



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2012/11.20.18.32-PUD

**PRINCÍPIOS DE MODELAGEM DE FONTES
CHAVEADAS: UM ESTUDO DE CASO DA TOPOLOGIA
BUCK**

Renato Oliveira de Magalhães

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3D3NS45>>

INPE
São José dos Campos
2013

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr^a Regina Célia dos Santos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Horácio Hideki Yanasse - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Deicy Farabello - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Luciana Manacero - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2012/11.20.18.32-PUD

**PRINCÍPIOS DE MODELAGEM DE FONTES
CHAVEADAS: UM ESTUDO DE CASO DA TOPOLOGIA
BUCK**

Renato Oliveira de Magalhães

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3D3NS45>>

INPE
São José dos Campos
2013

RESUMO

Neste trabalho é apresentado o fundamento básico de modelagem de conversores dc-dc através da técnica de *averaging*, exemplificado através da topologia BUCK. A técnica aqui apresentada pode ser facilmente estendida a outras topologias ao mesmo tempo em que permite um melhor entendimento dos sinais e formas de onda envolvidos.

SWITCHING MODE POWER SUPPLIES MODELING PRINCIPLES: A CASE STUDY OF THE BUCK TOPOLOGY

ABSTRACT

In this work the fundamental knowledge in dc-dc switching converters modeling, based on the averaging principle is presented. The technique can be easily extended to other topologies, giving a comprehensive understanding of signals and waveforms involved.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Diagrama elétrico de um conversor BUCK.	2
1.2 Formas de onda típicas no conversor BUCK.	2
1.3 Média instantânea de um sinal chaveado.	3
1.4 Regime permanente.	5
1.5 Regime transitório.	6
2.1 Célula de chaveamento.	7
2.2 Corrente de entrada da célula de chaveamento.	8
2.3 Modelo <i>averaging</i> da célula de chaveamento.	8
2.4 Modelo <i>averaging</i> do BUCK.	9
2.5 Modelo a-c de pequenos sinais do BUCK.	10
2.6 Planta do modelo a-c de pequenos sinais do conversor BUCK.	12

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Topologia BUCK	1
1.2 Média instantânea	2
1.2.1 O método <i>Averaging</i>	2
1.3 Regime Permanente	4
1.4 Regime Transitório	5
CAPÍTULO 2 MODELO <i>AVERAGING</i>	7
2.1 Célula de chaveamento	7
2.2 Modelo <i>averaging</i>	9
2.3 Modelo a-c de pequenos sinais	9
2.4 Funções de transferência	10
CAPÍTULO 3 CONCLUSÕES	13
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Várias aplicações de processamento de energia em que alta eficiência é um requisito mandatório só podem ser resolvidas por meio de fontes chaveadas, em substituição aos antigos reguladores lineares. Com o crescente número de aplicações desse tipo, houve imediatamente a necessidade de modelos que explicassem os diversos fenômenos observados em laboratório. Desde os primeiros modelos apresentados já na década de 70 (MIDDLEBROOK; CUK, 1976), seguiram-se várias outras derivações e complementações, destacando-se os mais importantes aqueles relatados em (ERICKSON, 1997) (VORPERIAN, 1990). De uma forma ou de outra, o princípio básico envolve a transformação de um sistema híbrido, no qual há um chaveamento entre duas dinâmicas distintas e lineares, em um sistema descrito por uma única dinâmica. A partir desse passo, perturba-se então o modelo obtido por meio de pequenas variações em torno de um ponto de operação d-c, obtendo-se assim um modelo a-c de pequenos sinais, a partir do qual se permite o levantamento das diversas funções de transferência que interligam as múltiplas entradas e saídas do conversor que, em última análise, revela ser um problema de modelagem de um sistema multivariável. As seções que se seguem procurarão detalhar cada uma das etapas desse processo, tomando como o exemplo a topologia BUCK. No entanto, ressalta-se que os princípios gerais aqui apresentados podem ser facilmente estendidos para qualquer outro tipo de topologia.

