



Ministério da  
**Ciência, Tecnologia  
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2012/06.11.14.37-TDI

## **ANÁLISE DE INDICADORES DE NÃO-GAUSSIANIDADE APLICADOS A MAPAS DA RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO EM MICROONDAS**

Mariana Cunha Costa

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelo Dr. Carlos Alexandre Wuensche, aprovada em 04 de junho de 2012.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3C4D3MS>>

INPE  
São José dos Campos  
2012

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

## **CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**

### **Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **Membros:**

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr<sup>a</sup> Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Vivéca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da  
**Ciência, Tecnologia  
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2012/06.11.14.37-TDI

## **ANÁLISE DE INDICADORES DE NÃO-GAUSSIANIDADE APLICADOS A MAPAS DA RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO EM MICROONDAS**

Mariana Cunha Costa

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelo Dr. Carlos Alexandre Wuensche, aprovada em 04 de junho de 2012.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3C4D3MS>>

INPE  
São José dos Campos  
2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Costa, Mariana Cunha.  
C823a Análise de indicadores de não-gaussianidade aplicados a mapas da radiação cósmica de fundo em microondas / Mariana Cunha Costa. – São José dos Campos : INPE, 2012.  
xxii + 67 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2012/06.11.14.37-TDI)

Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2012.

Orientador : Dr. Carlos Alexandre Wuensche.

1. Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas(RCFM).  
2. não-gaussianidade. 3. anisotropias da temperatura. 4. funcionais de Minkowski. I.Título.

CDU 524.8

---

Copyright © 2012 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2012 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Mestre** em  
**Astrofísica**

Dr. Oswaldo Duarte Miranda



Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de Souza



Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Armando Bartolome Bernui Leo



Convidado(a) / UNIFEI / Itajubá - MG

*Este trabalho foi aprovado por:*

( ) maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Mariana Cunha Costa**

São José dos Campos, 04 de Junho 2012



*A minhas avós, Helena e Damares, a meus pais, Marta e Adônis, e ao meu noivo, Pedro.*





## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, pelo incentivo e compreensão; ao meu noivo, pela presença; aos meus amigos, pela amizade; aos professores do INPE, pelos ensinamentos; ao Dr. Carlos Alexandre Wuensche, pela orientação; à CAPES, pelo apoio financeiro; a todos que estiveram direta ou indiretamente envolvidos na elaboração deste trabalho.



## RESUMO

A Radiação C3smica de Fundo em Microondas (RCFM) 3 um sinal eletromagn3tico, vindo de todas as dire33es do c3eu, cujo espectro corresponde a um corpo negro com temperatura de  $2,725\text{ K}$ . Apesar de predominantemente isotr3pica, os mapas da RCFM obtidos pelo sat3elite WMAP apresentam pequenas anisotropias (da ordem de  $10^{-5}\text{ K}$ ). Tais anisotropias podem ter origem em perturba33es iniciais de origem inflacion3ria, que obedecem a uma distribui33o gaussiana, ou perturba33es iniciais geradas por defeitos topol3gicos, cuja origem 3 possivelmente n3o-gaussiana. Testar a exist3ncia de sinais n3o-gaussianos nas flutua33es de temperatura da RCFM 3 importante para validar v3rias classes de modelos inflacion3rios. Este trabalho tem como objetivo analisar as caracter3sticas de um mapa de dados de flutua33es da RCFM, produzido pelo sat3elite WMAP (o mapa WMAP-ILC7), e comparar os resultados obtidos com mapas simulados incluindo diferentes fun33es de densidade de probabilidade (PDFs): gaussiana, Maxwell, Rayleigh e Lognormal. A an3lise estat3stica foi baseada na distribui33o de regi3es com temperatura acima e abaixo de um limiar estabelecido a partir das propriedades dos mapas (“hot and cold spots”), caracterizadas pelos funcionais de Minkowski. Os mapas simulados foram constru3dos com o pacote computacional HEALPix (“Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelization of a sphere”), e os coeficientes  $C_l$  foram gerados, com a inclus3o de condi33es iniciais produzidas com PDFs n3o-gaussianas e gaussiana, pelo c3digo *sky\_ng\_sim* e pelo pacote CAMB (“Code for Anisotropies in the Microwave Background”). Os funcionais de Minkowski dos mapas produzidos foram determinados e quantidades chamadas res3duos normalizados foram calculadas, a partir dos res3duos dos funcionais de Minkowski, buscando-se quantificar o desvio de gaussianidade esperado em cada conjunto de simula33es das diferentes PDFs. Foi encontrado um indicador, denominado  $RN_2$ , baseado na diferen3a entre os valores m3ximo e m3nimo das curvas dos res3duos dos funcionais de Minkowski calculados para mapas m3dios. Para as PDFs testadas, a raz3o entre os valores de  $RN_2$  para os n3veis de n3o-gaussianidade iguais a 1% e 0,1%, respectivamente, indicam que os valores de  $RN_{2;1,0\%}$  s3o sistematicamente maiores do que  $RN_{2;0,1\%}$ . Trabalhos futuros incluem a an3lise da discrep3ncia encontrada nos resultados com a PDF Lognormal e a inclus3o de diferentes tipos de ru3do na an3lise acima.



# ANALYSYS OF NON-GAUSSIAN INDICATORS APPLIED TO THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND RADIATION MAPS

## ABSTRACT

The Cosmic Microwave Background Radiation (CMBR) is an electromagnetic signal, coming from all directions of the sky, whose spectrum corresponds to a blackbody temperature of  $2.725 K$ . Although predominantly isotropic, the CMBR maps obtained by the WMAP satellite show a small degree of anisotropy (about  $10^{-5} K$ ). Such anisotropies may arise from initial perturbations of inflationary origin, which follow a Gaussian distribution, or initial perturbations generated by topological defects, whose origin is possibly non-Gaussian. Testing for non-Gaussian signals in the CMBR temperature fluctuations is important to validate the various classes of inflationary models. This work aims to analyze the characteristics of a real CMBR map produced by the WMAP satellite (the ILC map), and compare the results obtained with simulated maps including different probability density functions (PDFs): Gaussian, Maxwell, Rayleigh and Log-Normal. Our statistical analysis will be based on the distribution of temperature regions above and below a threshold established based on the properties of maps (hot and cold spots), characterized by the so-called Minkowski functionals. The simulated maps were constructed with the HEALPix package (Hierarchical Equal Area isoLatitude pixelization of the sphere), and the  $C_l$  coefficients were generated, including initial conditions produced with non-Gaussian and Gaussian PDFs, by the *sky-ng-sim* code and the CAMB package (Code for Anisotropies in the Microwave Background). The Minkowski functional of the maps produced were determined and quantities called normalized residues were calculated from the residuals of the Minkowski functional, seeking to quantify the deviation from gaussianity expected in each set of simulations of different PDFs. Was found an indicator, called  $RN_2$ , based on the difference between the maximum and minimum values of the residuals of the curves of Minkowski functionals calculated for the average of Gaussian maps. For the tested PDFs, the ratio between the values of  $RN_2$  for the levels of non-gaussianity equal to 1% and 0.1%, respectively, indicate that the values of  $RN_{2,1.0\%}$  are systematically larger than  $RN_{2,0.1\%}$ . Future analysis should investigate the discrepancy in the results with the Lognormal PDF and include various types of noise in the above work.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Primeiras medidas da intensidade da radiação cósmica de fundo. . . . .	6
2.2 Espectro da RCFM, obtido pelo experimento FIRAS a bordo do satélite COBE, comparado a um espectro de corpo negro. . . . .	8
2.3 Medidas da temperatura da RCFM. Estrelas pequenas sinalizam medidas feitas com instrumentos de solo; quadrados indicam medidas feitas com balões; triângulos representam experimentos com o CN molecular; diamantes indicam os dados do instrumento COBRA; a linha sólida corresponde aos dados do FIRAS. . . . .	9
2.4 Medidas do espectro de potência da temperatura da RCFM feitas pelos experimentos do WMAP (2011), ACBAR (2009) e QUaD (2009). . . . .	12
2.5 Na parte superior da figura: mapas do céu real, do COBE, e simulado, do Planck, para a temperatura da RCFM. Na parte inferior da figura: regiões aproximadas de mapas do WMAP e de simulação de mapa do PLANCK. . . . .	13
2.6 Mapas simulados com a resolução do planck para a direção e a amplitude da polarização das anisotropias da RCFM. . . . .	16
2.7 Dependência com a frequência e intensidade de emissões Galácticas síncrotron, livre-livre e de poeira, comparadas à intensidade da RCFM e seus momentos de dipolo e quadrupolo. . . . .	16
2.8 Exemplos de formações triangulares dos vetores de onda que contribuem para o biespectro, nas configurações local ((a) $k_3 \ll k_2, k_1$ ), equilateral ((b) $k_3 \approx k_2 \approx k_1$ ) e achatada ((c) $k_3 \approx k_2 + k_1$ ). . . . .	19
3.1 Pixelização hierárquica de áreas iguais com centro dos pixels em anéis de isolatitude. . . . .	23
3.2 Projeções cilíndricas da divisão de uma esfera nos dois esquemas de numeração de pixels do HEALPix. As duas primeiras projeções correspondem a $N_{side} = 2$ e as duas últimas, a $N_{side} = 4$ ; na primeira e na terceira projeção, é apresentado o esquema de anel para ordenação dos pixels, enquanto na segunda e na quarta, os pixels estão ordenados pelo esquema de ninho. . . . .	25

3.3	Esquema dos passos realizados para obtenção dos resultados: funcionais de Minkowski calculados para os mapas simulados de RCFM. . . . .	26
4.1	Área fracional para o mapa médio gaussiano e o mapa real do WMAP e resíduo da área fracional para mapa do WMAP ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	36
4.2	Área Fracional para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	37
4.3	Resíduo da Área Fracional para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	38
4.4	Área fracional para o mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	39
4.5	Área fracional para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	40
4.6	Resíduo da área fracional para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	41
4.7	Perímetro para o mapa médio gaussiano e o mapa real do WMAP e resíduo do perímetro para mapa do WMAP ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	42
4.8	Perímetro para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	43
4.9	Resíduo do perímetro para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	44
4.10	Perímetro para o mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	45
4.11	Perímetro para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	46
4.12	Resíduo do perímetro para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	47
4.13	Genus para o mapa médio gaussiano e o mapa real do WMAP e resíduo do genus para mapa do WMAP ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	48
4.14	Genus para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	49
4.15	Resíduo do genus para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	50
4.16	Genus para o mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	50
4.17	Genus para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	51
4.18	Resíduo do genus para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	52



4.19	Resíduo da área, do perímetro e do genus para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	53
4.20	Resíduo da área, do perímetro e do genus para mapas médios não-gaussianos, com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ). . . . .	54



## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>	
3.1	Interpretação geométrica dos funcionais de Minkowski, $V_0$ , $V_1$ , $V_2$ e $V_3$ , para um espaço de uma, duas ou três dimensões $d$ . O $\chi$ representa a característica de Euler, dada por $\chi = V_2 + \frac{1}{2\pi}V_0$ . . . . .	28
4.1	Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$ e $RN_2$ ) para os resíduos da área fracional dos mapas híbridos (para $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ) e do mapa do WMAP em relação ao gaussiano, com $\Delta Gauss = 0,71$ ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	35
4.2	Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$ e $RN_2$ ) para os resíduos da área fracional dos mapas híbridos com $n_{side} = 1024$ (para $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ) em relação ao gaussiano, com $\Delta = 1,00$ . . . . .	35
4.3	Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$ e $RN_2$ ) para os resíduos do perímetro dos mapas híbridos (para $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ) e do mapa do WMAP em relação ao gaussiano, com $\Delta Gauss = 2,34 \cdot 10^{-5}$ ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	38
4.4	Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$ e $RN_2$ ) para os resíduos do perímetro dos mapas híbridos com $n_{side} = 1024$ (para $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ) em relação ao gaussiano, com $\Delta Gauss = 1,42 \cdot 10^{-5}$ . . . . .	39
4.5	Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$ e $RN_2$ ) para os resíduos do genus dos mapas híbridos (para $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ) e do mapa do WMAP em relação ao gaussiano, com $\Delta Gauss = 1,45 \cdot 10^4$ ( $n_{side} = 512$ ). . . . .	42
4.6	Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$ e $RN_2$ ) para os resíduos do genus dos mapas híbridos com $n_{side} = 1024$ (para $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ ) em relação ao gaussiano, com $\Delta Gauss = 6,12 \cdot 10^4$ . . . . .	45
5.1	Valores das razões entre médias para os resíduos da área fracional (AF), do perímetro (P) e do gênero (G) dos mapas híbridos com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , para $n_{side} = 512$ e $n_{side} = 1024$ . . . . .	55

5.2	Valores das razões entre $RN_2$ para os resíduos da área fracional (AF), do perímetro (P) e do gênero (G) dos mapas híbridos com $\alpha = 0,001$ e $\alpha = 0,01$ , para $n_{side} = 512$ e $n_{side} = 1024$ . . . . .	55
-----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\frac{\Delta T}{T}$	–	flutuações da temperatura
$a_{lm}$	–	coeficientes da expansão em harmônicos esféricos
$C_l$	–	espectro de potência da RCFM
$n_{side}$	–	número de divisões do lado de um pixel da resolução-base do HEALPix
$a_{lm}^{NG}$	–	coeficientes com distribuição não-gaussiana
$a_{lm}^G$	–	coeficientes com distribuição gaussiana
$a_{lm}^H$	–	coeficientes com distribuição híbrida
$\alpha$	–	fração de não-gaussianidade nos mapas de RCFM
$\nu$	–	incursão
$A$	–	área fracional
$P$	–	perímetro
$G$	–	genus
$RN_1$	–	resíduo normalizado 1
$RN_2$	–	resíduo normalizado 2
$Max$	–	máximo da curva do resíduo
$Min$	–	mínimo da curva do resíduo
$Med$	–	média da curva do resíduo
$\Delta Gauss$	–	amplitude da curva do funcional de Minkowski para o mapa gaussiano



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO EM MICROONDAS</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Espectro de Corpo Negro . . . . .	5
2.2 Anisotropias da Temperatura da RCFM . . . . .	7
2.3 Anisotropias da Polarização na RCFM . . . . .	12
2.4 Foregrounds Galácticos . . . . .	15
2.5 Não-gaussianidade na RCFM . . . . .	17
<b>3 METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>21</b>
3.1 Pacotes Computacionais . . . . .	21
3.1.1 O CAMB . . . . .	21
3.1.2 O HEALPix . . . . .	22
3.2 O Método . . . . .	25
3.2.1 Funções de Densidade de Probabilidade . . . . .	26
3.2.2 Mapas Simulados de RCFM . . . . .	27
3.2.3 Funcionais de Minkowski . . . . .	28
3.2.4 Atividades Realizadas . . . . .	30
<b>4 RESULTADOS</b> . . . . .	<b>33</b>
<b>5 CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>55</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> . . . . .	<b>59</b>





# 1 INTRODUÇÃO

O Universo intriga o ser humano e instiga sua capacidade criativa desde muito, muito antes de existir a atividade científica como a conhecemos hoje. Diversos mitos sobre a origem e formação do Universo foram construídos por povos de culturas distintas em todo o mundo. Com o surgimento da Filosofia, passou-se a questionar as explicações dadas pelos mitos. Mais tarde, surgiu o método científico, que deu início a uma nova forma de se lidar com as dúvidas sobre a natureza e o Universo em geral. A Cosmologia, ciência que estuda a origem, formação e evolução das estruturas no Universo, foi consolidada como ciência a partir do século XX, quando o avanço tecnológico era suficiente para fornecer observações precisas que verificassem ou não as teorias.

Entre os observáveis físicos mais importantes para o desenvolvimento da Cosmologia está a Radiação Cósmica de Fundo em Microondas (RCFM). A RCFM consiste em um sinal eletromagnético que pode ser observado em todas as direções do céu e cuja intensidade máxima encontra-se na faixa de microondas do espectro eletromagnético. Descoberta em 1965 por Penzias e Wilson (PENZIAS; WILSON, 1965) e explicada por Dicke e colaboradores (DICKE et al., 1965), a RCFM domina o teor de energia na radiação observada além da nossa Galáxia (SCOTT; SMOOT, 2010). As medidas do espectro da RCFM estão em muito bom acordo com o espectro teórico de um corpo negro a uma temperatura  $2,725 \pm 0,002 K$  (MATHER et al., 1999), havendo uma previsão teórica de desvios consideráveis a grandes comprimentos de onda (KOGUT, 2002). Apesar de predominantemente isotrópico, o mapa do céu em microondas apresenta pequenas variações de temperatura entre diferentes regiões (exemplos em (WHITE et al., 1994)). Tem sido empreendida uma intensa atividade para mapear-se o céu, cada vez com maior sensibilidade e resolução angular, desde a primeira detecção de tais anisotropias da temperatura, feita pelo satélite COBE (SMOOT et al., 1992).

Um dos objetivos da Cosmologia é entender os mecanismos de formação de estruturas. Para tal, procura-se caracterizar as perturbações iniciais de densidade que deram origem às estruturas (galáxias e aglomerados de galáxias). As propriedades estatísticas das perturbações iniciais fornecem parte das informações necessárias a essa caracterização, já que podem ser usadas nos testes de modelos cosmológicos e cenários de formação de estruturas. O espectro de potência angular das flutuações de temperatura é uma das mais importantes quantidades estatísticas para o estudo das anisotropias da RCFM. De fato, a análise do espectro permitiu as melhores

estimativas dos principais parâmetros cosmológicos (AGHANIM; FORNI, 1999).

A estimativa de alguns parâmetros cosmológicos veio de medidas das anisotropias da RCFM feitas pelo satélite COBE (AGHANIM; FORNI, 1999). São conhecidos, hoje, valores como a idade do Universo,  $13.7 \pm 0.1 \cdot 10^9$  anos, e as porcentagens dos constituintes do Universo:  $4.6 \pm 0.1\%$  de bárions,  $22.8 \pm 1.3\%$  de matéria escura e  $72.6 \pm 1.5\%$  de energia escura (YADAV; WANDEL, 2010). No entanto, continuamos sem conhecer completamente a física do início do Universo, a natureza da energia escura e da matéria escura. Muitos experimentos relacionados à RCFM complementados por campanhas observacionais de mapeamento 3D de estruturas do Universo e pela nova Física de partículas apoiada pelo LHC permitirão à Cosmologia ir além do conhecimento sobre de que o Universo é feito, levando a por que o Universo é do jeito que é (GOLD et al., 2011).

As anisotropias na temperatura da RCFM são a superposição de flutuações primárias – originadas antes do desacoplamento matéria-radiação – e secundárias – geradas após o desacoplamento. O estudo dessas anisotropias, portanto, fornece informações tanto sobre o Universo jovem, e suas condições iniciais, quanto sobre a formação e evolução das estruturas do Universo (AGHANIM; FORNI, 1999). As propriedades estatísticas da RCFM nos dão, em particular, informações sobre os processos físicos no momento da origem das flutuações iniciais de densidade. Diversos cenários podem explicar a origem das sementes iniciais de estruturas, sendo dois deles os mais explorados atualmente. Um deles é o modelo inflacionário, para o qual as perturbações de densidade são resultado de flutuações quânticas dos campos escalares no universo muito jovem. O outro cenário invoca defeitos topológicos – cordas cósmicas, paredes e texturas – que seriam produzidos durante a quebra de simetria segundo teorias de grande unificação.

Trabalhos feitos na década de 90 mostraram que os dois cenários descritos acima predizem diferentes espectros de potência angular (ALBRECHT et al., 1996). Essas diferenças de amplitude e forma representam restrições bastante severas para os modelos (AGHANIM; FORNI, 1999). Uma diferença fundamental é que, se as perturbações iniciais resultarem de um processo inflacionário, as anisotropias primárias devem ter distribuição gaussiana, enquanto anisotropias primárias com distribuição não-gaussiana devem indicar perturbações geradas por defeitos topológicos. Por isso, são importantes os métodos estatísticos para testar a não-gaussianidade e separar não-gaussianidades primárias e secundárias.

É possível associar a Física da dinâmica do Universo em seus momentos mais jovens à não-gaussianidade primordial (YADAV; WANDELT, 2010). A presença de não-gaussianidade na RCFM é um dos mais importantes testes para os modelos com inflação, visto que há várias previsões para a magnitude das não-gaussianidades baseadas em modelos simples de inflação, variando de pequenos valores indetectáveis a valores grandes o suficiente para serem detectados nos dados disponíveis até o momento (JEONG; SMOOT, 2007). O estudo das não-gaussianidades será favorecido por observações de alta sensibilidade e alta resolução, como as que se espera do satélite Planck (THE PLANCK COLLABORATION, 2006), pois elas irão produzir conjuntos de dados que permitirão testes detalhados da distribuição de anisotropias primárias.

Muitos estudos foram feitos no intuito de se procurar desvios de gaussianidade na RCFM (KOMATSU et al., 2009a), (SUYAMA et al., 2010), (CURTO et al., 2008), (PARK et al., 1998), (CAYÓN et al., 2001). Uma técnica estatística pouco utilizada em trabalhos recentes que buscam por desvios de gaussianidade na RCFM é o método de incursões. Esta estatística é sensível a efeitos não-gaussianos e consiste em uma generalização natural de métodos geométricos e topológicos que têm sido usados na Cosmologia, tal como funcionais de Minkowski e função de distribuição cumulativa (COLES; BARROW, 1987), (GOTT III et al., 1990), (NOVIKOV et al., 1999), (COLLEY; GOTT, 2003). A técnica foi aplicada a dados do COBE em 1999 (NOVIKOV et al., 1999) e a dados simulados com não-gaussianidade primordial do tipo local (ROSSI et al., 2011), entre outras aplicações (COLES; BARROW, 1987), (MART-GONZÁLEZ et al., 2000).

Pretende-se, neste trabalho de mestrado, testar a presença de sinais não-gaussianos primários em dados reais e simulados de flutuações de temperatura da RCFM, a partir de funções de densidade de probabilidade - será usada a sigla PDF, da expressão em inglês “Probability Distribution Function”, que é o jargão da área. A técnica estatística empregada foi o cálculo dos funcionais de Minkowski, juntamente com a obtenção de valores estatísticos relativos aos resíduos dos funcionais calculados. Foi feita a comparação das simulações, usando condições iniciais não-gaussianas e gaussianas teóricas, entre as diferentes PDFs e com os dados da RCFM, produzidos pelo satélite WMAP.

Esta dissertação é dividida em cinco capítulos, contando com esta Introdução. O segundo capítulo trata de fundamentos teóricos da RCFM, necessários à compreensão do tema abordado no trabalho. No terceiro capítulo, são apresentadas as ferramentas

computacionais e estatísticas utilizadas. O capítulo quatro traz os resultados, gráficos e tabelas, referentes às quantidades calculadas sobre os mapas de temperatura da RCFM, seguido das conclusões acerca dos estimadores testados, no capítulo cinco.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO EM MICROONDAS

A teoria do Big Bang, sugerida por Gamow em 1946 (GAMOW, 1946), deixava claro que o Universo deveria encontrar-se hoje a uma temperatura não-nula calculável, embora isto só tenha sido levado em conta após o artigo de Alpher e Herman sobre a evolução do Universo, publicado em 1948 (ALPHER; HERMAN, 1948). Também em 1946, na mesma edição da revista em que foi publicado o artigo de Gamow sobre o Big Bang, Robert Dicke e seus colegas, Beringer, Kyhl e Vane, publicaram um artigo em que determinaram um limite superior de  $20 K$  para qualquer radiação de fundo cósmica isotrópica (DICKE et al., 1946). Diversos artigos publicados na mesma época mostravam curvas dessa temperatura em função do tempo, com o valor predito para a época atual em torno de  $10 K$ . No entanto, em 1949, Alpher e Herman obtiveram um valor atual de  $5 K$  para a “temperatura de fundo” (termo cunhado pelos autores) (ALPHER; HERMAN, 1949).

Após um certo período sem nenhuma sugestão para a detecção da radiação que gerava a tal temperatura de fundo, e depois de algumas possíveis observações negligenciadas, finalmente pode-se confirmar a predição teórica. Em meados da década de 60, Arnold Penzias e Robert Wilson buscavam fontes de erros sistemáticos na medição de um radiotelescópio contruído na “Bell Telephone Laboratories”, quando encontraram um “excesso de ruído” de origem desconhecida. Penzias entrou em contato com Dicke, que estava justamente construindo um experimento com o objetivo de detectar a radiação vinda do início quente do Universo para testar a teoria do “Hot Big Bang”.

