



Ministério da  
**Ciência, Tecnologia  
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/12.17.17.56-TDI

## **ANÁLISE E MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES COM ELEMENTOS CONCENTRADOS NAS CONFIGURAÇÕES LC E CL**

Ana Flávia Guedes Greco

Dissertação de Mestrado do  
Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia e Tecnologia Espaciais/  
Gerenciamento de Sistemas  
Espaciais, orientada pelos Drs.  
Joaquim José Barroso de Castro,  
e José Osvaldo Rossi aprovada em  
27 de novembro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3FDFFC5>>

INPE  
São José dos Campos  
2013

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

## **CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**

### **Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **Membros:**

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr<sup>a</sup> Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da  
**Ciência, Tecnologia  
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/12.17.17.56-TDI

## **ANÁLISE E MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES COM ELEMENTOS CONCENTRADOS NAS CONFIGURAÇÕES LC E CL**

Ana Flávia Guedes Greco

Dissertação de Mestrado do  
Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia e Tecnologia Espaciais/  
Gerenciamento de Sistemas  
Espaciais, orientada pelos Drs.  
Joaquim José Barroso de Castro,  
e José Osvaldo Rossi aprovada em  
27 de novembro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3FDFFC5>>

INPE  
São José dos Campos  
2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Greco, Ana Flávia Guedes.

G799a Análise e modelagem de linhas de transmissão não lineares com elementos concentrados nas configurações lc e cl / Ana Flávia Guedes Greco. – São José dos Campos : INPE, 2013.  
xxvii + 117 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2013/12.17.17.56-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Gerenciamento de Sistemas Espaciais) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2013.

Orientadores : Drs. Joaquim José Barroso de Castro, e José Osvaldo Rossi.

1. linhas de transmissão não lineares. 2. solução numérica de equações diferenciais não lineares. 3. modelagem e simulação. 4. geração de RF. 5. geração de sólitons claros e escuros. I.Título.

CDU 621.3.01/02

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).



Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Mestre** em

**Engenharia e Tecnologia  
Espaciais/Gerenciamento de Sistemas  
Espaciais**

Dr. Mario Cesar Ricci



---

Presidente / INPE / SJCampos - SP

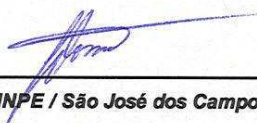
Dr. Joaquim José Barroso de Castro



---

Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. José Osvaldo Rossi



---

Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Olympio Lucchini Coutinho



---

Convidado(a) / ITA / São José dos Campos - SP

*Este trabalho foi aprovado por:*

( ) maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Ana Flavia Guedes Greco**

**São José dos Campos, 27 de Novembro de 2013**



*“Nossas dúvidas são traidoras e nos fazem perder o bem que poderíamos conquistar se não fosse o medo de tentar”.*

*William Shapshare*



*Dedico este trabalho a minha família e em especial a meus queridos pais,  
Flávio Luiz e Ana Lúcia Guedes Greco.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por tudo que tem me oferecido, por suas bênçãos e graças e pela sua imensa proteção.

A meus pais Flávio e Ana Lúcia, por todo apoio e incentivo em todos os momentos da minha vida e a meus irmãos Fabiano, Michel e Flávio pela força e apoio.

Agradeço também de um modo muito especial aos meus orientadores Joaquim José Barroso e José Osvaldo Rossi por todo comprometimento e dedicação ao meu trabalho. Suas contribuições foram de grande valia para o enriquecimento deste trabalho.

Agradeço ao INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) pela oportunidade de cursar o Mestrado e por ter cedido espaço para a realização do meu trabalho.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior), pela bolsa concedida durante boa parte do mestrado e ao SPG (Serviço de Pós Graduação do INPE), pelo apoio financeiro na participação em congressos e simpósios, sem o qual não seria possível participar de tais eventos.

Aos professores do CSE, por toda paciência e transmissão de conhecimento.

Enfim, agradeço a todos os amigos do INPE, que sempre me apoiaram e também a todos aqueles que de uma maneira ou outra que contribuíram de forma muito especial para que este trabalho fosse possível.





## RESUMO

Em uma formulação geral descrita por um sistema de equações diferenciais ordinárias no domínio do tempo, o presente trabalho de dissertação investiga os fenômenos de propagação em linhas de transmissão lineares e não lineares constituídas de células LC e CL. Foram desenvolvidas e em seguida comparadas duas formulações matemáticas, importantes do ponto de vista conceitual, mas pouco discutidas na literatura. Para a primeira formulação tem-se como variáveis de estado a corrente de malha que circula em cada seção, e a correspondente carga armazenada em cada capacitor. Para a outra formulação consideram-se a corrente no indutor de cada seção e a tensão nos capacitores. De importância sob o aspecto numérico e uma vez que existem poucos estudos sobre tais formulações, foram adotadas estas variáveis de maneira que as equações diferenciais sejam todas de primeira ordem. A formulação desenvolvida foi escrita para que a cada elemento discreto em uma seção particular  $i$  possam ser atribuídos valores arbitrários  $L_i$  e  $C_i$ . Além disso, a formulação permite a análise no regime transitório das linhas sendo excitadas por um pulso de forma arbitrária. No regime linear, foram examinadas as características de propagação em linhas periódicas, nas quais células unitárias idênticas repetem-se periodicamente, e também linhas duplamente periódicas, onde cada seção ímpar compõe-se de um par de elementos  $L_1$  e  $C_1$ , enquanto as seções pares incluem um indutor  $L_2$  e um capacitor  $C_2$ . Na atribuição dos valores dos elementos do circuito dois casos foram considerados. Para linhas periódicas destaca-se a interpretação de velocidades de fase positiva e negativa associadas respectivamente às topologias LC e CL, considerando um sinal senoidal. Já para linhas duplamente periódicas destaca-se o caráter de filtragem espacial, uma vez que as linhas assim sintetizadas com elementos concentrados exibiram forte dispersão espacial em que cada nó da linha apresenta um espectro distinto de frequência. No regime não linear, foram investigados alguns fenômenos associados à linha LC tais como geração de RF, geração de sólitons, e redução dos tempos de subida e de descida de pulsos que se propagam ao longo da linha. E para linhas CL foram investigados a formação de sólitons claros e escuros (que constituem características únicas das linhas CL) e também a geração de sub-harmônicas e compressão de pulsos considerando pulsos senoidais e de RF.



# MODELING AND ANALYSIS OF NONLINEAR TRANSMISSION LINES WITH LUMPED ELEMENTS IN LC AND CL CONFIGURATIONS

## ABSTRACT

In a general formulation described by a system of ordinary differential equations in the time domain, this dissertation investigates the propagation phenomena in linear and nonlinear transmission lines consisting of LC and LC cells. Important from conceptual point of view but little discussed in the literature, two mathematical formulations were developed and then compared. For the first formulation the state variables were assigned as the mesh current flowing in each section and the corresponding charge stored in each capacitor. For the second formulation the inductor current of each section and the voltage across the capacitors were the state variables considered. Of importance from the numerical standpoint and since there are few studies on such formulations, these variables were adopted so that the differential equations are all first order. The developed formulation was written so that to each discrete element in a particular section  $i$  values arbitrary  $L_i$  and  $C_i$  could be assigned. Furthermore, the formulation allows the analysis of transmission lines being excited by a pulse of arbitrary shape. In the linear regime, we examined the propagation characteristics of periodic lines in which the unit cells repeat themselves periodically, and also doubly periodic lines, where each odd-numbered section consists of one pair of elements  $L_1$  and  $C_1$ , while the even sections include an inductor  $L_2$  and a capacitor  $C_2$ . In assigning the values of the circuit elements two cases were considered. For periodic lines the interpretation of positive and negative phase velocities, respectively associated to LC and LC topologies, were highlighted upon considering sinusoidal signals. As for doubly periodic lines spatial filtering properties were emphasized, since such lines with lumped elements exhibited strong spatial dispersion in which each node of the line has a distinct frequency spectrum. In the nonlinear regime, we investigated some phenomena associated with the LC line such as RF generation, generation of solitons, and reduction of the rise and fall times of trapezoidal pulses propagating along the line. Concerning CL lines we examined the formation of bright and dark solitons (the latter is a distinguished feature of CL lines) and also sub-harmonic generation and pulse compression by considering sinusoidal, Gaussian, and RF pulses.



## LISTA DE FIGURA

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1 – Circuito Periódico formado por elementos concentrados. ....	2
Figura 2.1 – Circuito RLC não linear .....	7
Figura 2.2 – (a) Pulso triangular simétrico e (b) correspondente variação de carga. ....	9
Figura 2.3 – Exemplo em que a carga é conservada quando se usam modelos que se baseiam na expressão da carga $q(v)$ . Isto porque $\Delta q_1(t_1) = -\Delta q_2(t_2)$ quando $\Delta v(t_1) = -\Delta v(t_2)$ .....	11
Figura 2.4 – Carga $q(v)$ em função da tensão para a capacitância não linear em (2.18). ....	15
Figura 2.5 – Tensão no capacitor em função do tempo. ....	16
Figura 2.6 – (a) Potência de entrada, (b) potência dissipada no resistor e potências reativas no (c) indutor e (d) capacitor. ....	17
Figura 2.7 – Razão $P_{tot} / P_{in}$ entre a potência $P_{in}$ de entrada e a potência total $P_{tot}$ no circuito. ....	18
Figura 2.8 – Capacitância $C(v(t))$ do diodo como uma função da tensão. ....	19
Figura 2.9 – Tensão no capacitor em função do tempo. ....	20
Figura 2.10 – (a) Potência de entrada, (b) potência dissipada no resistor e potências reativas no (c) indutor e (d) capacitor. ....	21
Figura 2.11 – (a) Razão $P_{tot} / P_{in}$ entre a potência $P_{in}$ de entrada e a potência total $P_{tot}$ no circuito e (b) mostra que a diferença $P_{tot} - P_{in}$ é da ordem de ....	22
$10^{-17}$ W, sendo que o nível de potência de entrada é de 0,2 W. ....	22
Figura 2.12 – Circuito RLC não linear. ....	23
Figura 2.13 – Tensão no capacitor em função do tempo, obtidos pelo <i>Mathematica</i> (curva azul) e pelo <i>Circuit Maker</i> (curva verde). ....	24
Figura 2.14 – Corrente no indutor em função do tempo, obtidos pelo <i>Mathematica</i> (curva azul) e pelo <i>Circuit Maker</i> (curva verde). ....	24
Figura 3.1 – Linha de topologia LC não linear generalizada para N seções mais carga. ....	27

Figura 3.2 – Circuito de uma Linha LC não linear com três seções. ....	28
Figura 3.3 – Linha de topologia CL não linear generalizada para N seções mais carga. ....	30
Figura 3.4 – Circuito de uma linha CL não linear com três seções. ....	30
Figura 3.5 – Diagrama de dispersão/atenuação para uma linha LC. Em linhas com perdas $a, b \neq 0$ , propagação e atenuação existem em todas as frequências. No eixo horizontal, a atenuação $\text{Im} \{\beta\}$ (curvas tracejadas) e mudança de fase por seção $\text{Re} \{\beta\}$ (curvas contínuas) são normalizados por $\pi$ . ....	35
Figura 3.6 – Diagrama de dispersão/atenuação para uma linha CL. ....	37
Figura 3.7 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha CL de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,001 \Omega$ , $L = 1 \mu\text{H}$ , $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressoante $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 250 kHz. ....	38
Figura 3.8 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha CL de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,05 \Omega$ , $L = 1 \mu\text{H}$ , $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressoante $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 200 kHz. ...	39
Figura 3.9 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha LC de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,001 \Omega$ , $L = 1 \mu\text{H}$ , $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressoante $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 50 kHz. ....	40
Figura 3.10 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha CL de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,05 \Omega$ , $L = 1 \mu\text{H}$ , $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressoante $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 20 kHz. ....	40
Figura 4.1 – Pulsos em uma linha LC-NL nos nós # 1 (verde), #24 (azul) e #51 (rosa), respectivamente. O capacitor em (a) é linear ( $m = 0$ ), enquanto que (b) é não linear.....	46
Figura 4.2 – Propagação do pulso em uma linha LC-NL nos nós # 1 (verde), #11 (azul), #21 (rosa), #31 (laranja), #41 (vermelho) e #51 (roxo), respectivamente. ....	47

Figura 4.3 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor linear (Equação 4.1, com $m = 0$ ). .....	49
Figura 4.4 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor não linear (Equação 4.1, com $m = 1$ ). .....	50
Figura 4.5 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor linear (Equação 4.2, com $m = 0$ ). .....	52
Figura 4.6 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor linear (Equação 4.2, com $m = 0,5$ ). .....	53
Figura 4.7 – Propagação do pulso em uma linha LC-NL com 11 seções onde (a) nó # 1 (verde), (b) nó # 5 (azul) e (c) nó # 11 (rosa). .....	55
Figura 4.8 – Propagação do pulso em uma linha LC-NL com 101 seções onde (a) nó # 1 (verde), (b) nó # 50 (azul) e (c) nó # 101 (rosa). .....	56
Figura 5.1 – Sinais em uma linha CL-NL nos nós # 50 (verde), #200 (azul), #300 (rosa) e #400 (laranja), respectivamente. A não linearidade em: (a) é positiva e (b) é negativa. .....	61
Figura 5.2 – Resposta temporal e espectro dos sinais (a) de entrada (preto), (b) de saída para não linearidade positiva, expressa por $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(2,5 v(t))]$ e (c) de saída para não linearidade negativa, expressa por $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(0,5 v(t))]$ . .....	63
Figura 5.3 – Respostas nos domínios do tempo e da frequência para os sinais de entrada e no nó #100 produzida por um capacitor não linear com $\partial C / \partial v > 0$ (a) $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(0,5 v(t))]$ , (b) capacitor não linear com $\partial C / \partial v < 0$ :	

