nos eixo y e z.

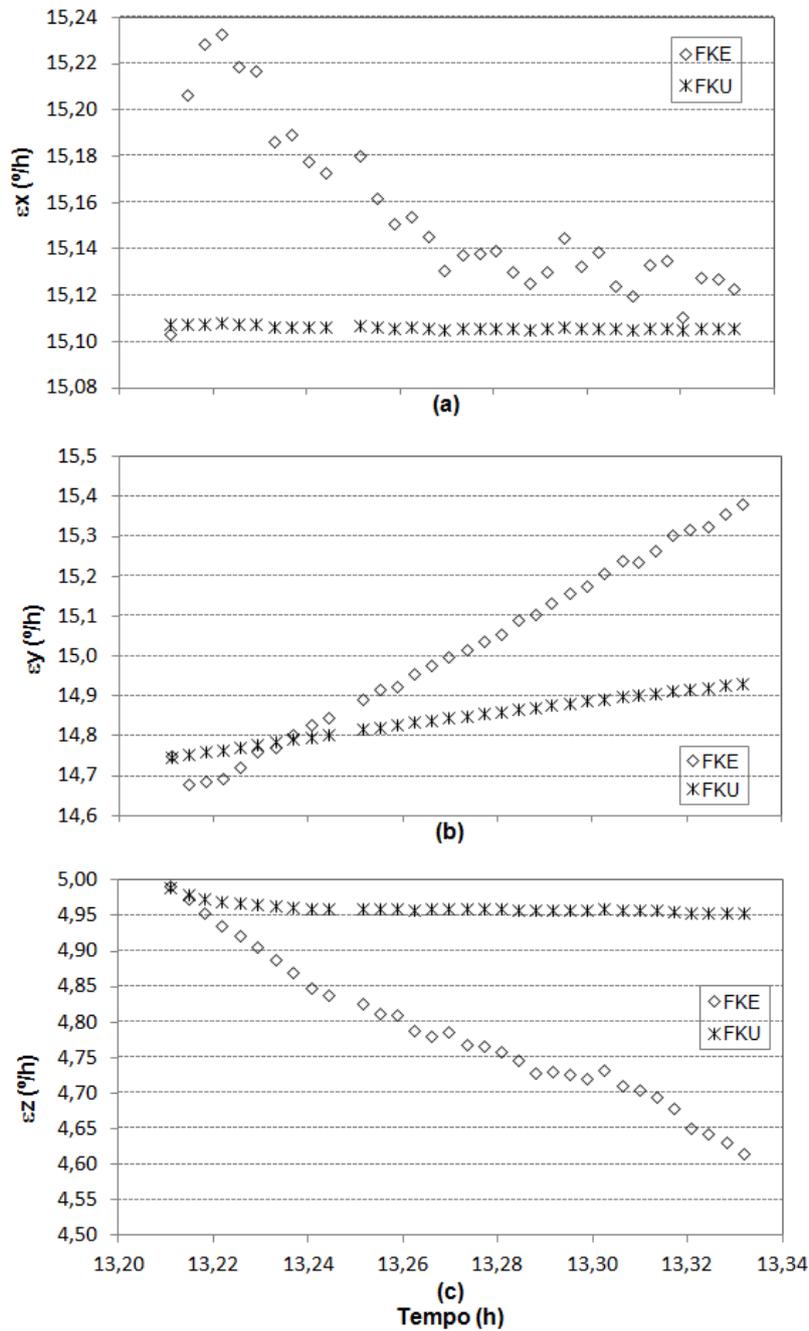


Figura 9.49 - Componente do *bias* estimada com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

As figuras 9.50 e 9.51 mostram os resultados da inovação e do resíduo dos sensores DSS-1 e 2 para a abordagem de quatérnions bastante semelhantes ao caso de estimação dos ângulos de Euler.

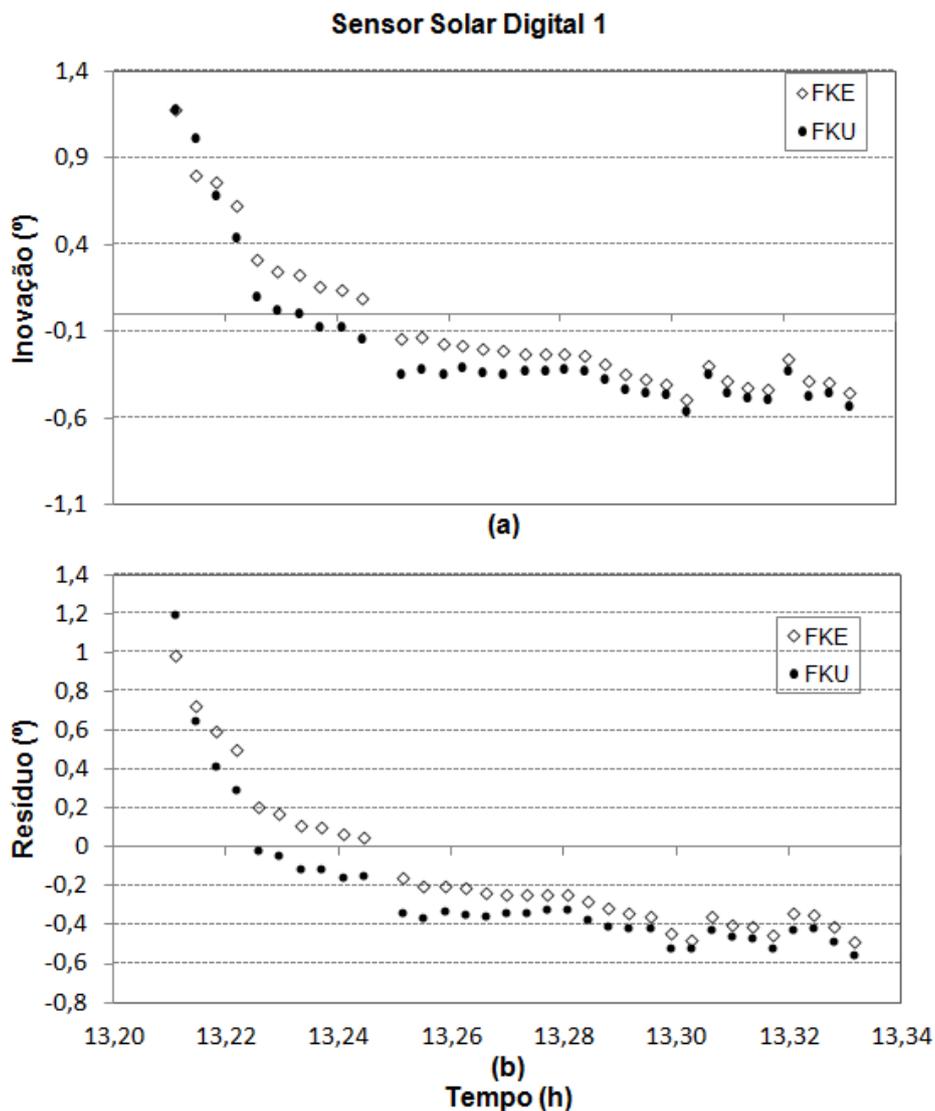


Figura 9.50 - (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com quatérnions.

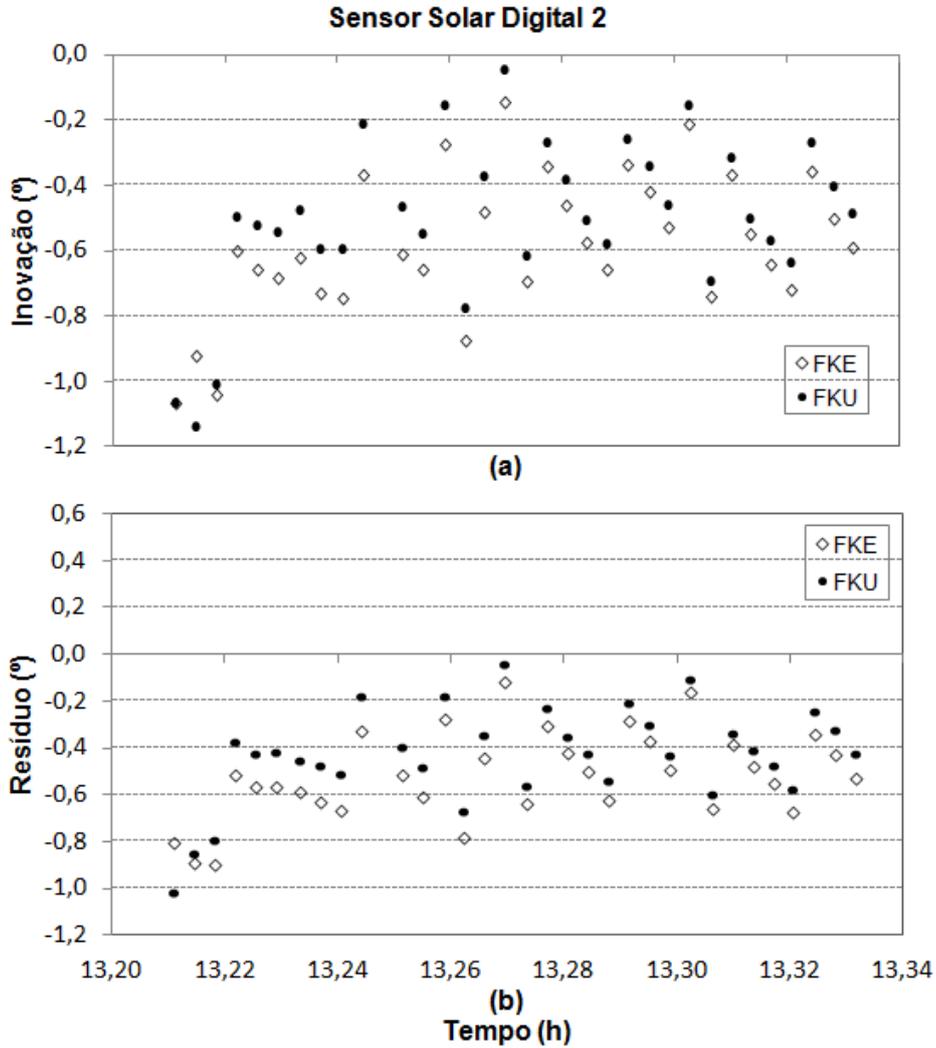


Figura 9.51 - (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com quatérnions.