Foram publicados, então, em maio de 1965, dois artigos na mesma edição do *Astrophysical Journal*: um dos artigos era de Penzias e Wilson, notificando o excesso de temperatura de  $3,5 K$ , medido no comprimento de onda de  $7,35 cm$  (PENZIAS; WILSON, 1965), e o outro, de Dicke, Peebles, Roll e Wilkinson, apresentando a possível explicação teórica para o excesso encontrado (DICKE et al., 1965).

### 2.1 Espectro de Corpo Negro

Dicke e seus colaboradores sugeriram que o universo poderia estar preenchido por uma radiação de corpo negro originada em um período em que a radiação e a matéria encontravam-se em um estado quente e altamente concentrado — a “bola de fogo”

primordial. À medida que o universo se expandia, o “redshift” cosmológico deve ter esfriado adiabaticamente tal radiação – por isso a observamos hoje com uma temperatura de aproximadamente  $3\text{ K}$ .

No entanto, explicações que não recorriam ao Big Bang surgiram. Para confirmar a radiação medida por Penzias e Wilson e reconhecida por Dicke e seus colegas como a radiação prevista por Alpher e Herman em 1948, seriam necessários dois testes: a radiação advinda do Big Bang deveria ter mesma intensidade em qualquer direção (ser isotrópica) e apresentar um espectro térmico, de corpo negro (PARTRIDGE, 1995).

Em março de 1966, o grupo de Princeton publicou os resultados de seu trabalho de medição da intensidade da RCFM. Roll e Wilkinson escolheram o comprimento de onda de  $3,2\text{ cm}$ , e fizeram as medições com um rádio telescópio com uma calibração tal que não era possível “ver” além de uma radiação de fundo isotrópica (ROLL; WILKINSON, 1966). Eles obtiveram uma temperatura correspondente à emissão térmica de  $3,0 \pm 0,5\text{ K}$  (ROLL; WILKINSON, 1966), em muito bom acordo com o resultado de Penzias e Wilson. Com essas duas medidas, a diferentes comprimentos de onda, foi possível visualizar o espectro térmico aproximado da radiação de fundo, como pode ser visto na figura 2.1.

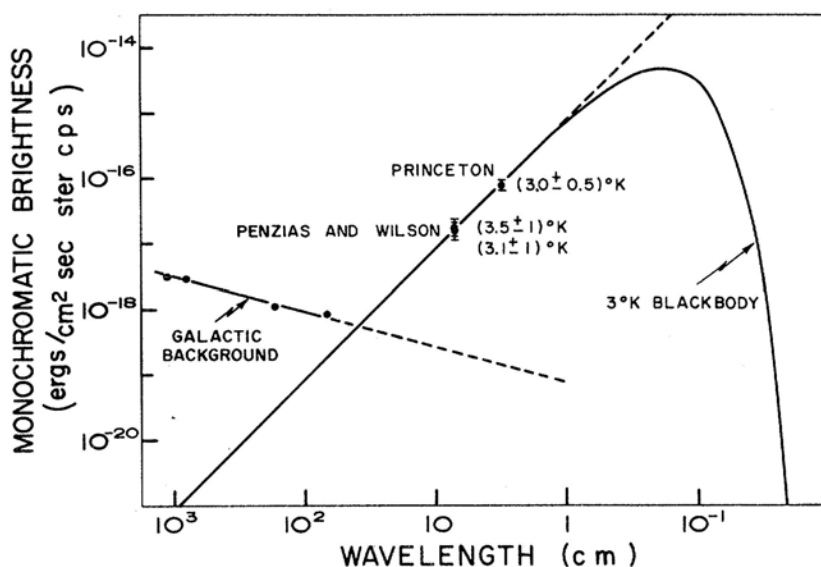


Figura 2.1 - Primeiras medidas da intensidade da radiação cósmica de fundo.  
Fonte: Adaptada de Roll e Wilkinson (1966).

Vê-se na figura 2.1 que o espectro da radiação medida – que está em excelente acordo com um fundo térmico próximo a  $3\text{ K}$  – não pode ser correspondente ao fundo Galáctico. Após a publicação da comprovação experimental da RCFM, diversos laboratórios trabalharam na determinação do seu espectro, adaptando detectores já existentes ou utilizando novas técnicas para medir a temperatura atual da radiação. Dois anos após a primeira medida, o espectro da RCFM já era identificado como térmico em uma larga faixa de comprimentos de onda (PARTRIDGE, 1995).

Com o experimento FIRAS (“Far Infrared Absolute Spectrophotometer”), que esteve a bordo do satélite COBE (“Cosmic Background Explorer”), lançado em 1989, obteve-se valores mais precisos para a temperatura absoluta da RCFM (MATHER et al., 1990), (MATHER et al., 1994). Mather et al. apresentaram o resultado de  $2,725 \pm 0,002\text{ K}$  – com um nível de confiança de 95% –; uma melhora em relação a resultados anteriores graças a uma melhoria na estimativa da incerteza (MATHER et al., 1999). Apesar de mais precisas, as novas medidas continuavam de acordo com os primeiros valores obtidos para a temperatura da RCFM em 1965.

Diversos outros experimentos mediram a intensidade da radiação de fundo, a partir de diferentes técnicas e a distintas faixas de frequência, o que permite determinar o espectro da RCFM, que pode ser visto na figura 2.2. Na figura 2.3, vê-se um gráfico com as medidas mais recentes obtidas para a temperatura da RCFM.

## 2.2 Anisotropias da Temperatura da RCFM

Poucos meses após as medidas de Penzias e Wilson, já estava encaminhado um experimento para medir a distribuição angular da RCFM no céu; foi construído em Princeton um instrumento capaz de medir pequenas diferenças na intensidade da RCFM. Em 1967, Partridge e Wilkinson mediram, em escalas angulares de  $15^\circ$  a  $180^\circ$ , uma variação de temperatura da ordem de  $\Delta T/T_0 < (1-3) \times 10^{-3}$  (PARTRIDGE; WILKINSON, 1967).

Finalmente, em 1992, foram detectadas flutuações da ordem de  $\Delta T/T_0 \approx 10^{-5}$  pelo experimento “Diferencial Microwave Radiometer”, a bordo do satélite COBE (SMOOT et al., 1992). Essas flutuações são evidências de formações precursoras das grandes estruturas que podemos observar hoje (WHITE et al., 1994). Em escalas angulares maiores ou iguais a  $10^\circ$ , elas podem também ser indícios de condições iniciais no Big Bang, constituindo-se em uma possível fonte de verificação da inflação (WHITE

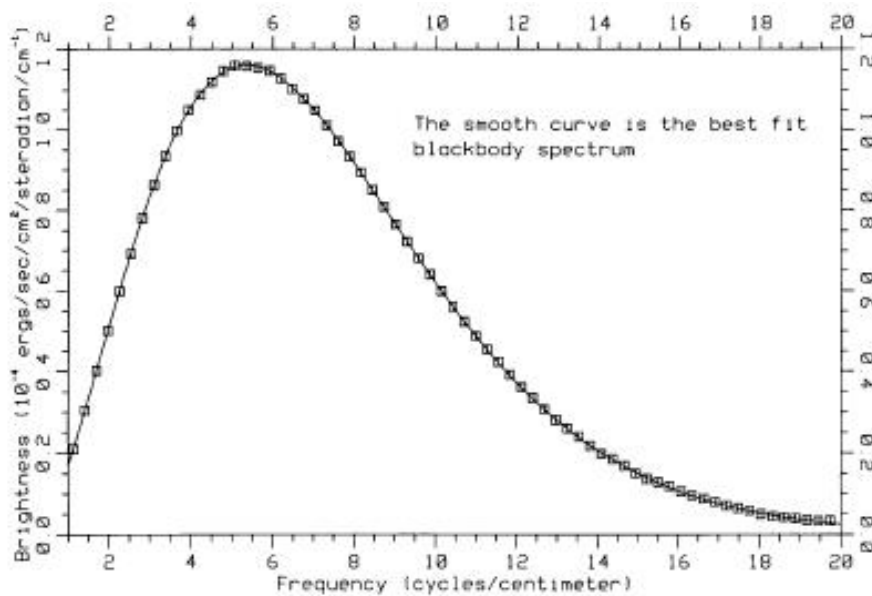


Figura 2.2 - Espectro da RCFM, obtido pelo experimento FIRAS a bordo do satélite COBE, comparado a um espectro de corpo negro. (adaptada de (MATHER et al., 1990)).

et al., 1994). As anisotropias na temperatura da RCFM são, então, a superposição de flutuações primárias – geradas antes do desacoplamento matéria-radiação – e secundárias – geradas depois do desacoplamento.

As principais anisotropias – secundárias – geradas pelos aglomerados de Galáxias são compostas por anisotropias térmicas e anisotropias cinéticas, provenientes do efeito Sunyaev-Zel'dovich (efeito SZ) (AGHANIM; FORNI, 1999). O efeito SZ é produzido pelo espalhamento Compton dos fótons da RCFM por elétrons livres do gás ionizado e do gás quente intra-aglomerado, resultando no chamado efeito SZ térmico. O efeito SZ térmico possui uma assinatura espectral peculiar, com um mínimo a grandes comprimentos de onda e um máximo a pequenos comprimentos de onda. Quando o aglomerado se move em relação ao referencial de repouso da RCFM, o efeito Doppler induz um efeito adicional, o efeito SZ cinético, que gera anisotropias com a mesma assinatura espectral das anisotropias primárias (AGHANIM; FORNI, 1999).

Campos gravitacionais inhomogêneos também contribuem como fontes de anisotropias secundárias, pois produzem dois efeitos na propagação de fótons da RCFM (GOTO; KODAMA, 2011): o efeito Sachs-Wolfe integrado (SACHS; WOLFE, 1967) e o efeito de



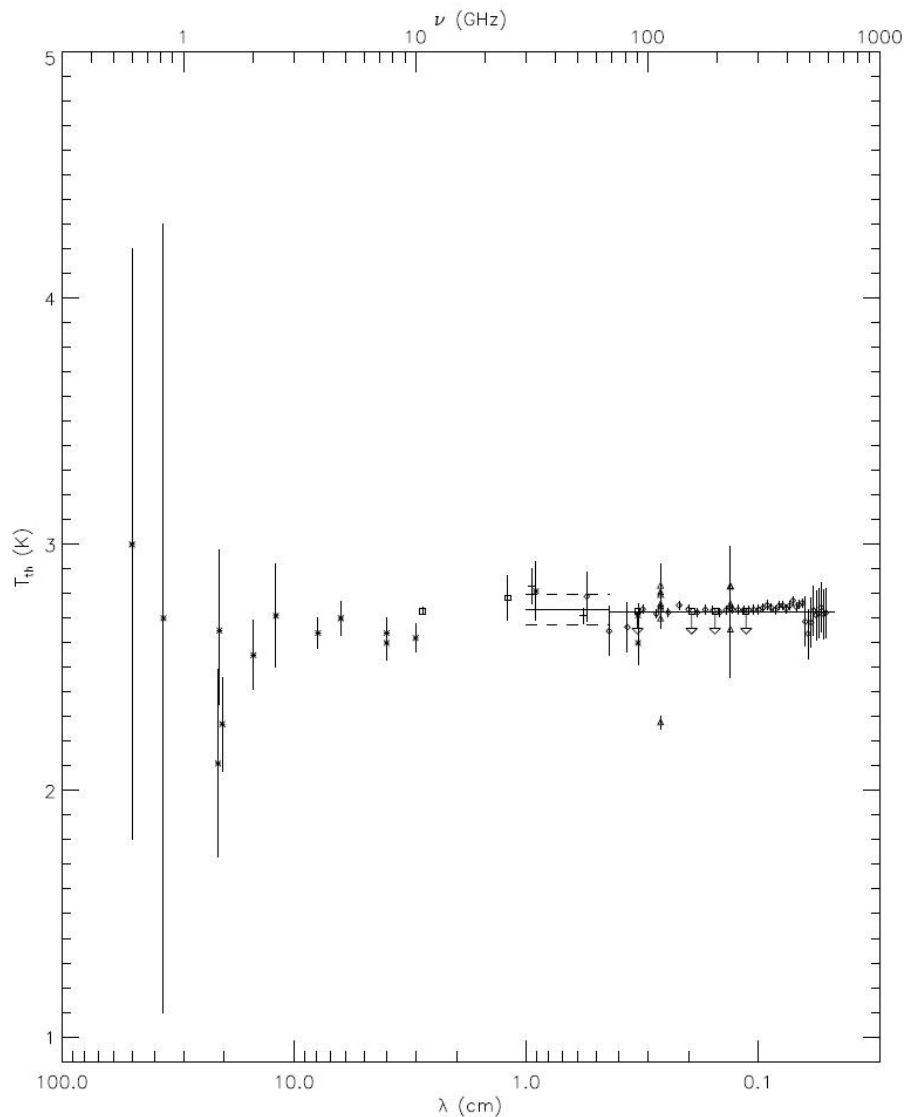


Figura 2.3 - Medidas da temperatura da RCFM. Estrelas pequenas sinalizam medidas feitas com instrumentos de solo; quadrados indicam medidas feitas com balões; triângulos representam experimentos com o CN molecular; diamantes indicam os dados do instrumento COBRA; a linha sólida corresponde aos dados do FIRAS.

Fonte: adaptada de Salvaterra e Burigana (2002).

lentes gravitacionais fracas (BARTELMANN; SCHNEIDER, 2001). O efeito Sachs-Wolfe integrado ocorre quando um fóton da RCFM atravessa um potencial gravitacional linear que varia com o tempo, causando uma mudança na energia do fóton em adição ao “redshift” padrão pela expansão cósmica. O efeito de lentes gravitacionais fracas ocorre quando um fóton atravessa uma região dominada pelo campo gravitacional

inomogêneo de uma estrutura massiva ocasionando o desvio de sua trajetória.

Alguns possíveis cenários podem explicar a origem das sementes iniciais de estruturas, sendo dois deles os mais estudados. Um deles é o modelo inflacionário, para o qual as perturbações de densidade são resultado de flutuações quânticas dos campos escalares no universo muito jovem. Outro possível cenário invoca defeitos topológicos – cordas cósmicas, paredes e texturas – que foram produzidos durante a quebra de simetria segundo teorias de grande unificação. Trabalhos feitos na década de 90 mostraram que os dois cenários descritos acima predizem diferentes espectros de potência angular (ALBRECHT *et al.*, 1996). Uma diferença fundamental é que se as perturbações iniciais resultarem de um processo inflacionário, as anisotropias primárias devem ter distribuição quase totalmente gaussiana, enquanto anisotropias primárias com distribuição não-gaussiana devem indicar que as perturbações podem ser geradas, por exemplo, por defeitos topológicos (BARTOLO *et al.*, 2010), (LYTH *et al.*, 2003).

A princípio, qualquer anisotropia da RCFM – ou, de forma geral, qualquer campo de radiação – pode ser representada como a soma de harmônicos esféricos (PARTRIDGE, 1995):

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\theta, \phi) = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (2.1)$$

sendo  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  as funções harmônicas esféricas e  $a_{lm}$ , os coeficientes da expansão. Os valores de  $m$  variam de  $-l$  a  $l$ , com  $l \approx 180^\circ/\theta$  (VILLELA *et al.*, 2004). Sendo  $\theta$  o ângulo zenital, dividir  $180^\circ$  por  $\theta$  corresponde a subdividir metade do céu em  $l$  partes. Varrendo os valores de  $m$  de  $-l$  a  $l$ , obtêm-se os coeficientes para cada uma das  $2l$  divisões do céu mais o coeficiente para o céu inteiro,  $a_{00}$ .

O termo  $a_{00}$  da expansão, denominado componente monopolo dos mapas de RCFM, é associado ao valor médio da temperatura da RCFM ( $T = 2.725 \pm 0.001$ ). A maior anisotropia ocorre para  $l=1$  – o dipolo (LUBIN *et al.*, 1988), que corresponde ao primeiro harmônico esférico –, com uma amplitude de  $3.335 \pm 0.008 m K$  (SCOTT; SMOOT, 2010). O dipolo é explicado como um resultado do efeito Doppler causado pelo movimento do sistema solar em relação ao campo da RCFM. Pode-se determinar um referencial inercial absoluto no qual o dipolo seja nulo, por ser esta uma quantidade dependente do referencial. A velocidade da nossa Galáxia relativa ao

Grupo Local, a velocidade da Terra ao redor do Sol e qualquer velocidade do receptor em relação à Terra são, em geral, removidas para o propósito de estudo das anisotropias da RCFM. As variações nos mapas de temperatura da RCFM a multipolos maiores (para  $l$  maior que 2) são interpretadas principalmente como resultados de perturbações na densidade do universo jovem, manifestadas à época do último espalhamento dos fótons da RCFM.

Se a distribuição das flutuações  $\frac{\Delta T}{T_0}$  é gaussiana, cada  $a_{lm}$  corresponde a um desvio independente de um conjunto gaussiano com:

$$\langle a_{lm} \rangle = 0 \quad (2.2)$$

e

$$\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l, \quad (2.3)$$

sendo  $C_l$  o conjunto médio de espectro de potência das anisotropias da temperatura da RCFM. O espectro de potência do céu observado da Terra é (HINSHAW et al., 2003):

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2. \quad (2.4)$$

A partir da curva que relaciona o espectro de potência definido na equação 2.4 e os valores de  $l$ , podem-se estimar os valores das constantes cosmológicas. O espectro de potência da temperatura medido pelo satélite WMAP (2011) forneceu uma melhor determinação dos parâmetros cosmológicos; a figura 3.3 mostra medidas desse espectro. Por exemplo, o terceiro pico acústico do espectro resultou em uma melhoria na determinação do “redshift” da época em que matéria e radiação dominavam igualmente (HINSHAW et al., 2003), (KOMATSU et al., 2003), (KOMATSU et al., 2009b), (KOMATSU et al., 2011).

Na figura 3.3, vemos dados do ACBAR (“Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver”) (REICHARDT et al., 2009), do QUaD (“QUEST at DASI”) (BROWN et al.,

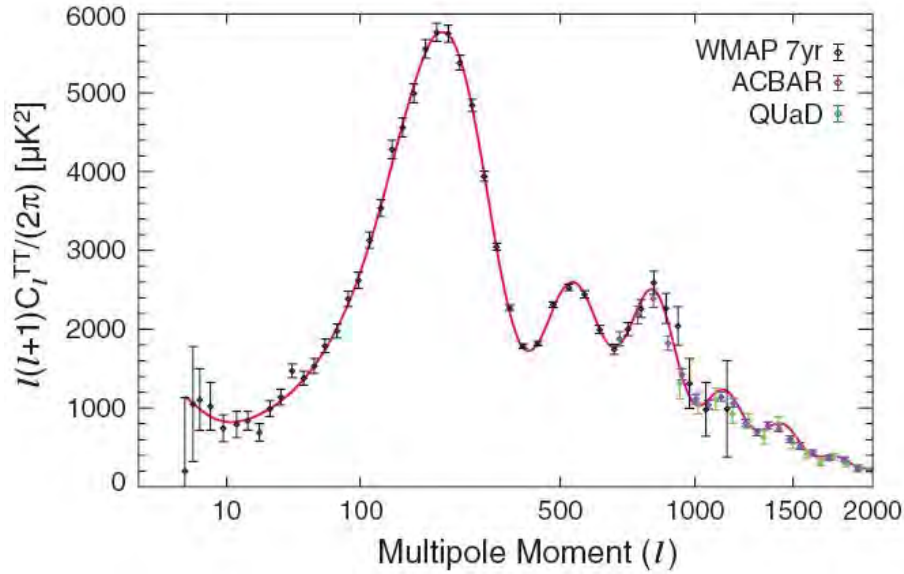


Figura 2.4 - Medidas do espectro de potência da temperatura da RCFM feitas pelos experimentos do WMAP (2011), ACBAR (2009) e QUaD (2009).  
 Fonte: Adaptada de Komatsu et al. (2011).

2009) para  $l \geq 690$  – região para a qual as incertezas nos dados do WMAP passam a ser dominadas pelo ruído – e dados do WMAP para os demais valores de  $l$  (LARSON et al., 2011).

Embora seja bem melhor que a dos mapas do COBE – o primeiro experimento a detectar anisotropias –, a resolução dos mapas obtidos pelo WMAP ainda não é suficiente para se estudar efeitos que devem aparecer em escalas angulares menores, em geral, em tempos anteriores à recombinação, bem como efeitos primários, como a não-gaussianidade, que aparecem em escalas angulares muito pequenas. O satélite PLANCK (THE PLANCK COLLABORATION, 2006) pretende fazer medidas muito mais precisas, de forma que as anisotropias e a polarização da RCFM possam ser melhor observadas. Vê-se na figura 2.5 a diferença entre o mapa obtido pelo COBE e o mapa simulado do que o PLANCK pretende medir, e nota-se a diferença entre as resoluções angulares do WMAP e do PLANCK.

### 2.3 Anisotropias da Polarização na RCFM

Diferentes processos físicos ao longo da história do Universo podem ter dado origem a frações polarizadas no campo da RCFM – essas frações vão de 0,1% a 1%, de-

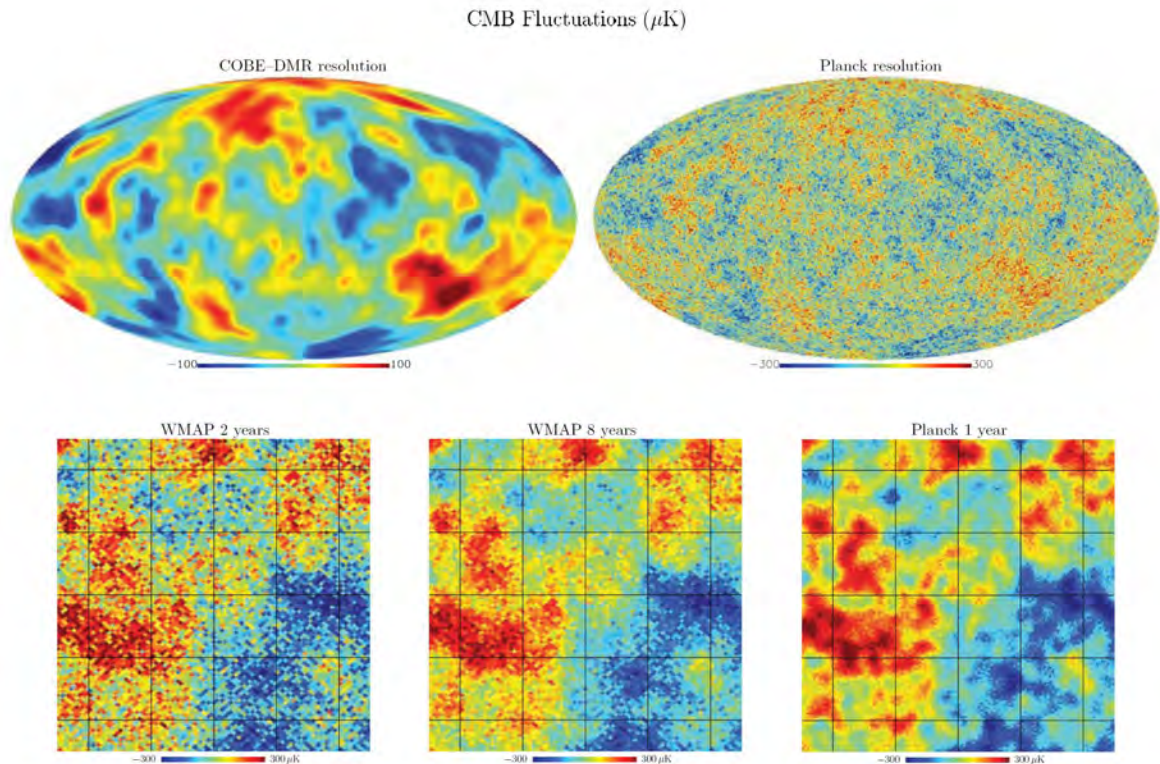


Figura 2.5 - Na parte superior da figura: mapas do céu real, do COBE, e simulado, do Planck, para a temperatura da RCFM. Na parte inferior da figura: regiões aproximadas de mapas do WMAP e de simulação de mapa do PLANCK. Fonte: Adaptada de [THE PLANCK COLABORATION \(2006\)](#).

pendendo do processo que a causou ([VILLELA et al., 2004](#)). Perturbações escalares – originadas pelos espalhamentos que apresentavam movimento ordenado seguindo ondas acústicas –, bem como as perturbações tensoriais – causadas pelas oscilações no espaço-tempo –, geraram polarizações lineares em pequenas frações dos fótons da RCFM. Os elétrons liberados durante a reionização (cerca de duzentos milhões de anos após o Big Bang), por exemplo, interagiram com os fótons da RCFM, polarizando cerca de 1% desta radiação. Outro caso é o do espalhamento Thomson da radiação da RCFM no último espalhamento, que também originou polarização em cerca de 1 da RCFM ([THE PLANCK COLABORATION, 2006](#)). Tal polarização foi medida pela primeira vez pelo experimento DASI (“Degree Angular Scale Interferometer”) em 2002 ([KOVAC et al., 2002](#)). O experimento mediu uma polarização com es-

pectro de potência consistente com previsões teóricas baseadas na interpretação das anisotropias da RCFM como originadas em perturbações escalares primordiais adiabáticas. Outra medida, mas indireta, através de correlação cruzada com anisotropias da temperatura, foi feita pelo WMAP em 2003 (KOGUT et al., 2003). Em 2011, foram publicados novos resultados do WMAP sobre medidas de polarização nas bandas  $W$  (75 GHz a 110 GHz),  $V$  (50 GHz a 75 GHz) e  $W + V$  (KOMATSU et al., 2011).