$C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(2,5 v(t))]$ . Em ambos os casos a frequência da moduladora é $f = 2,5 \text{ GHz}$ . .....	65
Figura 5.4 – Respostas nos domínios do tempo e da frequência das tensões de entrada e no nó #100 produzida por um capacitor não linear com $\partial C / \partial v > 0$ em (a) $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(0,5 v(t))]$ , (b) um capacitor não linear com $\partial C / \partial v < 0$ : $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(2,5 v(t))]$ . Em ambos os casos a frequência da moduladora é $f = 3 \text{ GHz}$ . .....	66
Figura 5.5 – Uma não linearidade negativa $\partial C / \partial v < 0$ (a) produz um deslocamento positivo de frequência (c) durante a fase de subida do pulso (b), enquanto ocorre uma diminuição em frequência dos componentes espectrais do pulso durante a fase de descida do pulso. A correspondente variação da capacitância em função do tempo é mostrada em (d). Note-se que para capacitância do tipo $A \text{sech}(\alpha v)$ , em (a), as variações temporais da capacitância e da tensão aplicada são opostas, respectivamente em (d) e (b). .....	69
Figura 5.6 – Respostas nos domínios do tempo e da frequência para a tensão de entrada e tensão no nó #100 correspondente: (a) uma não linearidade positiva, expressa por $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(2,5 v(t))]$ e (b) por uma não linearidade negativa, expressa por $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(2,0 v(t))]$ .....	71
Figura 5.7 – Respostas nos domínios do tempo (a) e da frequência (b) para o sinal de entrada (curva preta) e no nó #100 (curva verde).....	72
Figura 5.8 – Sóliton escuro em diferentes posições, obtido a partir de simulação da linha CL-NL: (a) #10, (b) #50 e (c) 101. A depressão de envoltória mantém a sua forma à medida que o sóliton se propaga ao longo da linha. ....	74
Figura 5.9 – Resposta de uma linha CL não linear em diferentes posições: (a) #10, (b) #50 e (c) #101. A depressão de envoltória alarga-se ao longo da linha. ....	76
Figura 5.10 – Propagação do pulso da forma secante hiperbólica observada nas posições #10 (cor verde), #50 (cor rosa) e #101 (cor azul), a partir da simulação da linha CL-NL. ....	77
Figura 5.11 – Sóliton claro em diferentes posições, obtida a partir de simulação da linha de transmissão CL-NL: (a) #10, (b) #50 e (c) #101. ....	78



Figura 5.12 – Resposta de uma linha CL observada nas posições #10 (cor verde), #50 (cor rosa) e #101 (cor azul), à excitação de um pulso de RF com envoltória do tipo Sech. ....	79
Figura 6.1 – Circuito de uma linha LC linear com três seções. ....	82
Figura 6.2 – Circuito de uma linha LC composta por três seções mais carga..	84
Figura 6.3 – Espectros dos sinais no nó #10 de uma linha LC (a) simples com $L = 1 \mu\text{H}$ , $C = 1 \text{ nF}$ e $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ ; (b) duplamente periódica com $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 0,5 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ ; (c) duplamente periódica com $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 2 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ ; (d) duplamente periódica com $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 0,5 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 2 \Omega$ ; (e) duplamente periódica com $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 2 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 2 \Omega$ .....	89
Figura 6.4 – Sinal no nó #2 de uma linha LC periódica simples com $L=1 \mu\text{H}$ , $C = 1 \mu\text{F}$ e sem carga na seção final. (a) Análise transiente e (b) Análise de Fourier. ....	90
Figura 6.5 – Forma de onda de uma linha LC periódica com $L =1 \mu\text{H}$ e $C = 1 \mu\text{F}$ , sem carga resistiva no nó (a) #100 e (b) #200.....	91
Figura 6.6 – Forma de onda de uma linha LC periódica com $L =1 \mu\text{H}$ e $C = 1 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ no nó (a) #100 e (b) #200.....	91
Figura 6.7 – Forma de onda de uma linha LC periódica com $L =1 \mu\text{H}$ e $C = 1 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 2 \Omega$ no nó (a) #100 e (b) #200.....	92
Figura 6.8 – Sinal de uma linha LC duplamente periódica com $L_1 = 1 \mu\text{H}$ , $C_1 = 1 \mu\text{F}$ , $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 0,5 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ . (a) Forma de onda no nó #100, (b) Forma de onda no nó #200. ....	92
Figura 6.9 – Sinal de uma linha LC duplamente periódica com $L_1 = 1 \mu\text{H}$ , $C_1 = 1 \mu\text{F}$ , $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 0,5 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 2 \Omega$ (a) Forma de onda no nó #100, (b) Forma de onda no nó #200. ....	93
Figura 6.10 – Sinal de uma linha LC duplamente periódica com $L_1 = 1 \mu\text{H}$ , $C_1 = 1 \mu\text{F}$ , $L_2 = 2 \mu\text{H}$ , $C_2 = 2 \mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ (a) Forma de onda no nó #100, (b) Forma de onda no nó #200. ....	93
Figura 6.11 – Filtragem espacial de uma linha LC duplamente periódica com $L_1 = 1 \mu\text{H}$ , $C_1 = 1 \mu\text{F}$ , $L_2 = 2\mu\text{H}$ , $C_2 = 0,5\mu\text{F}$ e $R_{\text{carga}} = 1\Omega$ (a) nó #2, (b) nó #10, (c) nó #100 e (d) nó #200. ....	94

Figura 6.12 – Filtragem espacial de uma linha LC duplamente periódica com  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1\Omega$  (a) nó #2, (b) nó #10, (c) nó #100 e (d) nó #200. .... 95

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

NL	Não Linear
LTNL	Linha de Transmissão Não Linear
RF	Radiofrequência
RLC	com resistores, indutores e capacitores
LC	com indutores e capacitores
CL	com capacitores e indutores
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CSE	Engenharia e Gerenciamento de Sistemas Espaciais
SPG	Serviço de Pós-Graduação



## LISTA DE SÍMBOLOS

L	Indutor
C	Capacitor
R	Resistência
G	Condutância
V	Tensão
$V_s$	Tensão no gerador
$R_{carga}$	Carga resistiva
q	Carga
i	Corrente
v	Tensão no capacitor
$C(v(t))$	Capacitância em função da tensão do capacitor
$q(t)$	Carga em função do tempo
$i(t)$	Corrente em função do tempo
$v(t)$	Tensão no capacitor em função do tempo
$q(v)$	Carga em função da tensão do capacitor
$r_{L,k}$	Resistência do indutor
$r_{C,k}$	Resistência do capacitor
$r_s$	Resistência do gerador
$r_{carga}$	Resistência da carga
$L_k$	Valor do indutor, em uma dada seção
$C_k$	Valor do capacitor, em uma dada seção
$v_k$	Tensão no capacitor, em uma dada seção
$i_L$	Corrente que circula no indutor
$i_C$	Corrente que circula no capacitor
$P_{in}$	Potência de entrada
$P_{tot}$	Potência total
$P_R$	Potência dissipada no resistor
$P_L$	Potência reativa do indutor
$P_C$	Potência reativa do capacitor
N	Número de seções da linha
k	Número da seção
$C_{j0}$	Capacitância de junção
$V_j$	Potencial de junção
$V(t)$	Tensão reversa aplicada

$m$	Expoente da capacitância não linear
$x$	Posição de um nó em relação à fonte
$p$	Comprimento hipotético da célula unitária
$\beta$	Fator de fase
$\delta$	Unidade de comprimento
$\mu$	Permeabilidade magnética
$f$	Frequência
$Z_0$	Impedância da linha
$Z$	Impedância de saída

## SUMÁRIO

	<b><u>Pág.</u></b>
1	<b>INTRODUÇÃO</b> ..... 1
1.1.	Considerações Gerais..... 1
1.2.	Objetivos ..... 5
1.3.	Estrutura da Dissertação ..... 5
2	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> ..... 7
2.1.	Linhas de Transmissão não Lineares..... 7
2.2.1.	Definição de Capacitância..... 8
2.2.2.	Conservação de Carga ..... 9
2.2.3.	Erro de Modelagem ..... 12
2.2.4.	Modelagem de Carga baseado em Capacitância..... 13
2.3.	Verificação da Conservação de Carga ..... 14
2.3.1.	Capacitância que Decai Exponencialmente com a Tensão ..... 15
2.3.2.	Capacitância de Junção P-N ..... 18
2.3.3.	Comparação de Resultados ..... 23
3	<b>EQUAÇÕES GENERALIZADAS DE CIRCUITO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES LC e CL</b> ..... 27
3.1.	Formulação $\{i(t), v(t)\}$ ..... 27
3.1.1.	Linha LC..... 27
3.1.2.	Linha CL..... 30
3.2.	Formulação $\{i(t), q(t)\}$ ..... 32
3.2.1.	Linha LC..... 32
3.2.2.	Linha CL..... 33
3.3.	Relações de Dispersão ..... 33

3.3.1.	Relação de Dispersão para Linha LC Linear.....	33
3.3.2.	Relação de Dispersão para Linha CL Linear.....	35
3.4.	Resultados de Simulação.....	37
3.5.	Comentários Finais .....	41
4	<b>PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS E FENÔMENOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES DE TOPOLOGIA LC .....</b>	<b>43</b>
4.1.	Propagação de Sóliton e Geração de Rádio Frequência .....	43
4.2.	Redução dos Tempos de Subida e de Descida .....	54
4.3.	Comentários Finais .....	57
5	<b>PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS E FENÔMENOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES DE TOPOLOGIA CL .....</b>	<b>59</b>
5.1.	Propagação de Sólitons, Compressão de Pulso e Geração de Sub-Harmônicas .....	60
5.2.	Geração de Sólitons Claros e Escuros.....	73
5.2.1.	Sóliton Escuro .....	73
5.2.2.	Sóliton Claro.....	78
5.3.	Comentários Finais .....	79
6	<b>ANÁLISE AC DE LINHAS LC DUPLAMENTE PERIÓDICAS .....</b>	<b>81</b>
6.1.	Análise AC em Regime Estacionário para uma Linha LC Linear sem Carga.....	81
6.2.	Análise AC em Regime Estacionário para uma Linha LC Linear com Carga.....	84
6.3.	Resultados de Simulação.....	87
6.4.	Comentários Finais .....	95



7	<b>CONCLUSÕES</b> .....	97
7.1.	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	99
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	101
	<b>ANEXO A: TRABALHOS PUBLICADOS E APRESENTADOS EM CONFERÊNCIAS</b> .....	105
	<b>ANEXO B: DESCRIÇÃO DOS CÓDIGOS IMPLEMENTADOS NO MATHEMATICA</b> .....	107
B.1.	Formulação $\{i(t), v(t)\}$ .....	107
B.2	Formulação $\{i(t), q(t)\}$ .....	110
B.3.	Formulação Desenvolvida para Análise AC .....	113



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1. Considerações Gerais

Uma linha de transmissão não linear (LTNL) é uma linha de transmissão periodicamente carregada com elementos não lineares, sejam varactores ou indutores saturados. Devido ao rápido avanço da tecnologia de circuitos eletrônicos demandando um contínuo aumento na frequência de operação de circuitos integrados, as interconexões entre dispositivos eletrônicos podem se comportar nesta circunstância como linhas de transmissão. Atrasos não intencionais de sinais, tensões de *crosstalk*, reflexões e sobretensões de sinais nas terminações dos componentes prejudicam a correta operação de circuitos eletrônicos. Para confrontar tais problemas em processamento digital de alta velocidade, há necessidade de reduzir o atraso de propagação de sinais entre os elementos do circuito [1],[2]. Nesse sentido, para o projeto e testes de tais componentes, técnicas precisas e eficientes de simulação são requeridas, e tais análises devem ser realizadas no domínio do tempo para que sejam quantificadas corretamente as perdas e o atraso de pulsos entre as conexões. A análise no domínio do tempo torna-se essencial em linhas de transmissão de sistemas de potência para a avaliação de processos transitórios, sejam excitados por campos eletromagnéticos externos, por emissão de radares de alta potência ou por descargas de raios.

O principal uso de linhas de transmissão é transmitir potência de RF entre localizações separadas por distâncias comparáveis a um quarto do comprimento de onda ( $\lambda/4$ ) correspondente à frequência de operação. No outro limite, quando o comprimento da linha é muito menor que  $\lambda/4$ , o tempo de atraso de transmissão constitui uma pequena fração do período de oscilação, e assim o sistema pode ser analisado usando-se a teoria usual de circuitos elétricos. Em termos de comprimento de onda, circuitos onde qualquer conexão entre seus elementos seja pequena em relação ao comprimento de onda associado à mais alta frequência de interesse é denominado circuito de elementos concentrados.

A restrição de que a dimensão do circuito seja muito menor que o comprimento de onda assegura a validade das leis de Kirchhoff para tensão e corrente, refletindo o fato de que as leis de Kirchhoff são aproximações das equações de Maxwell.

Linhas de transmissão de elementos concentrados [3] são implementadas por uma sequência em cascata (ver Figura 1.1) de combinações de elementos reativos (L, C) e dissipativos (R, G), onde a resistência R e a condutância G, respectivamente, representam a imperfeição dos condutores (atenuação causada por perdas ôhmicas) e a imperfeição da isolamento (corrente de fuga através do dielétrico de isolamento entre os condutores). Na maioria dos regimes de operação de linhas de transmissão, a perda de energia nos condutores é maior que a perda no isolante dielétrico, ou seja,  $R/L > G/C$ .

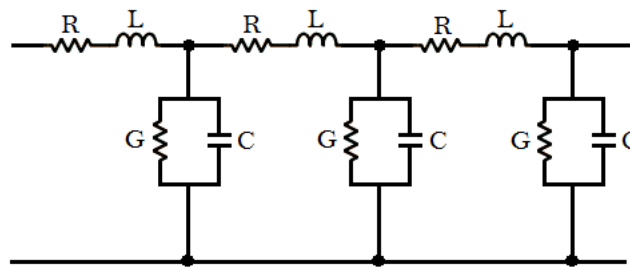


Figura 1.1 – Circuito Periódico formado por elementos concentrados.