As figuras 9.52 e 9.53 apresentam a inovação e o resíduo relacionados aos sensores IRES-1 e 2. Ao contrário dos resíduos obtidos pelos filtros com o sensor solar, o sensor de Terra fornece medidas diretas de *roll* e *pitch*, tornando seus resíduos mais próximos de zero. Isto é mais evidente nos resíduos obtidos pelo FKU, figuras 9.52b e 9.53b.

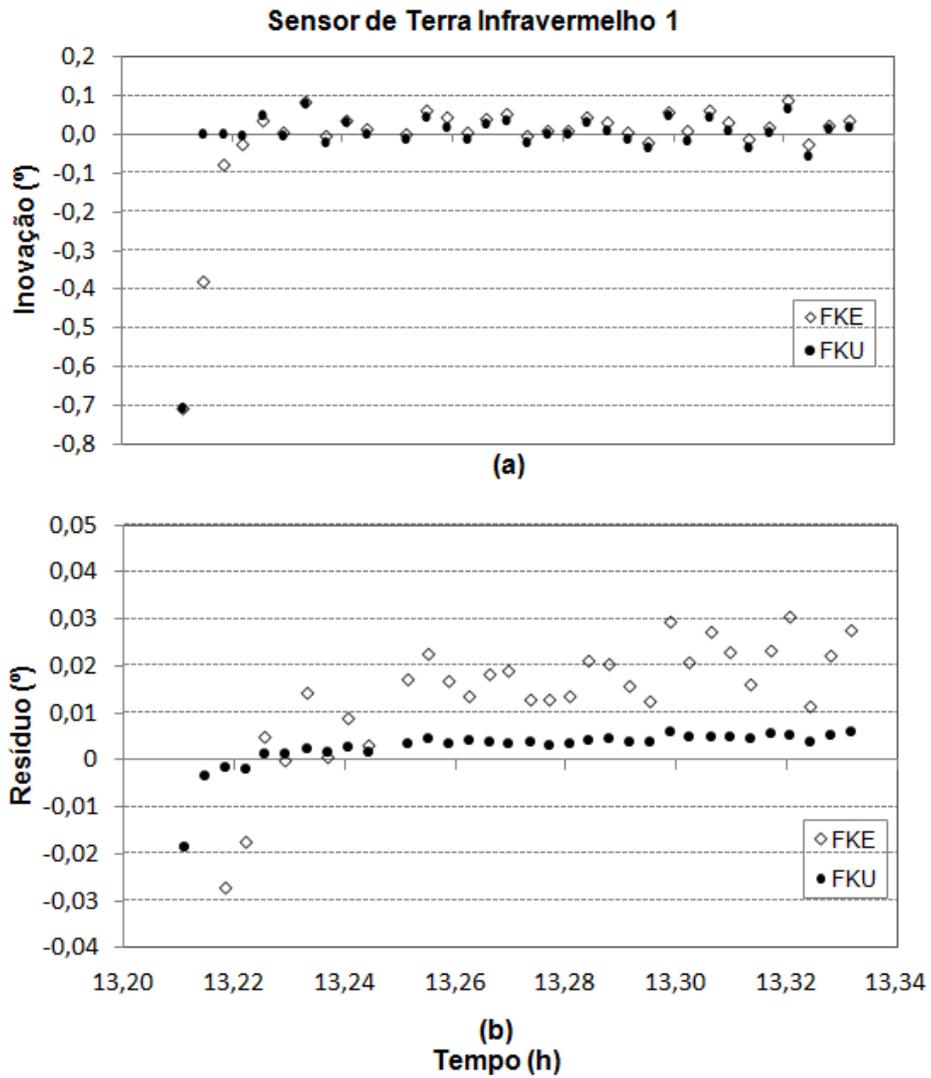


Figura 9.52 - (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com quatérnions.

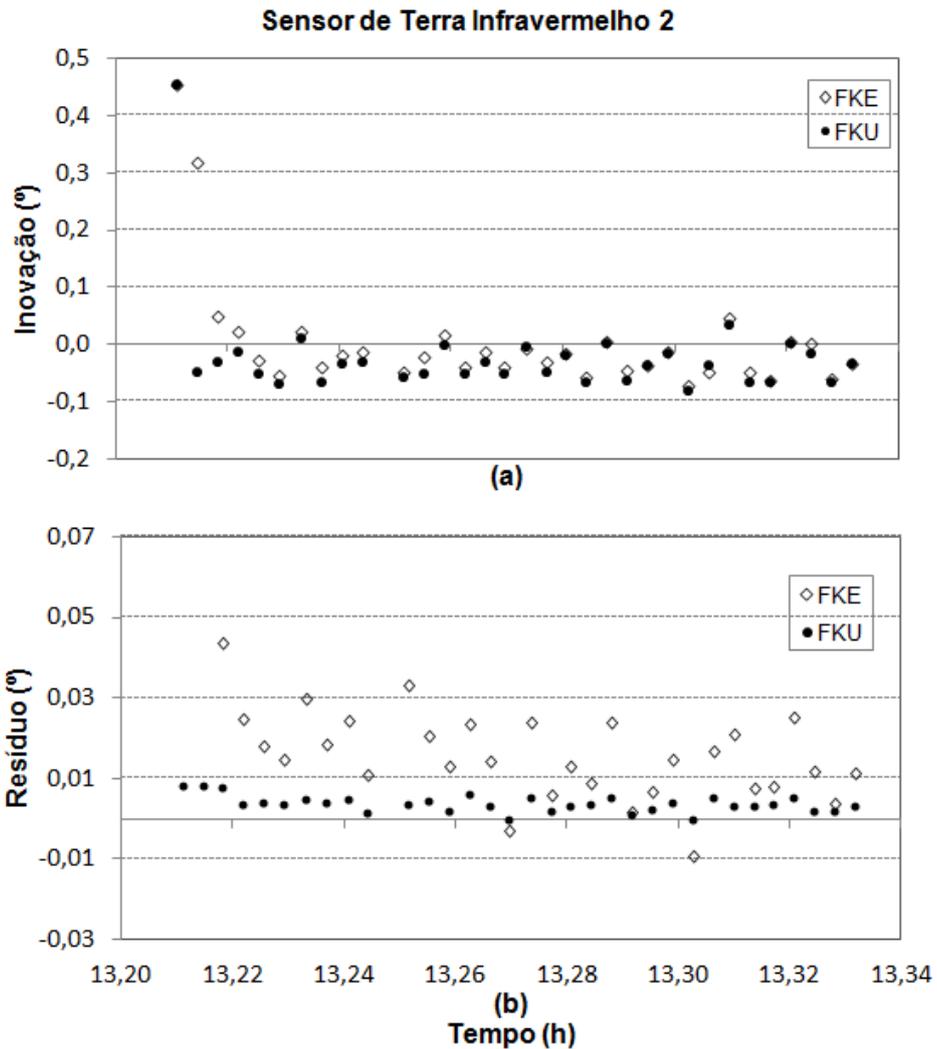


Figura 9.53 - (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com quatérnions. (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com quatérnions.

A seguir são mostrados os erros estimados (covariância) na atitude, figura 9.54, e no *bias*, figura 9.55. O erro estimado tanto para *roll* quanto para *pitch* pelo FKE é de aproximadamente $0,045^\circ$ e pelo FKU o erro estimado para ambos os eixos é de $0,05^\circ$, figuras 9.54a e 9.54b. Para *yaw*, figura 9.54c, o erro parece ainda não ter convergido e isso é justificado pelo fato deste eixo ser o menos observável.

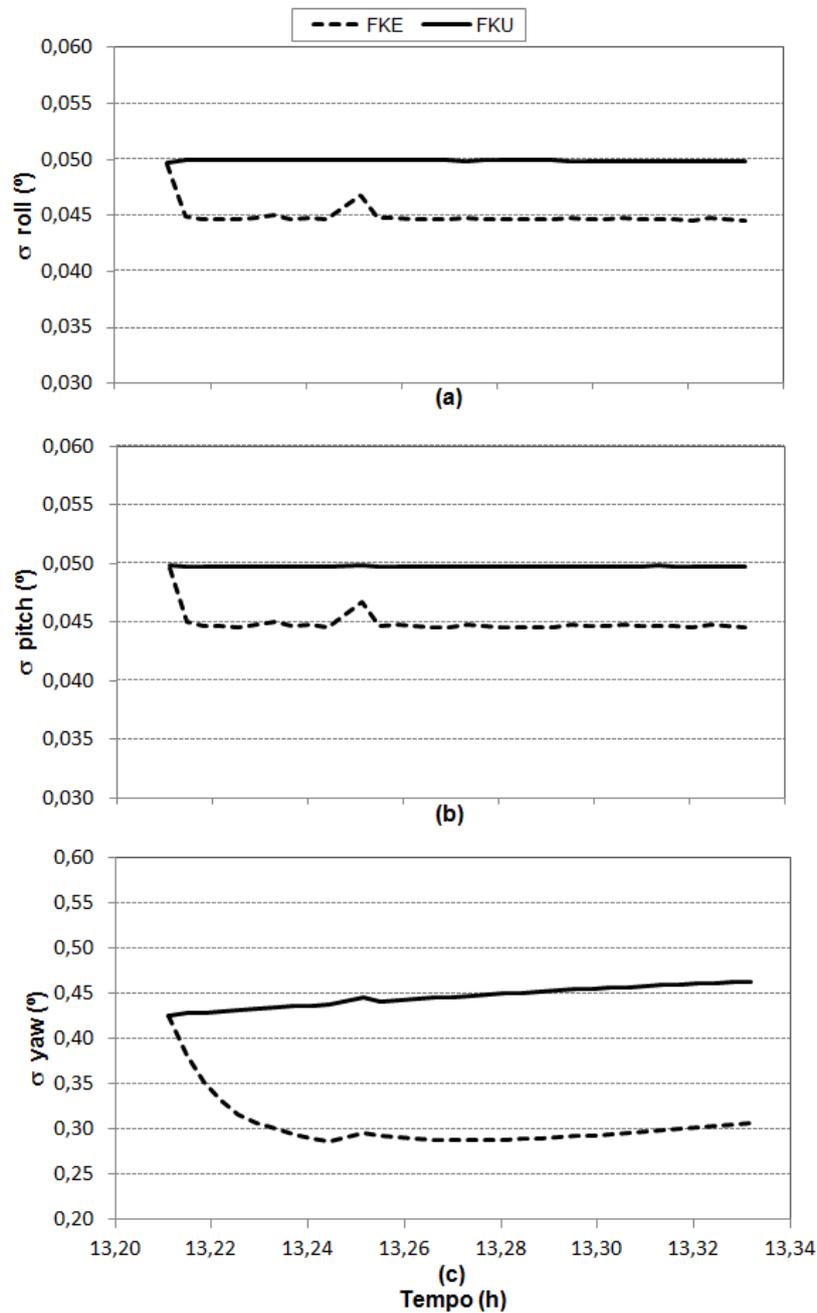


Figura 9.54 - Erro da atitude estimada com quatérnions (a) em *roll*, (b) em *pitch*, (c) em *yaw*.