O sinal da polarização é rico em informações cosmológicas (THE PLANCK COLLABORATION, 2006). A polarização em grandes escalas angulares foi gerada pelo novo espalhamento que ocorreu durante a reionização do Universo, sendo, por isso, uma prova única da história térmica do Universo ao fim das “eras escuras”, quando estrelas e Galáxias começaram a se formar. Entre o que espera-se resolver com o estudo da polarização estão a melhoria dos limites para parâmetros cosmológicos, a prova da história detalhada da ionização, a obtenção de uma assinatura clara do fundo estocástico de ondas gravitacionais gerado durante a inflação e a obtenção de evidências do lenteamento gravitacional fraco através de distorções da polarização da RCFM.

A radiação parcialmente polarizada costuma ser descrita pelos quatro parâmetros de Stokes, mas cosmólogos perceberam que a polarização da RCFM é melhor representada pelos parâmetro E (polarização “elétrica”) e B (polarização “magnética”), pois tais parâmetros, diferentemente dos parâmetros de Stokes, podem ser decompostos em termos de momentos de multipolo, analogamente ao que é feito para se trabalhar com as anisotropias da temperatura (HU; DODELSON, 2002):

$$\langle E_{lm} E_{lm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{EE}, \quad (2.5)$$

$$\langle B_{lm} B_{lm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{BB}. \quad (2.6)$$

Os modos E e B de polarização podem, também, ser escritos como expansões em harmônicos esféricos (THE PLANCK COLLABORATION, 2006):

$$P_E = \sum_{l \geq 2} \sum_{|m| \leq l} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^E Y_{lm}, \quad (2.7)$$

$$P_B = \sum_{l \geq 2} \sum_{|m| \leq l} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^B Y_{lm}, \quad (2.8)$$

sendo, analogamente ao que é feito para a temperatura,  $a_{lm}^E$  e  $a_{lm}^B$  os coeficientes que definem o modo E e o modo B, respectivamente. A partir dessas expansões, podem-se fazer análises da polarização, construindo-se espectros de potência da polarização e fazendo-se correlação cruzada com os dados das anisotropias da temperatura da RCFM.

A importância cosmológica da decomposição da polarização nos modos E e B é o resultado de que perturbações escalares lineares não produzem o modo B (THE PLANCK COLLABORATION, 2006). Perturbações escalares produziram polarização apenas com o modo E, enquanto perturbações tensoriais gerariam tanto o modo E quanto o modo B. Modos vetoriais de perturbação também produziram o modo B, mas apenas em modelos com geração ativa de perturbações – por exemplo, modelos que consideram defeitos topológicos.

O experimento DASI mediu o modo E, com alto nível de confiança (KOVAC et al., 2002), mas ainda não há medidas diretas do modo B - medir este modo é, inclusive, a maior ambição do satélite PLANCK. Essa detecção, além de restringir a quantidade de modelos cosmológicos possíveis, seria mais uma prova indireta da existência das ondas gravitacionais – também não detectadas até hoje. Na figura 2.6 pode-se ver o esperado para medições de polarização feitas pelo Planck.

## 2.4 Foregrounds Galácticos

Para uma boa análise dos mapas da RCFM é necessário retirar-se os sinais detectados provenientes da nossa Galáxia. A emissão Galáctica é a principal fonte de contaminação a baixas frequências, como podemos ver na figura 2.7. A frequências abaixo de  $30 \text{ GHz}$ , a emissão Galáctica ocorre principalmente na forma de emissão síncrotron e emissão livre-livre (ou Bremsstrahlung térmico) (SALVATERRA; BURIGANA, 2002). A emissão de poeira é desprezível abaixo de  $30 \text{ GHz}$ , assim como as emissões síncrotron e Bremsstrahlung o são acima de  $100 \text{ GHz}$ .

A emissão síncrotron ocorre devido à interação entre os elétrons de raios cósmicos e o campo magnético Galáctico (SALVATERRA; BURIGANA, 2002). Como os

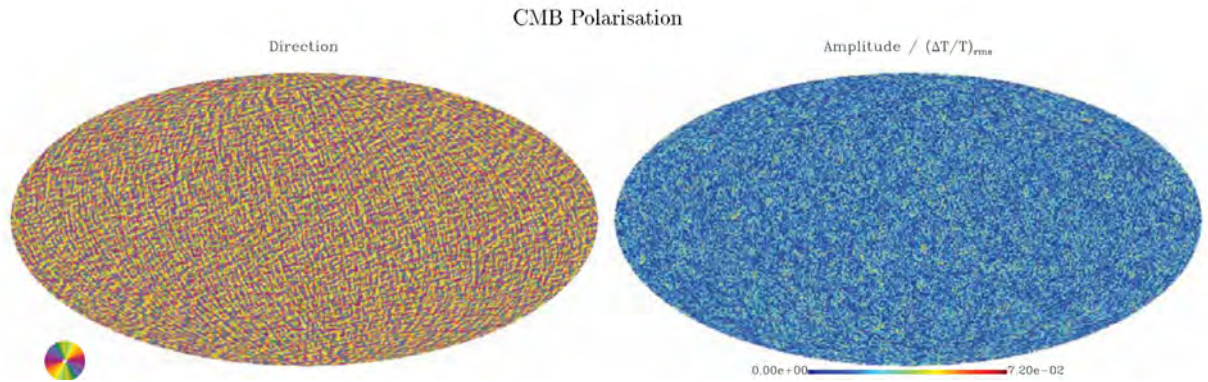


Figura 2.6 - Mapas simulados com a resolução do planck para a direção e a amplitude da polarização das anisotropias da RCFM.  
 Fonte: Adaptada de [THE PLANCK COLABORATION \(2006\)](#).

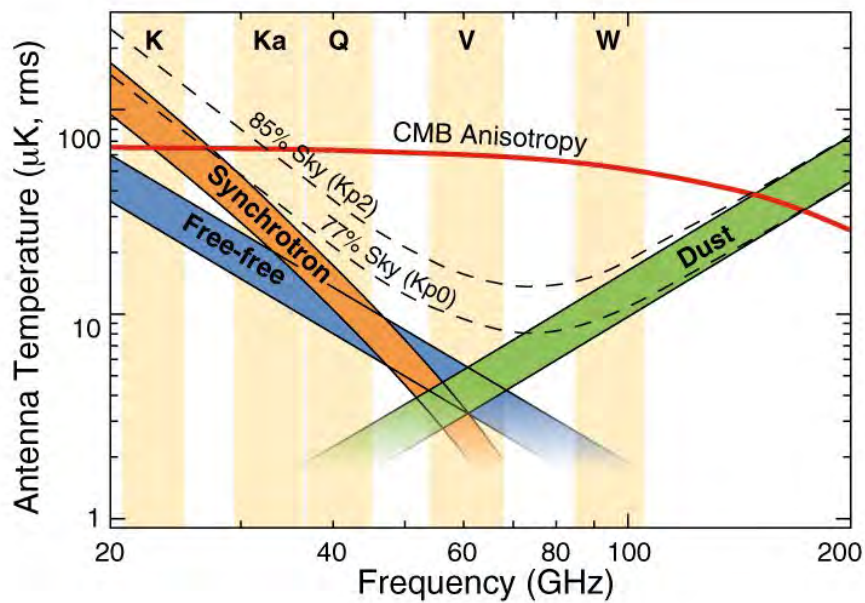


Figura 2.7 - Dependência com a frequência e intensidade de emissões Galácticas síncrotron, livre-livre e de poeira, comparadas à intensidade da RCFM e seus momentos de dipolo e quadrupolo.  
 Fonte: Adaptada de [Bennett et al. \(2003\)](#).

elétrons energéticos e o campo magnético estão confinados no disco da Galáxia, o sinal da radiação síncrotron encontra-se na região do céu alinhada com o plano



Galáctico. O outro mecanismo responsável pela emissão em rádio da Galáxia é o efeito Bremsstrahlung térmico. Esta emissão surge a partir da interação de elétrons livres com íons (SMOOT, 1998). Síncrotron e Bremsstrahlung dominam a emissão Galáctica acima de  $3\text{ mm}$  (ou seja, abaixo de  $\approx 30\text{ GHz}$ ). A menores comprimentos de onda, a chamada emissão térmica de poeira quente é dominante na Galáxia.

## 2.5 Não-gaussianidade na RCFM

A importância da não-gaussianidade nas flutuações da temperatura da RCFM reside no fato de que sua detecção seria útil no teste de modelos que descrevem mecanismos de geração de perturbações cosmológicas no início do Universo. Há também a necessidade de se explicar o crescimento do número de Galáxias observadas a altos “redshifts”, estruturas estas que deveriam ser raras no universo dadas as condições iniciais gaussianas, como é previsto por algumas teorias inflacionárias (ANDRADE et al., 2004). Os níveis de não-gaussianidade preditos por algumas teorias inflacionárias são indetectáveis nos dados de RCFM obtidos até o momento – incluindo os resultados do WMAP – e estão uma ordem de grandeza abaixo da sensibilidade esperada para o Planck (THE PLANCK COLLABORATION, 2006).

Há uma série de cenários que se propõem a explicar a origem e formação das perturbações cosmológicas iniciais, e para cada um deles existem previsões para a quantidade de não-gaussianidade na distribuição das flutuações de temperatura como função dos parâmetros do modelo. Embora a maior parte das teorias de inflação descreva uma distribuição de flutuações que assume um comportamento gaussiano, diversos modelos inflacionários predizem quantidades significativas de não-gaussianidade primordial (BARTOLO et al., 2010). Já a maioria dos modelos baseados em defeitos topológicos prediz um caráter não-gaussiano para as flutuações de temperatura da RCFM (WHITE; STEMWEDEL, 1992), (VERDE et al., 2001), (REGAN, 2011).

Os modelos inflacionários correspondem, atualmente, à melhor explicação para o surgimento das sementes de formação de estruturas. No cenário inflacionário, as perturbações cosmológicas primordiais foram criadas a partir de flutuações quânticas que sofreram desvio para o vermelho para fora do horizonte durante um período inicial de expansão acelerada do Universo (BARTOLO et al., 2010). Modelos inflacionários de “slow-roll” padrão, com um único campo, e modelos inflacionários com dois campos predizem níveis de não-gaussianidade muito pequenos. No entanto,

grandes níveis de não-gaussianidade podem ser gerados em modelos inflacionários a partir da quebra de condições padrão de termos canônicos cinéticos e de estados iniciais de vácuo (BARTOLO et al., 2004).

São considerados candidatos a geradores de grandes não-gaussianidades primordiais alguns modelos não-inflacionários, como modelos tipo “curvaton” (LYTH et al., 2003), (BARTOLO et al., 2010), modelos com relação não-linear entre flutuações do campo inflacionário e o potencial gravitacional (GANGUI et al., 1994), campos escalares interagentes (FALK et al., 1993) e perturbações no estado inicial do Universo (MARTIN et al., 2000). As seguintes condições, características de modelos inflacionários, se violadas, podem produzir grandes não-gaussianidades primordiais (YADAV; WANDELT, 2010): apenas um campo escalar é responsável por gerar a inflação e flutuações quânticas nesse campo são responsáveis por gerar as perturbações-semente clássicas; a energia cinética do campo é tal que as perturbações viajam à velocidade da luz; durante a inflação, o campo evolui de forma mais lenta que o tempo de Hubble (“slow-roll”); o campo quântico estava no estado de vácuo de Bunch-Davies <sup>1</sup> (ALLEN, 1985)) antes de a flutuação quântica ser gerada.

Diversas técnicas já foram aplicadas em estudos que testaram a gaussianidade da RCFM. Métodos tradicionais usam a distribuição de temperatura e seus momentos de enésima ordem (PERIVOLAROPOULOS, 1993), (LUO; SCHRAMM, 1993). Outros métodos baseiam-se em funções de correlação de  $n$  pontos ou suas transformações em harmônicos esféricos (biespectro, para  $n = 3$ , ou triespectro, para  $n = 4$  (KOMATSU et al., 2009a), (KOMATSU et al., 2011), (SUYAMA et al., 2010), (JEONG; SMOOT, 2007)). A não-gaussianidade também pode ser testada através da aplicação de funcionais de Minkowski (HIKAGE et al., 2008), (CURTO et al., 2008) e de métodos geométricos, como genus (PARK et al., 1998), (COLLEY et al., 1996), (COLLEY; GOTT, 2003) e método de incursões (NOVIKOV et al., 1999), (ROSSI et al., 2011). Há ainda métodos alternativos que testam a não-gaussianidade no espaço de wavelet (CAYÓN et al., 2001), (VIELVA et al., 2004).

Para se explicitar o que viria a significar o biespectro  $B_\phi(k_1, k_2, k_3)$ , quantidade estatística mais frequentemente abordada na literatura que trata das anisotropias da RCFM, define-se inicialmente as perturbações no potencial gravitacional primordial  $\phi(\mathbf{x}, t)$  cujas sementes foram geradas por flutuações quânticas durante a inflação, ou por algum outro mecanismo, no início remoto do Universo. As flutuações  $\phi$  são

---

<sup>1</sup>Estado de vácuo euclidiano invariante de de Sitter com  $m^2 > 0$ .

definidas no espaço de Fourier pela expressão:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \phi(\mathbf{k}, t). \quad (2.9)$$

O biespectro é obtido através da transformada de Fourier da correlação de três pontos:

$$\langle \phi(\mathbf{k}_1)\phi(\mathbf{k}_2)\phi(\mathbf{k}_3) \rangle = (2\phi)^3 \delta_D(\mathbf{k}_{123}) B_\phi(k_1, k_2, k_3). \quad (2.10)$$

A delta de Dirac impõe a condição de triângulo – os vetores de onda no espaço de Fourier devem ser tais que formem um triângulo:  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0$ . Três possíveis configurações dos vetores de onda estão apresentadas na figura 2.8.

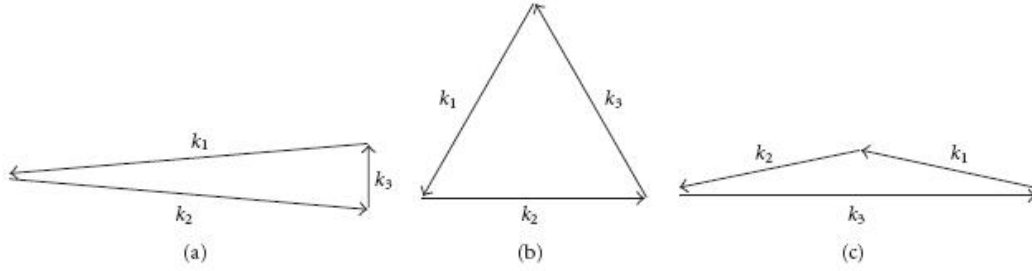


Figura 2.8 - Exemplos de formações triangulares dos vetores de onda que contribuem para o biespectro, nas configurações local ((a)  $k_3 \ll k_2, k_1$ ), equilateral ((b)  $k_3 \approx k_2 \approx k_1$ ) e achatada ((c)  $k_3 \approx k_2 + k_1$ ).

Fonte: Adaptada de Liguori et al. (2010).

Em regimes fracamente acoplados, ou seja, que podem ser considerados lineares, o potencial pode ser escrito como a combinação do termo gaussiano  $\phi_L$  com o termo não-gaussiano  $\phi_{NL}$ :

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi_L(\mathbf{x}) + \phi_{NL}(\mathbf{x}) = \phi_L(\mathbf{x}) + f_{NL}[\phi_L^2(\mathbf{x}) - \langle \phi_L^2(\mathbf{x}) \rangle]. \quad (2.11)$$

O termo  $f_{NL}$  (parâmetro adimensional de não-linearidade) representa frequente-

mente a amplitude da contribuição não-gaussiana para as perturbações primordiais.

As equações 2.10 e 2.11 implicam em (LIGUORI et al., 2010):

$$B_\phi(k_1, k_2, k_3) \cong 2f_{NL} \frac{\Delta_\phi^2}{(k_1 k_2 k_3)^2} \left( \frac{k_1^2}{k_2 k_3} + \frac{k_2^2}{k_1 k_3} + \frac{k_3^2}{k_1 k_2} \right), \quad (2.12)$$

sendo  $\Delta_\phi^2$  o termo que define a amplitude das flutuações primordiais no final da inflação.

Diferentes modelos inflacionários predizem valores diferentes para  $f_{NL}$ , começando muito próximo a zero, para a maior parte das perturbações gaussianas, e indo a  $f_{NL}$  aproximadamente igual a 100, para grandes perturbações não-gaussianas (YADAV; WANDELT, 2010). Três tipos de  $f_{NL}$  têm sido discutidos na literatura, de acordo com a distribuição de momentos do biespectro primordial ou da forma da função de correlação de três pontos (SUYAMA et al., 2010), (KOMATSU et al., 2011). Fala-se, então, que as não-gaussianidades primordiais podem ser do tipo local ( $-10 < f_{NL}^{LOCAL} < 74$ ), equilateral ( $-214 < f_{NL}^{EQUI} < 266$ ) ou ortogonal ( $-410 < f_{NL}^{ORTO} < 6$ ) (KOMATSU et al., 2011). Embora todos esses  $f_{NL}$  sejam consistentes com flutuações gaussianas, eles podem fornecer algumas dicas sobre flutuações não-gaussianas se o valor central de  $f_{NL}$  de alguns tipos forem distantes de zero (SUYAMA et al., 2010).

Neste trabalho, não foi utilizado o formalismo que descreve as perturbações primordiais em termos do campo de flutuações  $\phi(\mathbf{x})$  e, conseqüentemente, não foi utilizado o parâmetro  $f_{NL}$  para quantificar a quantidade de não-gaussianidade presente nos mapas analisados. No capítulo 3, será apresentada a metodologia de análise e os pacotes computacionais utilizados. Discutiremos também, no próximo capítulo, a caracterização dos funcionais de Minkowski para este trabalho.

## 3 METODOLOGIA

### 3.1 Pacotes Computacionais

Os pacotes computacionais disponíveis mais utilizados pela comunidade científica para simulação e análise de mapas da RCFM e estimativa de parâmetros cosmológicos são o CosmoMC o CAMB e o HEALPix. O CosmoMC faz estimativa de parâmetros e contém o CAMB, responsável por computar as simulações de  $C_l$ . O HEALPix constrói os mapas a partir dos  $C_l$  e é também útil para as análises estatísticas dos mapas. Nesta seção, serão apresentadas breves descrições destes pacotes computacionais, que serão utilizados neste trabalho.

#### 3.1.1 O CAMB

O CAMB (“Code for Anisotropies in the Microwave Background”) é um código desenvolvido na linguagem Fortran 90 que produz espectros de potência das anisotropias da RCFM em função de parâmetros cosmológicos de entrada, permitindo uma eficiente exploração de todo o espaço dos parâmetros. Ele calcula, a partir do método de integração na linha de visada, as anisotropias de temperatura e a polarização da RCFM para os modos escalar e tensorial em modelos de Friedmann-Robertson-Walker com geometria aberta, plana ou fechada (LEWIS et al., 2000). O CAMB foi construído baseado no CMBFAST, desenvolvido por Uros Seljak e Matias Zaldarriaga (SELJAK; ZALDARRIAGA, 1996) e que, por sua vez, foi baseado no código COSMICS (BERTSCHINGER, 1995), este outro, escrito por Edmund Bertschinger, Chung-Pei e Paul Bode. O código consiste em uma implementação numérica das equações linearizadas do formalismo covariante a  $1 + 3$  dimensões para anisotropias da RCFM (LEWIS et al., 2000). A diferença fundamental entre o CMBFAST e o CAMB é que este último não faz cálculos das fontes para todos os pontos do espaço-tempo; o código soluciona pontos espaçados e faz interpolações para obter a solução dos pontos para os quais não é feita a solução das equações (LEWIS et al., 2000).

O formalismo covariante a  $1 + 3$  dimensões fornece uma descrição fisicamente transparente e exata tanto da dinâmica quanto da transferência radiativa em modelos cosmológicos gerais (LEWIS et al., 2000). O formalismo completo admite uma linearização livre de gauge sobre os modelos de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) resultando em uma teoria de perturbação linear mais simples que outros formalismos. A implementação do formalismo é baseada no código CMBFAST, que utiliza o

método de integração na linha de visada com o objetivo de alcançar alta eficiência, sem comprometer a precisão dos resultados.

### 3.1.2 O HEALPix

O HEALPix (“Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelization of a sphere”) consiste em uma metodologia de discretização, rápidas análises numéricas e síntese de funções ou distribuição de dados localizados sobre uma esfera (GÓRSKI *et al.*, 2005). Devido ao seu formato aplicável a mapas do céu e seu conjunto de ferramentas de visualização e análise, o HEALPix tem sido amplamente adotado como uma interface entre a Tecnologia de Informação e a Ciência Espacial e Suborbital. Pode-se notar esta extensiva utilização na aplicação do HEALPix por diversos projetos, entre eles os experimentos Boomerang, Archeops, TopHat, WMAP, Planck e o “Sloan Digital Sky Survey”(GÓRSKI *et al.*, 2005).

A motivação original para o desenvolvimento do HEALPix veio de trabalhos no campo de medição e interpretação de anisotropias na RCFM (GÓRSKI *et al.*, 2005). A crescente complexidade do problema de extração de informações científicas da anisotropia na RCFM pode ser ilustrada pela transição entre os conjuntos de dados do COBE-DMR (no início de 1990, com resolução de 7 graus FWHM (largura à meia altura) e mapas do céu com 6000 pixels em 3 comprimentos de onda), do Boomerang (no fim de 1990, com resolução de 12 minutos de arco FWHM, mapas parciais do céu de 200000 pixels a 4 comprimentos de onda), WMAP (no início de 2000, com resolução de até 14 minutos de arco FWHM, mapas do céu com 3 milhões de pixels a 5 comprimentos de onda) e o Planck (lançado em 2009, com resolução de até 5 minutos de arco FWHM, mapas do céu com 50 milhões de pixels a 9 comprimentos de onda) (GÓRSKI *et al.*, 2005).

Atendendo ao que se deseja em termos de estrutura matemática ideal para mapas discretos do céu, o HEALPix gera mapas com as seguintes propriedades:

- a) Estrutura hierárquica da base de dados: é reconhecida como essencial para bases de dados muito grandes, e foi postulada desde a construção do Cubo Esférico Quadrilateralizado (QuadCube) (WHITE; STEMWEDEL, 1992), usado para os dados do COBE. Esta propriedade facilita a implementação de vários métodos de análise topológica.
- b) Particionamento em elementos discretos de áreas iguais: é vantajoso porque

o ruído branco na frequência de amostragem dos instrumentos pode ser integrado exatamente como o ruído branco no espaço de pixels, e os sinais do céu são amostrados sem dependência regional (embora seja necessário cuidado para se escolher um tamanho de pixel suficientemente pequeno comparado à resolução instrumental a fim de se evitar uma suavização excessiva do sinal).

- c) Distribuição em isolatitudes de elementos discretos de área sobre uma esfera: é essencial para a velocidade computacional em todas as operações que envolvem estimativas de esféricos harmônicos.