1.1 Topologia BUCK

Uma fonte chaveada na topologia BUCK é apresentada na Figura 1.1, juntamente com alguns sinais de interesse, identificadas pelas variáveis em minúsculo, cujo significado é a representação dos valores instantâneos dos sinais que lhe estão associados. O funcionamento dessa topologia será brevemente descrito aqui e consiste no fechamento e abertura alternados das chaves S_1 e S_2 . Durante o intervalo $[0, t_{on}]$ a chave S_1 está fechada e a chave S_2 , aberta. Nesse período, o indutor é carregado e sua corrente aumenta linearmente. Durante o intervalo $[t_{on}, T_s]$, a chave S_1 abre e a chave S_2 fecha, fazendo com que a energia armazenada no indutor durante o primeiro intervalo seja agora descarregada, para então um novo ciclo de chaveamento se iniciar. A fração de tempo em que a chave S_1 permanece ligada chamamos de *duty-cycle* e consiste, matematicamente na razão entre o instante t_{on} e o período fixo de chaveamento T_s . A tensão nos terminais da chave S_2 e a corrente no indutor são mostradas na Figura 1.2

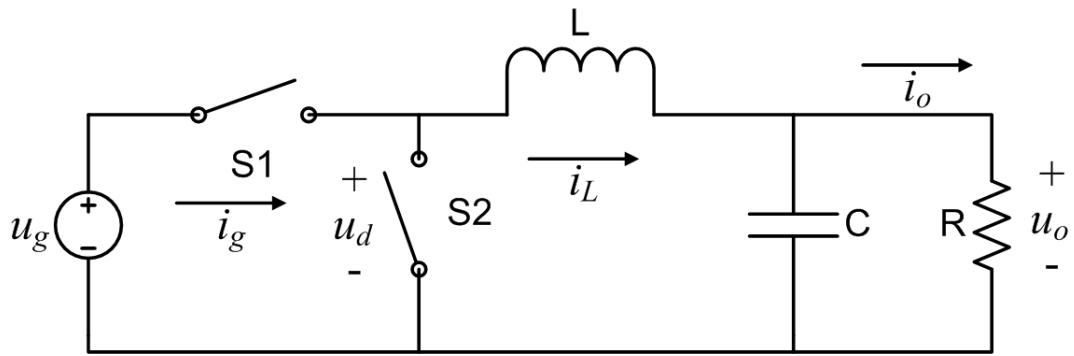


Figura 1.1 - Diagrama elétrico de um conversor BUCK.

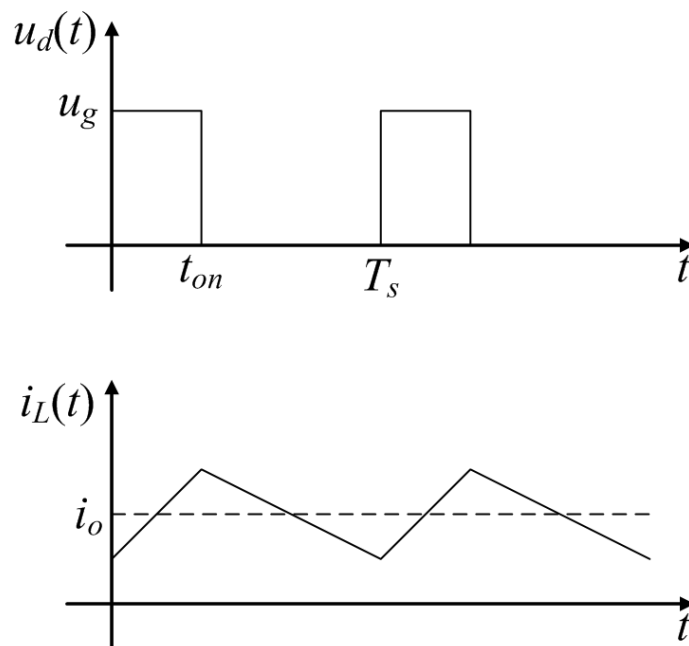


Figura 1.2 - Formas de onda típicas no conversor BUCK.

1.2 Média instantânea

Esta seção aborda os princípios adotados na modelagem de fontes chaveadas.

1.2.1 O método *Averaging*

Para esses tipos de sistemas híbridos, para cada estado de chaveamento, a condição inicial da dinâmica correspondente é a condição final do estado anterior. O efeito disso nos sinais do sistema são *ripples* de alta frequência superimostos a um valor médio de baixa frequência, de uma forma análoga a circuitos de rádio-frequência em que estão presentes uma portadora e um sinal modulante.