Redes deste tipo, conforme ilustrada na Figura 1.1, com resistências R em série com indutores L e condutâncias G em paralelos com capacitores C, também referidas por linhas de transmissão artificiais, são usadas na modelagem de sistemas de transmissão. Em frequências de operação bem menores que a frequência de corte da linha (frequência de Bragg), tal linha discreta comporta-se essencialmente como uma linha distribuída.

Ressalte-se ainda, que linhas de transmissão são amplamente usadas na conexão de rádio transmissores e receptores com antenas e também na distribuição de sinais entre sistemas de comunicação. Além disso, apresentando a habilidade de manipular e conformar sinais de alta potência

com a finalidade de concentrar e liberar pulsos intensos de energia utilizando sistemas compactos e de dimensões reduzidas, linhas de transmissão de potência pulsada constituem uma tecnologia de interesse na área espacial e em defesa.

Linhas de transmissão não lineares são de interesse pelas suas aplicações em diversos campos. Por exemplo, linhas de transmissão não lineares podem ser usadas como transformadores de fase [4], compressores de pulso [5][6], multiplicadores de frequência [7] e antenas compactas [8][9].

Estudos no Brasil e no exterior estão sendo feitos no sentido de gerar rádio frequência de alta potência para diversas aplicações, como por exemplo, em sistemas embarcados no espaço usando sistemas compactos sem emprego de tubos eletrônicos. O princípio para a geração de RF é obtida basicamente a partir de ondas de sólitons que se propagam ao longo de linhas discretas LC não lineares [10]-[12].

E dado o crescente interesse no desenvolvimento de fontes de radiação na faixa de frequência de THz (usualmente definida como  $100 \text{ GHz} < f < 10 \text{ THz}$ ) visando aplicações em espectroscopia, imageamento a partir de plataformas espaciais, instrumentação para astrofísica e sistema de vigilância [13]-[15], LTNLs, com os necessários requisitos de compactação, eficiência e confiabilidade que tais aplicações exigem, têm sido reconhecidas como um método para gerar radiação na faixa de THz a partir da geração de harmônicas de ordem superior usando fontes comuns de micro-ondas [5], [16]-[17].

Com essa motivação, propõe-se modelar e analisar linhas de transmissão não lineares com células CL (C e L denotando a capacitância série e a indutância shunt em cada célula), pois, como será visto, a linha CL forma um sistema compacto e que tem várias aplicações em engenharia (defasadores, antenas de dimensões elétricas reduzidas, diplexadores, acopladores, amplificadores paramétricos) [18]-[21] exibindo regimes de propagação de ondas regressivas semelhantes aos encontrados em metamateriais de índice de refração negativo

[6], [22]-[25]. Em um estudo comparativo, será feita a análise da linha dual LC (L e C denotando a indutância série e a capacitância shunt em cada célula).

Assim, com base nas soluções analítica e numérica de equações diferenciais ordinárias no domínio do tempo, faz-se um estudo comparativo entre as duas formulações matemáticas, importantes do ponto de vista conceitual, mas pouco discutidas na literatura [6], [24], [26]. Para a primeira formulação têm-se como variáveis de estado a corrente de malha  $i_L$  que circula na seção k, e a correspondente carga q armazenada no capacitor da seção k. Para a outra formulação tem-se a corrente  $i_L$  no indutor da seção k e a correspondente tensão  $v_k$  no capacitor da seção k. De importância do ponto de vista numérico e uma vez que existem poucos estudos com este tipo de formulação, serão adotadas estas variáveis de maneira que as equações diferenciais formuladas sejam todas de primeira ordem.

Observa-se que em todos os trabalhos até então consultados [5], [6], [10], [13], [14] [17], [26], [27]-[31], os valores característicos dos componentes de cada seção são repetidos periodicamente ao longo da linha, ou seja,  $L_1 = L_2 = \dots = L_N$ ,  $C_1 = C_2 = \dots = C_N$ . Tal procedimento acarreta limitação de modelagem no contexto experimental, uma vez que, devido a tolerâncias de fabricação, dois componentes com a mesma especificação ou com o mesmo número de série não são exatamente iguais. Portanto, constituindo uma das contribuições deste trabalho, as equações diferenciais de circuito serão deduzidas em uma formulação geral, em que os elementos do circuito são indexados individualmente. Assim, a cada componente pode ser atribuído um valor específico ou uma característica específica requerida de projeto.

E desta forma, os códigos numéricos assim desenvolvidos irão constituir uma poderosa ferramenta para o estudo de fenômenos de propagação em linhas de transmissão não lineares (LTNLs), considerando a capacitância e outras dependências não lineares da tensão com a carga.

Finalmente, deve-se notar que em certas aplicações de linhas de transmissão necessita-se de um grande número de seções. Por exemplo, em excitação de

sólitons em linhas não lineares de topologia LC, para a geração de RF, onde são tipicamente requeridas de 50 a 200 seções [32], torna mais impraticável o uso de simuladores de circuito neste caso. Por outro lado, tal número de seções e suas variações de topologia são facilmente tratadas com a formulação matemática a ser efetivada em um sistema de equações diferenciais.

## 1.2. Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo desenvolver e implementar numericamente uma formulação geral para as equações diferenciais de primeira ordem no domínio do tempo, utilizando duas formulações:  $\{i(t)$  e  $q(t)\}$  e  $\{i(t)$  e  $v(t)\}$ , onde  $i(t)$  é corrente que flui em cada malha,  $q(t)$  é a carga armazenada em cada capacitor e  $v(t)$  é a tensão em cada capacitor, para as topologias LC e CL com elementos concentrados, de maneira que a cada elemento discreto em uma seção particular  $k$ , possam ser atribuídos valores arbitrários para  $L_k$ ,  $C_k$ , e para os correspondentes resistores  $R_{L,k}$ ,  $R_{C,k}$ .

## 1.3. Estrutura da Dissertação

O restante do trabalho está organizado em mais seis capítulos, descritos a seguir:

Capítulo 2: é feita uma revisão dos principais conceitos referentes às linhas de transmissão não lineares. São apresentadas algumas considerações sobre conservação de carga e modelagem de capacitor não linear. Apresenta-se também o estado atual da arte em linhas de transmissão não lineares e suas aplicações.

Capítulo 3: são apresentadas as equações generalizadas, utilizando as formulações:  $\{i(t)$ ,  $q(t)\}$  e  $\{i(t)$ ,  $v(t)\}$ , para as duas topologias de linhas estudadas, LC e CL. Neste capítulo, usando as leis de conservação de energia

(carga), também é feita a verificação dos resultados preliminares obtidos para as duas configurações propostas. São também apresentadas neste capítulo as relações de dispersão deduzidas para as duas topologias.

Nos Capítulos 4 e 5: utilizando os programas numéricos desenvolvidos, são apresentados, uma variedade de fenômenos de propagação de onda observados para a linha LC e sua linha dual CL.

Capítulo 6: é apresentada a modelagem e discutem-se alguns resultados da análise AC de uma linha LC duplamente periódica.

E finalmente o Capítulo 7: descreve as principais conclusões relacionadas a esta dissertação, as principais contribuições e sugestões para trabalhos futuros.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será feita uma revisão dos conceitos fundamentais de linhas de transmissão não lineares.

### 2.1. Linhas de Transmissão não Lineares

LTNLs podem ser especificadas para diversas aplicações, como por exemplo, para uso em lasers ou radares em aplicações nas plataformas móveis de sistemas de defesa, e também em veículos espaciais (satélites) para comunicação [33][34]. Tais linhas são amplamente utilizadas na conformação e compressão de pulsos, em que a redução dos tempos de subida e de descida de pulsos é útil em amostragem de alta velocidade de sinais [35]. Outras importantes aplicações incluem a conversão de frequência [36] e geração de RF [11][12].

Para esse estudo, é usado um modelo de circuito RLC equivalente de uma seção de uma LTNL, como mostrado abaixo,

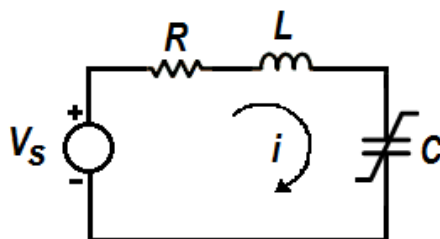


Figura 2.1 – Circuito RLC não linear

onde,  $V_s$  é a tensão de entrada, que pode ser um pulso senoidal ou uma outra forma arbitrária de pulso,  $R$  é a resistência,  $L$  é um indutor linear e  $C$  representa um capacitor não linear.

## 2.2. Modelagem de capacitor não linear

### 2.2.1. Definição de Capacitância

Capacitores são usados em circuitos elétricos porque eles armazenam carga elétrica. Em um capacitor a carga armazenada é função da tensão aplicada. A capacitância é uma quantidade diferencial definida por

$$C(v(t)) = \frac{dq(v)}{dv(t)} \quad (2.1)$$

A corrente que flui através de um capacitor é simplesmente a derivada temporal da carga,

$$i(v(t)) = \frac{dq(v(t))}{dt}, \quad (2.2)$$

onde (2.2) pode ser expandida como

$$i(v(t)) = \frac{dq(v(t))}{dv(t)} \frac{dv(t)}{dt} = C(v(t)) \frac{dv(t)}{dt} \quad (2.3)$$

Entretanto, a formulação (2.3), conforme discutida na subseção seguinte, deve ser usada com restrições para a modelagem do comportamento não linear do capacitor.

### 2.2.2. Conservação de Carga

Embora (2.2) e (2.3) sejam matematicamente equivalentes, a utilização de (2.3) na implementação numérica do capacitor não linear pode se tornar problemática. Isto porque algoritmos numéricos segmentam o tempo em intervalos discretos e resolvem as equações de circuito nos pontos que conectam os intervalos de tempo, e assim o mesmo  $C(v(t))$  é usado ao longo de cada passo. Isto pode resultar em pequenos erros fazendo com que uma pequena quantidade de carga seja criada ou aniquilada em cada passo discreto. Para evitar que esses erros se propagem e se acumulem, pequenas tolerâncias numéricas devem ser usadas para assegurar em cada passo de tempo a conservação da carga, que deve ser continuamente monitorada. Sintomas de tais problemas são facilmente diagnosticados quando surge, por exemplo, correntes DC anômalas através dos capacitores. Desta forma, o uso de modelos baseados em expressões de capacitância em função da tensão  $C(v(t))$  na simulação numérica de um capacitor não linear pode levar a efeitos de não conservação da carga. Este fato, considerando um pulso triangular simétrico, é ilustrado na Figura 2.2, onde  $\Delta q(t_1) + \Delta q(t_2) \neq 0$  mesmo que  $\Delta v(t_1) + \Delta v(t_2) = 0$ , pois a variação de carga em cada intervalo discreto de tempo é calculada a partir de uma aproximação linear da função característica de carga  $q = q(v)$  em vez da própria carga.

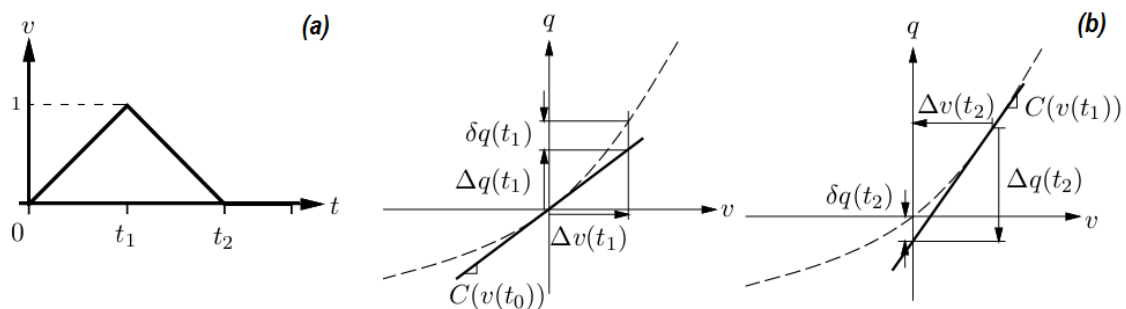


Figura 2.2 – (a) Pulso triangular simétrico e (b) correspondente variação de carga.

Verifica-se então na Figura 2.2 (b) que a carga não é conservada quando se usam modelos baseados em expressão de capacitância  $C(v)$ . Evidentemente, a carga seria conservada se o capacitor fosse linear, isto é,  $dq/dv = \text{constante}$ .

Para entender por que algoritmos numéricos implementados para a modelagem de capacitores não lineares usando (2.3) pode levar à não conservação de carga, consideremos um capacitor

$$C(v(t)) = C_0 + C_1(v(t)) \quad (2.4)$$

no qual é aplicado o pulso triangular simétrico com amplitude máxima de 1 V, conforme indicado na Figura 2.2(a). A variação da carga,  $\Delta q_k = C(v_k) \Delta v_k$ , no primeiro passo é

$$\Delta q_1 = C(v_1)\Delta v_1 = [C_0 + C_1 \cdot 1 V] \cdot 1 V = C_0 + C_1 \quad (2.5)$$

e no segundo passo,

$$\Delta q_2 = C(v_2)\Delta v_2 = [C_0 + C_1 \cdot 0 V] \cdot (-1 V) = -C_0, \quad \text{pois } v_2 = 0 \quad (2.6)$$

Como  $v_0 = v_2$ ,  $\Delta q_1$  e  $\Delta q_2$  devem somar zero para que a carga seja conservada,

$$\Delta q_1 + \Delta q_2 = C_0 + C_1 - C_0 = C_1 \quad (2.7)$$

Assim, a carga é conservada apenas se  $C_1 = 0$ , o que implica que o capacitor deve ser linear para conservar a carga.