Diversas distribuições conhecidas de amostras sobre uma esfera já foram utilizadas para a discretização e análise de funções, mas todas elas falham na tentativa de satisfazer todos os requisitos, descritos acima, simultaneamente (GÓRSKI et al., 2005). Tais requisitos são satisfeitos simultaneamente pela pixelização hierárquica de áreas iguais em isolatitudes da esfera, feita pelo HEALPix. A figura 3.1 ilustra essa pixelização.

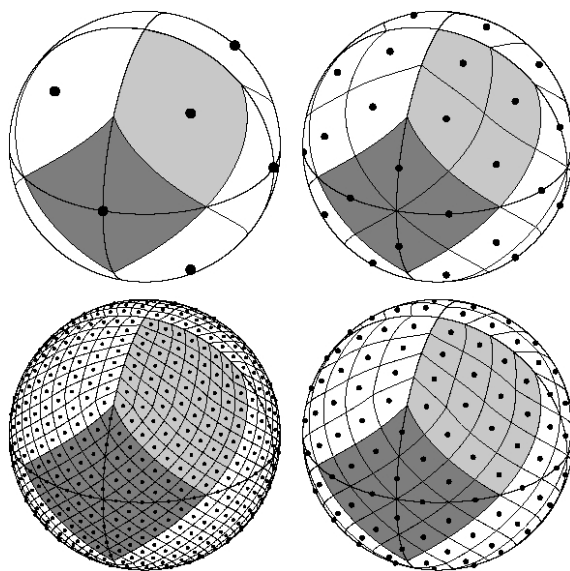


Figura 3.1 - Pixelização hierárquica de áreas iguais com centro dos pixels em anéis de isolatitude.

Fonte: Adaptada de Górski et al. (2005).

Pode-se ver na figura 3.1, no sentido horário, o particionamento progressivo da esfera

para maiores resoluções. A esfera superior do lado esquerdo representa a menor resolução possível do HEALPix, tendo sua superfície particionada em 12 pixels de mesma área. Seguindo o sentido horário, as demais esferas estão particionadas em 48, 192 e 768 pixels. A figura mostra que o HEALPix é construído geometricamente como uma malha equilateral auto-similar refinável.

A resolução-base da malha compreende doze pixels em três anéis ao redor dos polos e do equador. A resolução da grade é definida pelo parâmetro  $N_{SIDE}$  (chamado nas demais seções de “*nside*”), que corresponde ao número de divisões ao longo do lado de um pixel da resolução-base (GÓRSKI et al., 2005). O número de pixels de um mapa é dado por  $N_{PIX} = 12 \cdot N_{SIDE}^2$ , e todos possuem área igual a  $\Omega_{PIX} = \frac{\pi}{3N_{SIDE}^2}$ . Todos os centros dos pixels localizam-se em anéis de latitude constante e são azimutalmente equidistantes.

Todos os anéis de isolatitude encontram-se entre os vértices superiores e inferiores dos pixels da resolução-base na região equatorial e possuem todos o mesmo número de pixels. Os demais anéis localizam-se nas regiões polares e contém quantidades variáveis de pixels, que aumentam de um pixel em cada quadrante à medida que o anel se distancia dos polos. A requerida localização isolatitudinal dos centros dos pixels foi incluída na construção do HEALPix para que a grade possa suportar uma rápida transformação discreta em harmônicos esféricos.

Propriedades geométricas específicas permitem ao HEALPix suportar dois diferentes esquemas para ordenar os pixels: o esquema de anel (“ring”) e o esquema de ninho (“nest”), esquematizados na figura 3.2. No esquema de anel, os pixels são ordenados de norte para sul ao longo de cada anel de isolatitude. No esquema de ninho, os pixels são ordenados em doze estruturas de árvore, organizadas como mostra a figura 3.1. As transformadas de Fourier com harmônicos esféricos são implementadas no esquema de anel, devido ao ganho computacional que se obtém utilizando a simetria da esfera, enquanto transformadas wavelet são implementadas no esquema de ninho, úteis para esses cálculos devido à sua estrutura hierárquica.

Os programas empregados neste trabalho (*synfast.f90*, *sky\_ng\_sim.f90*, *anafast.f90*) fazem uso dos esquemas de pixelização do HEALPix.



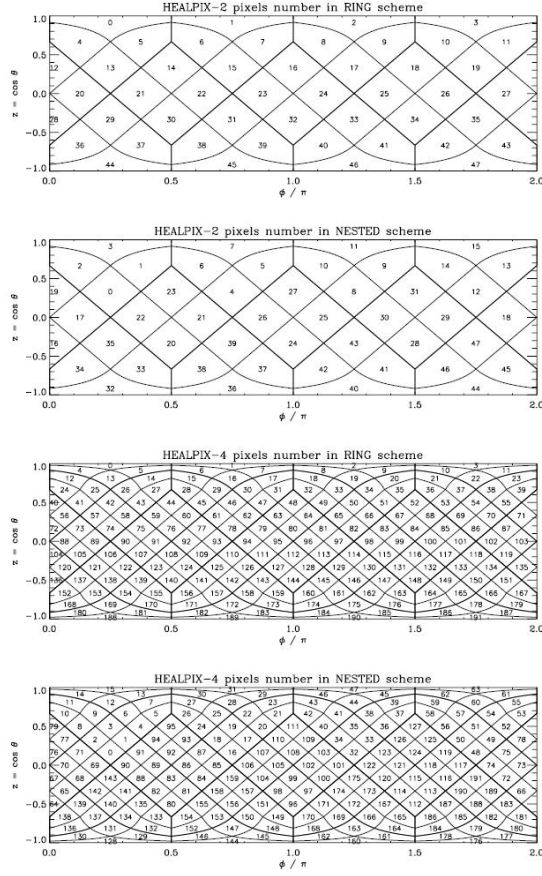


Figura 3.2 - Projeções cilíndricas da divisão de uma esfera nos dois esquemas de numeração de pixels do HEALPix. As duas primeiras projeções correspondem a  $N_{side} = 2$  e as duas últimas, a  $N_{side} = 4$ ; na primeira e na terceira projeção, é apresentado o esquema de anel para ordenação dos pixels, enquanto na segunda e na quarta, os pixels estão ordenados pelo esquema de ninho. Fonte: Adaptada de Górski et al. (2005).

### 3.2 O Método

A fim de verificar a possibilidade de obter indicadores de não-gaussianidade através do cálculo de funcionais de Minkowski para mapas de radiação cósmica de fundo em microondas, foram empregados programas, em IDL e em Fortran 90. A seguir, são detalhados os passos seguidos para a obtenção dos resultados. A figura 3.3 apresenta um esquema resumido desses passos.

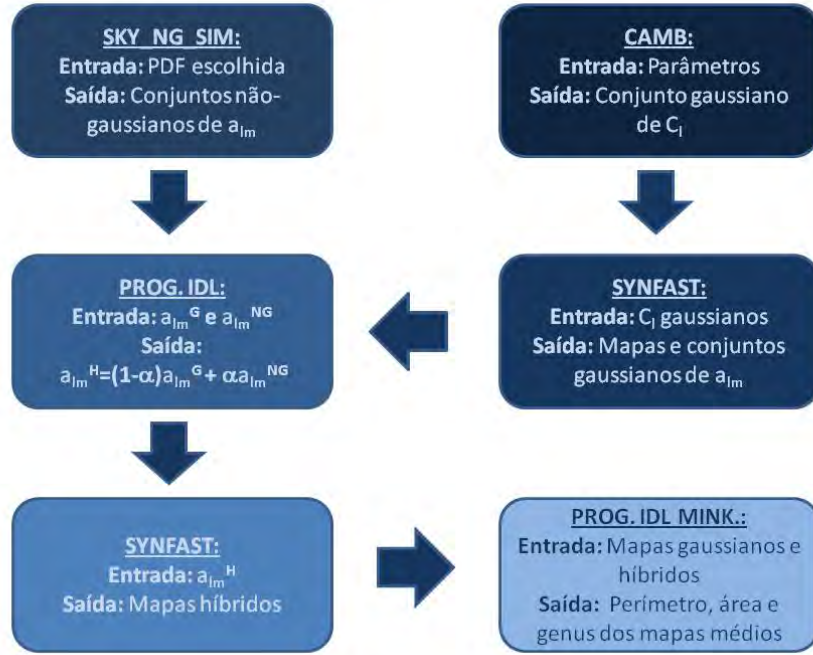


Figura 3.3 - Esquema dos passos realizados para obtenção dos resultados: funcionais de Minkowski calculados para os mapas simulados de RCFM.

### 3.2.1 Funções de Densidade de Probabilidade

Foram escolhidas três funções de densidade de probabilidade (PDFs) para a construção dos conjuntos não-gaussianos de coeficientes  $a_{lm}^{NG}$ : as PDFs de Maxwell, de Rayleigh e Lognormal. Suas equações são dadas, respectivamente (COLES; BARROW, 1987), pelas equações 3.1, 3.2 e 3.3:

$$f_{MAX}(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} u^2 e^{-\frac{u^2}{2}}; \quad (3.1)$$

$$f_{RAY}(u) = u e^{-\frac{u^2}{2}}; \quad (3.2)$$

$$f_{LN}(u) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\log u^2}. \quad (3.3)$$

As funções foram implementadas no módulo *sub\_ngpdf\_nongaussian.f90*, acoplado

à rotina *sky\_ng\_sim.f90* do pacote HEALPix. Com o emprego da rotina *sky\_ng\_sim.f90*, foram, então, gerados mil conjuntos de coeficientes  $a_{lm}^{NG}$  para cada uma das três PDFs.

### 3.2.2 Mapas Simulados de RCFM

A partir da introdução dos parâmetros cosmológicos primários do modelo  $\Lambda$ -CDM na entrada do código CAMB (LEWIS; BRIDLE, 2002), foi produzido um conjunto gaussiano de  $C_l$ . Esse conjunto foi a base utilizada para construção de mil mapas gaussianos pelo *synfast.f90*, bem como de seus respectivos mil conjuntos com distribuição gaussiana de coeficientes  $a_{lm}^G$ .

A fim de obter mapas de variação de temperatura ( $T - 2,75 K$ ) com uma pequena contribuição não-gaussiana em sua distribuição, foram combinados linearmente os conjuntos de  $a_{lm}^G$  e de  $a_{lm}^{NG}$ . Foi desenvolvido um programa em IDL, capaz de ler os  $a_{lm}^{NG}$ , no formato *.dat*, e os  $a_{lm}^G$ , no formato *.fits*, e gerar conjuntos híbridos de coeficientes, os  $a_{lm}^H$ :

$$a_{lm}^H = (1 - \alpha) \cdot a_{lm}^G + \alpha \cdot a_{lm}^{NG}, \quad (3.4)$$

sendo  $0 < \alpha < 1$  uma estimativa da contribuição não-gaussiana, baseada nos trabalhos de Andrade (ANDRADE et al., 2004), e tendo  $a_{lm}^G$  e  $a_{lm}^{NG}$  mesma ordem de grandeza, com valores absolutos máximos da ordem de  $10^{-6}$ .

Foram gerados conjuntos de  $a_{lm}^H$  para dois valores de  $\alpha$ :  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , para que pudesse ser verificada a possibilidade de os funcionais de Minkowski detectarem o nível do sinal não-gaussiano introduzido nos dados de radiação cósmica de fundo.

Os conjuntos híbridos de  $a_{lm}^H$  foram, então, utilizados como entrada no programa *synfast*, para que fosse produzido um mapa híbrido para cada conjunto de  $a_{lm}^H$ . Dessa forma, foram obtidos seis conjuntos de mil mapas híbridos: três conjuntos de mapas produzidos a partir de  $a_{lm}^{NG}$  com distribuição de Maxwell, Lognormal ou de Rayleigh para cada um dos dois valores atribuídos a  $\alpha$ , 0,001 e 0,01. Os mapas construídos possuem resolução de  $n_{side} = 1024$ , sendo, correspondente a cada pixel, um valor de temperatura em Kelvin.

Além dos mapas simulados, foram feitos cálculos também sobre um mapa real obtido pelo WMAP durante 7 anos de dados (a partir daqui, esse mapa será referido como

Tabela 3.1 - Interpretação geométrica dos funcionais de Minkowski,  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ , para um espaço de uma, duas ou três dimensões  $d$ . O  $\chi$  representa a característica de Euler, dada por  $\chi = V_2 + \frac{1}{2\pi}V_0$ .

$d$	1	2	3
$V_0$	Comprimento	Área	Volume
$V_1$	$\chi$	Circunferência	Área da Superfície
$V_2$	—	$\chi$	Curvatura Média Total
$V_3$	—	—	$\chi$

Fonte: Adaptada de Schmalzing e Górski (1998).

mapa WMAP-ILC7) (JAROSIK et al., 2011). O mapa utilizado possui  $n_{side} = 512$  e, para que fosse possível a comparação dos resultados, foram construídos mapas com  $n_{side} = 512$  a partir dos mapas simulados, originalmente com  $n_{side} = 1024$ . Foi utilizada a ferramenta *ud\_grade* do HealPix, no IDL, para a conversão dos mapas. Para ser possível a comparação dos resultados para os mapas simulados com os do mapa WMAP-ILC7, foi aplicada a máscara para o plano galáctico KQ75 do WMAP em todos os mapas com  $n_{side} = 512$ .

### 3.2.3 Funcionais de Minkowski

É possível testar efeitos da não-gaussianidade em mapas através de medidas topológicas, medindo-se estruturas morfológicas do campo de flutuações de temperatura (KOMATSU et al., 2003). Os funcionais de Minkowski descrevem propriedades morfológicas de regiões espacialmente delimitadas por um conjunto de contornos, que são estabelecidos através de limiares definidos de temperatura.

Desejando-se caracterizar morfolologicamente um conjunto  $Q$  contido no espaço euclidiano  $d$ -dimensional, segundo o Teorema de Hadwiger, sob algumas poucas condições, qualquer descritor morfológico seria uma combinação linear de apenas  $d + 1$  funcionais; estes são os funcionais de Minkowski  $V_j$ , com  $j$  variando de 0 a  $d$  (SCHMALZING; GÓRSKI, 1998).

Alguns desses funcionais podem ser interpretados como quantidades geométricas conhecidas no espaço euclidiano  $d$ -dimensional, a menos de algumas constantes. O significado geométrico dos funcionais de Minkowski podem ser vistos na tabela 3.1.

Os funcionais de Minkowski são uma ferramenta bem conhecida que pode ser aplicada ao estudo de campos aleatórios (MUNSHI et al., 2010). São definidos a partir de um conjunto de seções, estabelecidas cada uma para um dado limiar, de um determinado campo. Considerando o espaço esférico bidimensional de raio  $R$ ,  $\mathbb{S}^2$ , ao qual pertenceriam os pixels de um mapa de RCFM, os funcionais de Minkowski para um conjunto  $Q$  contido no referido espaço podem ser dados pelas integrais:

$$V_0(Q) = \int_Q da; \quad (3.5)$$

$$V_1(Q) = \frac{1}{4} \int_{\partial Q} dl; \quad (3.6)$$

$$V_2(Q) = \frac{1}{2\pi} \int_{\partial Q} \kappa dl; \quad (3.7)$$

sendo  $da$  o elemento de superfície de  $\mathbb{S}^2$  e  $dl$ , o elemento de linha da borda  $\partial Q$  de  $Q$ .

As integrais  $V_0$ ,  $V_1$  e  $V_2$  correspondem, respectivamente, para cada conjunto  $Q$ , à área da incursão, o comprimento de sua borda e a integral de curvatura ao longo da borda, interpretada também como uma medida do genus da incursão (GOTT III et al., 1990).

Sendo os funcionais de Minkowski aditivos para regiões disjuntas no céu, podemos obter valores aproximados dos funcionais a partir dos conjuntos de pixels com temperatura maior, menor ou igual aos valores limites de temperatura estabelecidos,  $\nu$ , como está representado pelas seguintes equações (KOMATSU et al., 2003):

$$A(\nu) = \frac{1}{A} \sum_i a_i = \frac{N_\nu}{N_{Total}}; \quad (3.8)$$

$$P(\nu) = \frac{1}{4A} \sum_i p_i; \quad (3.9)$$

$$G(\nu) = \frac{1}{2\pi A} (N_{Quente} - N_{Frio}). \quad (3.10)$$

A área fracional, representada pela equação 3.8, corresponde à razão entre a soma das áreas delimitadas por pixels na faixa de temperatura determinada e a área total  $A$  do mapa, o que é equivalente à razão entre o número de pixels da incursão  $\nu$  e o número total de pixels do mapa, visto que o valor da área dos pixels é o mesmo para todos eles. O perímetro é proporcional à razão entre a soma dos perímetros das áreas da incursão, denotada por  $\sum_i p_i$  na equação 3.9. O genus equivale a uma medida da diferença entre a quantidade de pixels acima ( $N_{Quente}$ ) e abaixo ( $N_{Frio}$ ) do limiar de temperatura estabelecido, como está explicitado na equação 3.10. A área total  $A$  do mapa é empregada como um fator de normalização dos funcionais.

Para o cálculo dos funcionais de Minkowski dos mapas, foram feitas adaptações sobre um código em IDL, desenvolvido por Ivan Ferreira (FERREIRA, 2011). Os cálculos dos funcionais foram implementados com base nas expressões apresentadas por (KOMATSU et al., 2003), incluindo uma normalização na expressão que calcula o genus. Foi modificada a saída do programa, que anteriormente correspondia a gráficos gerados pelo IDL, passando a ser dada em arquivos no formato *.dat*. Os mapas sobre os quais foram calculados os funcionais de Minkowski (perímetro, área e genus) correspondem a médias de cada conjunto gaussiano e híbrido de mil mapas. Os mapas médios foram calculados dentro dessa mesma rotina IDL.

O programa desenvolvido para o cálculo dos funcionais de Minkowski lê os mapas de RCFM, no formato *.fits*, e seleciona os pixels acima, abaixo ou correspondentes aos limiares de temperatura. Foram feitas cem incursões e calculados os funcionais a cada incursão, para cada um dos mapas médios simulados e para o mapa WMAP-ILC7.

### 3.2.4 Atividades Realizadas

A seguir, estão expostas em forma de itens as atividades realizadas durante o trabalho.

- Desenvolvimento de módulo *sub\_ngpdf\_nongaussian.f90*, em Fortran 90, com a finalidade de gerar funções de densidade de probabilidades (PDF) não-gaussianas. Esse módulo inclui as PDFs log-normal, de Maxwell e de Rayleigh.
- Adaptação do código *sky\_ng\_sim.f90* para inclusão do módulo *sub\_ngpdf\_nongaussian.f90* e para obtenção dos 1000 conjuntos de  $a_{lm}$  não-gaussianos no formato *.dat*.

- Desenvolvimento de script para obtenção de 1000 conjuntos de  $a_{lm}$  e 1000 mapas gaussianos a partir do *synfast.f90*, tendo como entrada o conjunto de  $C_l$  gaussianos produzido pelo CAMB.
- Desenvolvimento de código IDL para obtenção de 1000 conjuntos de  $a_{lm}$  híbridos: conjuntos gaussianos ( $a_{lm}^G$ ) combinados a não-gaussianos ( $a_{lm}^{NG}$ ). A combinação foi feita da seguinte forma:

$$a_{lm}^H = (1 - \alpha) \cdot a_{lm}^G + \alpha \cdot a_{lm}^{NG}, \quad (3.11)$$

sendo  $0 < \alpha < 1$  uma estimativa da contribuição não-gaussiana, baseada em trabalhos atuais.

- Desenvolvimento de scripts para obtenção dos mapas gaussianos e híbridos a partir do código *synfast.f90*. Os mapas foram produzidos com base nos conjuntos de  $a_{lm}^G$  e  $a_{lm}^H$ .
- Adaptação de código IDL para cálculo dos funcionais de Minkowski para as médias de cada conjunto de mapas híbridos e dos mapas gaussianos.
- Obtenção dos funcionais de Minkowski para os mapas médios híbridos e gaussianos e para o mapa WMAP-ILC7. Para comparação, os mapas médios simulados tiveram sua resolução reduzida para  $n_{side} = 512$  e foi retirada a região galáctica, tanto dos mapas simulados quanto do mapa real, com a aplicação de uma máscara.





## 4 RESULTADOS

Foram calculados os funcionais de Minkowski (área fracional, perímetro e genus) para quinze mapas no total: oito mapas com  $n_{side} = 512$  – um mapa real do WMAP, um mapa médio gaussiano, seis mapas médios híbridos (Lognormal, Maxwell e Rayleigh, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) – e sete mapas com  $n_{side} = 1024$  – um mapa médio gaussiano e seis mapas médios híbridos (Lognormal, Maxwell e Rayleigh, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ).

Como citado na seção anterior, foram feitas cem incursões no cálculo dos funcionais de cada mapa. Os intervalos de temperatura foram definidos a partir da diferença entre a temperatura máxima e a mínima, dividida pelo número de intervalos – cem, no caso em questão. Os gráficos apresentados nesta seção correspondem à representação dos funcionais de Minkowski ou dos resíduos em função do limiar de temperatura estabelecido, que vai de 0 a 100 – este limiar corresponde a cada incursão feita nos mapas. A escala de temperatura é da ordem de  $-1 \cdot 10^{-5} K$  a  $1 \cdot 10^{-5} K$  para o mapa WMAP-ILC7, e de  $-1 \cdot 10^{-6} K$  a  $1 \cdot 10^{-6} K$  para os mapas simulados. Portanto, em termos de temperatura, as incursões vão de  $-10^{-6} K$  a  $10^{-6} K$  em intervalo de  $2 \cdot 10^{-8} K$  para os mapas simulados e de  $2 \cdot 10^{-7} K$  para o mapa WMAP-ILC7.

Com o objetivo de testar se é possível distinguir um mapa com distribuição de flutuações puramente gaussianas de um mapa com flutuações gaussianas combinadas a flutuações não-gaussianas, foram calculados os resíduos dos funcionais de Minkowski dos mapas híbridos e do mapa WMAP-ILC7 em relação aos mapas gaussianos. Os resíduos dos funcionais estão representados graficamente nas figuras 4.1, 4.3 , 4.7 , 4.9, 4.13, 4.15, 4.6 , 4.12 e 4.18.

A partir dos resíduos, foram calculados também os resíduos normalizados 1 ( $RN_1$ ) e 2 ( $RN_2$ ), dados pelas expressões a seguir:

$$RN_1 = \frac{Max - Min}{Med}; \quad (4.1)$$

$$RN_2 = \frac{Max - Min}{\Delta Gauss}; \quad (4.2)$$

sendo Max, Min e Med, respectivamente, os valores máximos, mínimos e as médias das curvas dos resíduos, calculados para cada curva de funcionais de Minkowski dos mapas híbridos médios e do mapa WMAP-ILC7, em relação à curva dos funcionais para o mapa médio gaussiano. Os valores de  $\Delta Gauss$  são dados pela diferença entre o máximo e o mínimo valor da curva do funcional de Minkowski calculado para os mapas gaussianos médios.

Os índices descritos acima foram calculados visando à obtenção de um valor que permitisse quantificar o quanto os resíduos são significativos, além de identificar o nível da contribuição não-gaussiana nos mapas.

Nas figuras 4.1, 4.2, 4.7, 4.8, 4.13, 4.14, 4.4, 4.5, 4.10, 4.11, 4.16, 4.17, que mostram os gráficos dos funcionais de Minkowski calculados para cada mapa, não fica evidente qualquer diferença entre as curvas. No entanto, nas figuras que mostram os resíduos (4.3, 4.9, 4.15, 4.6, 4.12, 4.18), pode-se ver que há diferentes comportamentos das curvas dos funcionais dos mapas híbridos em relação às curvas dos mapas gaussianos. Os resíduos dos funcionais calculados para o mapa WMAP-ILC7, que podem ser vistos nas figuras 4.1, 4.7, 4.13, podem ser interpretados como uma evidência de sinais não-gaussianos, de origem secundária, que não foram eliminados com a aplicação da máscara na região Galáctica.

As figuras com os gráficos dos resíduos foram montadas de forma que fosse possível comparar as curvas para a mesma PDF e diferentes valores de  $\alpha$  (figuras 4.3, 4.9, 4.15, 4.6, 4.12, 4.18) ou comparar diferentes PDFs para um mesmo valor de  $\alpha$  (figuras 4.19 e 4.20).