O processo de *averaging* consiste extrair o valor médio dos sinais chaveados, caracterizados por *ripples* de corrente ou tensão, dependendo da variável a ser considerada. Matematicamente, dado um sinal qualquer $x(t)$, podemos definir a média instantânea (*moving average*) (SPIAZZI, 2009) conforme equação 1.1

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t x(\tau) d\tau \quad (1.1)$$

Considerando a corrente no indutor como exemplo, a Figura 1.3 ilustra como cada um desses sinais podem ser visualizados graficamente. A barra sobre a variável indica se tratar do valor médio da corrente, podendo ser obtido para qualquer instante t .

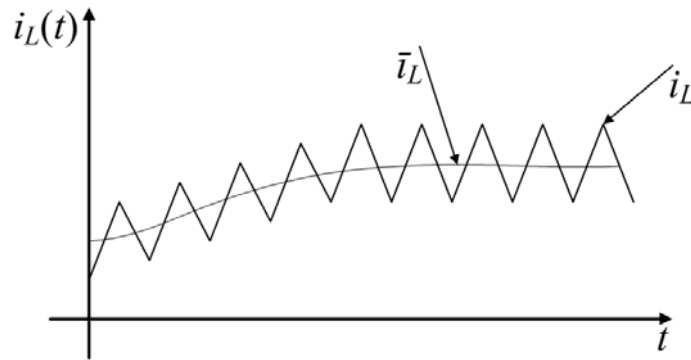


Figura 1.3 - Média instantânea de um sinal chaveado.

Assim, no processo de modelagem *averaging*, duas principais características que não podem ser esquecidas são:

- *Ripples* de alta frequência são desprezados.
- Somente a dinâmica de baixa frequência (valor médio) é considerada.

Continuando com o exemplo do indutor e considerando a tensão sobre o mesmo como sendo u_L , podemos utilizar a equação 1.1 e escrever

$$\bar{u}_L(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t u_L(\tau) d\tau = \frac{L}{T_s} \int_{t-T_s}^t \frac{d}{dt} i_L(\tau) d\tau \quad (1.2)$$

Portanto,

$$\bar{u}_L(t) = L \left[\frac{i_L(t) - i_L(t - T_s)}{T_s} \right] \quad (1.3)$$

É possível também demonstrar que

$$\frac{d}{dt} \bar{i}_L(t) = \frac{i_L(t) - i_L(t - T_s)}{T_s} \quad (1.4)$$

Comparando a equação 1.3 com a equação 1.4, podemos concluir que vale a relação

$$\bar{u}_L(t) = L \frac{d}{dt} \bar{i}_L(t) \quad (1.5)$$

De modo análogo o mesmo procedimento pode ser aplicado ao capacitor, de onde se conclui que

- As relações características de indutores e capacitores são também válidas para os valores médios instantâneos.

1.3 Regime Permanente

Em condição de regime permanente, temos que os sinais das variáveis se repetem a cada ciclo de período de chaveamento. No caso da corrente do indutor, seu valor no final de um período é igual ao valor no início do período, o que significa que a tensão média sobre o indutor é igual a zero ou, equivalentemente, a corrente média no indutor é constante. Essas observações podem ser tiradas, observando-se as equações 1.2, 1.5 e a Figura 1.4. Pode-se então escrever