Por outro lado, na modelagem numérica que utiliza a expressão da carga  $q(v)$  na definição geral de corrente (2.2), a variação de carga em um passo torna-se

$$\Delta q_k = q(v_k) - q(v_{k-1}) \quad (2.8)$$

onde

$$q(v(t)) = \int (C_0 + C_1 v(t)) dv = C_0 v(t) + \frac{C_1 v^2(t)}{2} \quad (2.9)$$

Como  $v_0 = v_2$ ,  $\Delta q_1$  e  $\Delta q_2$  (ver Figura 2.3) devem somar zero para a carga seja conservada, e de fato,

$$\Delta q_1 + \Delta q_2 = q(v_1) - q(v_0) + q(v_2) - q(v_1) = -q(v_0) + q(v_2) = 0, \quad (2.10)$$

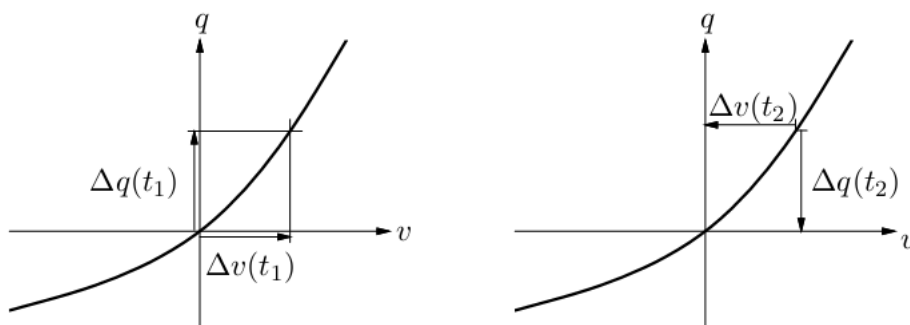


Figura 2.3 – Exemplo em que a carga é conservada quando se usam modelos que se baseiam na expressão da carga  $q(v)$ . Isto porque  $\Delta q_1(t_1) = -\Delta q_2(t_2)$  quando  $\Delta v(t_1) = -\Delta v(t_2)$

e, a carga é sempre conservada usando (2.2).

Vale ressaltar que para modelos usando a formulação (2.3), a carga deve ser calculada a partir da capacitância. Há diferentes maneiras de fazer esta estimativa, porém pequenas tolerâncias numéricas devem ser utilizadas para evitar o acúmulo de erros, que pode fazer com que a carga não se conserve. Todavia, utilizando a formulação (2.2) a carga é calculada explicitamente, e portanto, não há aproximação numérica e consequentemente a conservação de carga é continuamente assegurada.

### 2.2.3. Erro de Modelagem

Um erro frequente em formular o modelo para um capacitor não linear consiste em não considerar a variação temporal de  $C$ . Se um capacitor é linear e independente do tempo, a carga é

$$q(v(t)) = C \cdot v(t) \quad (2.11)$$

e a corrente que flui no capacitor será

$$i(t) = \frac{d(C \cdot v(t))}{dt} = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (2.12)$$

A modelagem de um capacitor não linear pela substituição de  $C$  com  $C(v)$ , em (2.13) é idêntica à formulação quando se utiliza (2.3), porém é importante observar que

$$\frac{d(C(v(t)) \cdot v(t))}{dt} \neq C(v(t)) \frac{dv(t)}{dt}, \quad (2.13)$$

$C(v(t))$  varia com o tempo. Portanto, a correta formulação passa a ser (2.14) abaixo, sendo basicamente igual à formulação (2.2)

$$i(t) = \frac{d(C(v(t)) \cdot v(t))}{dt} \quad (2.14)$$

Assim a utilização de (2.13) ou (2.3) poderá produzir apreciáveis erros, se  $C$  é uma função de  $v$  e  $v$  varia significativamente com tempo.

Estes tipos de problemas são comuns quando se tenta modelar qualquer componente não linear, usando modelos estritamente válidos para componentes lineares.

#### **2.2.4. Modelagem de Carga baseado em Capacitância**

Quando a expressão  $C(v)$  é conhecida, a abordagem mais eficiente e confiável para implementar capacitância não linear é usando expressões baseadas em carga. Lembrando-se da definição de capacitância não linear

$$C(v(t)) = \frac{dq(v)}{dv(t)} \quad (2.15)$$

A expressão da carga pode ser encontrada integrando (2.15)

$$q(v) = \int_0^v C(v(t)) dv \quad (2.16)$$

e a derivada temporal da carga é então usado, para calcular a corrente

$$i(t) = \frac{dq(v(t))}{dt} \quad (2.17)$$

que é basicamente igual à (2.2).

Usando (2.17) não haverá problemas numéricos de conservação de carga que são comuns nas formulações apoiadas em (2.3) e (2.13), nem com os problemas de precisão decorrentes de (2.13). Além disso, o modelo baseado em (2.17) é mais preciso e computacionalmente mais eficiente.

### **2.3. Verificação da Conservação de Carga**

Como discutido nas subseções 2.2.2 a 2.2.4, modelos baseados em expressões de capacitância em função da tensão  $C(v(t))$  na simulação numérica de um capacitor não linear pode levar à não conservação de carga. Em contrapartida, expressões baseadas em carga tornam-se uma abordagem mais confiável e eficiente para implementar capacitância não linear.

Para verificar qual das duas formulações descritas no trabalho é a mais apropriada para implementar capacitância não linear, são apresentados a seguir dois exemplos, um utilizando a formulação  $\{i(t), q(t)\}$  e outro usando a formulação  $\{i(t), v(t)\}$ .



### 2.3.1. Capacitância que Decai Exponencialmente com a Tensão

Consideramos um diodo varactor (capacitor não linear), modelo 1SV149 (Toshiba) com as seguintes características [26]

$$C(v(t)) = (A 10^{-m*v(t)}) \quad (2.18)$$

onde  $A = 725,4 \text{ pF}$  e  $m = 0,1947 \text{ V}^{-1}$ , para modelar um circuito RLC não-linear. Para esta simulação utiliza-se um indutor linear  $L = 22,0 \text{ }\mu\text{H}$ , um resistor série  $R = 5 \text{ }\Omega$  e um pulso retangular (amplitude  $4\text{V}$  e largura  $0,26 \text{ }\mu\text{s}$ ) aplicado na entrada do circuito RLC (ver Figura 2.1).

De (2.18), obtém-se a expressão da carga em função da tensão

$$q(v) = \int_0^v C(v(t))dv = \frac{A}{m \ln 10} (1 - 10^{-m v(t)}) \quad (2.19)$$

ilustrada na Figura 2.4

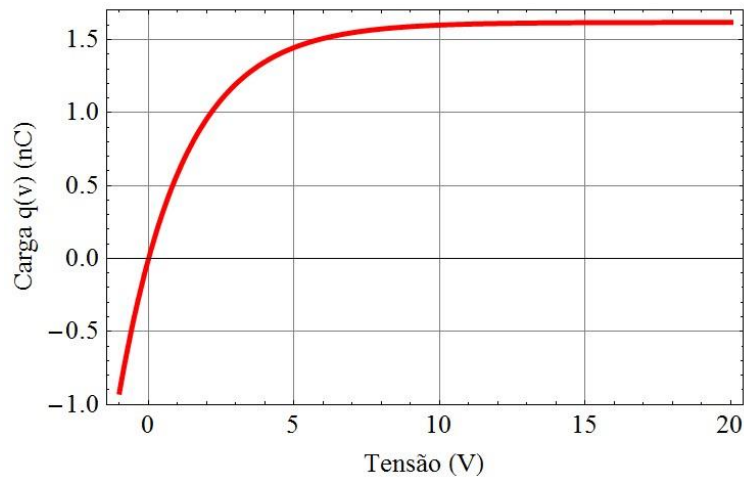


Figura 2.4 – Carga q(v) em função da tensão para a capacitância não linear em (2.18).

As equações do circuito RLC não linear em série (ver Figura 2.1) são escritas na formulação  $\{i(t), q(t)\}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{v_s}{L} - \frac{R}{L}i(t) - \frac{v(q(t))}{L} \quad (2.20)$$

$$\frac{dq}{dt} = i(t)$$

onde a expressão  $v(q)$  da tensão no capacitor em função da carga é obtida de (2.19) como

$$v(q(t)) = - \frac{A}{m \ln 10} \ln \left( 1 - \frac{m q(t) \ln 10}{A} \right) \quad (2.21)$$

Resolvendo-se numericamente (software Mathematica) o sistema de equações (2.20) para as condições  $i(0) = 0$  e  $q(0) = 0$  obtém-se a tensão no capacitor conforme ilustrada na Figura 2.5.

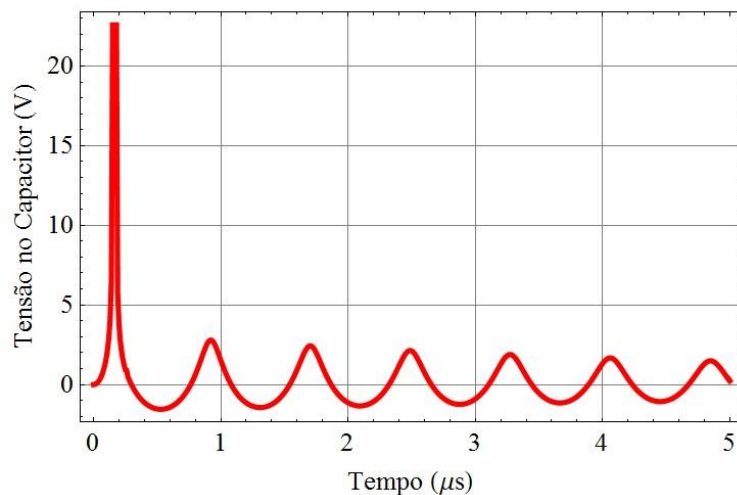


Figura 2.5 – Tensão no capacitor em função do tempo.

A potência de entrada  $P_{in} = V_s(t) i(t)$ , a potência dissipada no resistor ( $P_R$ ) e a potência reativa que é armazenada e devolvida ciclicamente à fonte pelo capacitor ( $P_C$ ) e pelo indutor ( $P_L$ ) (elemento reativos em watts) são ilustradas na Figura 2.6.

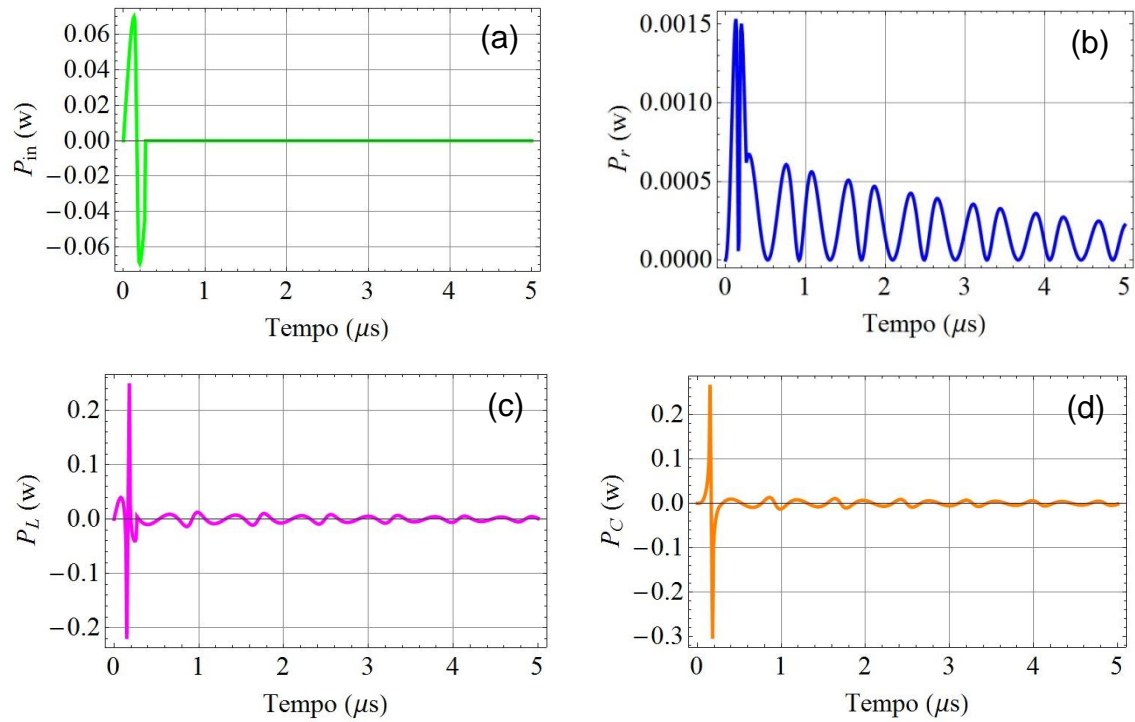


Figura 2.6 – (a) Potência de entrada, (b) potência dissipada no resistor e potências reativas no (c) indutor e (d) capacitor.

Para avaliar a exatidão das quantidades calculadas, recorre-se ao fato de que a potência total deve ser conservada, ou seja,  $P_{in} = P_r + P_L + P_C = P_{tot}$ .

Verifica-se que a potência é conservada com um erro inferior a 0,02% (ver Figura 2.7).

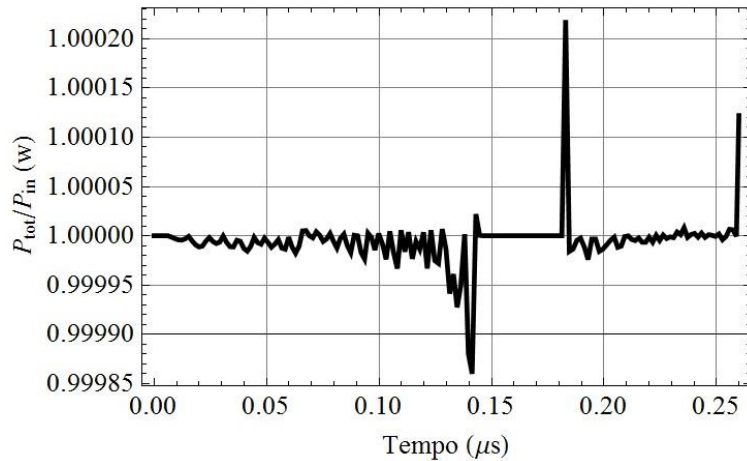


Figura 2.7 – Razão  $P_{tot} / P_{in}$  entre a potência  $P_{in}$  de entrada e a potência total  $P_{tot}$  no circuito.