Observando-se a tabela 4.1, referente à área fracional dos mapas com  $n_{side} = 512$ , nota-se que os valores  $RN_1$  são muito próximos para todos os mapas, exceto para o mapa do WMAP, que apresentou  $RN_1 = -4,82$  – aproximadamente o oposto dos demais valores obtidos. É possível notar, no entanto, diferentes comportamentos entre mapas híbridos de mesma PDF e diferente valor de  $\alpha$  quando compara-se os valores obtidos para as médias das curvas dos resíduos e para os valores de  $RN_2$ . Os valores das médias e de  $RN_2$  para os mapas com  $\alpha = 0,01$  são maiores, em uma ordem de grandeza, que os valores obtidos para os mapas com  $\alpha = 0,001$ . Nota-se um comportamento diferente para o mapa híbrido Lognormal: a média e o  $RN_2$  para  $\alpha = 0,001$  e para  $\alpha = 0,01$  têm uma diferença menor em relação aos outros mapas híbridos. As razões entre as médias para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e

Rayleigh com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  foram, respectivamente, 0,33, 0,11 e 0,12, muito semelhantes às razões dos  $RN_2$ , 0,31, 0,11 e 0,12.

Tabela 4.1 - Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$  e  $RN_2$ ) para os resíduos da área fracional dos mapas híbridos (para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) e do mapa do WMAP em relação ao gaussiano, com  $\Delta Gauss = 0,71$  ( $n_{side} = 512$ ).

<i>Mapa</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>Med</i>	$RN_1$	$RN_2$
<i>WMAP</i>	$-6,36 \cdot 10^{-2}$	$5,43 \cdot 10^{-3}$	$-6,37 \cdot 10^{-2}$	-4,82	$9,79 \cdot 10^{-2}$
<i>Lognormal(0,001)</i>	$-3,10 \cdot 10^{-7}$	$3,66 \cdot 10^{-2}$	$9,42 \cdot 10^{-3}$	3,89	$5,19 \cdot 10^{-2}$
<i>Lognormal(0,01)</i>	$-8,27 \cdot 10^{-6}$	$1,18 \cdot 10^{-1}$	$2,79 \cdot 10^{-2}$	4,24	$1,68 \cdot 10^{-1}$
<i>Maxwell(0,001)</i>	$-2,35 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-2}$	$2,66 \cdot 10^{-3}$	4,23	$1,59 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell(0,01)</i>	$-3,10 \cdot 10^{-7}$	$9,81 \cdot 10^{-2}$	$2,40 \cdot 10^{-2}$	4,09	$1,39 \cdot 10^{-1}$
<i>Rayleigh(0,001)</i>	$-9,50 \cdot 10^{-7}$	$8,57 \cdot 10^{-3}$	$2,16 \cdot 10^{-3}$	3,97	$1,21 \cdot 10^{-2}$
<i>Rayleigh(0,01)</i>	$-3,10 \cdot 10^{-7}$	$7,13 \cdot 10^{-2}$	$1,80 \cdot 10^{-2}$	3,96	$1,01 \cdot 10^{-1}$

Comportamentos semelhantes aos descritos acima foram encontrados para os resíduos da área fracional dos mapas com  $n_{side} = 1024$ , como pode-se ver na tabela 4.2. Os valores dos  $RN_2$  são maiores para os mapas híbridos com  $\alpha = 0,01$ , exceto para o mapa Lognormal com  $\alpha = 0,001$ , que apresentou  $RN_2$  quatro vezes maior que o valor para o mapa Lognormal com  $\alpha = 0,01$ . O mapa Lognormal com  $\alpha = 0,001$  apresentou também um valor para  $RN_1$  cerca de nove vezes maior que os valores para os demais mapas. Calculadas as razões entre as médias para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  foram obtidos, respectivamente, os valores  $-3,77$ ,  $-0,23$  e  $0,16$ . As razões dos  $RN_2$  para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  foram  $0,42$ ,  $0,23$  e  $0,15$ . Nota-se semelhanças nos valores absolutos obtidos para as razões das médias e dos  $RN_2$ , exceto entre os valores para os mapas híbridos Lognormal.

Tabela 4.2 - Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$  e  $RN_2$ ) para os resíduos da área fracional dos mapas híbridos com  $n_{side} = 1024$  (para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) em relação ao gaussiano, com  $\Delta = 1,00$ .

<i>Mapa</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>Med</i>	$RN_1$	$RN_2$
<i>Lognormal(0,001)</i>	$-8,00 \cdot 10^{-8}$	$1,54 \cdot 10^{-2}$	$3,77 \cdot 10^{-3}$	4,08	$1,54 \cdot 10^{-2}$
<i>Lognormal(0,01)</i>	$-2,11 \cdot 10^{-2}$	$1,56 \cdot 10^{-2}$	$-1,00 \cdot 10^{-3}$	-36,63	$3,67 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell(0,001)</i>	$-2,77 \cdot 10^{-4}$	$1,10 \cdot 10^{-2}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	4,72	$1,13 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell(0,01)</i>	$-4,81 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-4}$	$-1,06 \cdot 10^{-2}$	-4,57	$4,83 \cdot 10^{-2}$
<i>Rayleigh(0,001)</i>	$-2,38 \cdot 10^{-6}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$2,92 \cdot 10^{-3}$	4,17	$1,22 \cdot 10^{-2}$
<i>Rayleigh(0,01)</i>	$-2,48 \cdot 10^{-4}$	$8,33 \cdot 10^{-2}$	$1,81 \cdot 10^{-2}$	4,61	$8,35 \cdot 10^{-2}$

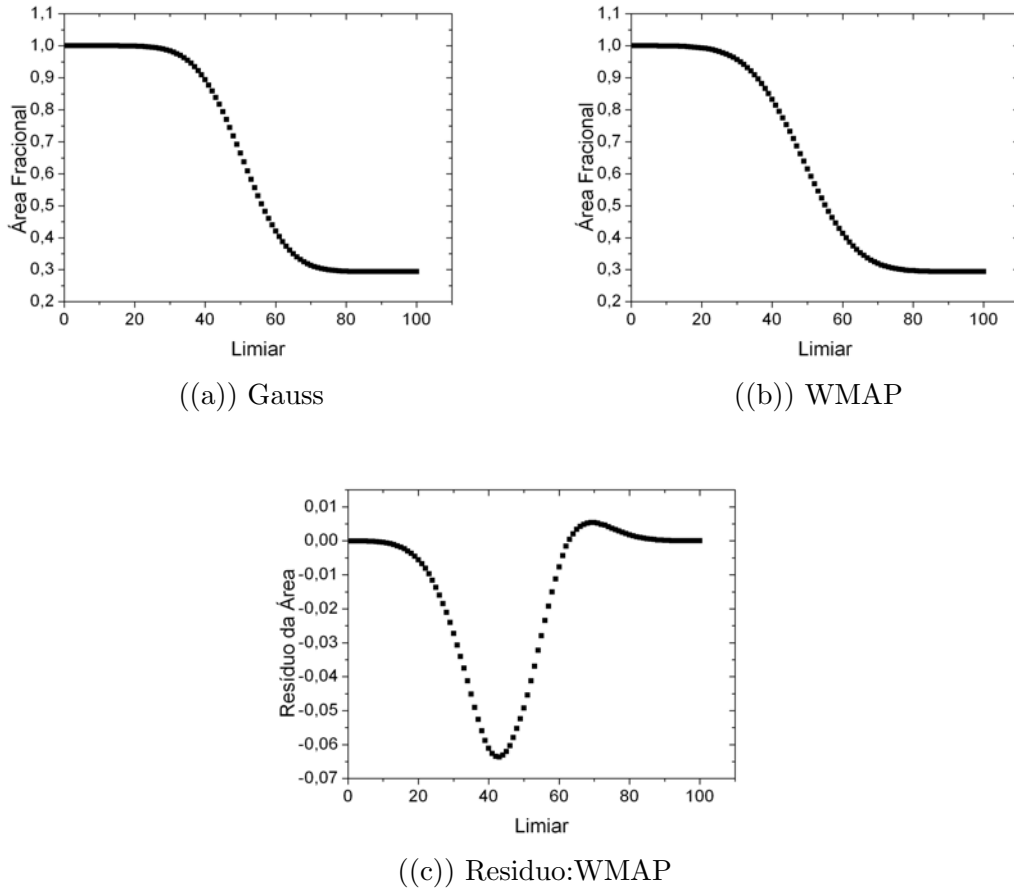
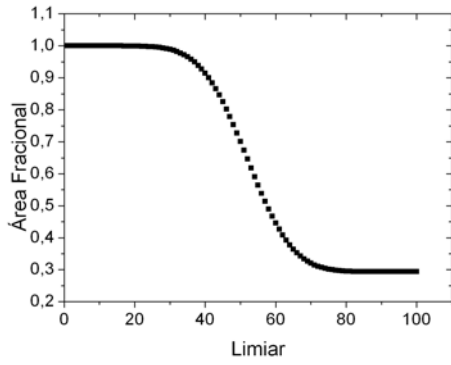
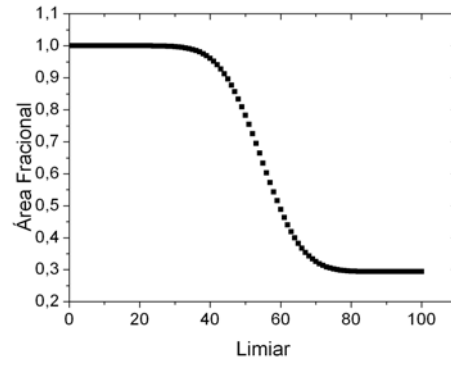


Figura 4.1 - Área fracional para o mapa médio gaussiano e o mapa real do WMAP e resíduo da área fracional para mapa do WMAP ( $n_{side} = 512$ ).

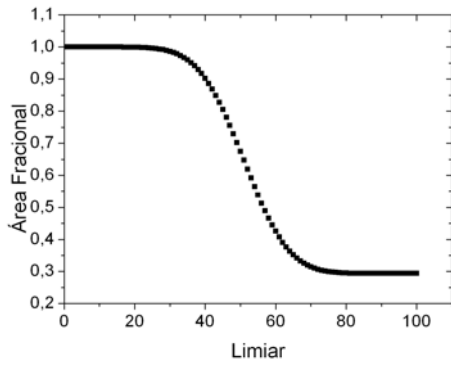
A tabela 4.3 refere-se aos cálculos dos índices para os resíduos dos perímetros para os mapas com  $n_{side} = 512$ . Valores de  $RN_1$  apresentam mesma ordem de grandeza, exceto para o mapa do WMAP e o mapa híbrido Lognormal com  $\alpha = 0,001$ , que apresentaram valores, respectivamente, uma ordem de grandeza abaixo e uma ordem de grandeza acima dos valores obtidos para os demais mapas. É possível observar que os valores das médias obtidos para os mapas com  $\alpha = 0,001$  são uma ordem de grandeza menores em relação aos valores obtidos para os mapas com  $\alpha = 0,01$ . Pode-se notar, também, uma diferença entre os valores de  $RN_2$  para os mapas com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  – comparando os mapas de cada PDF, observamos que para  $\alpha = 0,001$  os valores de  $RN_2$  menores em uma ordem de grandeza em relação aos valores para  $\alpha = 0,01$ . As razões calculadas entre as médias para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh, para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , foram de,



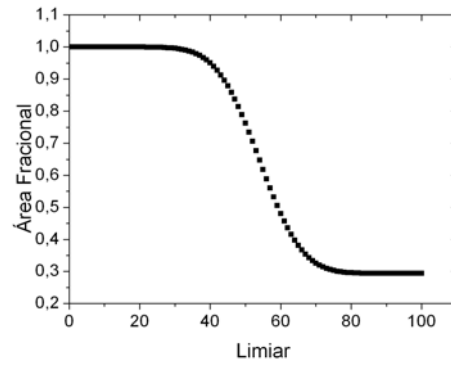
((a)) Lognormal,  $\alpha = 0,001$



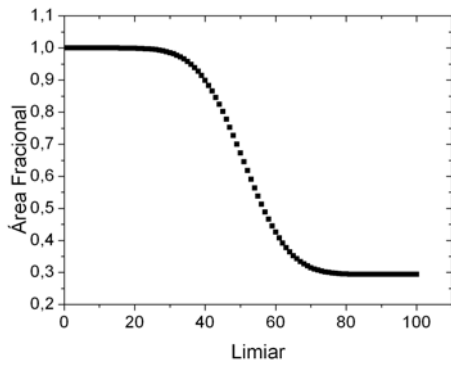
((b)) Lognormal,  $\alpha = 0,01$



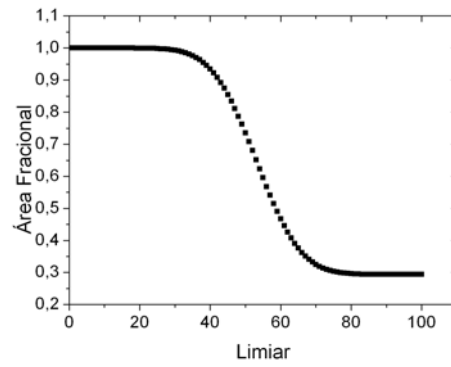
((c)) Maxwell,  $\alpha = 0,001$



((d)) Maxwell,  $\alpha = 0,01$



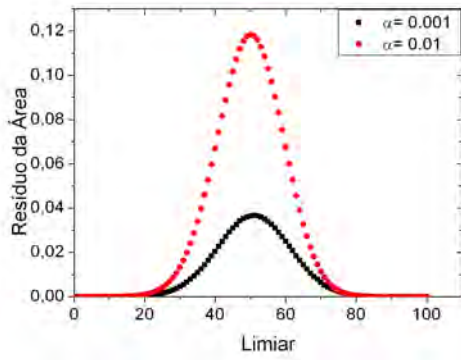
((e)) Rayleigh,  $\alpha = 0,001$



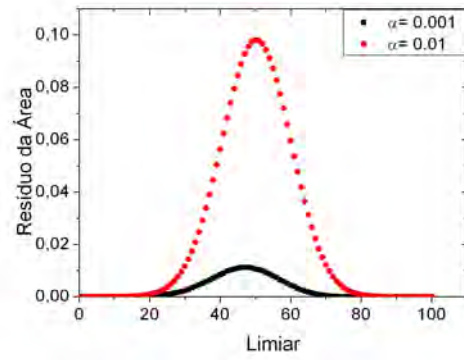
((f)) Rayleigh,  $\alpha = 0,01$

Figura 4.2 - Área Fracional para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  ( $n_{side} = 512$ ).

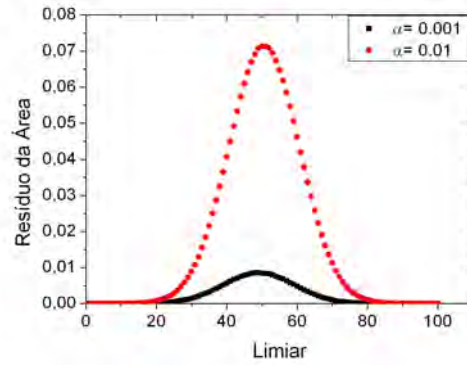
respectivamente, 0,04, 0,21 e 0,15; as razões para os  $RN_2$  foram 0,30, 0,13 e 0,13.



((a)) Lognormal



((b)) Maxwell

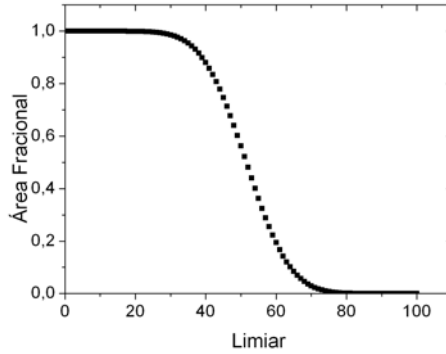


((c)) Rayleigh

Figura 4.3 - Resíduo da Área Fracional para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ).

Tabela 4.3 - Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$  e  $RN_2$ ) para os resíduos do perímetro dos mapas híbridos (para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) e do mapa do WMAP em relação ao gaussiano, com  $\Delta Gauss = 2,34 \cdot 10^{-5}$  ( $n_{side} = 512$ ).

Mapa	Min	Max	Med	$RN_1$	$RN_2$
WMAP	$-2,12 \cdot 10^{-6}$	$3,30 \cdot 10^{-6}$	$6,83 \cdot 10^{-7}$	7,94	$2,32 \cdot 10^{-1}$
Lognormal(0,001)	$-1,35 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-6}$	$-1,78 \cdot 10^{-8}$	-154,26	$1,17 \cdot 10^{-1}$
Lognormal(0,01)	$-5,28 \cdot 10^{-6}$	$3,77 \cdot 10^{-6}$	$-4,81 \cdot 10^{-7}$	-18,83	$3,87 \cdot 10^{-1}$
Maxwell(0,001)	$-5,75 \cdot 10^{-7}$	$3,63 \cdot 10^{-7}$	$-6,33 \cdot 10^{-8}$	-14,82	$4,01 \cdot 10^{-2}$
Maxwell(0,01)	$-4,14 \cdot 10^{-6}$	$3,21 \cdot 10^{-6}$	$-3,05 \cdot 10^{-7}$	-24,11	$3,14 \cdot 10^{-1}$
Rayleigh(0,001)	$-3,70 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$	$-2,04 \cdot 10^{-8}$	-32,69	$2,85 \cdot 10^{-2}$
Rayleigh(0,01)	$-2,85 \cdot 10^{-6}$	$2,35 \cdot 10^{-6}$	$-1,32 \cdot 10^{-7}$	-39,32	$2,22 \cdot 10^{-1}$



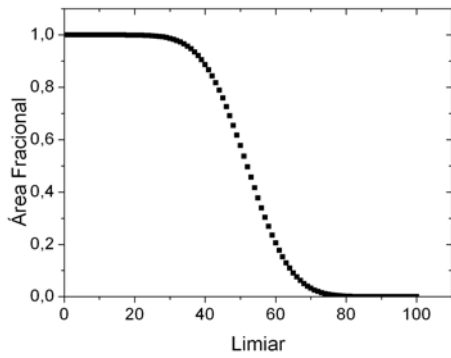
((a)) Gauss

Figura 4.4 - Área fracional para o mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).

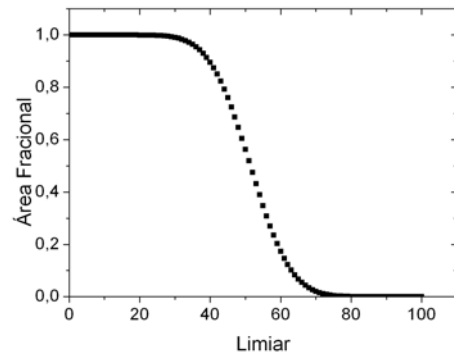
Assim como para as tabelas referentes à área fracional, os valores da tabela 4.4, calculados para os perímetros dos mapas com  $n_{side} = 1024$ , apresentaram padrões semelhantes aos observados na tabela 4.3. Médias e  $RN_2$  tiveram valores absolutos maiores em uma ordem de grandeza para  $\alpha = 0,01$ , em relação aos valores obtidos para  $\alpha = 0,001$ , com exceção da média para os mapas híbridos Lognormal – a média para  $\alpha = 0,001$  é duas ordens de grandeza menor em relação à média para  $\alpha = 0,01$ . Calculadas as razões entre as médias para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  foram obtidos, respectivamente, os valores  $-0,03$ ,  $-0,31$  e  $0,08$ . As razões dos  $RN_2$  para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  foram  $0,41$ ,  $0,26$  e  $0,14$ . Diferentemente do apresentado para as tabelas referentes às áreas fracionais, as razões entre os valores para os mapas com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  das médias e de  $RN_2$  dos perímetros não apresentaram semelhanças significativas.

Tabela 4.4 - Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$  e  $RN_2$ ) para os resíduos do perímetro dos mapas híbridos com  $n_{side} = 1024$  (para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) em relação ao gaussiano, com  $\Delta Gauss = 1,42 \cdot 10^{-5}$ .

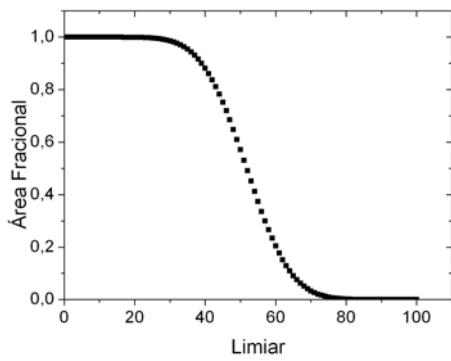
Mapa	Min	Max	Med	$RN_1$	$RN_2$
<i>Lognormal</i> (0,001)	$-2,38 \cdot 10^{-7}$	$2,60 \cdot 10^{-7}$	$5,73 \cdot 10^{-9}$	86,88	$3,51 \cdot 10^{-2}$
<i>Lognormal</i> (0,01)	$-6,72 \cdot 10^{-7}$	$5,50 \cdot 10^{-7}$	$-1,78 \cdot 10^{-7}$	-6,85	$8,61 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell</i> (0,001)	$-1,66 \cdot 10^{-7}$	$2,63 \cdot 10^{-7}$	$3,54 \cdot 10^{-8}$	12,11	$3,02 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell</i> (0,01)	$-9,79 \cdot 10^{-7}$	$6,64 \cdot 10^{-7}$	$-1,13 \cdot 10^{-7}$	-14,48	$1,16 \cdot 10^{-1}$
<i>Rayleigh</i> (0,001)	$-2,38 \cdot 10^{-7}$	$1,77 \cdot 10^{-7}$	$-1,54 \cdot 10^{-8}$	-27,02	$2,93 \cdot 10^{-2}$
<i>Rayleigh</i> (0,01)	$-1,73 \cdot 10^{-6}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$	$-2,04 \cdot 10^{-7}$	-14,10	$2,03 \cdot 10^{-1}$



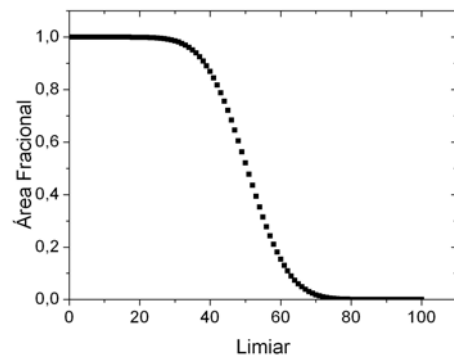
((a)) Lognormal,  $\alpha = 0,001$



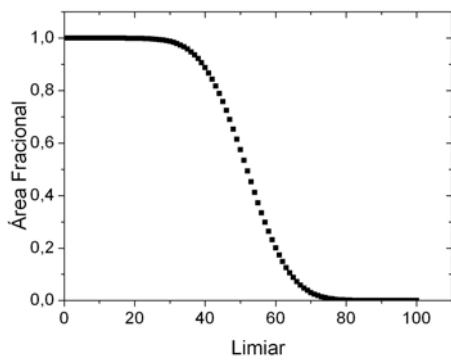
((b)) Lognormal,  $\alpha = 0,01$



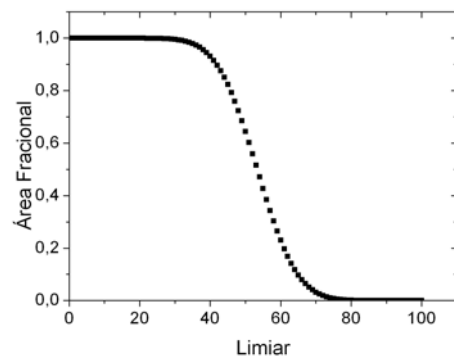
((c)) Maxwell,  $\alpha = 0,001$



((d)) Maxwell,  $\alpha = 0,01$



((e)) Rayleigh,  $\alpha = 0,001$

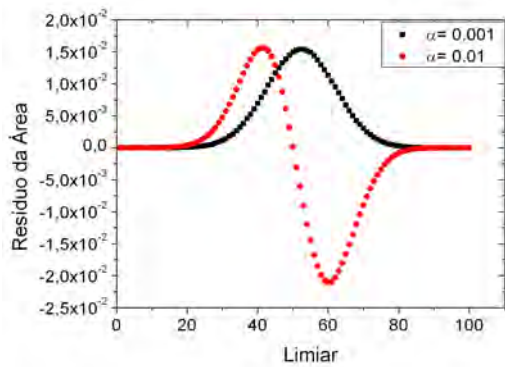


((f)) Rayleigh,  $\alpha = 0,01$

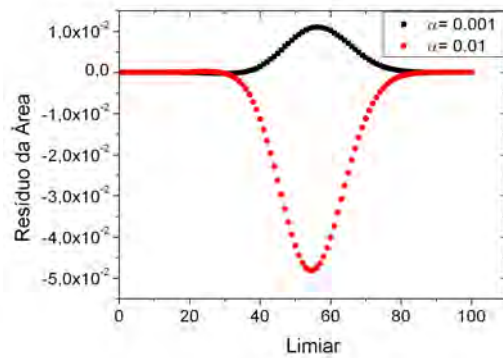
Figura 4.5 - Área fracional para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  ( $n_{side} = 1024$ ).