$$i_L(t) = i_L(t - T_s) \Rightarrow \bar{u}_L(t) = 0 \quad (1.6)$$

Em outras palavras, temos que a área A_1 é igual à área A_2

$$(u_g - u_o)t_{on} = u_o(T_s - t_{on}) \quad (1.7)$$

Após algumas manipulações algébricas conclui-se que

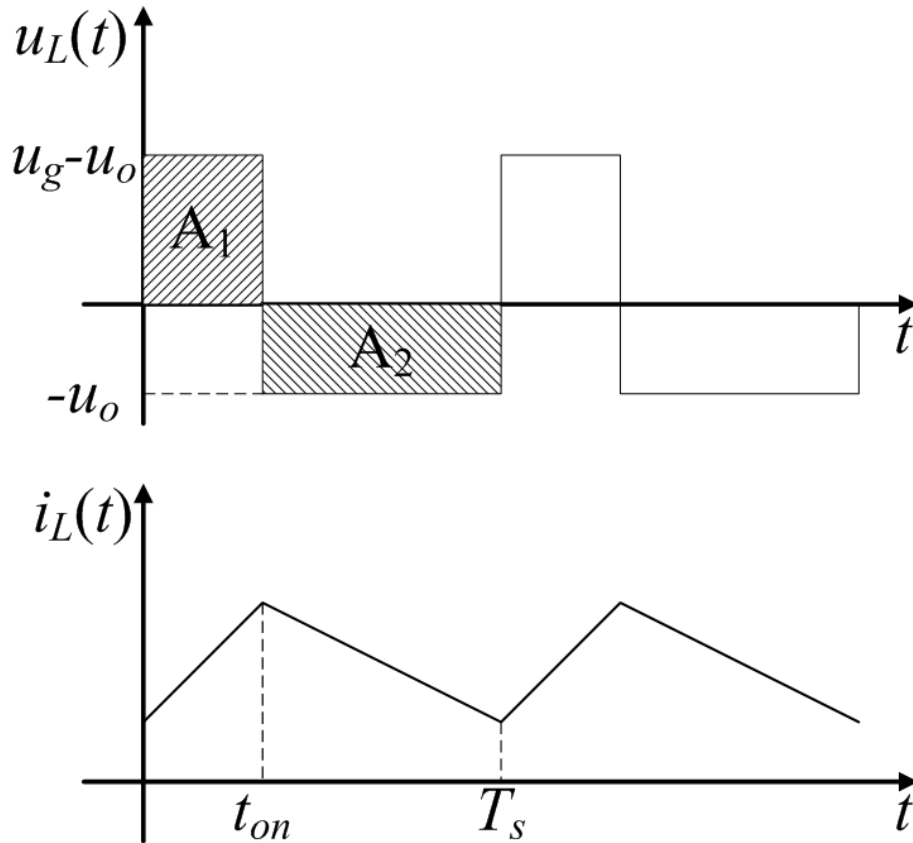


Figura 1.4 - Regime permanente.

$$u_o = \frac{t_{on}}{T_s} u_g = d u_g \quad (1.8)$$

em que a variável d representa o *duty-cycle*.

1.4 Regime Transitório

Continuando com a corrente do indutor como exemplo, temos que, durante um transiente, o valor da corrente ao final de um período não mais repete o valor no início do ciclo, o que significa que o valor médio da tensão sobre esse componente não é mais igual a zero ou que as áreas A_1 e A_2 citadas na seção anterior não mais são iguais. Tomando como referência a Figura 1.5, podemos escrever

$$i_L(t_{on}) = i_L(0) + \frac{U_{on}}{L} t_{on} \quad (1.9)$$

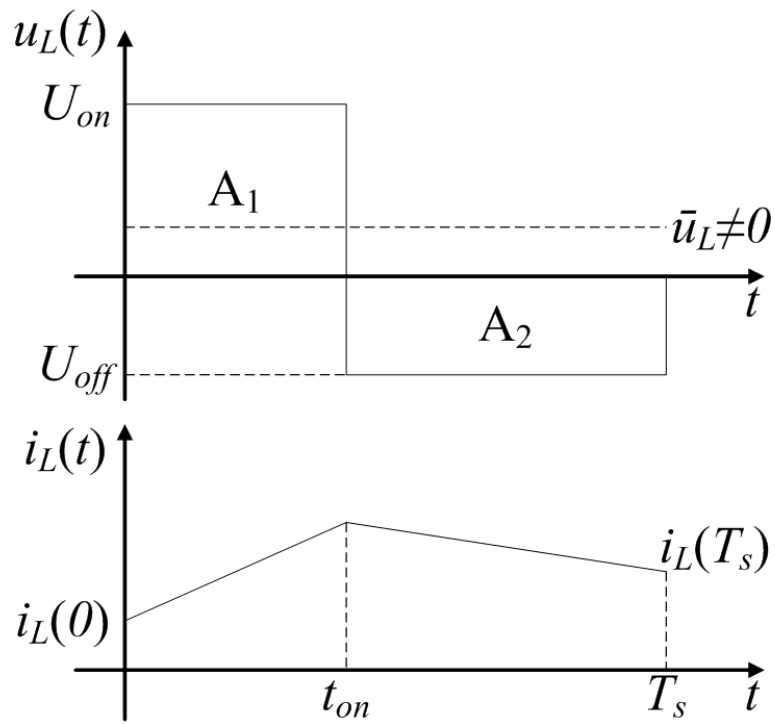


Figura 1.5 - Regime transitório.