### 2.3.2. Capacitância de Junção P-N

Consideramos agora um diodo varactor, modelo FMMV109, com as seguintes características [12][13]:

$$C(v(t)) = \frac{C_{s_0}}{\left(1 + 1 * \frac{v(t)}{v_j}\right)^m} \quad (2.22)$$

onde  $C_{s_0}$  é a capacitância inicial de junção do diodo,  $v(t)$  é a tensão reversa aplicada e  $v_j$  é o potencial de junção.

Para esse exemplo, considera-se  $C_{s_0} = 61,3$  pF,  $m = 0,5$  e  $v_j = 0,7$  V. Utiliza-se ainda um indutor linear  $L = 2$   $\mu$ H, um resistor série  $R = 50$   $\Omega$  e um pulso trapezoidal de 119ns de largura, com tempos de subida e descida iguais a 20 ns e com 10V de amplitude.

A variação da capacitância  $C(v(t))$  usando este modelo é mostrada na Figura 2.8.

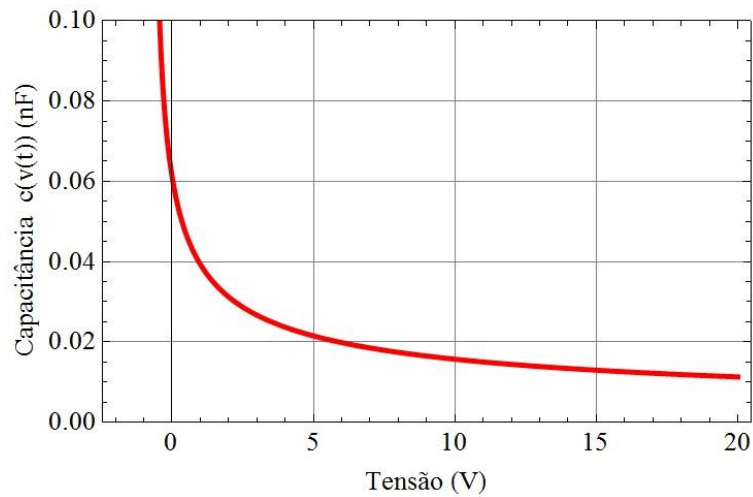


Figura 2.8 – Capacitância  $C(v(t))$  do diodo como uma função da tensão.

As equações do circuito RLC não linear em série (da Figura 2.1), para este exemplo, são escritas na formulação  $\{i(t), v(t)\}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{v_s}{L} - \frac{R}{L}i(t) - \frac{v(t)}{L} \tag{2.23}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{i(t)}{C(v(t))}$$

onde  $v(t)$  corresponde à tensão no capacitor.

Resolvendo numericamente (software Mathematica) o sistema de equações (2.23), com  $C(v(t))$  dado por (2.22), nas condições iniciais  $i(0) = 0$  e  $v(0) = 0$  a tensão no capacitor calculada numericamente está mostrada na Figura. 2.9

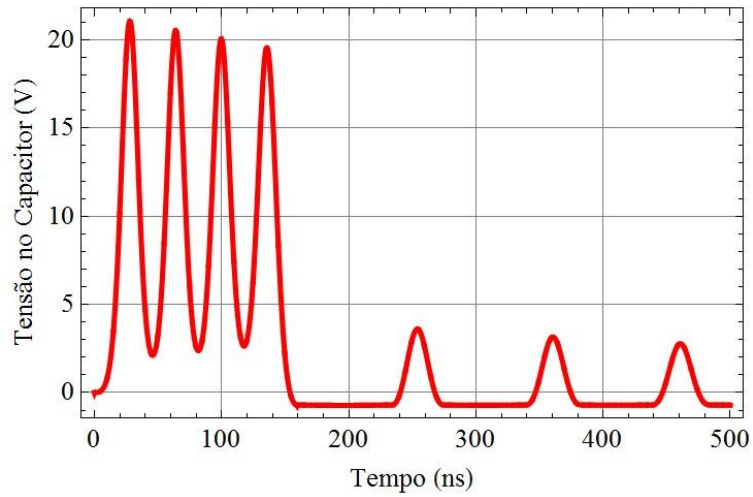


Figura 2.9 – Tensão no capacitor em função do tempo.

A potência de entrada  $P_{in} = V_s(t) i(t)$ , a potência dissipada no resistor ( $P_R$ ) e a potência reativa que é armazenada e devolvida ciclicamente à fonte pelo capacitor ( $P_C$ ) e pelo indutor ( $P_L$ ) (elemento reativos em watts) são ilustradas na Figura 2.10.

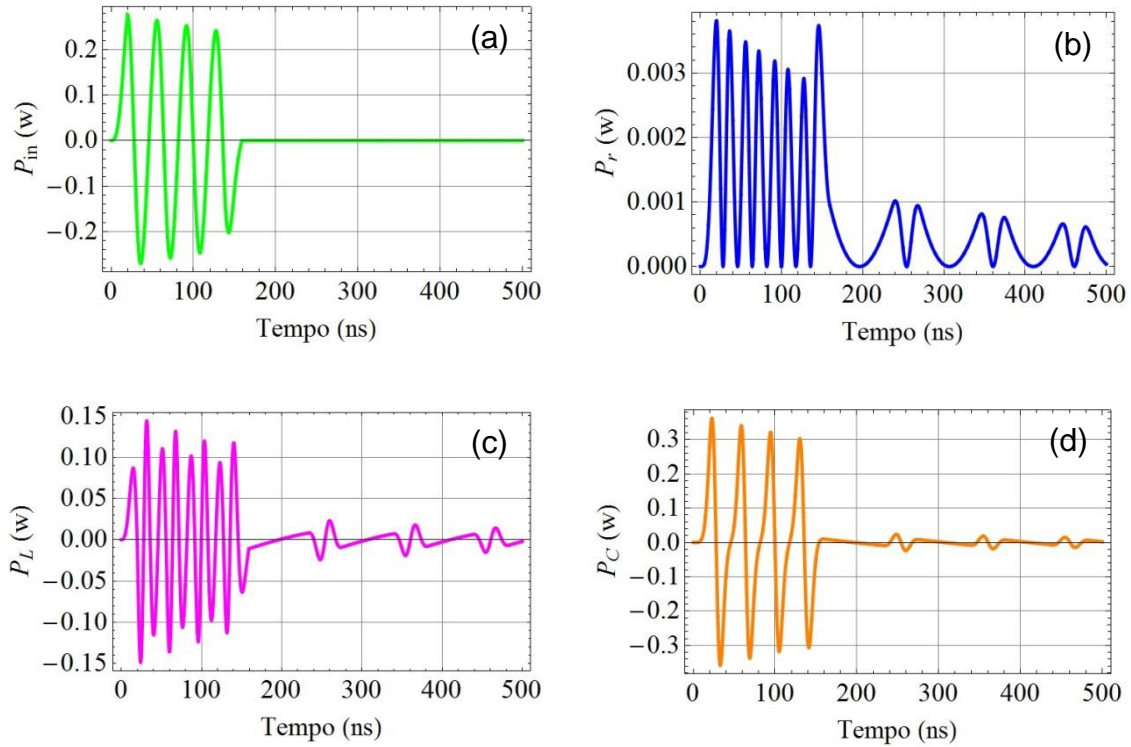


Figura 2.10 – (a) Potência de entrada, (b) potência dissipada no resistor e potências reativas no (c) indutor e (d) capacitor.

Como no caso anterior, para avaliar a exatidão das quantidades calculadas, também recorreremos ao fato de que a potência total deve ser conservada, ou seja,  $P_{in} = P_r + P_L + P_C = P_{tot}$ .

Verifica-se que a razão  $P_{tot}/P_{in}$  mantém-se praticamente igual a 1 durante toda a duração do pulso (ver Figura 2.11 (a)), sendo que a diferença entre  $P_{tot}$  e  $P_{in}$  é desprezível (ver Figura 2.11(b)).

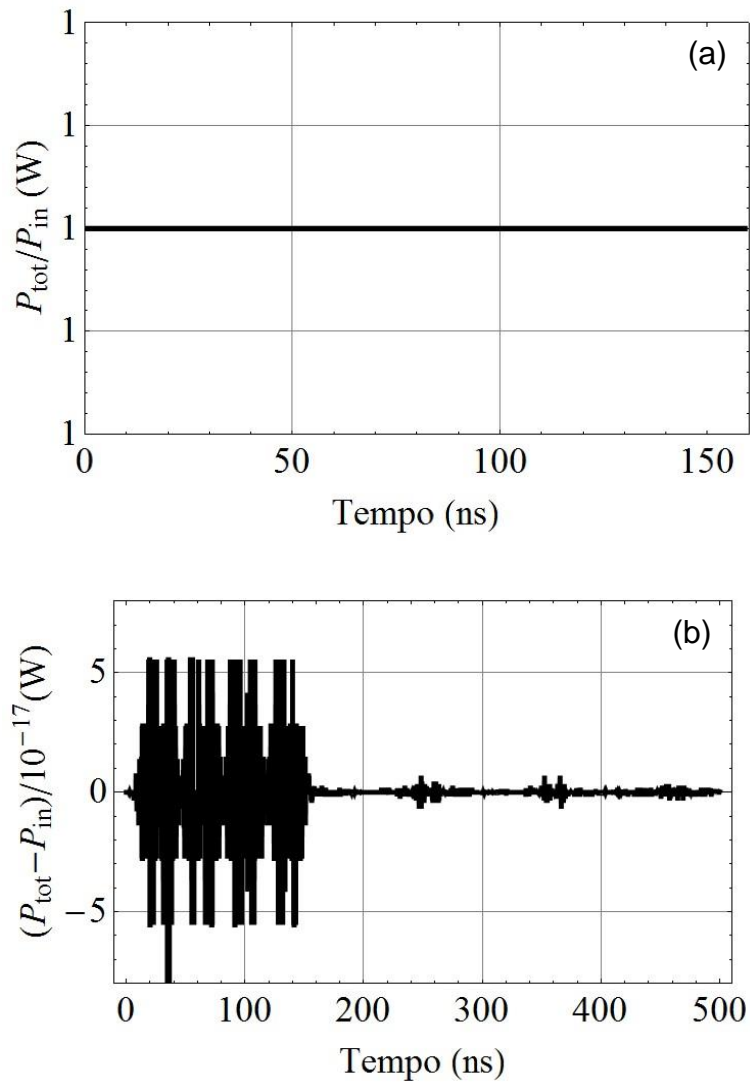


Figura 2.11 – (a) Razão  $P_{tot} / P_{in}$  entre a potência  $P_{in}$  de entrada e a potência total  $P_{tot}$  no circuito e (b) mostra que a diferença  $P_{tot} - P_{in}$  é da ordem de  $10^{-17}$  W, sendo que o nível de potência de entrada é de 0,2 W.

Analisando-se as Figuras 2.7 e 2.11 do caso anterior, as quais mostram a razão entre a potência  $P_{in}$  de entrada e a potência total  $P_{tot}$ , verifica-se que em ambas as formulações a carga (energia) é conservada, uma vez que nos dois casos  $P_{in} - P_{tot}$  é praticamente zero.



### 2.3.3. Comparação de Resultados

Para verificar a consistência da modelagem desenvolvida para análise de um circuito RLC e implementada no software *Mathematica*, foi feita uma simulação no software *Circuit Maker*. Para a comparação foi usado a simulação capacitância de junção p-n, com a formulação  $\{i(t), v(t)\}$ .

A Figura 2.12 mostra o circuito RLC não linear implementado no *Circuit Maker*,

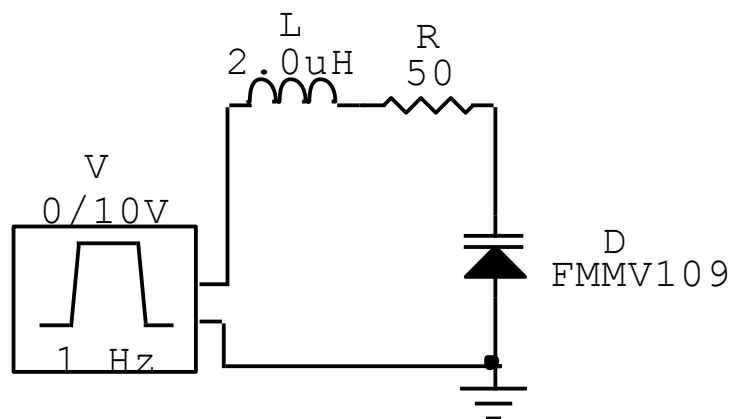


Figura 2.12 – Circuito RLC não linear.

Os resultados obtidos tanto no *Circuit Maker* como no *Mathematica* foram tabulados e exportados para o software *Origin*, onde foi gerado um gráfico comparativo da tensão no capacitor em função do tempo (ver Figura 2.13) e um outro da corrente em função do tempo (ver Figura 2.14).

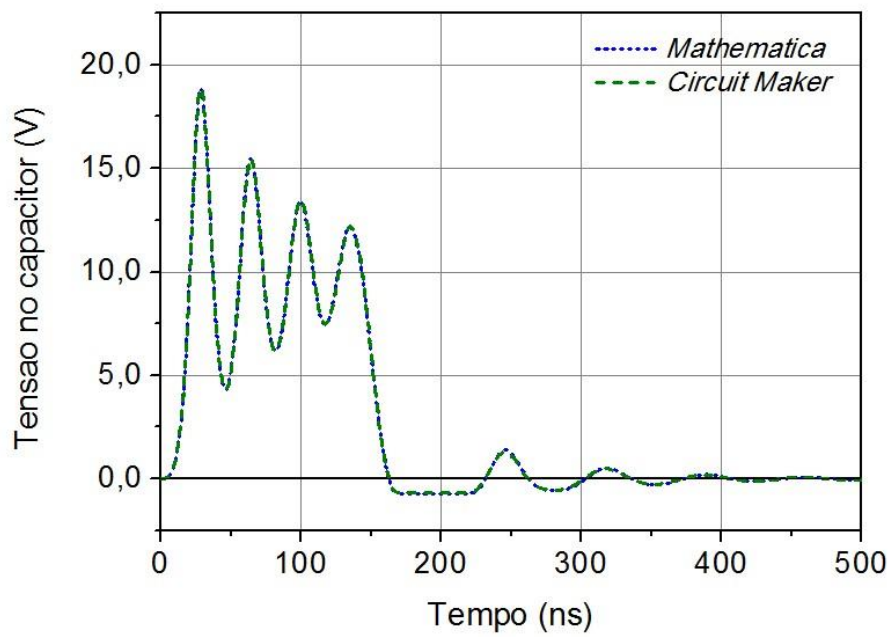


Figura 2.13 – Tensão no capacitor em função do tempo, obtidos pelo *Mathematica* (curva azul) e pelo *Circuit Maker* (curva verde).