Na tabela 4.5, referente aos índices calculados para os gênius dos mapas com  $n_{side} = 512$ , é possível observar que os valores obtidos para o mapa do WMAP coincidem

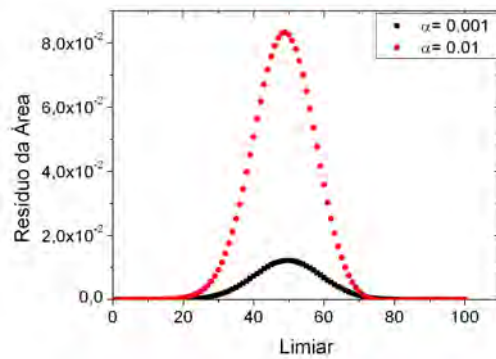




((a)) Lognormal



((b)) Maxwell



((c)) Rayleigh

Figura 4.6 - Resíduo da área fracional para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).

em ordem de grandeza com os valores para os mapas híbridos com  $\alpha = 0,001$ , exceto os valores de  $RN_1$ , que possuem mesma ordem de grandeza para todos os mapas, e com excessão, também, dos valores dos máximos, para os quais os valores do WMAP coincidem em ordem de grandeza com os valores dos mapas com  $\alpha = 0,01$ . Nota-se que, para a média e  $RN_2$ , os valores para os mapas com  $\alpha = 0,001$  são menores que os valores para os mapas  $\alpha = 0,01$  em uma ordem de grandeza. Calculadas as razões entre as médias para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh, para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , os valores obtidos foram de, respectivamente, 2,03, 0,15 e 0,13. As razões para os  $RN_2$  dos mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh foram 0,34, 0,11 e 0,12, respectivamente. Nota-se mais uma vez uma discrepância na razão obtida entre os mapas híbridos Lognormal e os demais mapas.

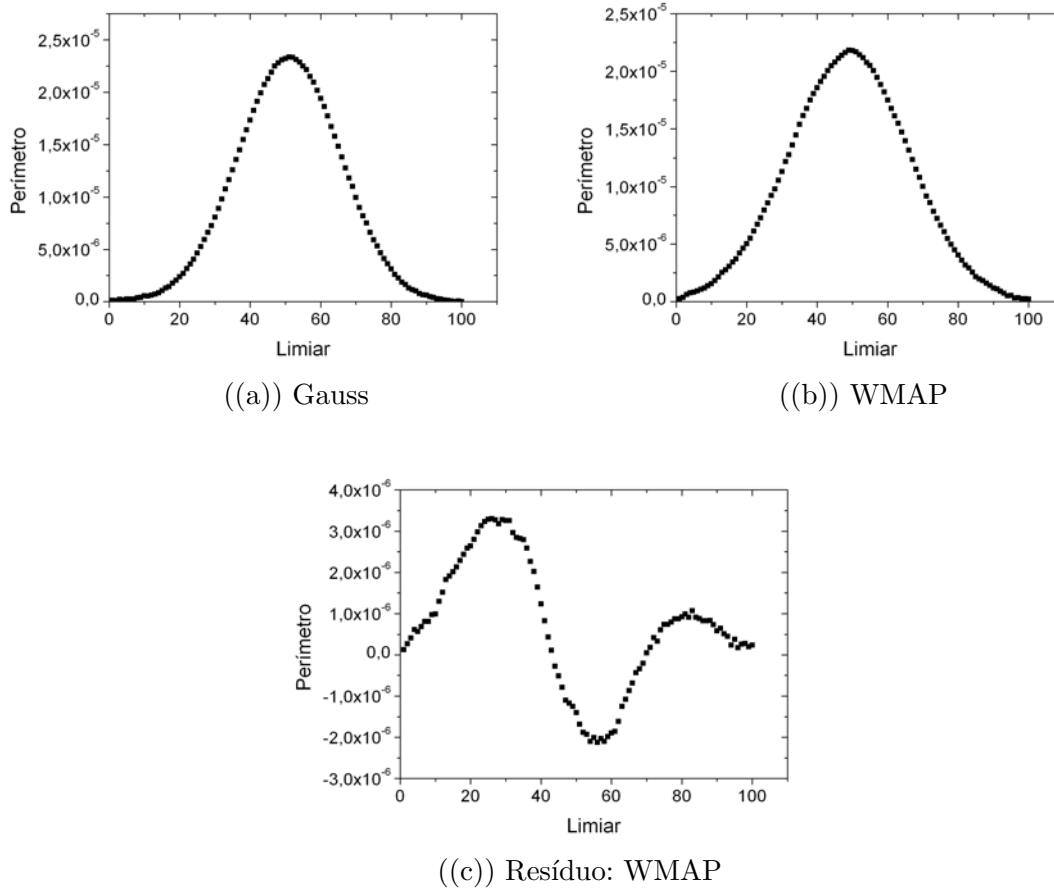
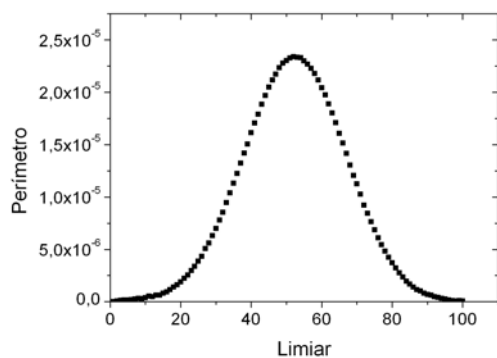


Figura 4.7 - Perímetro para o mapa médio gaussiano e o mapa real do WMAP e resíduo do perímetro para mapa do WMAP ( $n_{side} = 512$ ).

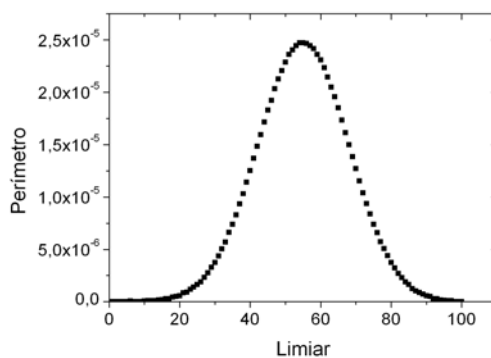
Tabela 4.5 - Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$  e  $RN_2$ ) para os resíduos do genus dos mapas híbridos (para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) e do mapa do WMAP em relação ao gaussiano, com  $\Delta Gauss = 1,45 \cdot 10^4$  ( $n_{side} = 512$ ).

Mapa	Min	Max	Med	$RN_1$	$RN_2$
WMAP	$-2,45 \cdot 10^2$	$2,52 \cdot 10^3$	$4,76 \cdot 10^2$	5,80	$1,91 \cdot 10^{-1}$
Lognormal(0,001)	$-1,35 \cdot 10^3$	$7,60 \cdot 10^2$	$-9,97 \cdot 10^2$	$-2,12 \cdot 10^1$	$1,46 \cdot 10^{-1}$
Lognormal(0,01)	$-4,51 \cdot 10^3$	$1,63 \cdot 10^3$	$-4,90 \cdot 10^2$	$-1,25 \cdot 10^1$	$4,24 \cdot 10^{-1}$
Maxwell(0,001)	$-4,42 \cdot 10^2$	$1,24 \cdot 10^2$	$-5,57 \cdot 10^1$	$-1,02 \cdot 10^1$	$3,90 \cdot 10^{-2}$
Maxwell(0,01)	$-3,73 \cdot 10^3$	$1,54 \cdot 10^3$	$-3,75 \cdot 10^2$	$-1,41 \cdot 10^1$	$3,64 \cdot 10^{-1}$
Rayleigh(0,001)	$-3,26 \cdot 10^2$	$1,48 \cdot 10^2$	$-3,06 \cdot 10^1$	$-1,55 \cdot 10^1$	$3,27 \cdot 10^{-2}$
Rayleigh(0,01)	$-2,68 \cdot 10^3$	$1,30 \cdot 10^3$	$-2,36 \cdot 10^2$	$-1,69 \cdot 10^1$	$2,75 \cdot 10^{-1}$

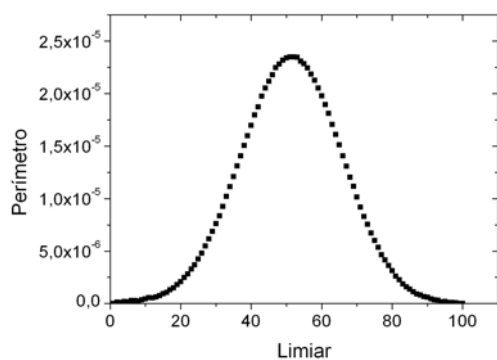
Podemos notar o comportamento dos resíduos para os gênius dos mapas com  $n_{side} =$



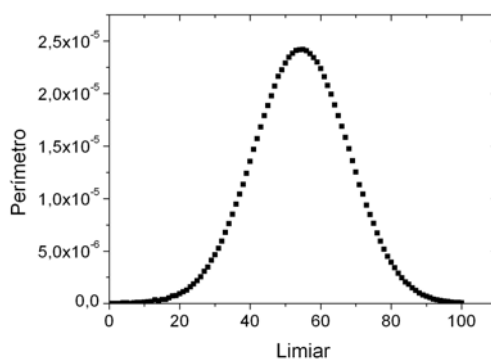
((a)) Lognormal,  $\alpha = 0,001$



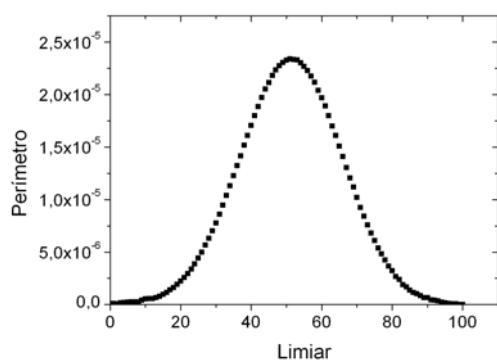
((b)) Lognormal,  $\alpha = 0,01$



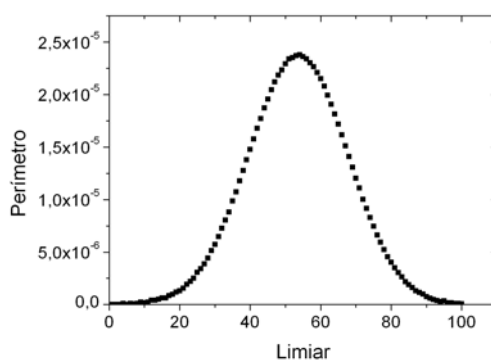
((c)) Maxwell,  $\alpha = 0,001$



((d)) Maxwell,  $\alpha = 0,01$



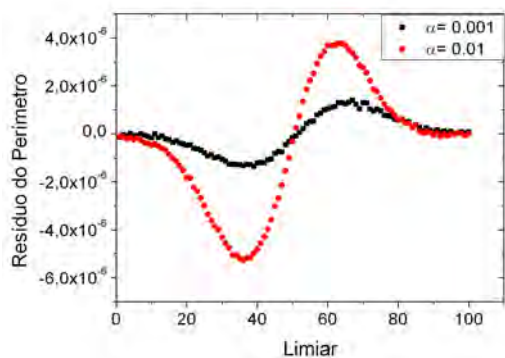
((e)) Rayleigh,  $\alpha = 0,001$



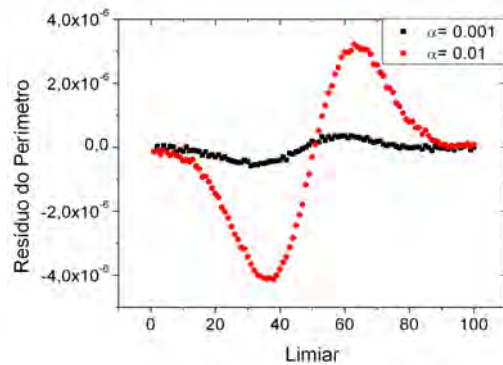
((f)) Rayleigh,  $\alpha = 0,01$

Figura 4.8 - Perímetro para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  ( $n_{side} = 512$ ).

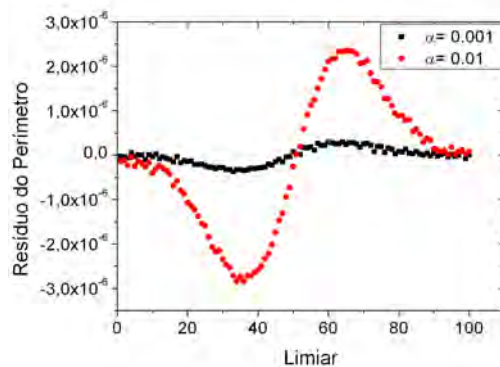
1024 na tabela 4.6. Mais uma vez, nota-se diferença entre os valores obtidos para os mapas híbridos Lognormal em relação aos demais. As razões entre as médias



((a)) Lognormal



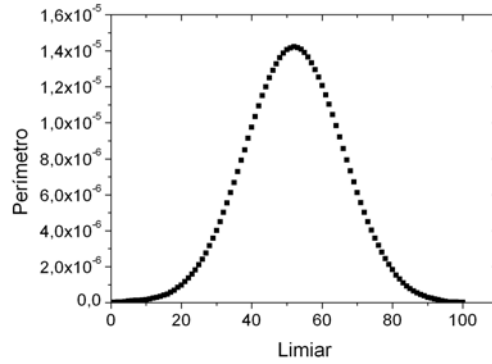
((b)) Maxwell



((c)) Rayleigh

Figura 4.9 - Resíduo do perímetro para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ).

calculadas para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  foram, respectivamente,  $-0,03$ ,  $0,02$  e  $0,02$ . As razões dos  $RN_2$  obtidas para os mapas híbridos Lognormal, Maxwell e Rayleigh foram  $0,61$ ,  $0,23$  e  $0,14$ . Novamente, nota-se uma diferença significativa nas razões para os mapas Lognormal em relação dos valores para os demais mapas.

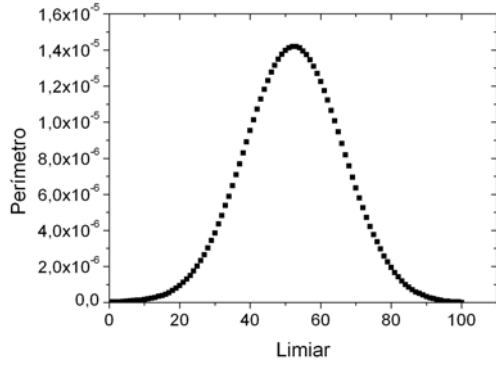


((a)) Gauss

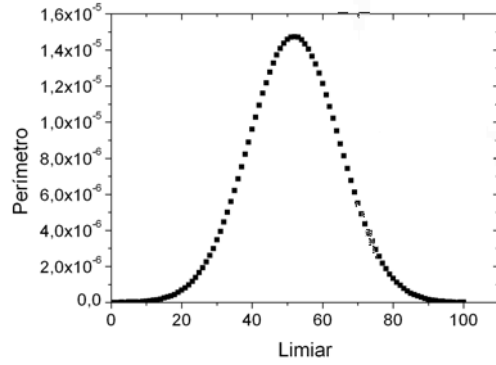
Figura 4.10 - Perímetro para o mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).

Tabela 4.6 - Valores dos mínimos (Min), máximos (Max), médias (Med) e resíduos normalizados ( $RN_1$  e  $RN_2$ ) para os resíduos do genus dos mapas híbridos com  $n_{side} = 1024$  (para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ ) em relação ao gaussiano, com  $\Delta Gauss = 6,12 \cdot 10^4$ .

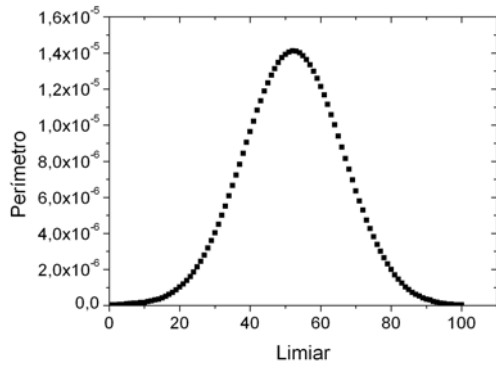
Mapa	Min	Max	Med	$RN_1$	$RN_2$
<i>Lognormal</i> (0,001)	$-2,45 \cdot 10^3$	$1,11 \cdot 10^3$	$-4,10 \cdot 10^{-1}$	$-8,65 \cdot 10^3$	$5,81 \cdot 10^{-2}$
<i>Lognormal</i> (0,01)	$-3,14 \cdot 10^3$	$2,66 \cdot 10^3$	$1,29 \cdot 10^1$	$4,51 \cdot 10^2$	$09,47 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell</i> (0,001)	$-1,58 \cdot 10^3$	$1,20 \cdot 10^3$	$3,90 \cdot 10^{-1}$	$7,11 \cdot 10^3$	$4,54 \cdot 10^{-2}$
<i>Maxwell</i> (0,01)	$-4,65 \cdot 10^3$	$7,20 \cdot 10^3$	$1,74 \cdot 10^1$	$6,82 \cdot 10^2$	$1,94 \cdot 10^{-1}$
<i>Rayleigh</i> (0,001)	$-1,91 \cdot 10^3$	$1,03 \cdot 10^3$	$3,10 \cdot 10^{-1}$	$9,40 \cdot 10^3$	$4,80 \cdot 10^{-2}$
<i>Rayleigh</i> (0,01)	$-1,23 \cdot 10^4$	$8,20 \cdot 10^3$	$1,55 \cdot 10^1$	$1,32 \cdot 10^3$	$3,35 \cdot 10^{-1}$



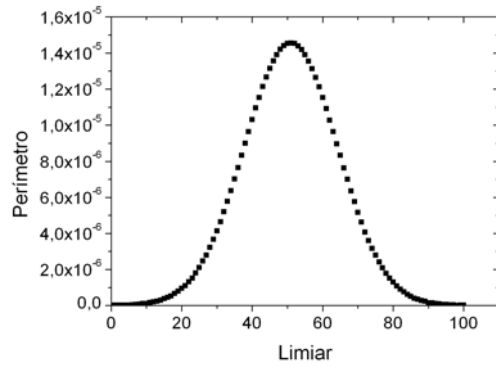
((a)) Lognormal,  $\alpha = 0,001$



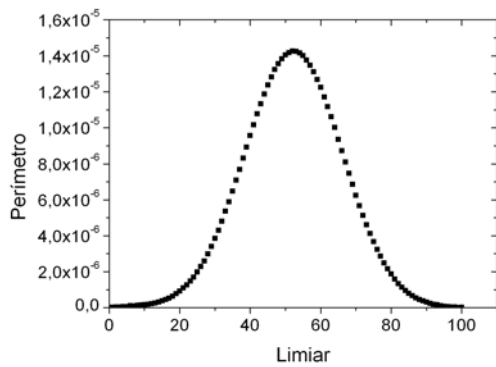
((b)) Lognormal,  $\alpha = 0,01$



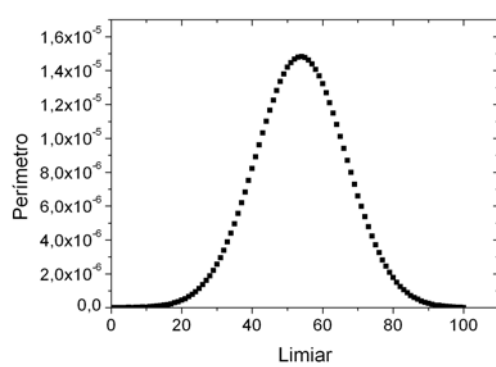
((c)) Maxwell,  $\alpha = 0,001$



((d)) Maxwell,  $\alpha = 0,01$

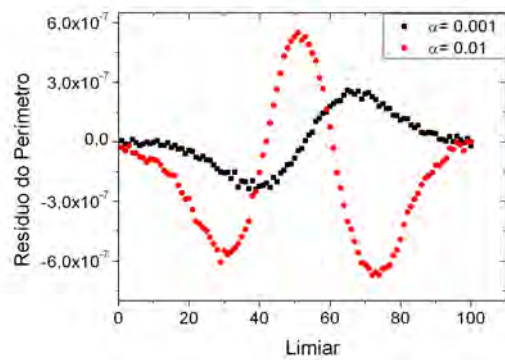


((e)) Rayleigh,  $\alpha = 0,001$

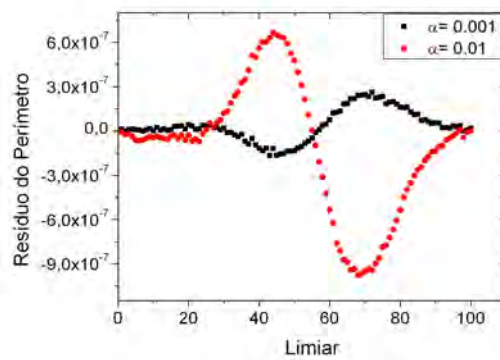


((f)) Rayleigh,  $\alpha = 0,01$

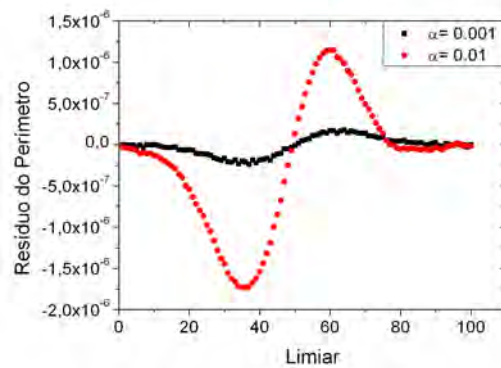
Figura 4.11 - Perímetro para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  ( $n_{side} = 1024$ ).



((a)) Lognormal

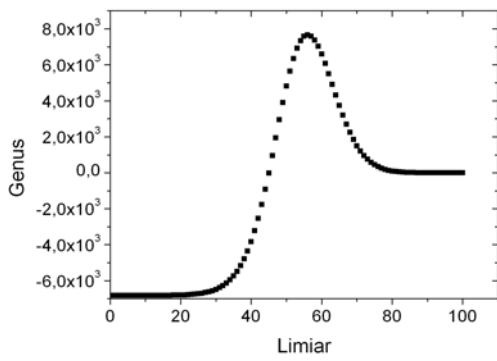


((b)) Maxwell

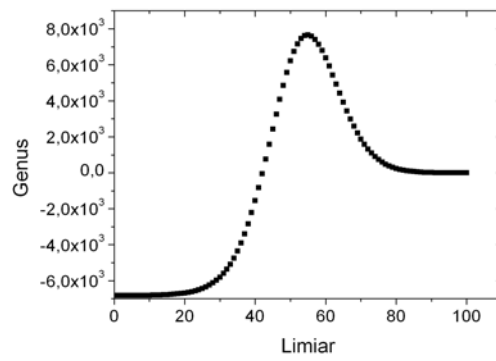


((c)) Rayleigh

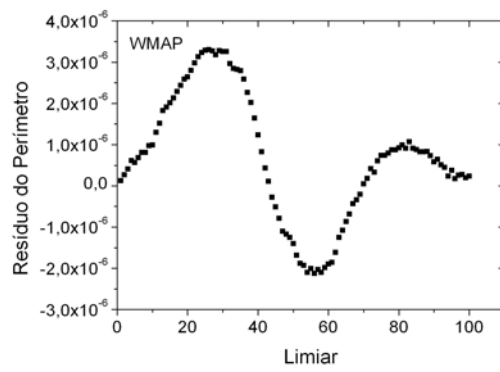
Figura 4.12 - Resíduo do perímetro para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).