$$i_L(T_s) = i_L(t_{on}) - \frac{U_{off}}{L}(T_s - t_{on}) \quad (1.10)$$

Logo

$$i_L(T_s) = i_L(0) + \frac{U_{on}}{L}t_{on} - \frac{U_{off}}{L}(T_s - t_{on}) \quad (1.11)$$

$$i_L(T_s) = i_L(0) + \frac{\bar{u}_L}{L}T_s \quad (1.12)$$

CAPÍTULO 2

MODELO *AVERAGING*

Uma vez apresentadas as noções básicas do conversor BUCK e os princípios envolvidos na obtenção da média instantânea de um sinal chaveado, estamos aptos a iniciar o modelo de médias de fontes chaveadas, o qual será discutido em detalhes nas seções seguintes.

2.1 Célula de chaveamento

Tomando como referência a Figura 1.1, pode-se observar que os elementos que tornam esse sistema não linear estão representados pelas chaves S_1 e S_2 . Portanto, o primeiro passo no processo de modelagem corresponde à substituição desses elementos do circuito por como uma rede de duas portas, caracterizada pelas correntes e tensões em cada um de seus terminais, tal como definidas na Figura 2.1.

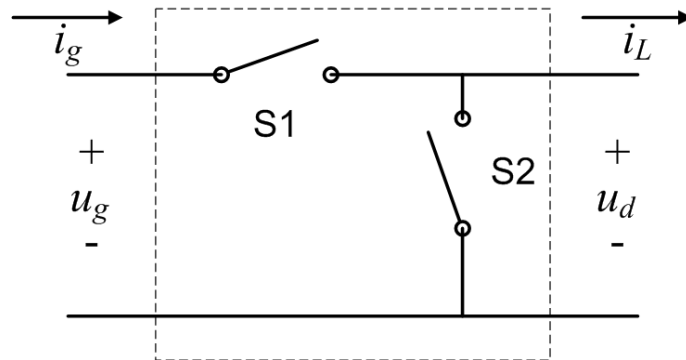


Figura 2.1 - Célula de chaveamento.

A forma de onda da tensão u_D foi apresentada na Figura 1.2 e se trata de um sinal chaveado PWM (*Pulse Width Modulated*). Como estamos interessados no valor médio dos sinais, podemos escrever

$$\bar{u}_D(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t u_D(\tau) d\tau \quad (2.1)$$

$$\bar{u}_D(t) = \frac{1}{T_s} u_g t_{on} = d u_g \quad (2.2)$$

Olhando agora a Figura 2.2, podemos também obter uma expressão para o valor médio da corrente de entrada da célula de chaveamento.

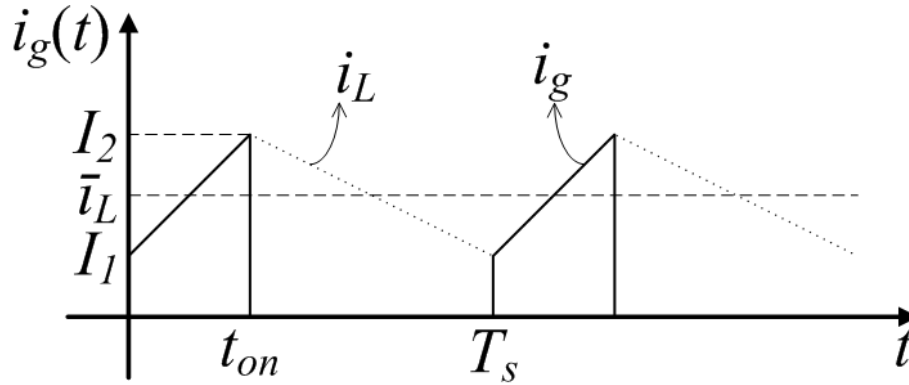


Figura 2.2 - Corrente de entrada da célula de chaveamento.

$$\bar{i}_g(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t i_g(\tau) d\tau = \frac{1}{T_s} \frac{I_1 + I_2}{2} t_{on} = \frac{t_{on}}{T_s} \bar{i}_L \quad (2.3)$$