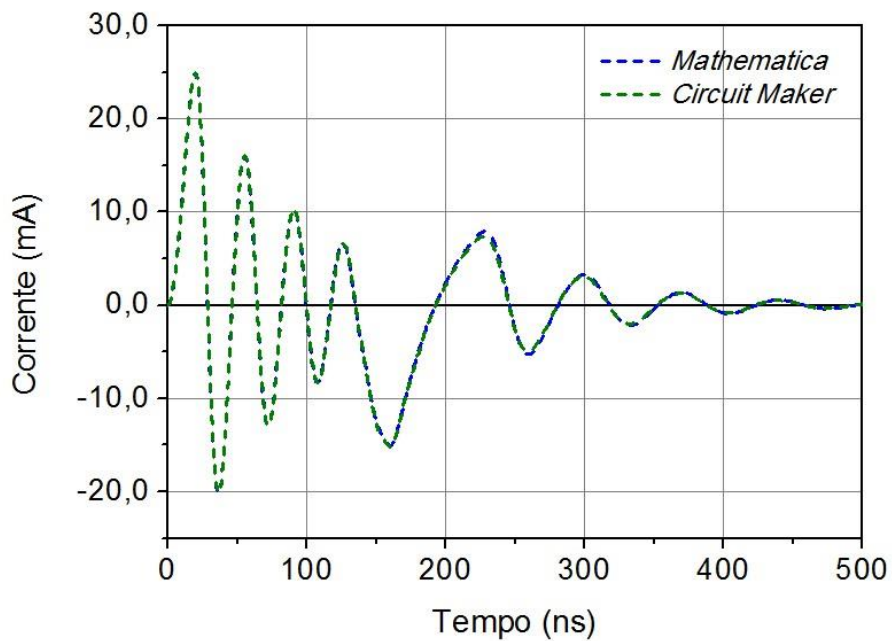


Figura 2.14 – Corrente no indutor em função do tempo, obtidos pelo *Mathematica* (curva azul) e pelo *Circuit Maker* (curva verde).

Analisando os gráficos verifica-se que a modelagem desenvolvida para as formulações  $\{i(t), q(t)\}$  e  $\{i(t), v(t)\}$  estão em perfeita concordância com a simulação realizada no *Circuit Maker*, e em ambos os casos a energia é conservada com um erro inferior a 0,02%.



### 3 EQUAÇÕES GENERALIZADAS DE CIRCUITO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES LC E CL

A descrição matemática das propriedades de linhas de transmissão fundamenta-se nas leis de Kirchhoff de corrente e de tensão, que são aproximações quase estáticas das equações de Maxwell  $\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$  e  $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ . Representando vínculos lineares impostos às tensões e correntes nos ramos do circuito e não dependendo da natureza dos elementos elétricos, as leis de Kirchhoff aplicam-se a circuitos com elementos concentrados desde que o tempo de propagação de sinais através da linha seja desprezível em comparação ao período do sinal de mais alta frequência de interesse.

Expressando-se de outra forma, a modelagem de circuitos com elementos discretos com base nas leis de Kirchhoff é válida na condição em que a dimensão física do circuito é pequena comparada ao comprimento de onda correspondente à mais alta frequência em consideração.

No que segue, serão apresentadas nesta seção as equações de circuito generalizadas para as formulações  $\{i(t), v(t)\}$  e  $\{i(t), q(t)\}$ .

#### 3.1. Formulação $\{i(t), v(t)\}$

##### 3.1.1. Linha LC

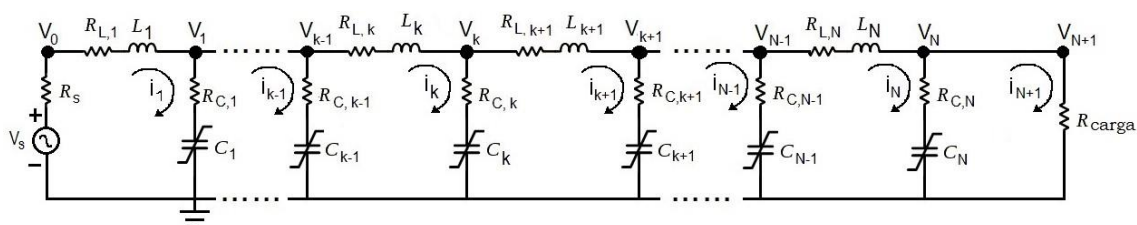


Figura 3.1 – Linha de topologia LC não linear generalizada para N seções mais carga.

A Figura 3.1 mostra uma linha LC generalizada, onde as variáveis de estado consideradas são a corrente  $i_k$  no indutor da seção k e a tensão no capacitor  $v_k$

(t) expressa em função da capacitância. De importância do ponto de vista numérico, foram adotadas estas variáveis de maneira que as equações diferenciais para esta linha sejam todas de primeira ordem. Considera-se ainda uma linha com perdas, onde cada indutor tem uma resistência em série  $R_{L,k}$ , cada capacitor tem uma resistência  $R_{C,k}$  e o gerador tem uma resistência  $r_s$ .

Vamos nos referir inicialmente a uma linha com apenas três seções sem carga, conforme ilustrada na Figura. 3.2.

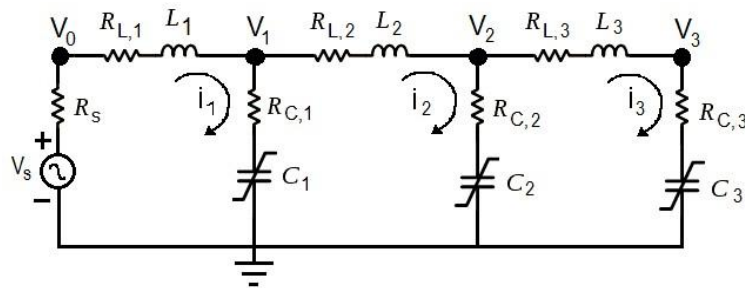


Figura 3.2 – Circuito de uma Linha LC não linear com três seções.

Considerando cada uma das unidades de seção LC (ver Figura 3.2), a partir das leis de Kirchhoff para tensão e corrente, obtemos as seguintes equações para esta linha.

$$\begin{aligned}
 V_0 - V_1 &= L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_{L,1} I_1 \\
 V_1 - V_2 &= L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_{L,2} I_2 \\
 V_2 - V_3 &= L_3 \frac{dI_3}{dt} + R_{L,3} I_3
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  e  $V_3(t)$  representam as tensões em cada nó e  $I_1(t)$ ,  $I_2(t)$  e  $I_3(t)$  representam as correntes que circulam nas malhas.

$$\begin{aligned}
V_0 &= V_s - R_s I_1 \\
V_1 &= R_{C,1}(I_1 - I_2) + v_1(t) \\
V_2 &= R_{C,2}(I_2 - I_3) + v_2(t) \\
V_3 &= R_{C,3}I_3 + v_3(t)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

onde  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  e  $v_3(t)$  representam as tensões nos capacitores  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , respectivamente.

Podemos então combinar (3.1) e (3.2) e desta forma escrever o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_1}{dt} &= \frac{V_s}{L_1} - \frac{R_s}{L_1}(I_1) - \frac{R_{L,1}}{L_1}(I_1) - \frac{R_{C,1}}{L_1}(I_1 - I_2) - \frac{v_1(t)}{L_1} \\
\frac{dI_2}{dt} &= -\frac{R_{L,2}}{L_2}(I_2) + \frac{R_{C,1}}{L_2}(I_1 - I_2) - \frac{R_{C,2}}{L_2}(I_2 - I_3) + \frac{v_1(t)}{L_2} - \frac{v_2(t)}{L_2} \\
\frac{dI_3}{dt} &= -\frac{R_{L,3}}{L_3}(I_3) + \frac{R_{C,2}}{L_3}(I_2 - I_3) - \frac{R_{C,3}}{L_3}(I_3) + \frac{v_2(t)}{L_3} - \frac{v_3(t)}{L_3} \\
\frac{dv_i}{dt} &= \frac{I_i - I_{i+1}}{C(v_i(t))}; i = 1,2,3.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Onde  $v_i(t)$  e  $I_i(t)$  são respectivamente a tensão no capacitor  $C_i$  e a corrente na  $i$ -ésima seção.

Ao generalizar as equações para um número qualquer de seções optamos por escrever as equações para três categorias de seções: inicial, intermediárias e final. Cada uma destas seções corresponde a duas equações, conforme apresentado a seguir:

### Seção Inicial:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_k}{dt} &= \frac{V_s}{L_k} - \frac{R_s}{L_k}(I_k) - \frac{R_{L,k}}{L_k}(I_k) - \frac{R_{C,k}}{L_k}(I_k - I_{k+1}) - \frac{v_k(t)}{L_k} \\
\frac{dv_k}{dt} &= \frac{I_k - I_{k+1}}{C(v_k(t))}; k = 1.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

onde  $k = 1$  e  $V_s$  representa a tensão da fonte podendo ser um sinal senoidal, ou uma forma arbitrária de pulso (trapezoidal, triangular, etc.)

**Seção Intermediária:**

$$\frac{dI_k}{dt} = -\frac{R_{L,k}}{L_k}(I_k) + \frac{R_{C,k-1}}{L_k}(I_{k-1} - I_k) - \frac{R_{C,k}}{L_k}(I_k - I_{k+1}) + \frac{v_{k-1}(t)}{L_k} - \frac{v_k(t)}{L_k}$$

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{I_k - I_{k+1}}{C(v_k(t))}; k = 2,3,\dots,N - 1. \quad (3.5)$$

**Seção Final:**

$$\frac{dI_k}{dt} = -\frac{R_{L,k}}{L_k}(I_k) + \frac{R_{C,k-1}}{L_k}(I_{k-1} - I_k) - \frac{R_{C,k}}{L_k}(I_k) + \frac{v_{k-1}(t)}{L_k} - \frac{v_k(t)}{L_k}$$

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{I_k}{C(v_k(t))}; k = N. \quad (3.6)$$

**3.1.2. Linha CL**

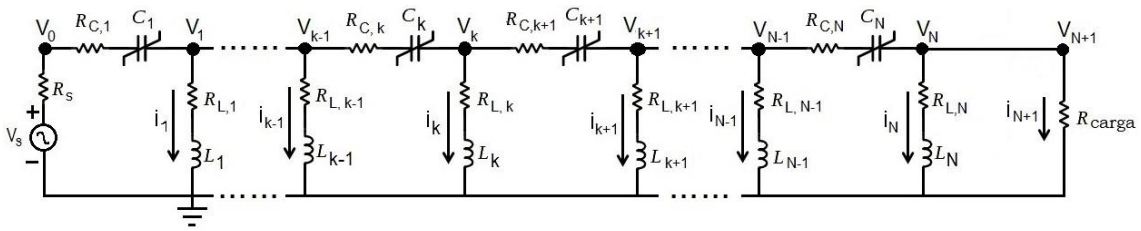


Figura 3.3 – Linha de topologia CL não linear generalizada mais carga.

A Figura 3.3 mostra uma linha CL generalizada, mas inicialmente vamos examinar uma linha com apenas três seções sem carga:

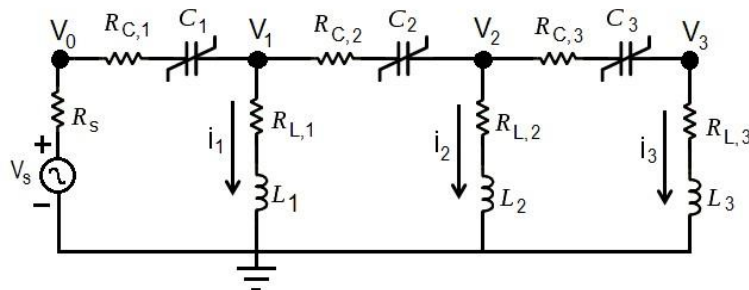


Figura 3.4 – Circuito de uma linha CL não linear com três seções.