O erro estimado nas componentes do *bias* pelo FKU atingiu a convergência em torno do valor de $1^\circ/\text{h}$, figura 9.55, já o FKE não atingiu um estado estacionário durante o período da análise, apesar de seus valores estarem diminuindo com o tempo.

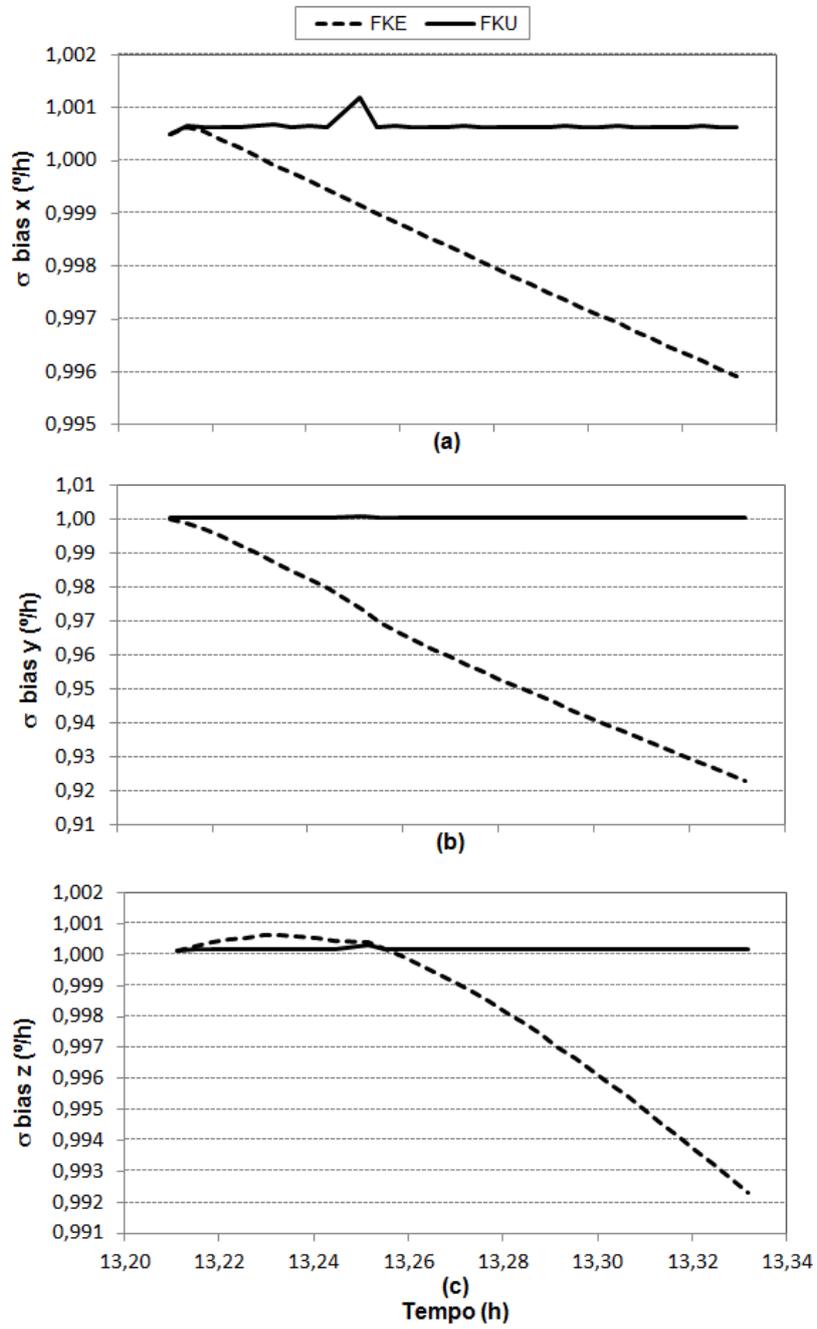


Figura 9.55 - Erro do *bias* estimado com quatérnions (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

9.3.4 Estado Estimado através dos Incrementos de Quatérnions

Esta seção apresentará os resultados obtidos da estimação do estado do satélite CBERS-2B, utilizando a abordagem dos incrementos de quatérnions. Os dados de entrada dos filtros são os mesmo que foram utilizados para a estimação com a abordagem dos quatérnions (ver tabela 9.10).

9.3.4.1 Estado Estimado com Filtro de Kalman *Unscented*

A comparação entre as atitudes estimadas pelos filtros *unscented*, estendido e pela atitude observada pelo sensor de estrelas são destacadas na figura 9.56. Podemos observar que, assim como na atitude estimada pela abordagem de ângulos de Euler, os filtros mantêm comportamento similar durante todo o período considerado, apesar de não seguir a atitude medida pelo SE.

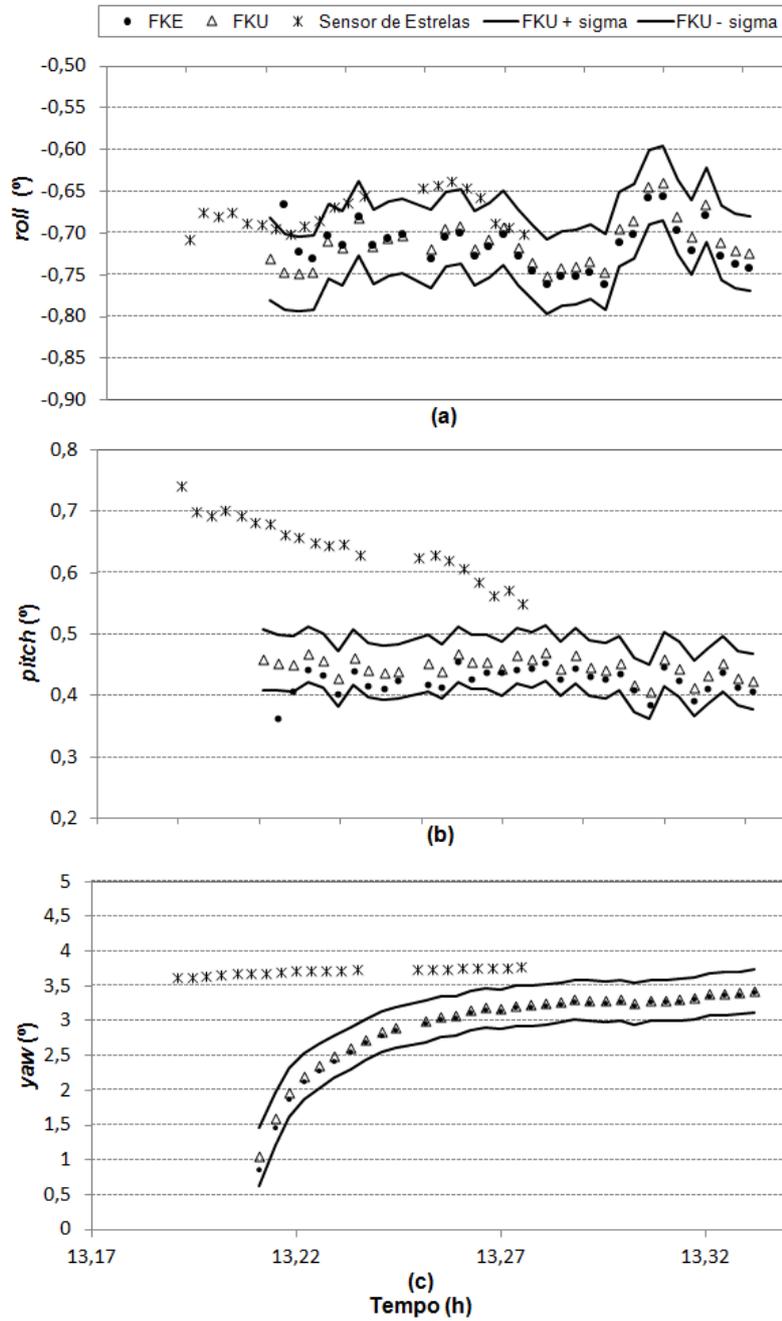


Figura 9.56 - (a) Ângulo *roll* de atitude estimado com o incremento do quatérnio. (b) Ângulo *pitch* de atitude estimado com o incremento do quatérnio. (c) Ângulo *yaw* de atitude estimado com o incremento do quatérnio.

As componentes dos *biases* dos gyros estimados apresentam os mesmos comportamentos para o FKE e para o FKU, como mostra na figura 9.57.