Portanto

$$\bar{i}_g = d\bar{i}_L \quad (2.4)$$

Observando as equações 2.2 e 2.4 conclui-se que a célula de chaveamento pode ser substituída por uma fonte de tensão e corrente correspondentes ao comportamento médio dos sinais chaveados em estudo. Esse novo bloco se assemelha ao comportamento de um transformador dc-dc fictício tal como mostrado na Figura 2.3

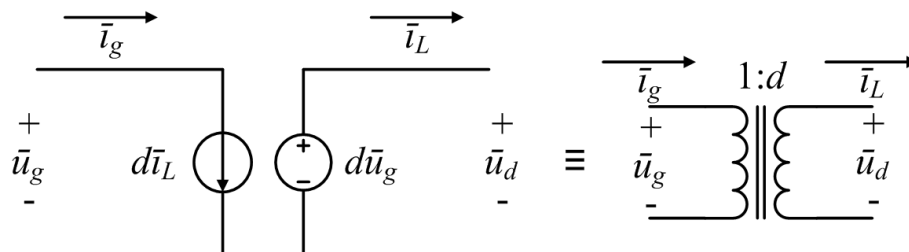


Figura 2.3 - Modelo *averaging* da célula de chaveamento.

2.2 Modelo *averaging*

Fazendo uso do artifício apresentado na seção anterior e substituindo na Figura 1.1 o novo bloco obtido, chega-se ao modelo de média tal como apresentado na Figura 2.4.

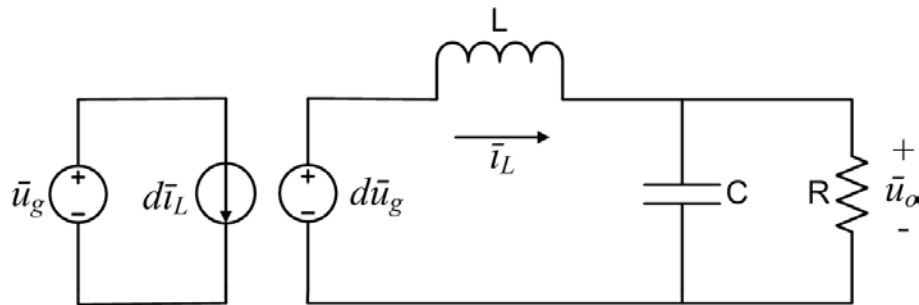


Figura 2.4 - Modelo *averaging* do BUCK.

2.3 Modelo a-c de pequenos sinais

O próximo passo consiste em desenvolver um modelo de pequenos sinais a-c para o modelo de média. O objetivo agora é causar pequenas perturbações de algumas variáveis de interesse em torno de um ponto de operação d-c e observar como que o sistema se comporta. É importante novamente frisar que essas perturbações a-c possuem frequências bem menores que a frequência de chaveamento do conversor.

Até o presente momento os sinais chaveados foram transformados em seus respectivos valores médios e representados por uma barra sobre a variável. Esta variável média será agora perturbada em torno de um ponto d-c sob a condição de que essa amplitude é muito menor do que o seu valor d-c. Com isso desprezamos termos de segunda ordem, viabilizando a linearização. Esse passo é importante pois embora o modelo *averaging* obtido na seção 2.2 tenha deixado de ser híbrido, ou seja, com dinâmicas distintas chaveadas, ele ainda continua não-linear uma vez que possui o produto de duas variáveis, a saber, o *duty cycle* pelos valores médios de corrente e tensão obtidos nas fontes daquele modelo.

De uma maneira geral queremos que para um sinal qualquer \bar{x} valha as considerações abaixo

$$\bar{x} = X + \hat{x} \quad (2.5)$$

$$\hat{x} \ll X \quad (2.6)$$

$$\bar{x}\bar{y} = (X + \hat{x})(Y + \hat{y}) = XY + X\hat{y} + Y\hat{x} + \hat{x}\hat{y} \approx XY + X\hat{y} + Y\hat{x} \quad (2.7)$$