((a)) Gauss



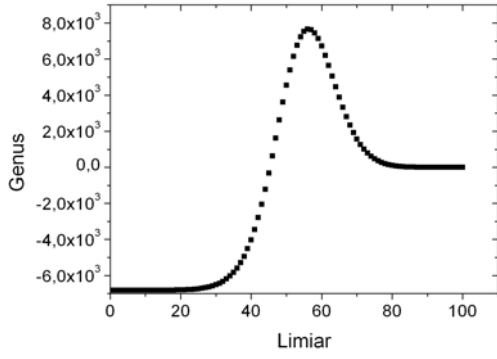
((b)) WMAP



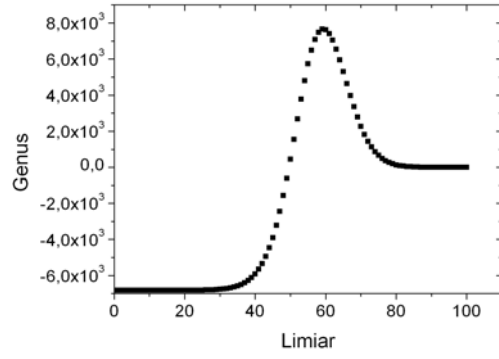
((c)) Resíduo: WMAP

Figura 4.13 - Genus para o mapa médio gaussiano e o mapa real do WMAP e resíduo do genus para mapa do WMAP ( $n_{side} = 512$ ).

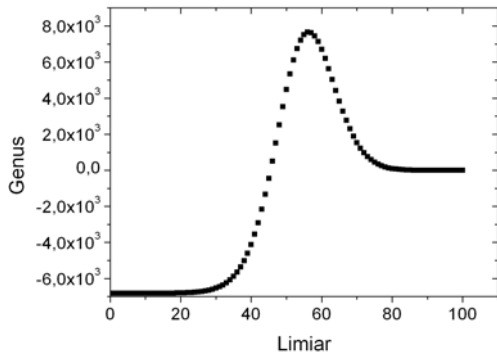




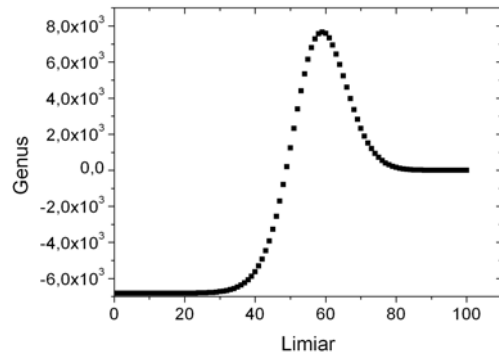
((a)) Lognormal,  $\alpha = 0,001$



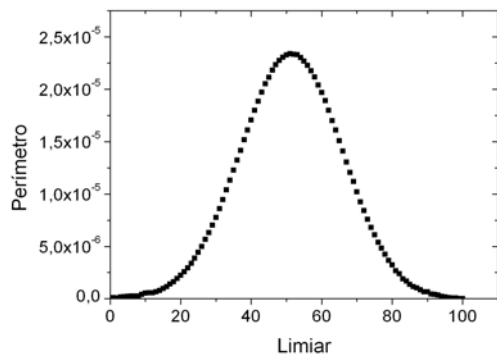
((b)) Lognormal,  $\alpha = 0,01$



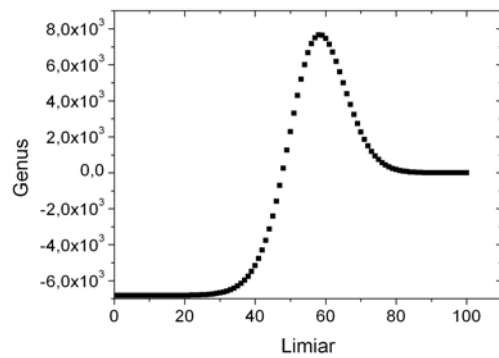
((c)) Maxwell,  $\alpha = 0,001$



((d)) Maxwell,  $\alpha = 0,01$

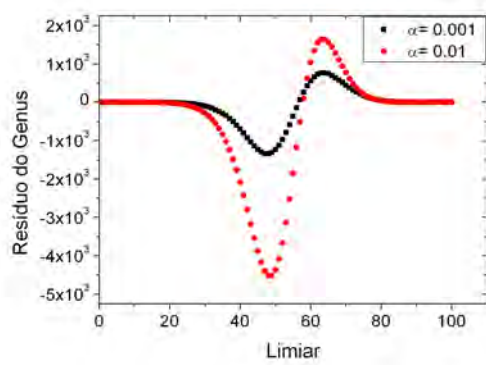


((e)) Rayleigh,  $\alpha = 0,001$

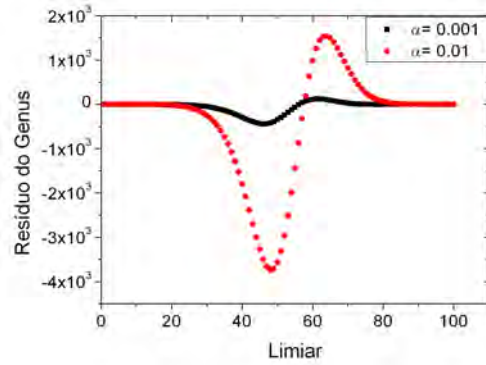


((f)) Rayleigh,  $\alpha = 0,01$

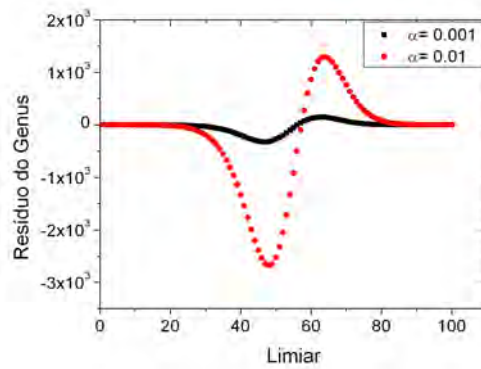
Figura 4.14 - Genus para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  ( $n_{side} = 512$ ).



((a)) Lognormal

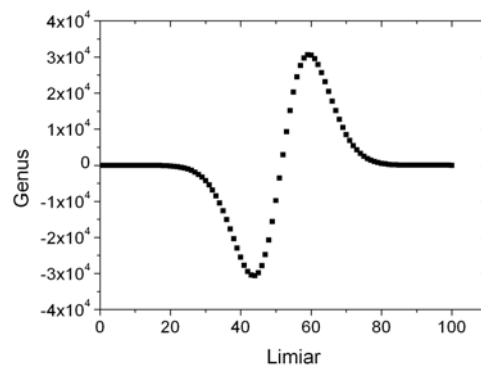


((b)) Maxwell



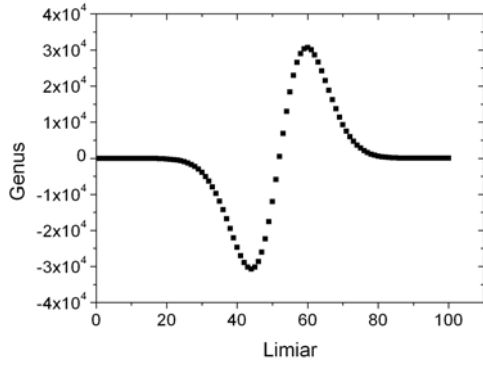
((c)) Rayleigh

Figura 4.15 - Resíduo do genus para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ).

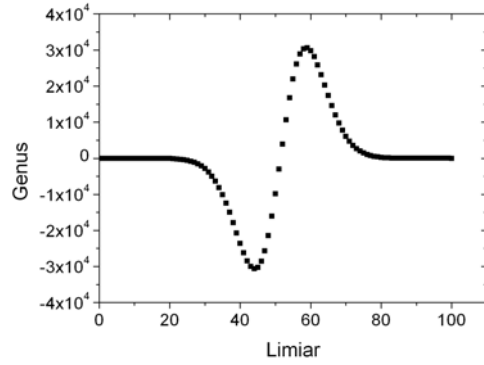


((a)) Gauss

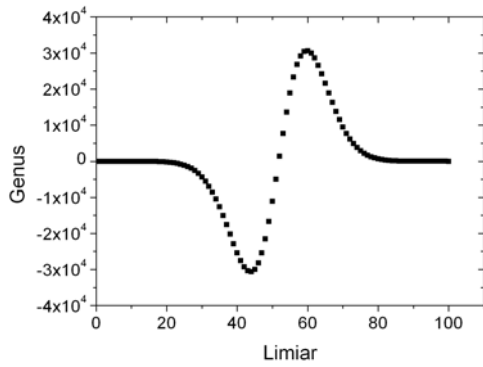
Figura 4.16 - Genus para o mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).



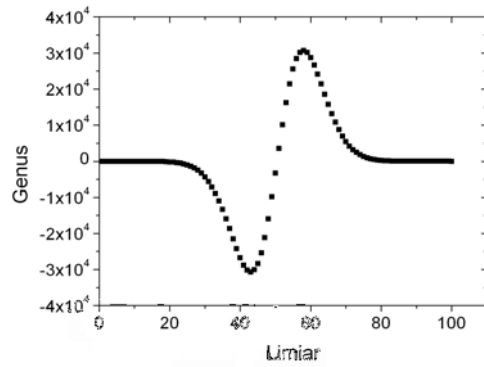
((a)) Lognormal,  $\alpha = 0,001$



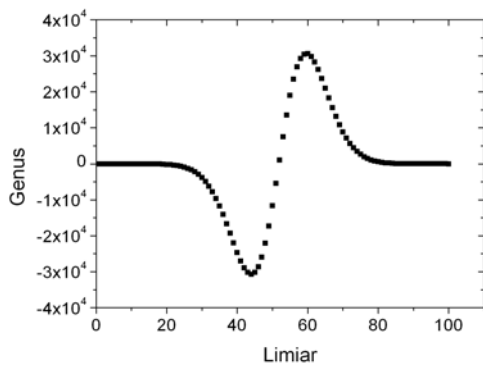
((b)) Lognormal,  $\alpha = 0,01$



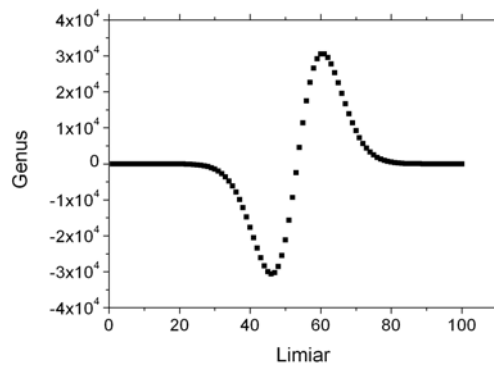
((c)) Maxwell,  $\alpha = 0,001$



((d)) Maxwell,  $\alpha = 0,01$

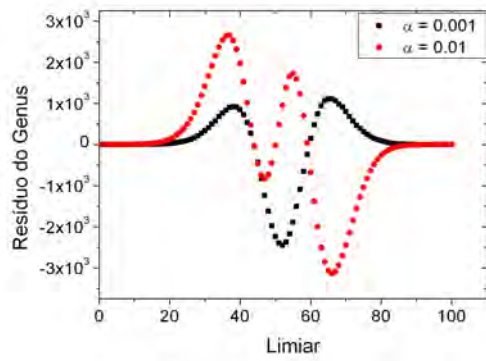


((e)) Rayleigh,  $\alpha = 0,001$

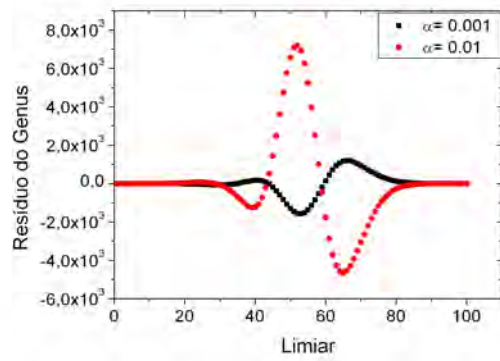


((f)) Rayleigh,  $\alpha = 0,01$

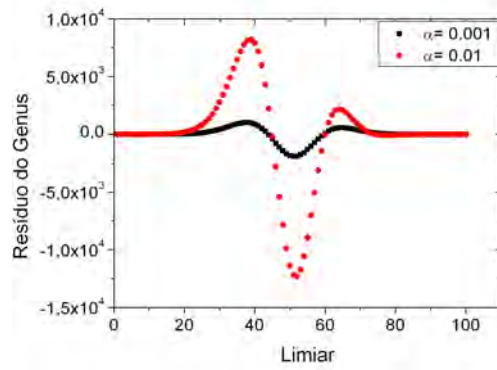
Figura 4.17 - Genus para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  ( $n_{side} = 1024$ ).



((a)) Lognormal

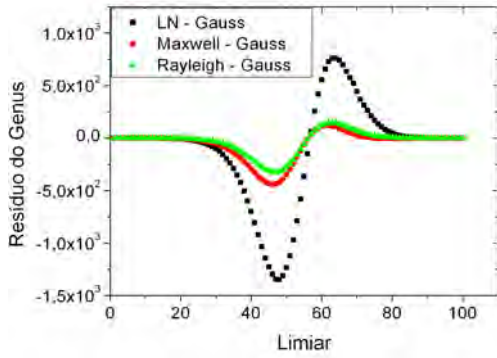


((b)) Maxwell

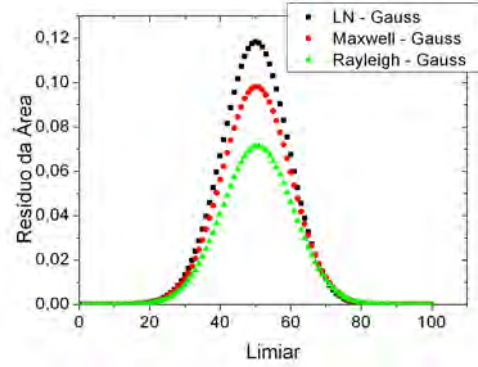


((c)) Rayleigh

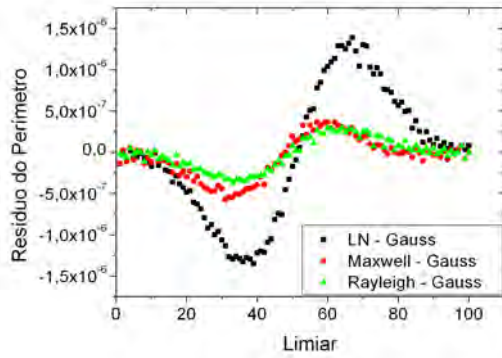
Figura 4.18 - Resíduo do genus para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).



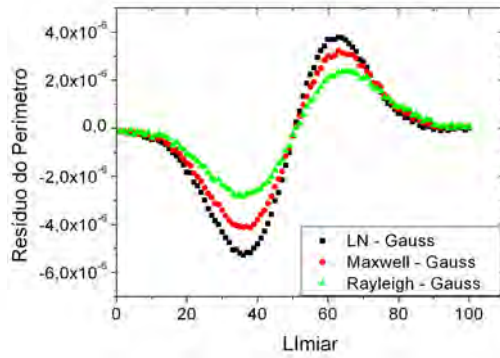
((a))  $\alpha = 0,001$



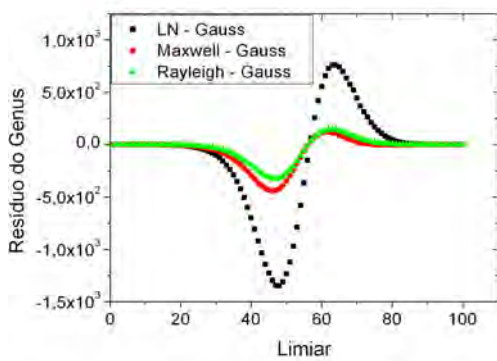
((b))  $\alpha = 0,01$



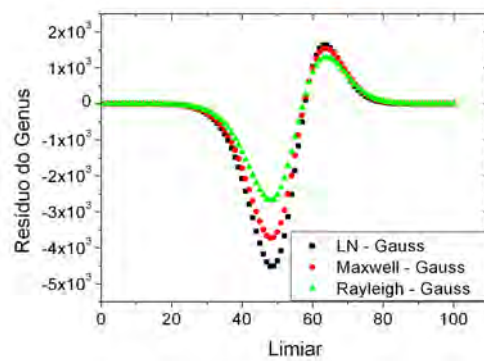
((c))  $\alpha = 0,001$



((d))  $\alpha = 0,01$

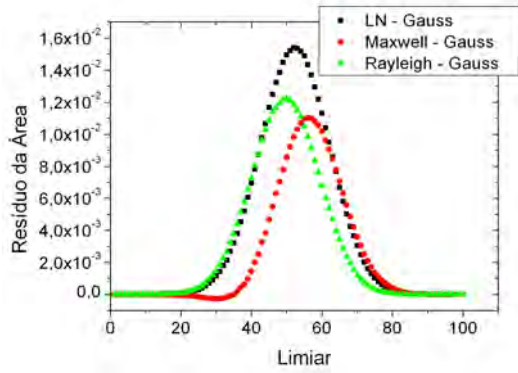


((e))  $\alpha = 0,001$

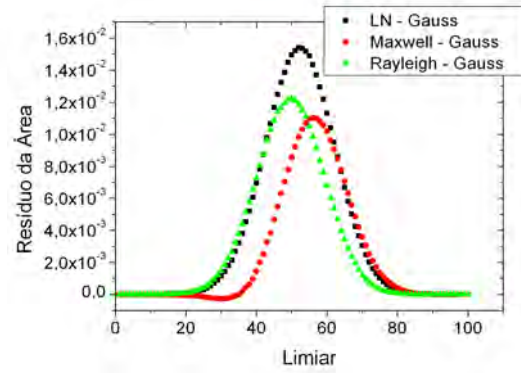


((f))  $\alpha = 0,01$

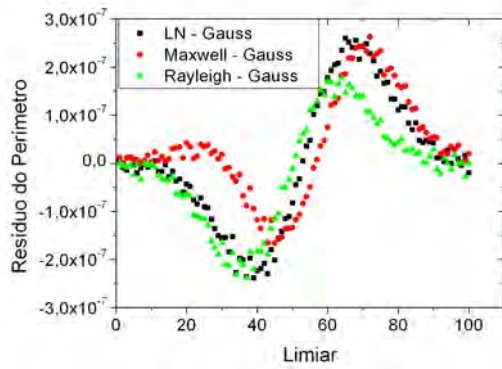
Figura 4.19 - Resíduo da área, do perímetro e do genus para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 512$ ).



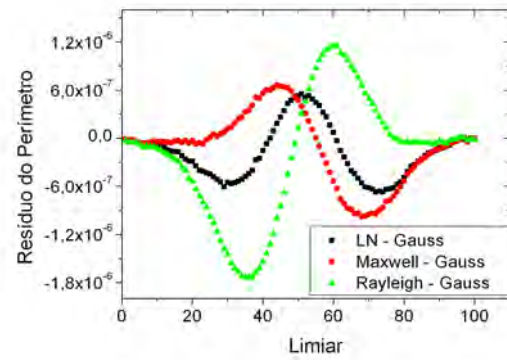
((a))  $\alpha = 0,001$



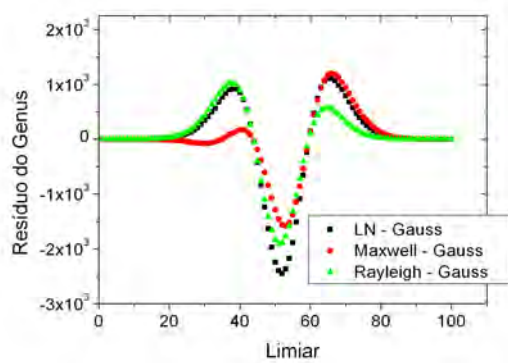
((b))  $\alpha = 0,01$



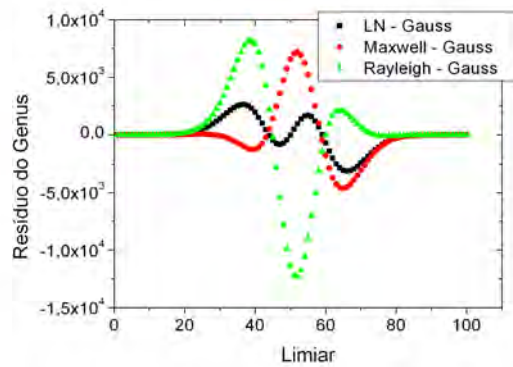
((c))  $\alpha = 0,001$



((d))  $\alpha = 0,01$



((e))  $\alpha = 0,001$



((f))  $\alpha = 0,01$

Figura 4.20 - Resíduo da área, do perímetro e do genus para mapas médios não-gaussianos, com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , em relação ao mapa médio gaussiano ( $n_{side} = 1024$ ).

## 5 CONCLUSÕES

Visto que não foram observados padrões nos comportamentos dos mínimos, máximos e  $RN_1$  suficientes para diferenciar os mapas com  $\alpha = 0,001$  daqueles com  $\alpha = 0,01$ , foram construídas tabelas com os valores das razões entre os índices média e  $RN_2$  para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ .

A tabela 5.1 apresenta os valores obtidos para as razões entre as médias para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ . Pode-se notar que não há uma constância na ordem de grandeza e, ainda, há valores negativos e positivos e seus sinais não parecem obedecer nenhum padrão indicativo do comportamento diferente dos mapas com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ .

Tabela 5.1 - Valores das razões entre médias para os resíduos da área fracional (AF), do perímetro (P) e do gênero (G) dos mapas híbridos com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , para  $n_{side} = 512$  e  $n_{side} = 1024$ .

	$AF(512)$	$AF(1024)$	$P(512)$	$P(1024)$	$G(512)$	$G(1024)$
<i>Lognormal</i>	0,33	-3,77	0,04	-0,03	2,03	-0,03
<i>Maxwell</i>	0,11	-0,23	0,21	-0,31	0,15	0,02
<i>Rayleigh</i>	0,12	0,16	0,15	0,08	0,13	0,02

Já na tabela 5.2, todos os valores das razões entre  $RN_2$  para  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$  apresentam mesma ordem de grandeza e positividade. É possível observar que todas as razões estão entre 0,00 e 1,00, o que indica que, para todas as PDFs testadas, os valores de  $RN_2$  para  $\alpha = 0,01$  são maiores que para  $\alpha = 0,001$ .

Tabela 5.2 - Valores das razões entre  $RN_2$  para os resíduos da área fracional (AF), do perímetro (P) e do gênero (G) dos mapas híbridos com  $\alpha = 0,001$  e  $\alpha = 0,01$ , para  $n_{side} = 512$  e  $n_{side} = 1024$ .

	$AF(512)$	$AF(1024)$	$P(512)$	$P(1024)$	$G(512)$	$G(1024)$
<i>Lognormal</i>	0,31	0,42	0,30	0,41	0,34	0,61
<i>Maxwell</i>	0,11	0,23	0,13	0,26	0,11	0,23
<i>Rayleigh</i>	0,12	0,15	0,13	0,14	0,12	0,14

É, então, possível afirmar que o índice  $RN_2$  é sensível à quantidade de contribuição não-gaussiana nos mapas de RCFM. Voltando à definição do índice:

$$RN_2 = \frac{Max - Min}{\Delta Gauss}, \quad (5.1)$$

verifica-se que a quantidade de não-gaussianidade dos mapas é refletida na distância vertical entre máximos e mínimos das curvas dos funcionais de Minkowski; quanto mais não-gaussiano for o mapa, ou seja, quanto maior o valor atribuído a  $\alpha$ , maior a diferença entre o máximo e o mínimo dos funcionais de Minkowski calculados para o mapa. Essa amplitude vertical maior para mapas com maior nível de não-gaussianidade pode ser reflexo da relação dos funcionais de Minkowski com a quantidade de pixels dentro dos limiares estabelecidos de temperatura. Quanto mais não-gaussianidade presente no mapa, maior seria o número de pixels com temperatura inferior e superior à média e, conseqüentemente, maior seria o valor dos funcionais de Minkowski, o que ampliaria verticalmente as curvas para os mapas com níveis maiores de não-gaussianidade.

O índice  $RN_2$  comporta-se, portanto, como um bom indicador de não-gaussianidade em mapas de RCFM, posto que apresenta um comportamento bem definido em relação à variação da quantidade de não-gaussianidade embutida nos mapas híbridos simulados. O indicador  $RN_2$  poderá ser tratado futuramente como módulo, já que é baseado em diferenças e isso não é relevante na determinação das curvas.