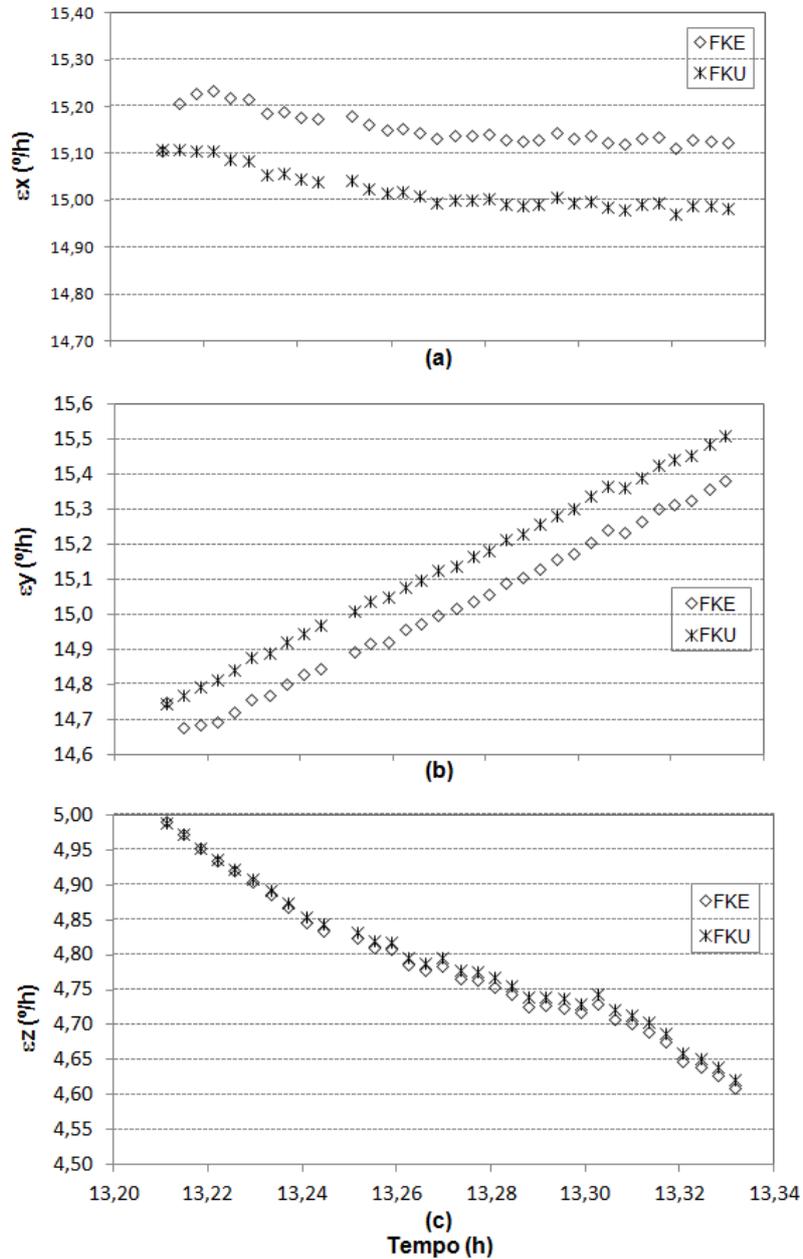


Figura 9.57 - Componente do *bias* estimada com o incremento do quatérnio (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

Os resultados da inovação e dos resíduos para os sensores DSS-1 e 2 são apresentados na figura 9.58 e 9.59, e para os sensores IRES-1 e 2 podem ser observados pela figura 9.60 e 9.61. Os resultados são similares aos obtidos pela estimação através da

abordagem de quatérnions, discutida na seção anterior.

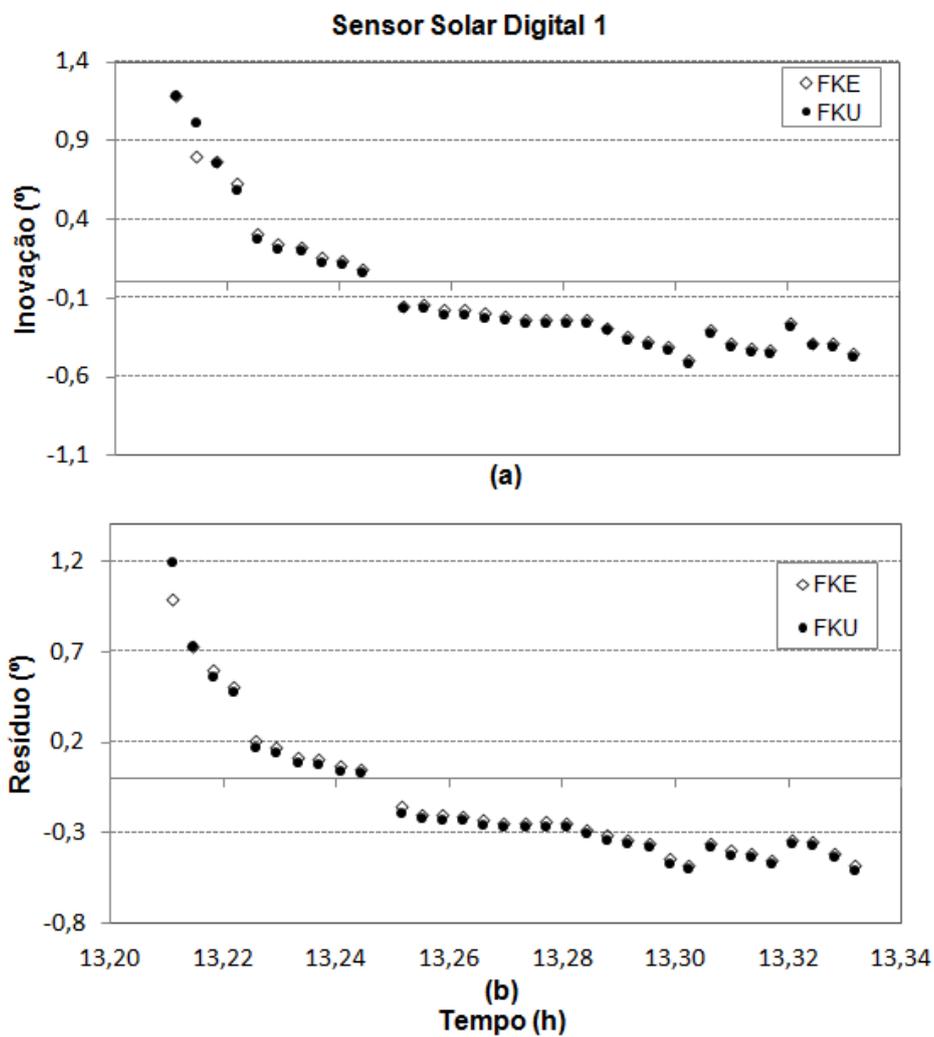


Figura 9.58 - (a) Inovação relacionada ao DSS1 obtida com o incremento do quatérnion.
(b) Resíduo relacionado ao DSS1 obtido com o incremento do quatérnion.

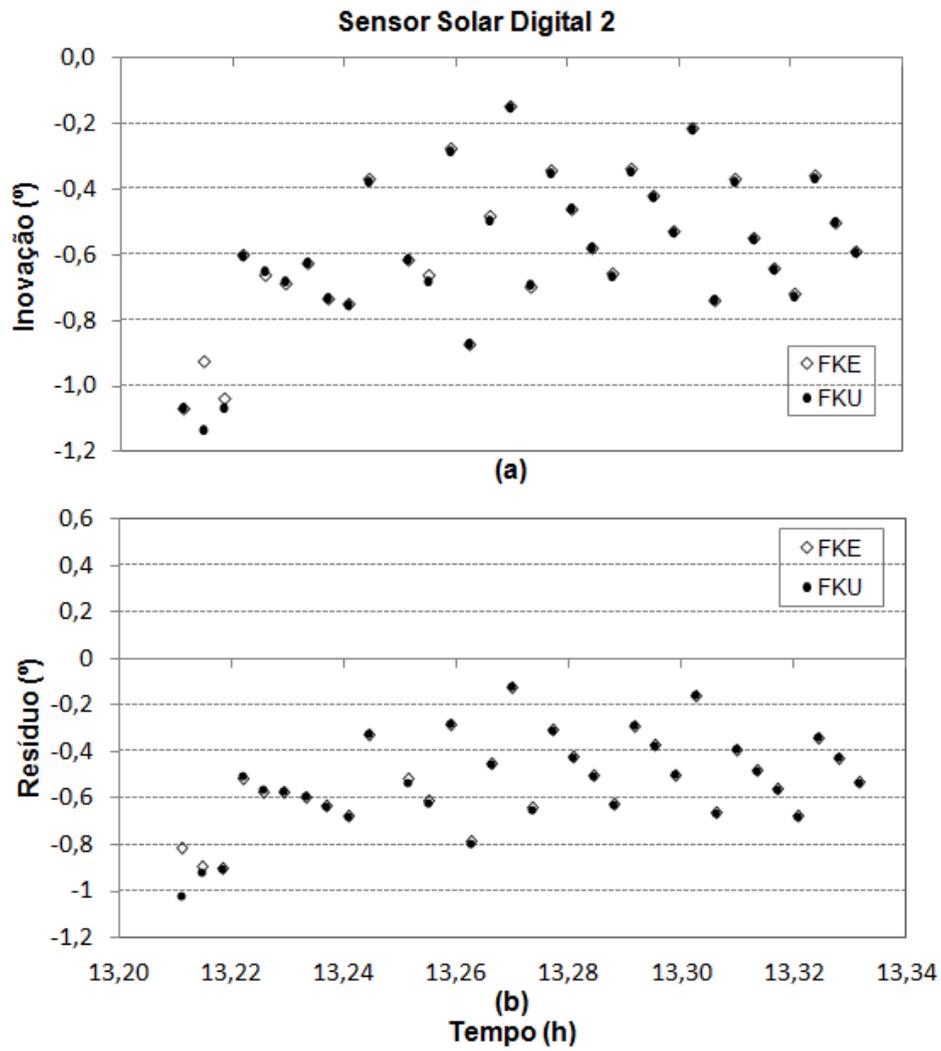


Figura 9.59 - (a) Inovação relacionada ao DSS2 obtida com o incremento do quatérnion.
 (b) Resíduo relacionado ao DSS2 obtido com o incremento do quatérnion.