Utilizando esse princípio nas fontes de corrente e tensão do modelo *averaging* podemos escrever

$$d\bar{i}_L \approx DI_L + D\hat{i}_L + \hat{d}I_L = D\bar{i}_L + \hat{d}I_L \quad (2.8)$$

$$d\bar{u}_g \approx DU_g + D\hat{u}_g + \hat{d}U_g = D\bar{u}_g + \hat{d}U_g \quad (2.9)$$

O resultado final da perturbação e linearização do modelo *averaging* é que agora se tem duas fontes de corrente e duas fontes de tensão, tal como mostradas na Figura 2.5

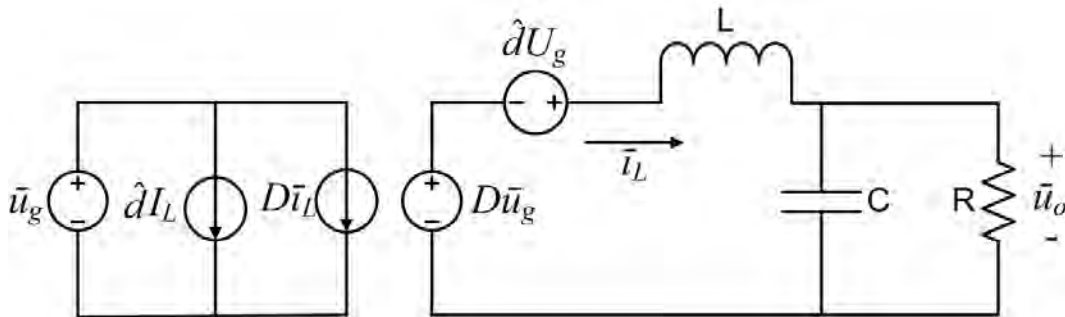


Figura 2.5 - Modelo a-c de pequenos sinais do BUCK.

2.4 Funções de transferência

As funções de transferência desejadas podem ser facilmente obtidas a partir do modelo a-c de pequenos sinais recém apresentado. Observando a Figura 2.5, pode-se observar que variações na corrente do indutor podem ser provocadas por meio de excitações no *duty cycle* ou na tensão de entrada, aqui consideradas como as duas entradas do sistema. Como se trata de um sistema linearizado, o princípio da superposição garante que o efeito geral é a soma dos efeitos de cada uma entrada

isoladamente. Portanto, se quisermos obter a função de transferência entre o *duty cycle* e a corrente do indutor, basta fazer a tensão de entrada e os valores d-c iguais a zero. Feito isso, podemos escrever para a tensão no indutor (u_L) a seguinte relação

$$u_L = \hat{d}U_g - \hat{u}_o = L \frac{d}{dt} \hat{i}_L \longrightarrow \hat{U}_o(s) = \hat{D}(s)U_g - Ls\hat{I}_L(s) \quad (2.10)$$

Mas se i_C é a corrente no capacitor tem-se que

$$\hat{i}_C = C \frac{d}{dt} \hat{u}_o \quad (2.11)$$

A corrente do indutor é a soma da corrente de carga e a corrente do capacitor

$$\hat{i}_L = C \frac{d}{dt} \hat{u}_o + \frac{\hat{u}_o}{R} \longrightarrow \hat{I}_L(s) = \left(\frac{1 + RCs}{R} \right) \hat{U}_o(s) \quad (2.12)$$

Substituindo a equação 2.10 na equação 2.12 chega-se na função de transferência desejada

$$G_{id}(s) = \frac{\hat{I}_L(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{(1 + RCs)U_g}{R + Ls(1 + RCs)} \quad (2.13)$$

Podemos também a partir da Figura 2.5 obter a função de transferência entre o *duty-cycle* e a tensão de saída, bastando observar que a perturbação da fonte $\hat{d}U_g$ provocará uma perturbação \hat{u}_o na saída, determinada pelo divisor de impedâncias caracterizado pela resistência, capacitância e indutância. Devemos lembrar que estamos com o princípio da superposição em mente e estamos nesse momento verificando o efeito de apenas uma entrada na saída. Podemos então escrever

$$\hat{u}_o = \hat{d}U_g \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (2.14)$$

em que

$$Z_1 = Ls \text{ e } Z_2 = R // \frac{1}{sC} \quad (2.15)$$

Fazendo as substituições chegamos a

$$G_{uod} = \frac{\hat{U}_o(s)}{\hat{D}(s)} = \frac{U_g}{\frac{s^2}{w_o^2} + \frac{s}{Qw_o} + 1} \quad (2.16)$$

em que

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.17)$$

e

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2.18)$$

Pelo mesmo procedimento as outras funções de transferência podem ser obtidas e a planta de um conversor dc-dc obtida por esse método de modelagem pode ser entendida como um sistema *MIMO* (*Multiple Input Multiple Output*), ou seja, trata-se de uma planta multivariável, conforme pode ser vista na Figura 2.6. Nessa figura, por exemplo, G_{11} corresponde à equação 2.16 e G_{12} , à equação 2.13.