Considerando cada uma das células CL (ver Figura 3.4), a partir das leis de Kirchhoff para tensão e corrente, obtemos as seguintes equações para esta linha:

$$\begin{aligned} V_0 - V_1 &= v_1(t) + R_{C,1}I_0 \\ V_1 - V_2 &= v_2(t) + R_{C,2}(I_0 - I_1) \\ V_2 - V_3 &= v_3(t) + R_{C,3}(I_3) \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  e  $V_3(t)$  representam as tensões em cada nó,  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  e  $v_3(t)$  são as tensões nos terminais dos capacitores  $C_1$ ,  $C_2$ , e  $C_3$ , respectivamente, e  $I_1(t)$ ,  $I_2(t)$  e  $I_3(t)$  indicam as correntes que circulam em cada ramo paralelo.

$$\begin{aligned} V_0 &= V_s - R_s I_0 \\ V_1 &= L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_{L,1} I_1 \\ V_2 &= L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_{L,2} I_2 \\ V_3 &= L_3 \frac{dI_3}{dt} + R_{L,3} I_3 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Podemos então combinar (3.7) e (3.8) e desta forma escrever o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= \frac{V_s}{L_1} - \frac{R_s}{L_1}(I_0) - \frac{R_{L,1}}{L_1}(I_1) - \frac{R_{C,1}}{L_1}(I_0) - \frac{v_1(t)}{L_1} \\ \frac{dI_2}{dt} &= \frac{V_s}{L_2} - \frac{R_s}{L_2}(I_0) - \frac{R_{L,2}}{L_2}(I_2) - \frac{R_{C,1}}{L_2}(I_0) - \frac{R_{C,2}}{L_2}(I_0 - I_1) - \frac{v_1(t)}{L_2} - \frac{v_2(t)}{L_2} \\ \frac{dI_3}{dt} &= \frac{V_s}{L_3} - \frac{R_s}{L_3}(I_0) - \frac{R_{L,3}}{L_3}(I_3) - \frac{R_{C,1}}{L_3}(I_0) - \frac{R_{C,2}}{L_3}(I_0 - I_1) - \frac{R_{C,3}}{L_3}(I_3) - \frac{v_1(t)}{L_3} \\ &\quad - \frac{v_2(t)}{L_3} - \frac{v_3(t)}{L_3} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= \frac{I_0}{C(v_1(t))} \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{I_0 - I_1}{C(v_2(t))} \\ \frac{dv_3}{dt} &= \frac{I_0 - (I_1 + I_2)}{C(v_3(t))} \end{aligned}$$

onde  $I_0$  representa o somatória de todas as correntes  $\left( I_0 = \sum_{j=1}^3 I_j \right)$

Ao generalizar as equações para um número qualquer de seções chega-se a única equação que se aplica às três categorias de seções, conforme apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{dI_k}{dt} &= \frac{V_s}{L_k} - \frac{R_s}{L_k} \sum_{j=k}^N I_j - \sum_{n=1}^k \sum_{j=n}^N I_j R_{C,n} - \frac{1}{L_k} \sum_{i=1}^k v_i(t) - \frac{1}{L_k} R_{L,k} I_k \\ \frac{dv_k}{dt} &= \frac{\sum_{j=k}^N I_j}{C(v_k(t))}, k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.10)$$

### 3.2. Formulação $\{i(t), q(t)\}$

#### 3.2.1. Linha LC

As equações de circuito generalizadas para um número qualquer de seções são divididas em três categorias de seções: inicial, intermediárias e final. Cada uma destas seções corresponde a duas equações, conforme apresentado a seguir:

##### Seção Inicial:

$$\begin{aligned} \frac{dI_k}{dt} &= \frac{V_s}{L_k} - \frac{R_s}{L_k} (I_k) - \frac{R_{L,k}}{L_k} (I_k) - \frac{R_{C,k}}{L_k} (I_k - I_{k+1}) - \frac{v(q_k(t))}{L_k} \\ \frac{dq_k}{dt} &= I_k; k = 1. \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde  $k = 1$  e  $V_s$  representa a tensão de entrada, podendo ser um sinal senoidal, ou uma forma arbitrária de pulso (trapezoidal, triangular, etc.)

### Seção Intermediária:

$$\frac{dI_k}{dt} = -\frac{R_{L,k}}{L_k}(I_k) + \frac{R_{C,k-1}}{L_k}(I_{k-1} - I_k) - \frac{R_{C,k}}{L_k}(I_k - I_{k+1}) + \frac{v(q_{k-1}(t))}{L_k} - \frac{v(q_k(t))}{L_k}$$

$$\frac{dq_k}{dt} = I_k; k = 2, 3, \dots, N - 1. \quad (3.12)$$

### Seção Final:

$$\frac{dI_k}{dt} = -\frac{R_{L,k}}{L_k}(I_k) + \frac{R_{C,k-1}}{L_k}(I_{k-1} - I_k) - \frac{R_{C,k}}{L_k}(I_k) + \frac{v(q_{k-1}(t))}{L_k} - \frac{v(q_k(t))}{L_k}$$

$$\frac{dq_k}{dt} = I_k; k = N. \quad (3.13)$$

onde  $v(q(t))$  representa a tensão do capacitor em função da carga.

### 3.2.2. Linha CL

Analogamente à formulação  $\{i(t), v(t)\}$  tem-se para a linha CL um único sistema de equações na formulação  $\{i(t), q(t)\}$  para um número qualquer N de seções k:

$$\frac{dI_k}{dt} = \frac{V_s}{L_k} - \frac{R_s}{L_k} \sum_{j=k}^N I_j - \sum_{n=1}^k \sum_{j=n}^N I_j R_{C,n} - \frac{1}{L_k} \sum_{j=k}^N v(q_j(t)) - \frac{1}{L_k} R_{L,k} I_k$$

$$\frac{dq_k}{dt} = \sum_{j=k}^N I_j; k = 1, 2, \dots, N. \quad (3.14)$$

### 3.3. Relações de Dispersão

#### 3.3.1. Relação de Dispersão para Linha LC Linear

Para análise no regime senoidal da linha periódica linear com  $R_{C,k} = R_C$ ,  $R_{L,k} = R_L$ ,  $C_k = C$  e  $L_k = L$ , considera-se a variação espaço-temporal  $\exp[-i(\omega t - \beta n)]$ ,

onde  $n = x/p$  com  $x$  denotando a posição de um nó em relação à fonte ( $x = 0$ ), e  $p$  representando o comprimento da célula unitária;  $\beta$  é o fator de propagação, o qual representa uma quantidade complexa que quantifica a atenuação e mudança de fase em cada célula. As equações para tensão e corrente na linha LC (ver Figura 3.1) são

$$\begin{aligned}
 C U_k &= Q_k \\
 U_k &= V_k - (I_k - I_{k+1})R_{C,k} = V_k - I_k(1 - e^{i\beta})R_{C,k} \\
 Q'_k &= I_k - I_{k+1} \\
 V_{k-1} - V_k &= L I'_k + R_{L,k} I_k
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde  $U_k$  denota a tensão entre os terminais do capacitor shunt da seção  $k$ . Notando que a derivada no tempo das tensões e correntes são  $V'_k = -i\omega V_k$  e  $I'_k = -i\omega I_k$  a partir da variação harmônica temporal de  $V(k, t) = V_k \exp(-i\omega t)$  e  $I(k, t) = I_k \exp(-i\omega t)$  e das condições periódicas  $V_{k\pm 1} = V_k e^{\pm i\beta}$  e  $I_{k\pm 1} = I_k e^{\pm i\beta}$ , as Equações 3.15 passam a apresentar a forma

$$\begin{aligned}
 I_k(1 - e^{i\beta})(1 - i\omega R_C C) &= -i\omega C V_k \\
 V_k(e^{-i\beta} - 1) &= I_k(R_L - i\omega L)
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

o que leva à relação de dispersão

$$\frac{\tilde{\omega}^2 + i\tilde{\omega}a}{1 - i\tilde{\omega}b} = 4\text{sen}^2(\beta/2) \tag{3.17}$$

com  $\tilde{\omega} = \omega/\omega_0$ ,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ,  $a = R_L/Z_0$ ,  $b = R_C/Z_0$  e  $Z_0 = \sqrt{L/C}$ .

Para uma linha LC sem perdas ( $a = 0$ ,  $b = 0$ ), a Equação 3.17 se reduz a

$$\tilde{\omega}^2 LC = 4\text{sen}^2(\beta/2) \tag{3.18}$$

onde o fator de fase  $\beta$  é real para  $\omega < 2\omega_0$  e torna-se complexo quando  $\omega > 2\omega_0$ , como ilustra a Figura 3.5. Nesta figura, tanto a atenuação e a mudança de fase por seção são normalizados pelo fator  $\pi$ ; por exemplo, quando  $\omega/\omega_0 = 1$ , a mudança de fase por seção vale  $0,331\pi$ . Por causa da frequência de corte, a linha periódica LC exibe o comportamento de um filtro passa-baixa. A propagação sem atenuação começa a partir da frequência zero até que a frequência crítica  $\omega_c = 2\omega_0$ , como demonstrado pelo ramo vertical da linha pontilhada em azul, variando de  $\omega = 0$  a  $\omega_c$ . Mas, para linhas com perdas, coexiste atenuação em todas as frequências, pois a curva de atenuação afasta-se da vertical. Além disso, para frequências  $\omega_c \leq \omega_0$  a linha LC se comporta como um meio não dispersivo, em que o fator de propagação  $\text{Re}\{\beta\}$  aproxima-se de uma função linear da frequência.

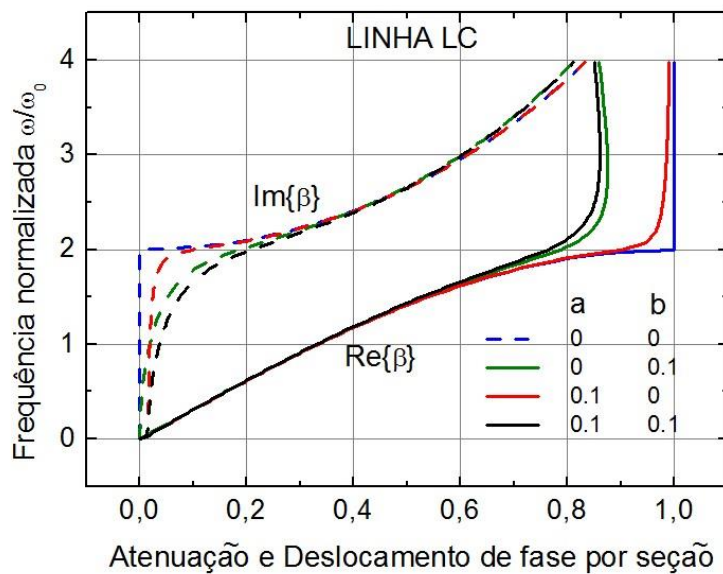


Figura 3.5 – Diagrama de dispersão/atenuação para uma linha LC. Em linhas com perdas ( $a, b \neq 0$ ), propagação e atenuação existem em todas as frequências. No eixo horizontal, a atenuação  $\text{Im}\{\beta\}$  (curvas tracejadas) e mudança de fase por seção  $\text{Re}\{\beta\}$  (curvas contínuas) são normalizados por  $\pi$ .

### 3.3.2. Relação de Dispersão para Linha CL Linear

Analogamente ao caso anterior, escrevendo as equações para tensão e corrente na linha CL (ver Figura 3.3)

$$\begin{aligned}
V_k - V_{k+1} &= L(I'_k - I'_{k+1}) + R_L(I'_k - I'_{k+1}) = \frac{Q_{k+1}}{C} + R_C I_{k+1} \\
V_{k-1} - V_k &= L(I'_{k-1} - I'_k) + R_L(I'_{k-1} - I'_k) = \frac{Q_k}{C} + R_C I_k
\end{aligned} \tag{3.19}$$

chega-se a

$$\frac{1 - i\tilde{\omega}b}{\tilde{\omega}^2 + i\tilde{\omega}a} = 4\text{sen}^2(\beta/2) \tag{3.20}$$

que no caso sem perdas se reduz a

$$\tilde{\omega} = -\frac{1}{2\text{sen}(\beta/2)} \tag{3.21}$$

A presença do sinal negativo (oriundo da ambiguidade de sinal  $\pm$  da raiz quadrada) é justificada ao se examinar (3.21) no limite  $\beta \ll 1$ , que nos leva a, sendo  $\beta = \pm 1/\omega\sqrt{LC}$ , onde  $\beta/p$  representa a constante de propagação presente na linha CL de elementos concentrados. Mas da teoria de linhas de transmissão [37], sabemos que  $i\beta$ , relaciona-se com as imitâncias da linha por  $\beta = i\sqrt{ZY}$ . No presente caso,  $Z = 1/(-i\omega C)$  e  $Y = 1/(-i\omega L)$ , portanto  $\beta = i\sqrt{\frac{i}{\omega C} \frac{i}{\omega L}} = \frac{-1}{\omega\sqrt{LC}}$  no limite  $\beta \ll 1$ . Desta forma, a relação de dispersão da linha CL satisfaz as condições de onda regressiva e que apresenta velocidade de fase negativa, como ilustrado na Figura 3.6. No intervalo de frequência  $\omega > \omega_0/2$ ,  $\beta$  é puramente real representando propagação sem atenuação no sistema; quando  $\omega < \omega_0/2$ ,  $\beta$  é imaginário, indicando atenuação sem dissipação de energia. É interessante notar que as características básicas da curva de propagação para a linha CL, em que o ramo de baixa frequência encurva-se para baixo, foram experimentalmente observadas em linhas de

transmissão canhotas produzindo um índice de refração negativa tão alto quanto -700 na faixa de GHz [38].

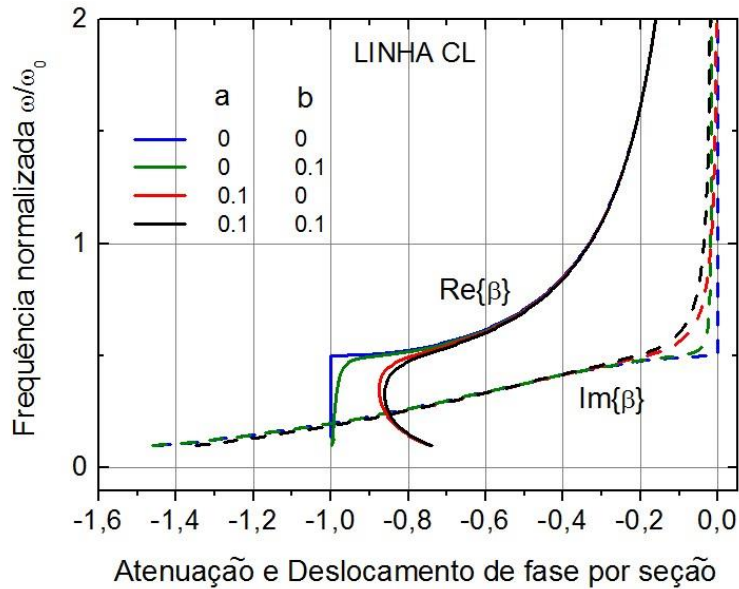


Figura 3.6 – Diagrama de dispersão/atenuação para uma linha CL.

### 3.4. Resultados de Simulação

Os resultados a seguir referem-se a sinais que se propagam em linhas periódicas CL e LC submetidas à excitação por um sinal puramente senoidal de 1 V de amplitude.