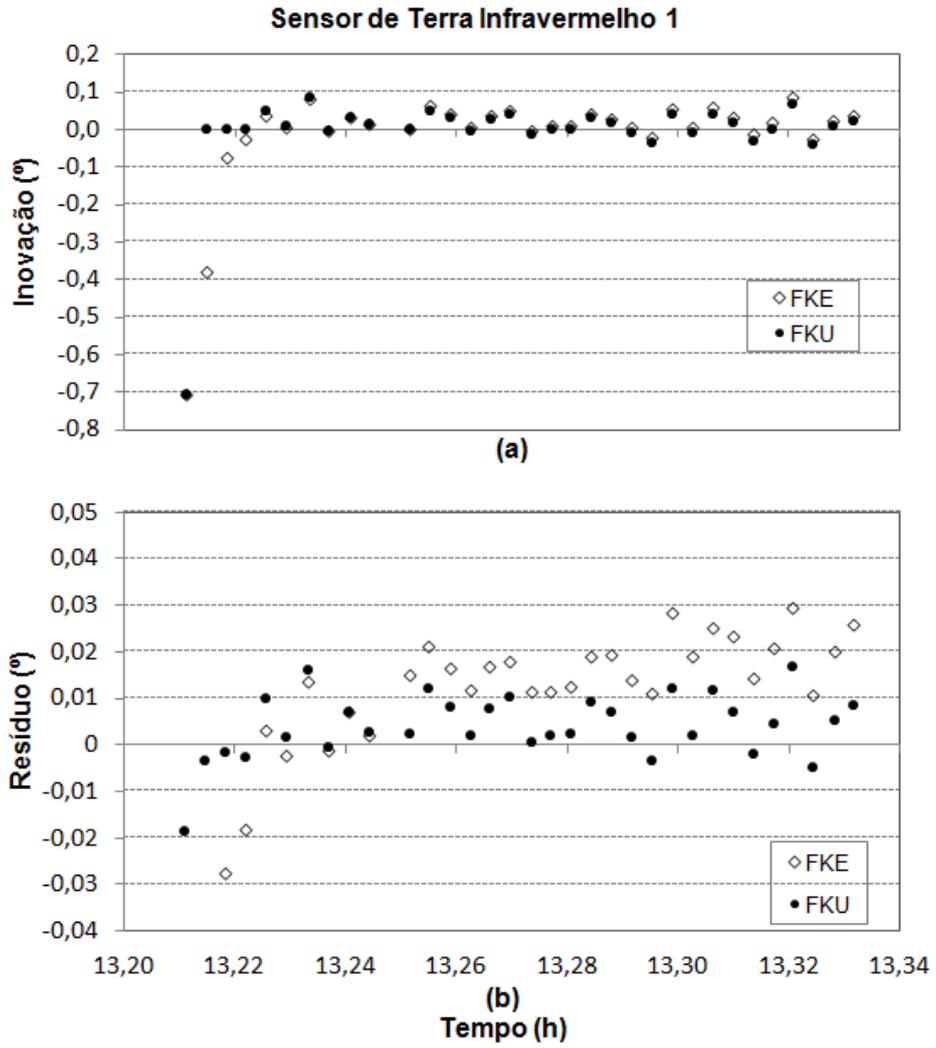


Figura 9.60 - (a) Inovação relacionada ao IRES1 obtida com o incremento do quatérnion.
 (b) Resíduo relacionado ao IRES1 obtido com o incremento do quatérnion.

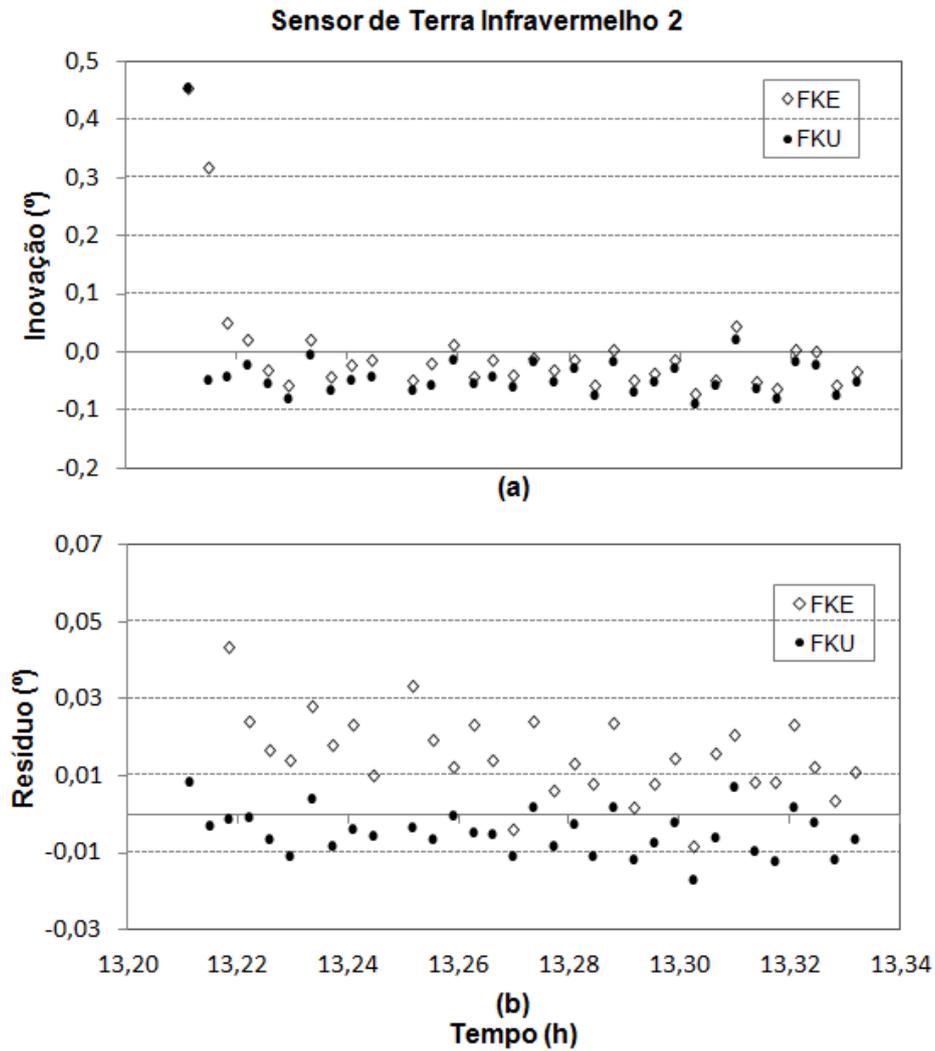


Figura 9.61 - (a) Inovação relacionada ao IRES2 obtida com o incremento do quatérnio.
 (b) Resíduo relacionado ao IRES2 obtido com o incremento do quatérnio.

Os erros estimados (covariância) na atitude, figura 9.62, são apresentados a seguir. Observa-se que pela abordagem de incremento de quatérnions, os erros estimados por ambos os filtros são iguais, da ordem de aproximadamente $0,045^\circ$ para *roll* e para *pitch*, e $0,3^\circ$ para o erro estimado em *yaw*.

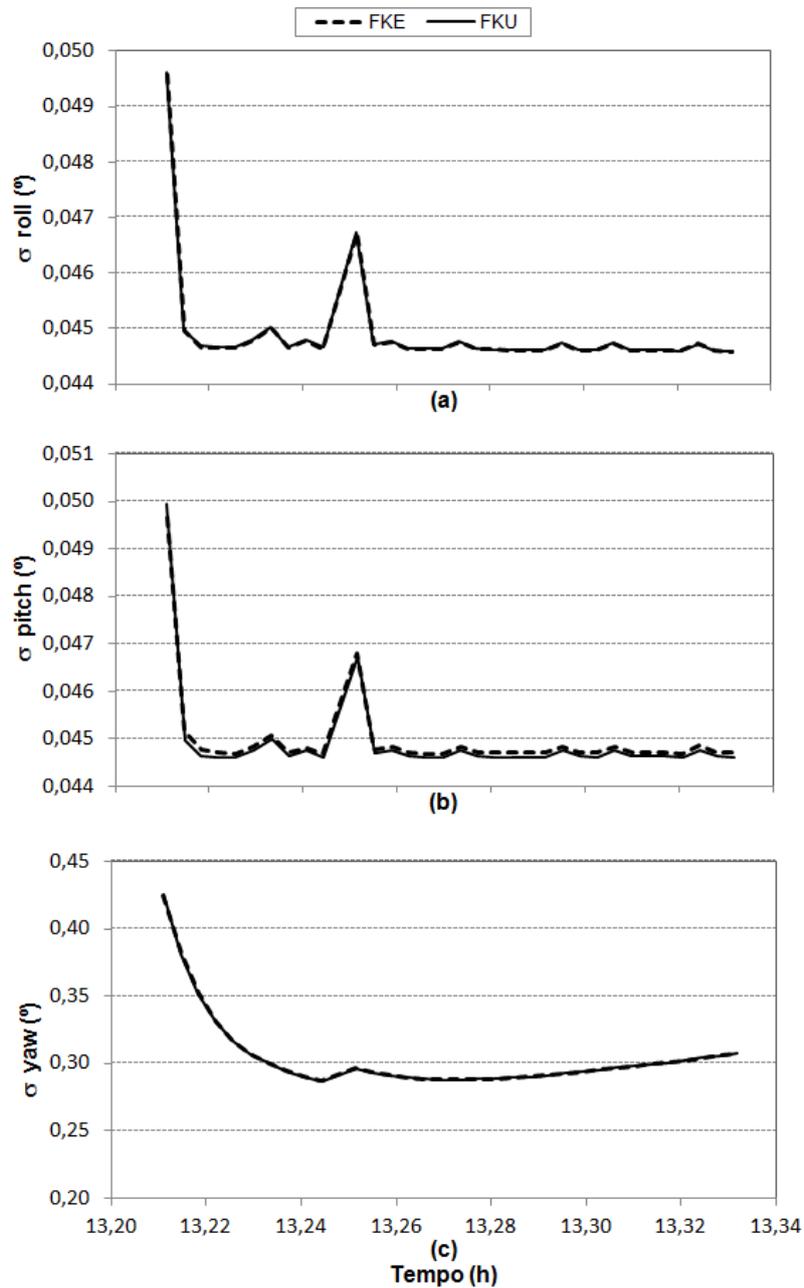


Figura 9.62 - Erro da atitude estimada com o incremento do quatérnion (a) em *roll*, (b) em *pitch*, (c) em *yaw*.