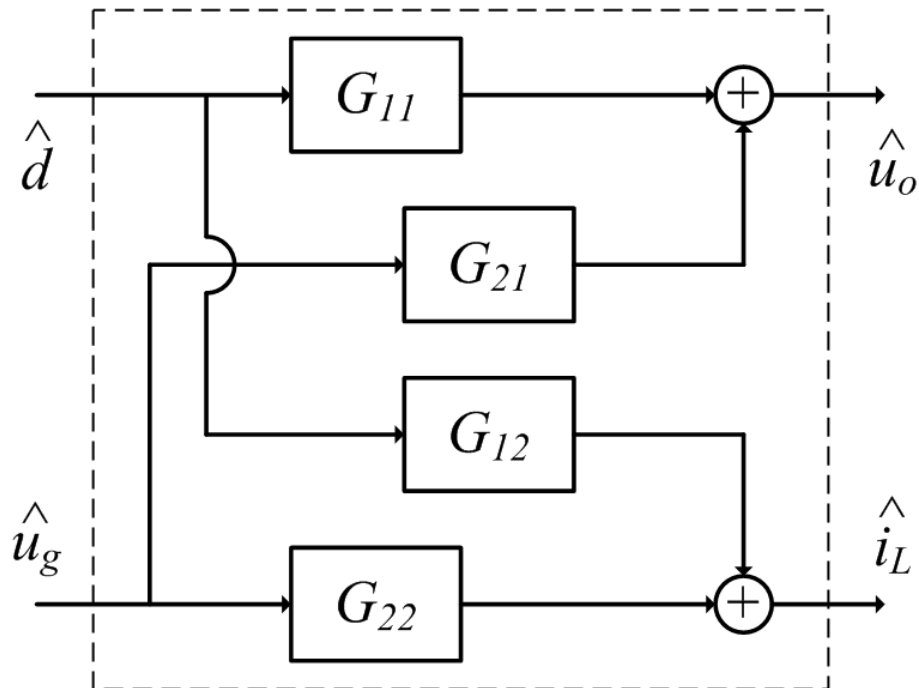


Figura 2.6 - Planta do modelo a-c de pequenos sinais do conversor BUCK.

CAPÍTULO 3

CONCLUSÕES

Neste trabalho se apresentou uma técnica de modelagem de conversores dc-dc baseada na ideia do *moving average* a partir da qual a célula de chaveamento é substituída por suas equivalentes fontes de tensão e corrente. Embora similar à difundida técnica de *State Space Averaging*, a metodologia aqui apresentada permite uma maior compreensão eletrônica das formas de onda do conversor quando comparada com essa última, que se baseia em procedimentos matemáticos de matrizes. Além disso, o modelo é visto como uma planta do tipo MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) e as funções de transferência relacionando entradas e saídas são obtidas facilmente a partir do modelo a-c de pequenos sinais. Com isso, técnicas de controle clássicas e modernas podem então ser facilmente aplicadas de modo a obter as respostas desejadas do sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ERICKSON, R. W. Advances in averaged switch modeling. In: BRAZILIAN CONGRESS OF POWER ELECTRONICS (COBEP97), 4. **Proceedings...** Belo Horizonte: SOBRAEP, 1997. 1

MIDDLEBROOK, R. D.; CUK, S. A general unified approach to modeling switching-converter power stages. **Power Electronics Specialists Conference**, p. 18–34, 1976. 1

SPIAZZI, G. **Modelling approaches for switching converters**: a short course. Bonito, MS: COBEP, 2009. 3

VORPERIAN, V. Simplified analysis of pwm converters using model of pwm switch part i: Continuous conduction mode. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 26, n. 3, p. 490–496, 1990. 1

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.