No capítulo 4, foram destacados os comportamentos dos indicadores testados para os mapas híbridos construídos com a PDF Lognormal. É possível notar a diferença dos valores na tabela 5.2 para os mapas híbridos Lognormal em relação aos demais; os valores são cerca de 2 a 3 vezes maiores que os valores para os demais mapas híbridos. Isso sugere que os valores de  $RN_{2;0,001}$  são mais distantes dos valores de  $RN_{2;0,01}$  para os mapas híbridos Lognormal, ou seja, tal PDF é mais sensível que as demais à variação do nível de não-gaussianidade embutido. Em estudos sobre aglomerados de galáxias, já foi verificado um comportamento anômalo da distribuição Lognormal: ela tende a superestimar a probabilidade de haver regiões pouco densas e subestimar a probabilidade de regiões muito densas (GROSSI et al., 2008). Em trabalhos futuros, poderão ser investigadas as causas dessa discrepância da PDF Lognormal.

Foram observadas também as diferenças entre os resultados obtidos para o mapa WMAP-ILC7 em relação ao demais mapas. Inicialmente, tal comportamento pode ser atribuído a possíveis contribuições não-gaussianas secundárias ao sinal. Para investigar esses possíveis efeitos de não-gaussianidade secundária, em trabalhos fu-



turos, poderá ser feita a inclusão de diferentes tipos de ruído nos mapas simulados e o uso de simulações mais sofisticadas – contendo informações de lenteamento da RCFM, do efeito SZ térmico, da poeira Galáctica, entre outras (SEHGAL et al., 2010). Também poderão ser abordados futuramente os efeitos de se fazer as medidas dos funcionais de Minkowski em cada mapa, e não nos mapas médios.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGHANIM, N.; FORNI, O. Searching for the non-gaussian signature of the cmb secondary anisotropies. **Astronomy and Astrophysic**, v. 347, p. 409–418, 1999. [2, 8](#)

ALBRECHT, A.; COULSON, D.; FERREIRA, P.; MAGUEIJO, J. Causality, randomness, and the microwave background. **Physical Review Letters**, v. 76, p. 1413–1416, 1996. [2, 10](#)

ALLEN, B. Vacuum states in de sitter space. **Physical Review D**, v. 32, p. 3136–3149, 1985. [18](#)

ALPHER, R.; HERMAN, R. Evolution of the universe. **Nature**, v. 162, p. 774–775, 1948. [5](#)

\_\_\_\_\_. Remarks on the evolution of the expanding universe. **Physical Review**, v. 75, p. 1089–1095, 1949. [5](#)

ANDRADE, A. P. A.; WUENSCHÉ, C. A.; RIBEIRO, A. L. B. Predictions of mixed non-gaussian cosmological density fields for the cosmic microwave background radiation. **The Astrophysical Journal**, v. 602, p. 555–564, 2004. [17, 27](#)

BARTELMANN, M.; SCHNEIDER, P. Weak gravitational lensing. **ArXiv e-prints**, v. 340, p. 291–472, 2001. [9](#)

BARTOLO, N.; KOMATSU, E.; MATARRESE, S.; RIOTTO, A. Non-gaussianity from inflation: theory and observations. **ArXiv e-prints**, v. 402, p. 103–266, 2004. [18](#)

BARTOLO, N.; MATARRESE, S.; RIOTTO, A. Non-gaussianity and the cosmic microwave background anisotropies. **Advances in Astronomy**, p. 1–68, 2010. [10, 17, 18](#)

BENNETT, C.; HILL, R.; HINSHAW, G.; NOLTA, M.; ODEGARD, N.; PAGE, L.; SPERGEL, D.; WEILAND, J.; WRIGHT, E.; HALPERN, M.; JAROSIK, N.; KOGUT, A.; LIMON, M.; MEYER, S.; TUCKER, G.; WOLLACK, E. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Foreground emission. **Astrophysical Journal**, v. 148, p. 97–117, 2003. [16](#)

BERTSCHINGER, E. Cosmics: Cosmological initial conditions and microwave anisotropy codes. **ArXiv e-prints**, astro-ph/9506070, 1995. 21

BROWN, M.; ADE, P.; BOCK, J.; BOWDEN, M.; CAHILL, G.; CASTRO, P.; CHURCH, S.; CULVERHOUSE, T.; FRIEDMAN, R.; GANGA, K.; GEAR, W.; GUPTA, S.; HINDERKS, J.; KOVAC, J.; LANGE, A.; LEITCH, E.; MELHUISE, S.; MEMARI, Y.; MURPHY, J.; ORLANDO, A.; O'SULLIVAN, C.; PICCIRILLO, L.; PRYKE, C.; RAJGURU, N.; RUSHOLME, B.; SCHWARZ, R.; TAYLOR, A.; THOMPSON, K.; TURNER, A.; WU, E.; ZEMCOV, M.; COLLABORATION, T. Q. D. Improved measurements of the temperature and polarization of the cosmic microwave background from quad. **Astrophysical Journal**, v. 705, p. 978–999, 2009. 12

CAYÓN, L.; SANZ, J.; MARTÍN-GONZÁLEZ, E.; BANDAY, A.; ARG, F.; GALLEGOS, J.; GÓRSKI, K.; HINSHAW, G. Spherical mexican hat wavelet: an application to detect non-gaussianity in the coBE-dmr maps. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 326, p. 1243–1248, 2001. 3, 18

COLES, P.; BARROW, J. Non-gaussian statistics and the microwave background radiation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 228, p. 407–426, 1987. 3, 26

COLLEY, W.; GOTT III, J.; PARK, C. Topology of COBE microwave background fluctuations. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 281, p. L82–L84, 1996. 18

COLLEY, W.; GOTT, J. Genus topology of the cosmic microwave background from WMAP. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 344, p. 686–695, 2003. 3, 18

CURTO, A.; MACÍAS-PÉREZ, J.; MARTÍNEZ-GONZÁLEZ, E.; BARREIRO, R.; SANTOS, D.; HANSEN, F.; LIGUORI, M.; MATARRESE, S. Constraints on the non-linear coupling parameter  $f_{nl}$  with ARCHEOPS data. **Astronomy and Astrophysics**, v. 486, p. 383–391, 2008. 3, 18

DICKE, R.; BERINGER, R.; KYHL, R.; VANE, A. Atmospheric absorption measurements with a microwave radiometer. **Physical Review**, v. 70, p. 340–348, 1946. 5

- DICKE, R.; PEEBLES, P.; ROLL, P.; WILKINSON, D. Cosmic black-body radiation. **Astrophysical Journal**, v. 142, p. 414–419, 1965. 1, 5
- FALK, T.; RANGARAJAN, R.; SREDNICKI, M. The angular dependence of the three-point correlation function of the cosmic microwave background radiation as predicted by inflationary cosmologies. **Astrophysical Journal**, v. 403, p. L1–L3, 1993. 18
- FERREIRA, I. S. **Comunicação pessoal**. 2011. 30
- GAMOW, G. Expanding universe and the origin of elements. **Physical Review**, v. 70, p. 572–573, 1946. 5
- GANGUI, A.; LUCCHIN, F.; MATARRESE, S.; MOLLERACH, S. The three-point correlation function of the cosmic microwave background in inflationary models. **Astrophysical Journal**, v. 430, p. 447–457, 1994. 18
- GOLD, B.; ODEGARD, N.; WEILAND, J.; HILL, R.; KOGUT, A.; BENNETT, C.; HINSHAW, G.; CHEN, X.; DUNKLEY, J.; HALPERN, M.; JAROSIK, N.; KOMATSU, E.; LARSON, D.; LIMON, M.; MEYER, S.; NOLTA, M.; PAGE, L.; SMITH, K.; SPERGEL, D.; TUCKER, G.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. Seven-year wmap catalog. **VizieR Online Data Catalog**, v. 219, 2011. 2
- GÓRSKI, K.; HIVON, E.; BANDAY, A.; WANDELT, B.; HANSEN, F.; REINECKE, M.; BARTELMANN, M. Healpix: A framework for high-resolution discretization and fast analysis of data distributed on the sphere. **Astrophysical Journal**, v. 622, p. 759–771, 2005. 22, 23, 24, 25
- GOTO, H.; KODAMA, H. The gravitational lensing effect on the cmb polarisation anisotropy in the lambda-ltb model. **ArXiv e-prints**, arXiv:astro-ph/1101.0476, 2011. 8
- GOTT III, J.; PARK, C.; JUSZKIEWICZ, R.; BIES W., E.; BENNETT D., P.; BOUCHET F., R.; STEBBINS, A. Topology of microwave background fluctuations: Theory. **The Astrophysical Journal**, v. 352, p. 1–14, 1990. 3, 29
- GROSSI, M.; BRANCHINI, E.; DOLAG, K.; MATARRESE, S.; MOSCARDINI, L. The mass density field in simulated non-gaussian scenarios. , v. 390, p. 438–446, 2008. 56

HIKAGE, C.; MATSUBARA, T.; COLES, P.; LIGUORI, M.; HANSEN, F.; MATARRESE, S. Limits on primordial non-gaussianity from minkowski functionals of the wmap temperature anisotropies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 389, p. 1439–1446, 2008. 18

HINSHAW, G.; SPERGEL, D.; VERDE, L.; HILL, R.; MEYER, S.; BARNES, C.; BENNETT, C.; HALPERN, M.; JAROSIK, N.; KOGUT, A.; KOMATSU, E.; LIMON, M.; PAGE, L.; TUCKER, G.; WEILAND, J.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: the angular power spectrum. **Astrophysical Journal**, v. 148, p. 135–159, 2003. 11

HU, W.; DODELSON, S. Cosmic microwave background anisotropies. **Annual Review of Astron and Astrophys**, v. 40, p. 171–216, 2002. 14

JAROSIK, N.; BENNETT, C.; ; DUNKLEY J., G. B. G. M.; HALPERN, M.; HILL, R.; HINSHAW, G.; KOGUT, A.; KOMATSU, E.; LARSON, D.; LIMON, M.; MEYER, S.; NOLTA, M.; ODEGARD, N.; PAGE L. SMITH, K.; SPERGEL, D.; TUCKER, G.; WEILAND, J.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Sky maps, systematics errors, and basic results. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 192, p. 1–15, 2011. 28

JEONG, E.; SMOOT, G. Probing non-gaussianity in the cosmic microwave background anisotropies: One point distribution function. **ArXiv e-prints**, arXiv:astro-ph/0710.2371, 2007. 3, 18

KOGUT, A. Reionization and structure formation with arcade. **ArXiv e-prints**, arXiv:astro-ph/0306044, 2002. 1

KOGUT, A.; SPERGEL, D.; BARNES, C.; BENNETT, C.; HALPERN, M.; HINSHAW, G.; JAROSIK, N.; LIMON, M.; MEYER, S.; PAGE, L.; TUCKER, G.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Temperature-polarization correlation. **Astrophysical Journal**, v. 148, p. 161–173, 2003. 14

KOMATSU, E.; AFSHORDI, N.; BARTOLO, N.; BAUMANN, D.; BOND, J.; BUCHBINDER, E.; BYRNES, C.; CHEN, X.; CHUNG, D.; COORAY, A.; CREMINELLI, P.; DALAL, N.; DORE, O.; EASTHER, R.; FROLOV, A.; KHOURY, J.; KINNEY, W.; KOFMAN, L.; KOYAMA, K.; LEBLOND, L.;

LEHNERS, J.-L.; LIDSEY, J.; LIGUORI, M.; LIM, E.; LINDE, A.; LYTH, D.; MALDACENA, J.; MATARRESE, S.; MCALLISTER, L.; MCDONALD, P.; MUKOHYAMA, S.; OVRUT, B.; PEIRIS, H.; RIOTTO, A.; RODRIGUES, Y.; SASAKI, M.; SCOCCIMARRO, R.; SEERY, D.; SEFUSATTI, A.; SMITH, K.; STAROBINSKY, A.; STEINHARDT, P.; TAKAHASHI, F.; TEGMARK, M.; TOLLEY, A.; VERDE, L.; WANDELT, B.; WANDS, D.; WEINBERG, S.; WYMAN, M.; YADAV, A.; ZALDARRIAGA, M. Non-gaussianity as a probe of the physics of the primordial universe and the astrophysics of the low redshift universe. **ArXiv e-prints**, arXiv:astro-ph/0902.4759, 2009. [3](#), [18](#)

KOMATSU, E.; DUNKLEY, J.; NOLTA, M.; BENNETT, C.; GOLD, B.; HINSHAW, G.; JAROSIK, N.; LARSON, D.; LIMON, M.; PAGE, L.; SPERGEL, D.; HALPERN, M.; HILL, R.; KOGUT, A.; MEYER, S.; TUCKER, G.; WEILAND, J.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. Five-year wilkinson microwave anisotropy probe observations: Cosmological interpretation. **Astrophysical Journal**, v. 180, p. 330–376, 2009. [11](#)

KOMATSU, E.; KOGUT, A.; NOLTA, M.; BENNETT, C.; HALPERN, M.; HINSHAW, G.; JAROSIK, N.; LIMON, M.; MEYER, S.; PAGE, L.; SPERGEL, D.; TUCKER, G.; VERDE, L.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Tests of gaussianity. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 148, p. 119–134, 2003. [11](#), [28](#), [29](#), [30](#)

KOMATSU, E.; SMITH, K.; DUNKLEY, J.; BENNETT, C.; GOLD, B.; HINSHAW, G.; JAROSIK, N.; LARSON, D.; NOLTA, M.; PAGE, L.; SPERGEL, D.; HALPERN, M.; HILL, R.; KOGUT, A.; LIMON, M.; MEYER, S.; ODEGARD, N.; TUCKER, G.; WEILAND, J.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological interpretation. **Astrophysical Journal**, v. 192, 2011. [11](#), [12](#), [14](#), [18](#), [20](#)

KOVAC, J.; LEITCH, E.; PRYKE, C.; CARLSTROM, J.; HALVERSON, N.; HOLZAPFEL, W. Detection of polarization in the cosmic microwave background using dasi. **Nature**, v. 420, p. 772–787, 2002. [13](#), [15](#)

LARSON, D.; DUNKLEY, J.; HINSHAW, G.; KOMATSU, E.; NOLTA, M.; BENNETT, C.; GOLD, B.; HALPERN, M.; HILL, R.; JAROSIK, N.; KOGUT,

A.; LIMON, M.; MEYER, S.; ODEGARD, N.; PAGE, L.; SMITH, K.; SPERGEL, D.; TUCKER, G.; WEILAND, J.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Power spectra and wmap-derived parameters. **Astrophysical Journal**, v. 192, 2011. 12

LEWIS, A.; BRIDLE, S. Cosmological parameters from cmb and other data: A monte carlo approach. **Physical Review D**, v. 66, 2002. 27

LEWIS, A.; CHALLINOR, A.; LASENBY, A. Efficient computation of cosmic microwave background anisotropies in closed friedmann-robertson-walker models. **Astrophysical Journal**, v. 538, p. 473–476, 2000. 21

LIGUORI, M.; SEFUSATTI, A.; FERGUSSON, J.; SHELLARD, E. Primordial non-gaussianity and bispectrum measurements in the cosmic microwave background and large-scale structure. **Advances in Astronomy**, v. 2010, p. 1–64, 2010. 19, 20

LUBIN, P.; VILLELA, T.; EPSTEIN, G.; SMOOT, G. A map of the cosmic background radiation at 3 millimeters. **Nasa Technical Reports Server**, v. 88, 1988. 10

LUO, X.; SCHRAMM, N. Kurtosis, skewness, and non-gaussian cosmological density perturbations. **Astrophysical Journal**, v. 408, p. 33–42, 1993. 18

LYTH, D.; UNGARELLI, C.; WANDS, D. The primordial density perturbation in the curvaton scenario. **Physical Review D**, v. 67, p. 1–13, 2003. 10, 18

MARTIN, J.; RIAZUELO, A.; SAKELLARIADOU, M. Nonvacuum initial states for cosmological perturbations of quantum-mechanical origin. **Physical Review D**, v. 61, 2000. 18

MARTÍN-GONZÁLEZ, E.; BARREIRO, R.; DIEGO, J.; SANZ, J.; CAYÓN, L.; SILK, J.; MOLLERACH, S.; MARTÍN, V. Tests of gaussianity of cmb maps. **Astrophysical Letters Communications**, v. 37, 2000. 3

MATHER, J.; CHENG, E.; COTTINGHAM, D.; EPLEE, R.; FIXSEN, D.; HEWAGAMA, T.; ISAACMAN, R.; JENSEN, A.; MEYER, S.; NOERDLINGER, P.; READ, S.; ROSEN, L.; SHAFER, R.; WRIGHT, E.; BENNETT, C.; BOGGESS, N.; HAUSER, M.; KELSALL, T.; MOSELEY, S.; SILVERBERG, R.; SMOOT, G.; WILKINSON, D. Measurement of the cosmic microwave background spectrum by the coBE FIRAS instrument. **The Astrophysical Journal**, v. 420, p. 439–444, 1994. 7



MATHER, J.; CHENG, E.; EPLEE, R.; ISAACMAN, R.; MEYER, S.; SHAFER, R.; WEISS, R.; WRIGHT, E.; BENNETT, C.; BOGGESS, N.; DWEK, E.; GULKIS, S.; HAUSER, M.; JANSSEN, M.; KELSALL, T.; LUBIN, P.; MOSELEY, S.; MURDOCK, T.; SILVERBERG, R.; SMOOT, G.; WILKINSON, D. A preliminary measurements of the cosmic microwave background spectrum by the cosmic microwave background explorer (cobe) satellite. **The Astrophysical Journal**, v. 354, p. 37–40, 1990. 7, 8

MATHER, J.; FIXSEN, D.; SHAFER, R.; MOSIER, C.; WILKINSON, D. Calibrator design for the cobe far-infrared absolute spectrophotometer (firas). **Astrophysical Journal**, v. 512, p. 511–520, 1999. 1, 7

MUNSHI, D.; SMIDT, J.; COORAY, A. A new approach to probing minkowski functionals. **ArXiv e-prints**, 2010. 29

NOVIKOV, D.; FELDMAN, H.; SHANDARIN, S. Minkowski functionals and cluster analysis for cmb maps. **International Journal of Modern Physics D**, v. 8, p. 291–306, 1999. 3, 18

PARK, C.; COLLEY, W.; GOTT III, J.; RATRA, B.; SPERGEL, D.; SUGIYAMA, N. Cosmic microwave background anisotropy correlation function and topology from simulated maps for map. **Astrophysical Journal**, v. 506, p. 473–484, 1998. 3, 18

PARTRIDGE, R. **3K: The Cosmic Microwave Background Radiation**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995. 6, 7, 10

PARTRIDGE, R.; WILKINSON, D. Isotropy and homogeneity of the universe from measurements of the cosmic microwave background. **Physical Review Letters**, v. 18, p. 557–559, 1967. 7

PENZIAS, A.; WILSON, R. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. **Astrophysical Journal**, v. 142, p. 419–421, 1965. 1, 5

PERIVOLAROPOULOS, L. Statistics of microwave background fluctuations induced by topological defects. **ArXiv e-prints**, v. 48, p. 1530–1538, 1993. 18

REGAN, M. Measuring cmb non-gaussianity as a probe of inflation and cosmic strings. **ArXiv e-prints**, 2011. 17

REICHARDT, C.; ADE, P.; BOCK, J.; BOND, J.; BREVIK, J.; CONTALDI, C.; DAUB, M.; DEMPSEY, J.; GOLDSTEIN, J.; HOLZAPFEL, W.; KUO, C.; LANGE, A.; LUEKER, M.; NEWCOMB, M.; PETERSON, J.; RUHL, J.; RUNYAN, M.; STANISZEWSKI, Z. High-resolution cmb power spectrum from the complete acbar data set. **Astrophysical Journal**, v. 694, p. 1200–1219, 2009. [11](#)

ROLL, P.; WILKINSON, D. Cosmic background radiation at 3.2 cm-support for cosmic black-body radiation. **Physical Review Letters**, v. 16, p. 405–407, 1966. [6](#)

ROSSI, G.; CHINGANGBAM, P.; PARK, C. Statistics of the excursion sets in models with local primordial non-gaussianity. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 411, p. 1880–1896, 2011. [3](#), [18](#)

SACHS, K.; WOLFE, M. Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background. **The Astrophysical Journal**, v. 147, p. 73–90, 1967. [8](#)

SALVATERRA, R.; BURIGANA, C. Construction of a database of cmb spectrum observations. **ArXiv e-prints**, astro-ph/0206350, 2002. [9](#), [15](#)

SCHMALZING, J.; GÓRSKI, K. M. Minkowski functionals used in the morphological analysis of cosmic microwave background anisotropy maps. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 297, p. 355–365, 1998. [28](#)

SCOTT, D.; SMOOT, G. Cosmic microwave background mini-review. **ArXiv e-prints**, arXiv:astro-ph/1005.0555, 2010. [1](#), [10](#)

SEHGAL, N.; BODE, P.; DAS, S.; HERNANDEZ-MONTEAGUDO, C.; HUFFENBERGER, K.; LIN, Y.-T.; OSTRICKER, J.; TRAC, H. Simulations of the microwave sky. **Astrophysical Journal**, v. 709, p. 920–936, 2010. [57](#)

SELJAK, U.; ZALDARRIAGA, M. A line-of-sight integration approach to cosmic microwave background anisotropies. **Astrophysical Journal**, v. 469, p. 437–444, 1996. [21](#)

SMOOT, G. Galactic free-free and h-alpha emission. **ArXiv e-prints**, astro-ph/9801121, 1998. [17](#)

SMOOT, G.; BENNETT, C.; KOGUT, A.; WRIGHT, E.; AYMÓN, J.; BOGGESS, N.; CHENG, S.; AMICI, G. de; GULKIS, S.; HAUSER, M.; HINSHAW, G.; JACKSON, D.; JANSSEN, M.; KAITA, E.; KELSALL, T.; KEEGSTRA, P.; LINEWEAVER, C.; LOEWENSTEIN, K.; LUBIN, P.; MATHER, J.; MEYER, S.; MOSELEY, S.; MURDOCK, T.; ROKKE, L.; SILVERBERG, R.; TENORIO, L.; WEISS, R.; WILKINSON, D. Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps. **Astrophysical Journal Letters**, v. 396, p. L1–L5, 1992. 1, 7

SUYAMA, T.; TAKAHASHI, T.; YAMAGUCHI, M.; YOKOYAMA, S. On classification of models of large local-type non-gaussianity. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 12, 2010. 3, 18, 20

THE PLANCK COLLABORATION. The scientific programme of planck. **ArXiv e-prints**, astro-ph/0604069, 2006. 3, 12, 13, 14, 15, 16, 17

VERDE, L.; JIMENEZ, R.; KAMIONKOWSKI, M.; MATARRESE, S. Tests for primordial non-gaussianity. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 325, p. 412–418, 2001. 17

VIELVA, P.; MARTÍN-GONZÁLEZ, E.; BARREIRO, R.; SANZ, J.; CAYÓN, L. Detection of non-gaussianity in the wilkinson microwave anisotropy probe first-year data using spherical wavelets. **Astrophysical Journal**, v. 609, p. 22–34, 2004. 18

VILLELA, T.; WUENSCHÉ, C. A.; LEONARDI, R. Cosmologia observacional. In: **V Escola do CBPF**. [S.l.: s.n.], 2004. 10, 13

WHITE, M.; SCOTT, D.; SILK, J. Anisotropies in the cosmic microwave background. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 32, p. 319–370, 1994. 1, 7, 8

WHITE, R.; STEMWEDEL, S. The quadrilateralized spherical cube and quad-tree for all sky data. In: **Astronomical Data Analysis Software and Systems I**. [S.l.: s.n.], 1992. 17, 22

YADAV, A.; WANDEL, B. Primordial non-gaussianity in the cosmic microwave background. **Advances in Astronomy**, 2010. 2, 3, 18, 20



## **PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE**

### **Teses e Dissertações (TDI)**

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

### **Manuais Técnicos (MAN)**

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

### **Notas Técnico-Científicas (NTC)**

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

### **Relatórios de Pesquisa (RPQ)**

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

### **Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)**

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

### **Publicações Didáticas (PUD)**

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

### **Publicações Seriadas**

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

### **Programas de Computador (PDC)**

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

### **Pré-publicações (PRE)**

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.