A figura 9.63 apresenta o erro estimado para o *bias* nas componentes x, y e z pelo FKU e FKE. Os erros estimados pelos filtros foram semelhantes, apresentando uma pequena variação decrescente com o tempo.

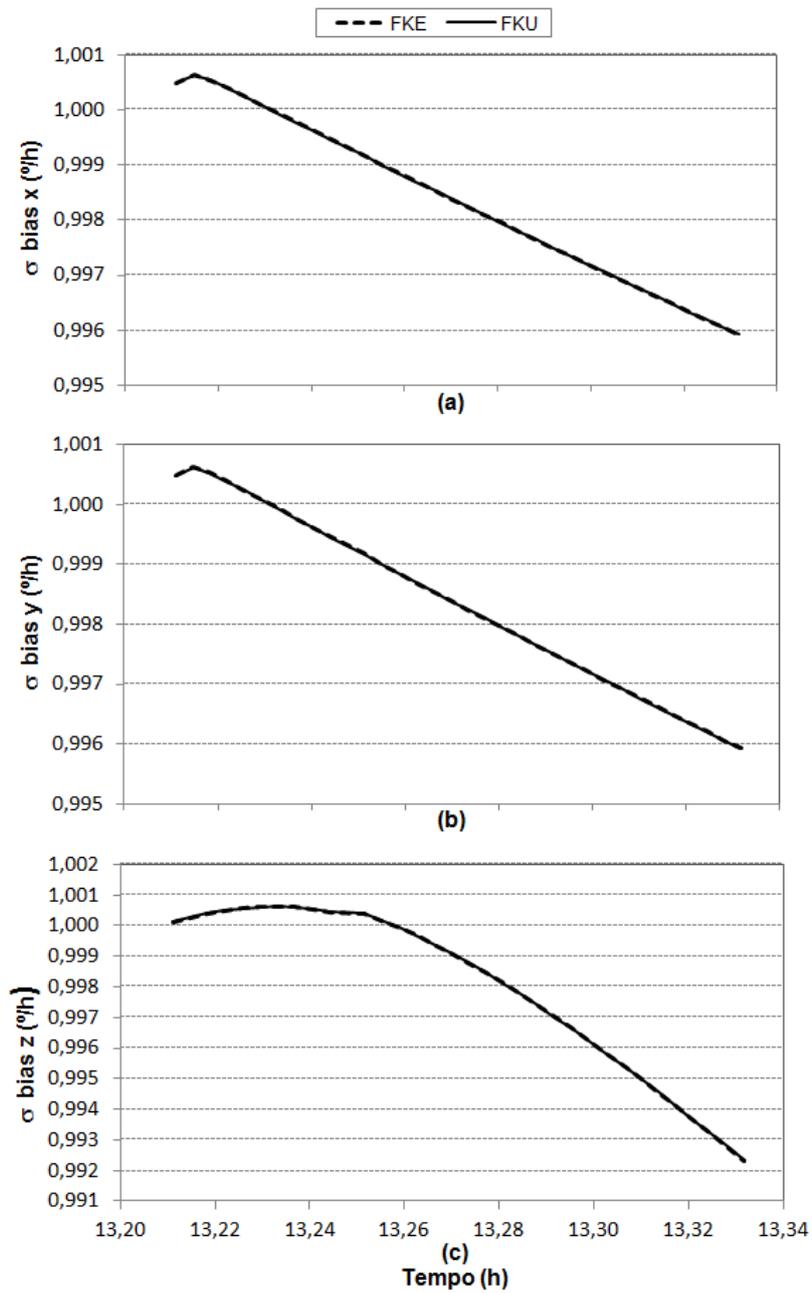


Figura 9.63 - Erro do *bias* estimado com o incremento do quatérnion (a) no eixo x, (b) no eixo y, (c) no eixo z.

9.4 Tempo de Processamento: Filtro de Kalman *Unscented* x Filtro de Kalman Estendido

Após encerrado o processo de estimação de estado para os satélites CBERS-2 e CBERS-2B, através do filtro de Kalman Estendido e do Filtro de Kalman *Unscented*, foi realizada uma análise quantitativa do tempo gasto pela CPU para processar as 7 medidas dos sensores de atitude pelos dois filtros.

Sabe-se que este tempo não é um indicador absoluto, uma vez que depende de alguns fatores importantes como, por exemplo, a capacidade do processador que está sendo utilizado para estimar a atitude, além da habilidade do programador. No entanto, mesmo que quantitativa, esta análise auxilia na avaliação da aplicabilidade do filtro de Kalman *Unscented* em problemas nos quais a estimação é processada em tempo real, uma vez que este algoritmo amplia o número de vetores de estado de n para $2n + 1$ vetores de mesma dimensão.

A tabela 9.11 apresenta o tempo que a CPU gasta para processar as medidas dos sensores nas diferentes abordagens utilizadas para estimar a atitude. Para obter uma estimativa mais confiável do tempo de processamento, foi obtido a média de 100 iterações para cada filtro, em cada uma das abordagens. Lembrar que os programas foram codificados em linguagem interpretada MATLAB, e num processador Intel Core i3 com 3GB de memória dinâmica, executado no Sistema Operacional Windows 7 de 64bits.

Tabela 9.11 - Tempo Estimado para o Processamento das medidas dos sensores de atitude pelos FKE e FKE

Satélite	Abordagem	FKE (s)	FKU (s)
CBERS-2	Euler	0,0515	0,1430
	Quatérnions	0,0514	0,1389
	Incremento de Quatérnions	0,0515	0,1266
CBERS-2B	Euler	0,0317	0,0876
	Quatérnions	0,0314	0,0820
	Incremento de Quatérnions	0,0317	0,0776

Pode-se notar que, apesar do tempo de processamento consumido pelo FKU ser superior ao do FKE, ainda assim este aumento não é proporcional ao número de

sigma-pontos gerados no FKU, uma vez que este trabalha com $2n + 1$ vetores de dimensão n (6 ou 7), ao contrário do FKE que utiliza somente um vetor de dimensão n .

Em todas as situações o gasto de CPU via FKU não chega a ser 3 vezes o correspondente do FKE, ainda bastante adequado para processamento em tempo real, preservando a vantagem de ser um algoritmo mais robusto (ver Figs.(9.17) e Figs.(9.47)) e menos propenso a divergência devido a não-linearidades. No FKE nota-se que o tempo de processamento independe da formulação adotada. No FKU é flagrante que a formulação via ângulos de Euler tem maior gasto computacional nas duas situações (CBERS-2 e CBERS-2B), já que este método necessita integrações numéricas da dinâmica de atitude. O menor gasto se dá na formulação via incremento de quaternions, onde a dinâmica de atitude é considerada linear e obtida analiticamente.

10 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

10.1 Introdução

A proposta principal deste trabalho foi de estimar a atitude de um satélite artificial, utilizando medidas reais de sensores de atitude, através da implementação de algoritmos da família do Filtro de Kalman Sigma-Ponto, chamado filtro de Kalman *Unscented*. Medidas reais em geral trazem problemas não previstos em simulações e que necessitam de implementações robustas dos algoritmos de estimação. Neste trabalho deparou-se com amostragens baixas, problemas de quantização e outras dificuldades de fontes diversas e desconhecidas, como desalinhamentos, derivas, erros sistemáticos e ruídos não previstos.

Sabe-se que o Filtro de Kalman Estendido (FKE) tem sido amplamente aceito como uma ferramenta padrão nos problemas de estimação de atitude e órbita. No entanto, o Filtro de Kalman *Unscented* (FKU) aparece como uma alternativa para o Filtro de Kalman Estendido e vem sendo estudado em diversas aplicações. Este algoritmo aborda muitas das questões de aproximação do FKE e alcança consistentemente um nível igual ou melhor de desempenho a um nível comparável de complexidade, além de outras vantagens como, por exemplo, a média e covariância da estimativa do estado calculados para 2ª ordem, ao contrário da precisão do FKE que é de 1ª ordem.

O aspecto motivador deste trabalho é que, em geral, os problemas que envolvem estimação da atitude de satélites possuem características não-lineares tanto nas equações que representam a dinâmica do movimento quanto no modelo das observações. De forma a analisar o desempenho deste novo algoritmo e compará-lo com o estimador padrão aplicados a problemas não lineares (FKE), optou-se por utilizar um satélite que apresentasse alguma característica não-linear no modelo da dinâmica ou no modelo das observações. Para realizar tal análise foi utilizado, além das equações da dinâmica, também dados reais de sensores que estão a bordo dos satélites CBERS-2 e CBERS-2B. A disponibilidade destes dados, ainda que parciais, pelo INPE permitiu verificar o desempenho do FKU quando alimentado com um conjunto de dados escassos.

10.2 Conclusões

De forma a elucidar os benefícios e o desempenho do algoritmo baseado no método Sigma-Ponto, foi realizada a aplicação de diferentes abordagens no processo de estimação, incluindo a estimação de estado através dos ângulos de Euler, dos quatérnions e dos incrementos de quatérnions. A formulação matemática envolvida em cada abordagem foi detalhada no Cap. 6.

No primeiro caso estudado, a estimação do estado foi efetuada levando em conta dados reais, fornecidos pelo CCS do INPE, dos giroscópios, sensores de Terra e sensores solares que estão à bordo do satélite CBERS-2. Inicialmente a atitude do satélite foi representada pelos ângulos de Euler na implementação do FKE e do FKU. Visto que neste trabalho são utilizados dados reais dos sensores e não dados simulados, então não seria possível comparar os resultados estimados pelos algoritmos com algum valor nominal de referência para a atitude. Uma forma de obter alguma referência a respeito dos valores que foram estimados foi comparar os resultados da atitude estimada com valores processados pelo Método de Mínimos Quadrados. A equação da dinâmica do movimento do satélite CBERS-2 foi obtida por meio de um relatório interno do INPE (FUMING,KUGA, 1999), onde algumas simplificações foram realizadas evitando-se problemas de singularidades, que são características nas aplicações com ângulos de Euler. Foi necessária integração numérica da dinâmica, usando o algoritmo de Runge-Kutta de 4ª ordem de passo fixo. Nesta abordagem, tanto a dinâmica quanto o modelo das observações são não-lineares e por isso o FKE e o FKU foram aplicados nas fases de propagação e atualização dos filtros.

Ao comparar os resultados obtidos pelos dois estimadores, ficou evidente a competitividade dos filtros devido as similaridades do comportamento e das estatísticas. A atitude estimada pelo FKE e pelo FKU seguiram o mesmo comportamento do MMQ. Tais resultados indicam que a implementação do filtro de Kalman *unscented* foi bem sucedida, uma vez que o comportamento do estado estimado foi muito semelhante ao dos resultados obtidos com o FKE.

Uma outra análise foi feita com o intuito de verificar como os erros de quantização, presentes nas medidas feitas pelos sensores solares, influenciam o estado estimado. Os resultados mostraram que o único efeito significativo foi notado na suavização dos resíduos e da inovação dos sensores solares 1 e 2.

Como os filtros mostraram-se competitivos e os resultados muito similares, então a próxima fase foi dirigida a verificar a robustez dos filtros através de condições iniciais degradadas. Diversos testes foram realizados para valores de atitude inicial cada vez mais distante dos que seriam os valores verdadeiros (aproximadamente $-0,5^\circ$ para os ângulos de *roll* e *pitch* e $-1,5^\circ$ para *yaw*). Notou-se que quanto maior a degradação das condições iniciais, o FKE demorava cada vez mais para atingir a convergência, ao contrário do FKU que convergiu imediatamente. Até 10° o FKE ainda convergiu, apesar do tempo para atingir a convergência ter sido superior ao obtido pelo FKU. Já para uma atitude inicial de 20° o FKU mostrou-se mais robusto que o FKE, atingindo a convergência imediatamente, enquanto o FKE não conseguiu atingir a convergência. Neste caso, as linearizações realizadas pelo FKE não foram aproximações suficientes tornando o algoritmo impreciso.

Considerando o fato de que os ângulos de Euler nem sempre são eficientes ao serem utilizados no modelo da dinâmica, devido a singularidades presentes nas funções trigonométricas, uma outra abordagem foi considerada para estimar o estado do sistema de maneira a deixar mais completa possível a análise realizada neste trabalho. Nesta etapa os filtros foram implementados considerando os quatérnions para parametrizar a atitude do satélite. A escolha dos quatérnion para parametrizar a atitude foi escolhida por algumas razões práticas: 1) as equações de propagação são lineares, 2) a representação do modelo dinâmico é livre de singularidades e 3) a matriz de atitude é algébrica nas componentes do quatérnion (isso elimina a necessidade do cálculo de funções transcendentais).

A implementação dos filtros, nesta abordagem, se diferenciou da abordagem com ângulos de Euler, pois a equação dinâmica em quatérnions é linear, não havendo a necessidade de utilizar o FKE e o FKU na fase de propagação. Nesta fase o filtro de Kalman padrão foi aplicado para obter o estado e a covariância propagados. No entanto, o uso dos quatérnions apresenta algumas dificuldades na aplicação das equações do filtro. Esta dificuldade é devido a correlação existente entre a quarta componente do quatérnion e as demais, que estão relacionadas pela restrição da norma unitária. Isto resulta na singularidade da matriz de covariância do estado propagado, o que leva a dificuldade do tratamento numérico.

Para evitar o problema da singularidade da matriz de covariância propagada Lefferts, Markley e Shuster (1982) propõem algumas soluções para contornar este problema. Uma delas é a redução da dimensão da matriz de covariância na atitude (de 4×4

para 3x3), na qual foi utilizada neste trabalho para os dois filtros. O FKU teve um tratamento especial no cálculo da matriz raiz quadrada de Cholesky, para obter o espalhamento dos sigma-ponto. Em vez de calcular essa matriz de Cholesky a partir da matriz de covariância aumentada (gerando singularidades), ela é calculada a partir da matriz de covariância reduzida e então aumenta-se a dimensão da matriz de Choslesky resultante.

A atitude estimada pelo FKU continua muito próxima a obtida pelo FKE. Porém, quando comparada com a estimação feita com ângulos de Euler, observa-se que o erro estimado na atitude pelo FKU diminui consideravelmente. Optou-se então, por completar a análise com quatérnion utilizando agora, além da matriz de covariância reduzida, o incremento do quatérnion no processo de estimação. Características importantes desta formulação foram descritas no Cap. 7. Importante salientar que a fase de propagação dos filtros FKE e FKU foram tratadas da mesma forma que a formulação com os quatérnions (filtro de Kalman padrão), contudo na fase de atualização o que foi estimado foi o incremento do quatérnion, ou seja, o quatérnion incremental que deve ser composto com o propagado para se obter o quatérnion estimado.

Os resultados estimados para a atitude com o incremento de quatérnion são equivalentes aos obtidos com os quatérnions e o *bias* estimado nesta abordagem se comportou de modo similar para ambos os filtros.

Para o segundo caso, toda a análise foi realizada novamente para o satélite CBERS-2B com o propósito de averiguar o comportamento dos filtros para uma outra época e com um conjunto de medidas mais escasso do que o considerado para o CBERS-2. Neste caso a atitude de referência foi a medida pelos sensores de estrelas o qual estão a bordo do satélite CBERS-2B. Como foi discutido, as medidas observadas quando o satélite está sobre o território brasileiro apresentam alguns problemas devido a alta concentração de radiação espacial na região da anomalia magnética. Desta forma, apesar da precisão das observações feitas por este tipo de sensor, infelizmente estas medidas não serviram como referência para a atitude que deveria ser estimada pelos filtros, e sim para orientar o valor provável para o qual os filtros deveriam convergir.

Assim como foi observado nas 3 abordagens (ângulos de Euler, quatérnions, incremento de quatérnions) para o caso do CBERS-2, para o CBERS-2B as considerações foram mantidas e o comportamento dos filtros foram similares durante todo o pro-

cesso de estimação. Uma análise da robustez dos filtros também foi feita, onde foram degradadas as condições iniciais da atitude do satélite. Para uma atitude inicial de 10° ambos os filtros convergem. Porém o FKU converge quase que instantaneamente, enquanto o FKE leva um tempo maior para convergir. Já para 20° na atitude o FKE não consegue convergir tornando-se ineficaz para o processo, ao contrário do FKU que se mostra robusto durante todo o processo de estimação.

Pode-se concluir com os resultados obtidos neste trabalho que o FKU possui a mesma precisão do FKE em problemas similares, ou seja, com mesma complexidade de modelo dinâmico e mesmas observações. No entanto, diante de condições iniciais degradadas, o FKU se mostrou mais robusto e preciso que o FKE. Quanto ao tempo de processamento, o FKU mostrou-se competitivo, pois mesmo demandando um maior tempo para efetuar o processo de estimação, o tempo gasto pela CPU não é proporcional ao número de sigma-pontos gerados, além de não excluir a sua aplicabilidade a problemas de tempo real. Quanto a complexidade computacional do FKU, pode-se dizer que é equivalente ao FKE, pois apesar de gerar uma quantidade maior de vetores (sigma-ponto) não necessita o cálculo da matriz Jacobiana, fundamental na implementação do FKE.

10.3 Trabalhos Futuros

No decorrer deste trabalho, quando a formulação via quatérnions foi utilizada, notou-se a necessidade de um tratamento especial para o cálculo da matriz de covariância, uma vez que esta matriz para os quatérnion é singular. Outras desvantagens foram as constantes conversões de quatérnions para ângulos de Euler, necessárias para entrada no modelo dos sensores, durante a fase de atualização dos filtros. Isto porque as equações dos sensores utilizados são descritas em termos dos ângulos de Euler. Para diminuir o número de conversões, reduzindo assim, a possibilidade de erros durante estes cálculos notou-se a possibilidade de aperfeiçoamento do processo de estimação de atitude.

A seguir estão apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros, com o propósito de minimizar erros e tempo de processamento do FKU:

- Estimar a atitude do satélite utilizando os parâmetros de Rodrigues para representar a atitude. Esta abordagem é importante, uma vez que a utilização direta dos quatérnions durante o processo de estimação pode apresentar

problemas, com o quatérnion perdendo suas características (módulo não unitário, matriz de atitude via quatérnion não ortogonal, etc), e necessitando de algum tipo de normalização. Para evitar este tipo de problema, uma alternativa é utilizar os Parâmetros Modificados de Rodrigues, que além de reduzir a dimensão do estado a ser estimado e da matriz de covariância, também possui uma relação direta com os quatérnions;

- Desenvolvimento e obtenção das equações dos modelos matemáticos dos sensores em termos dos quaternions, onde o vetor de observação é composto pelos modelos matemáticos dos seguintes sensores: 2 sensores solares digitais (DSS- Digital Sun Sensor) e 2 sensores de Terra infravermelho (IRES- Infrared Earth Sensor). O vetor de observação deverá ser obtido diretamente em termos dos quatérnions, evitando as constantes conversões da atitude de quatérnion para ângulos de Euler (e vice-versa) durante a fase de atualização do filtro;
- Implementação de suavizador "*unscented*" para refinamento dos resultados do FKU, em ambientes que não exijam processamento em tempo real (pós-processamento).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARANTES, G. Jr. **Estudo comparativo de técnicas de controle de atitude em três eixos para satélites artificiais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2005.

ARCANJO, J. S.; FERREIRA, N. C. R. Comportamento do sensor de estrelas a bordo do satellite CBERS-2B na região da Anomalia Magnética do Atlântico Sul (AMAS). In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 14., 2009, Natal. **Anais...** São José dos Campos: INPE, 2009. p. 1935–1941. 105, 120

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering**. New York: John Wiley and Sons Press, 1996.

CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 26, n. 4, p. 536–542, 2003.

CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L.; CHENG, Y. Survey of nonlinear attitude estimation methods. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 30, n. 1, p. 12–28, 2007.

FAN, C.; YOU, Z. Highly efficient sigma point filter for spacecraft attitude and rate estimation. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2009, Article ID 507370, 23p., doi:10.1155/2009/507370, 2009.

FUMING, H.; KUGA, H. K. **CBERS simulator mathematical models**. São José dos Campos, 1999. CBTT Project, CBTT /2000 /MM /001. INPE, São José dos Campos. 15, 16, 17, 21, 148

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Aplicação do filtro de Kalman não linear sigma-ponto para estimativa dinâmica da atitude de satélites artificiais. **Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital**, Águas de Lindóia, p. 60, 2008.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Utilização do filtro de Kalman estendido para estimação da atitude de satélites artificiais. **Anais: XXXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**, Cuiabá, v.2, p. 411 - 412, 2009.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Using extended Kalman filter and least square method for spacecraft attitude estimation. **Proceedings: 8th International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences**, São José dos Campos, p. 76, 2010.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Estimação de atitude em tempo real utilizando o filtro de Kalman estendido e ângulos de Euler. **VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA - CONEM**, Campina Grande, Paraíba, 2010.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Unscented Kalman filter for spacecraft attitude estimation using quaternions and Euler angles. **Proceedings: 22ND INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS**, Sao Jose dos Campos, p. 1-13, DVD, 2011.

JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. A new extension of the Kalman filter for nonlinear systems. In SIGNAL PROCESSING, SENSOR FUSION, AND TARGET RECOGNITION, 6, [S.l.]. **Proceedings...** [S.l.]: SPIE, 1997. v.3068, p. 182-193, 1997. 45, 46, 49

JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. Reduced sigma-point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations. In: PROCEEDINGS OF THE AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2002, Anchorage. **Proceedings...** Anchorage: IEEE, 2002. v. 2, p. 887-892. 42

JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. Unscented filtering and nonlinear estimation. **Proceedings of the IEEE**, v. 92, n. 3, p. 401-422, 2004.

KRAFT, E. A quaternion-based unscented nonlinear for orientation tracking. In **Proceedings: International Conference on Information Fusion**, p. 42-54, Cairns, Australia, July 2003.

KUGA, H. K.; SILVA, A. R.; LOPES, R. V. F. **CBERS-2: On ground attitude determination from telemetry data**. São José dos Campos, INPE, 2005. Relatório interno C-ITRP-0000/00, 2005. 32, 55

KUGA, H. K.; LOPES, R. V. F.; SILVA, A. R. On board attitude reconstitution of CBERS-2 satellite. **Anais do XIII Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital**, Bertioga, p. 109, 2006.

LAVIOLA, J. J. Jr. A comparison of unscented and extended Kalman filtering for estimating quaternion motion. **In Proceedings of the 2003 American Control Conference, IEEE Press**, v. 3, p. 2435–2440, 2003. 34

LEFFERTS, E. J.; MARKLEY, F. L.; SHUSTER, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. **Journal of Guidance**, v. 5, n. 5, p. 417–429, 1982. 25, 28, 39, 40, 41

LOPES, R. V. F.; SILVA, A. R.; KUGA, H. K. **CBERS 2 - Effects of attitude data in image quality**. São José dos Campos, INPE, 2005. Relatório interno CBERS-2, C-ITRP, 2005.

MA, G. F.; JIANG, X. Y. Unscented Kalman filter for spacecraft attitude estimation and calibration using magnetometer measurements. **Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou**, p. 506–511, 2005.

ORLANDO, V.; KUGA, H. K. **Rastreo e controle de satélites do INPE** . In: A conquista do espaço: do Sputnik à missão Centenário.1 ed.São Paulo: Editoria Livraria da Física,v. 1, p. 177–207, 2007.

PISACANE, V. L.; MOORE, R. C. **Fundamentals of space systems**. New York: Oxford University Press, 1994. 17

PRADO, A.F.B. A.; KUGA, H. K. **Fundamentos de Tecnologia Espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001. 32, 36

SHOJAIE, K.; AHMADI, K.; SHAHRI, A. M. Effects of iteration in Kalman filters family for improvement of estimation accuracy in simultaneous localization and mapping. **In: Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Zurich, Switzerland** , p. 1–6, 2007.

SHUSTER, M. D.; OH, S. D. Three-axis attitude determination from vector observations. **Journal of Guidance and Control**, v. 4, p. 70–77, 1981. 55, 105

SHUSTER, M. D. A survey of attitude representations. **Journal of Astronautical Sciences**, v. 41, n. 4, p. 439–517, 1993. 26, 27

SILVA, A. R.; KUGA, H. K.; LOPES, R. V. F. **CBERS 2B - attitude determination using star sensor data**. São José dos Campos, INPE, 2006. Relatório interno CBERS-2B, CB-ITRP-0029/00 (2B), 2006. xvii, 18, 19, 105

VAN DER MERWE, R.; WAN, E. A.; JULIER, S. I. Sigma-point Kalman filter for nonlinear estimation and sensor-fusion: applications to integrated navigation. **In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigations & Control Conference**, Providence, RI, Aug 2004. 45

VAN DER MERWE, R.; WAN, E. A. Sigma-point Kalman filters for integrated navigation. **In Proceedings of the 60th annual meeting of the institute of navigation**, p. 641–654, Dayton, OH, June 2004.

VANDYKE, M. C.; SCHWARTZ, J. L.; HALL, C. D. **Unscented Kalman filtering for spacecraft attitude state and parameter estimation**. AAS-04-115, 2004.

WAN, E. A.; VAN DER MERWE, R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. **IEEE AS-SPCC Oct**, p. 153–158, 2000.

ZANARDI, M. C. **Dinâmica de atitude de satélites artificiais**. 235 p. Tese de Livre Docência—Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (UNESP), Guaratinguetá, p. 235, 2005. 26

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. Dordrecht, Holanda, 1978. 13, 14, 28, 29

APÊNDICE A - DESCRIÇÕES DOS SATÉLITES CBERS-2 e CBERS-2B

O Programa CBERS para desenvolvimento de satélites sol-síncronos de observação da Terra, com cobertura global de imagem em ciclos de 26 dias, faz parte de um acordo de cooperação tecnológica entre o Brasil e a China, e encontra-se em desenvolvimento desde 6 de julho de 1988 (Orlando, 2007). Inicialmente o Programa CBERS previa o desenvolvimento e construção de dois satélites similares de observação da Terra: O CBERS-1 e CBERS-2, o que efetivamente aconteceu. São satélites de 1.540 kg de massa equipados com: um "transponder" de coleta de dados para o Sistema de Coleta de Dados Ambientais; e três tipos de instrumentos óticos, a saber, uma câmara CCD de alta resolução, com resolução menor que 20 metros; um "Scanner" infravermelho multi-espectral, que gera imagens de média resolução (80 à 160 metros); e uma imageador de campo largo, projetado no Brasil, que possui resolução de 256 metros.

Para atender os requisitos dessas cargas úteis o satélite possui um sistema de controle de atitude em 3 eixos, geo-apontado, cujos erros de apontamento e estabilidade não devem exceder $0,5^\circ$ e $0,001^\circ/\text{s}$ (3-sigma), para satisfazer os usuários das imagens dessas câmeras. O satélite CBERS-1 foi lançado em 14 de outubro de 1999 pelo lançador chinês Longa Marcha 4B, sua órbita nominal é circular, a uma altitude de 780 km, e inclinação orbital de $98,55^\circ$. O controle do CBERS-1 foi compartilhado entre China e Brasil, ou seja, durante 70% da vida nominal do satélite o controle foi assumido pelo centro de controle de satélites da China (conhecido pela sigla XSCC) e os 30% restantes assumido pelo Centro de Rastreamento e Controle de Satélites (CRC) do INPE. Durante o período de vida útil do CBERS-1 o CRC realizou 6 manobras orbitais (Kuga e Orlando, 2001). A partir de maio de 2003, o subsistema de controle de atitude e órbita do CBERS-1 vinha se mostrando instável, provocando derivas cada vez mais acentuadas, e em agosto de 2003 o satélite parou de enviar telemetrias e receber telecomandos, quando foi então "descomissionado" (considerado desativado). Apesar disso, o satélite teve uma vida útil de quatro anos, sendo que nominalmente a sua vida útil prevista era de 2 anos. Em 21 de outubro de 2003 foi lançado o CBERS-2, também pelo lançador chinês Longa Marcha 4B, e do mesmo modo, o Controle (Orlando et al., 2004) ficou dividido entre o XSCC e o CRC, iniciando com o XSCC. Em 23 de outubro de 2006 o CRC assumiu o controle e desde então o controle é alternado por períodos iguais de três meses. Seis manobras de cor-

reção de órbita do CBERS-2 foram realizadas pelo CRC até o presente, e em 13 de maio de 2005 uma das duas baterias redundantes do CBERS-2 deixou de funcionar (Orlando, 2007). O satélite, a partir de então, passou a operar com a outra bateria, perdendo, portanto, a redundância desse importante equipamento, e algumas das cargas úteis foram colocadas em modo de economia de energia ("stand-by"), a câmara CCD passou a ser ligada apenas 10 minutos, no máximo, por passagem do satélite, e o Subsistema de Coleta de Dados (DCS) foi desligado. Em novembro de 2002, motivados pelo sucesso dos dois primeiros satélites, os governos do Brasil e da China decidiram pela continuidade do programa, para o desenvolvimento de três novos satélites da série: o CBERS-2B, o CBERS-3 e o CBERS-4, onde a participação brasileira foi ampliada de 30% para 50%. O CBERS-2B é um satélite intermediário que visava assegurar a continuidade da missão, sem interrupção, até que o CBERS-3 seja lançado. O CBERS-2B foi lançado em 2007 e operou até o começo de 2010, sendo equipado com uma câmara adicional de CCD de alta resolução (aproximadamente de 2,5 m) experimental, além dos três outros instrumentos óticos já citados.

Na tabela A.1 são apresentadas algumas características da órbita do satélite CBERS-2 e uma concepção artística do satélite é mostrado na figura A.1.

Tabela A.1 - Características da órbita do satélite CBERS-2

Tipo	Polar/ Hélio-Síncrona
Altitude	778 km
Inclinação	98,504°
Cruzamento no Equador	10h30min local
Período	100,26 min



Figura A.1 - Configuração do satélite CBERS-2 em sua órbita. Fonte: Orlando, Kuga (2007)