A Figura 3.7 mostra a variação temporal de sinais propagando-se em uma linha CL de baixa perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,001 \Omega$ ) e 20 seções com elementos  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$  e excitada por um sinal de 250 kHz. As cores preta, vermelha, verde e azul correspondem aos nós #0, #1, #3 e #5, onde os sinais são calculados. Nota-se que o sinal azul (nó #5) atinge o pico positivo ( $t \cong 3 \mu\text{s}$ ) antes dos outros sinais correspondentes às posições anteriores {0, 1 e 3} e que se acham mais próximos da fonte excitadora. Este é um fenômeno de avanço de fase em uma linha CL, ficando claramente demonstrado pela posição do pico do sinal azul em 3  $\mu\text{s}$ , antes dos outros sinais, que somente atingem os

respectivos picos depois de 3,5  $\mu\text{s}$ . Nota-se que os sinais distorcem-se nos instantes iniciais ( $t < 2 \mu\text{s}$ ) para que ocorra a seqüência de pulsos de ordem decrescente {5, 3, 1, 0} em instantes posteriores a 5 $\mu\text{s}$ , quando todos os sinais passam a apresentar variação senoidal. Situação semelhante é mostrada na Figura 3.8 que apresenta uma variação temporal de sinais propagando-se em uma linha CL com perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,05 \Omega$ ) e excitada por um sinal de 200 kHz. Na Figura 3.8 a diferença entre os picos dos sinais #5 e #0 ( $t_0 = 11,21 \mu\text{s}$  e  $t_5 = 7,94 \mu\text{s}$ ),  $\Delta t = - 3,27 \mu\text{s}$  relaciona-se com o fator de fase através de  $\Delta t = (\beta/\omega)n$ , onde  $n$  é o número de seções entre dois nós. A partir da Figura 3.6, para  $\omega/\omega_0 = 200/159 = 1,26$  se lê  $\beta/\pi = - 0,26$ ; em seguida, substituindo  $n = 5$  e  $f = 200 \text{ kHz}$  em  $\Delta t = [\beta/(2\pi f)]n$  tem-se  $- 3,25 \mu\text{s}$ , em excelente concordância com a diferença temporal  $\Delta t = - 3,27 \mu\text{s}$  medida diretamente na Figura 3.8.

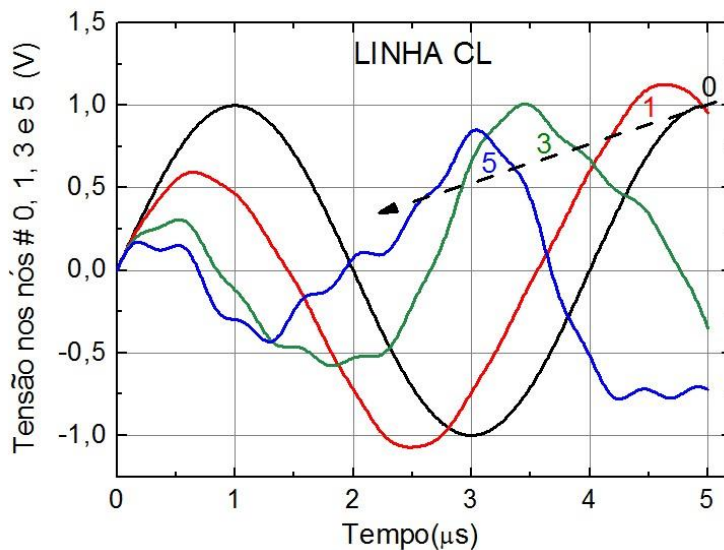


Figura 3.7 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha CL de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,001 \Omega$ ,  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressoante  $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 250 kHz.



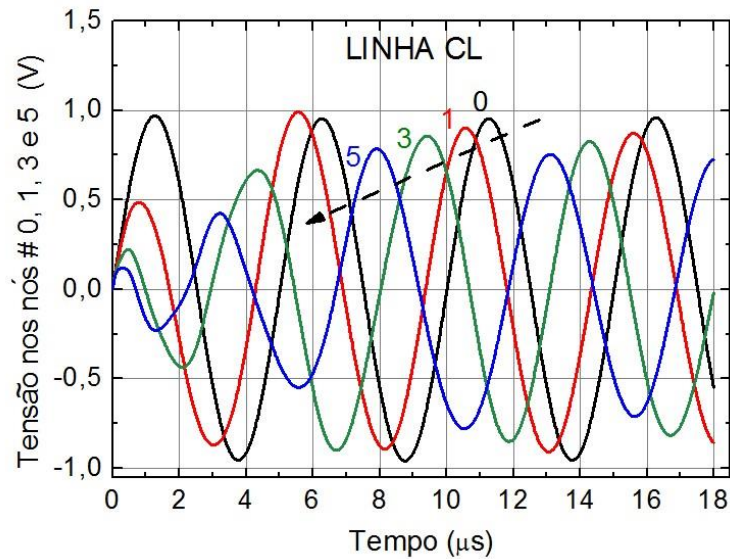


Figura 3.8 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha CL de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,05 \Omega$ ,  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressoante  $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 200 kHz.

Em relação a configuração LC, a Figura 3.9 mostra a variação temporal de sinais propagando-se em uma linha LC com baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,001 \Omega$ ) e 20 seções com elementos  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$  e excitado por um sinal de 50 kHz. As cores preta, vermelha, verde e azul correspondem respectivamente aos nós #0, #1, #3 e #5, onde os sinais são calculados. Verifica-se que a velocidade de fase é positiva, sendo o atraso de fase na linha LC sem perdas indicado claramente pela posição relativa dos picos, em que o sinal azul, por exemplo, atinge o primeiro pico em  $10 \mu\text{s}$  após os sinais 0, 1 e 3 terem atingido seus respectivos picos. Para uma linha LC com perdas excitada com um sinal de 20 kHz (ver Figura 3.10) nota-se que este mesmo pulso azul (nó #5) terá a menor amplitude entre os pulsos da sequência {0, 1, 3}.

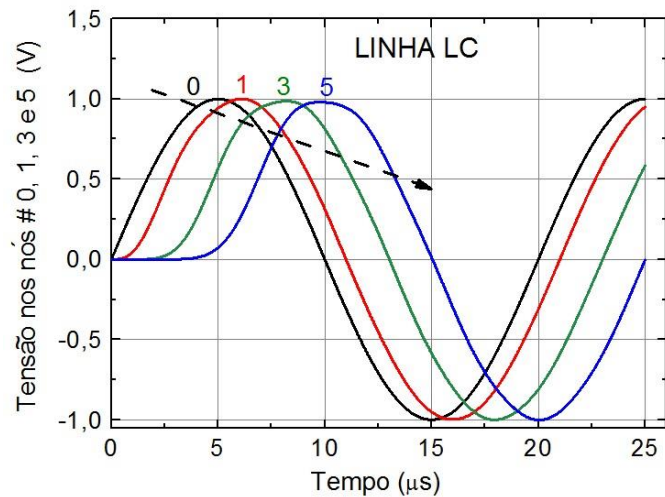


Figura 3.9 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha LC de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,001 \Omega$ ,  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressonante  $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 50 kHz.

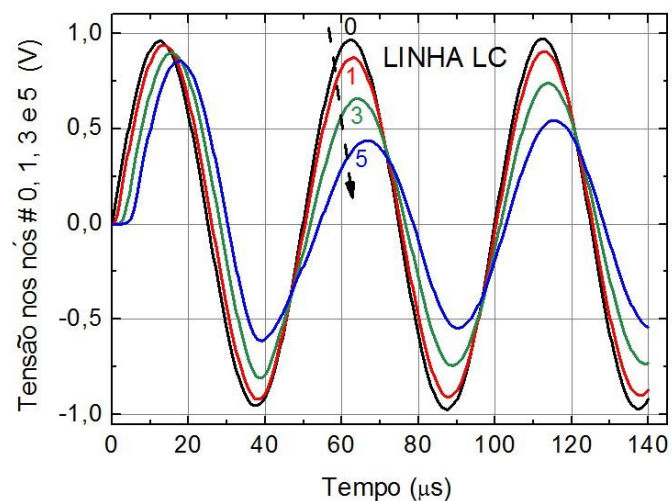


Figura 3.10 – Sinais de tensão nos nós #0, #1, #3 e #5 em uma linha LC de baixas perdas ( $R_s = R_L = R_C = 0,05 \Omega$ ,  $L = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ , frequência ressonante  $f_0 = 159 \text{ kHz}$ ) com 20 seções e excitada por um sinal senoidal de 20 kHz.

### 3.5. Comentários Finais

Embora usando os mesmos componentes L e C, a disposição dos capacitores e indutores faz com que o comportamento e desempenho das linhas LC (ver Figura 3.1) e CL (ver Figura 3.3) sejam completamente diferentes. A linha convencional LC apresenta dispersão normal em que a frequência aumenta com o fator de fase  $\beta$ . Por outro lado, a linha CL exibe dispersão anômala em que a frequência diminui com  $\beta$ , possibilitando que a onda fundamental possa se propagar em sincronismo com as harmônicas de ordem superior. Ondas que se propagam em tal meio são conhecidas como ondas regressivas, porquanto a velocidade de grupo tem sentido contrário à velocidade de fase.

Nesse sentido, e com base nas equações diferenciais aqui formuladas, nos capítulos 4 e 5 serão apresentados experimentos computacionais para investigar as propriedades características e os fenômenos não lineares de propagação de ondas que ocorrem em linhas de topologias LC e CL.



## **4 PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS E FENÔMENOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES DE TOPOLOGIA LC**

Neste capítulo são apresentados resultados de simulação referentes a alguns fenômenos não lineares associados a linhas de transmissão LC, também conhecida como linhas destras (RH), onde os varactores (capacitores não lineares) estão conectados no ramo paralelo da linha.

### **4.1. Propagação de Sóliton e Geração de Rádio Frequência**

Ondas solitárias, ou sólitons, constituem um importante tema de estudo e aplicações em diversos campos da física e da engenharia, consubstanciado pelo considerável volume de trabalhos em matemática aplicada, física (especialmente em óptica), e em engenharia elétrica [32],[39][40]. Sólitons podem ser descritos como pulsos de ondas que se propagam sem distorção através de um meio. Uma propriedade distinta de ondas de sóliton é o fato de que elas preservam amplitude e forma após a colisão com outros sólitons. A propagação sem deformação de tais ondas em um determinado meio é uma consequência do equilíbrio (ou compensação) entre dispersão e não linearidade. Assim, um sóliton pode se propagar em um meio dispersivo e não linear sem alterar a sua forma, como se ele viajasse em um meio linear e não dispersivo. Em engenharia elétrica, um meio no qual podem ser gerados e propagados sólitons é uma linha de transmissão não linear, onde a não linearidade é introduzida pela capacitância dependente da tensão em um componente não linear, enquanto que a dispersão resulta da periodicidade da estrutura.

A propriedade do sóliton em se propagar sofrendo fraca dispersão é utilizada como um método efetivo para transmissão de dados, modulados como pulsos curtos, em longas distâncias. Um exemplo desta aplicação refere-se a tecnologias de transmissão por pulsos de RF em sistemas de banda larga [41].

Outra importante aplicação relaciona-se com o estreitamento de pulsos para transmissão de dados em circuitos digitais pela redução dos tempos de subida e descida do pulso [42].

Linhas de transmissão não lineares (LTNLs) também são capazes de gerar pulsos elétricos com duração de picosegundos e harmônicas de ondas milimétricas, que apresentam aplicação direta em uma variedade de sistemas de alta velocidade e de banda larga, incluindo circuitos de amostragem com resolução de picosegundos, lasers, diodos chaveadores, geradores para testes de formas de ondas e fontes de onda milimétricas [43]. Uma vantagem significativa de LTNLs em relação a outros geradores elétricos de pulsos é a sua integrabilidade com outros circuitos. Os dispositivos LTNLs podem ser projetados para gerar com eficiência harmônicas de ondas milimétricas ou pulsos com tempos de transição inferiores a 1 ps [41] e [43].

Além da redução no tempo de subida (escarpamento) de pulsos, LTNLs de configuração LC têm sido utilizadas com revigorado interesse na geração de micro-ondas de alta potência [44]. Por exemplo, com base em uma LTNL usando ferrita como meio magnético não linear [45], é demonstrada a geração de potência em 1,0 GHz atingindo níveis de 20 MW com eficiência de conservação de 20%. E no trabalho pioneiro de Brown e Smith [46], uma LTNL em que são usados capacitores não lineares nos quais o dielétrico não linear consiste de uma cerâmica de titanato de bário produziu 60 MW de pulsos de RF na faixa de 100 a 200 MHz.

Uma LTNL possui três características fundamentais e quantificáveis: não linearidade, dispersão e dissipação. O que distingue as diversas classes de linhas é o grau com que essas três características ocorrem e interagem. Por exemplo, fibras ópticas exibem fracas não linearidade e dissipação mas moderada dispersão, que é o efeito da variação da velocidade de fase com a frequência. Um pulso de pequena amplitude, devido à dispersão, alarga-se continuamente à medida que se propaga. Por outro lado, um pulso de grande amplitude é comprimido devido à não linearidade.

Para examinar tais fenômenos, utilizamos um circuito semelhante ao apresentado na Figura 3.1 com indutores lineares  $L = 22,0 \mu\text{H}$ , resistência da fonte ( $R_s$ ) desprezível ( $1 \times 10^{-5} \Omega$ ) e da carga ( $R_{\text{carga}}$ ) de  $350 \Omega$ . O sistema de equações implementado para análise dos resultados foi escrito na formulação  $\{i(t), v(t)\}$  e resolvido numericamente com auxílio do software *Mathematica*, tendo como condições iniciais  $i(0) = 0$  e  $v(t) = 0$ .

O capacitor não linear, modelo 1SV149 (Toshiba) foi modelado com as seguintes características [26]

$$C(v(t)) = 725.4 * 10^{-m*v(t)} \text{ pF} \quad (4.1)$$

onde  $m$  vale  $0,1947/\text{volt}$ .

Considerando inicialmente um pulso retangular de amplitude de  $2 \text{ V}$  e com duração de  $0,23 \mu\text{s}$ , a primeira simulação (ver Figura 4.1) apresenta a resposta no domínio do tempo de uma linha LC sem perdas, com 51 seções, considerando em dois casos a presença de capacitores linear e não linear.

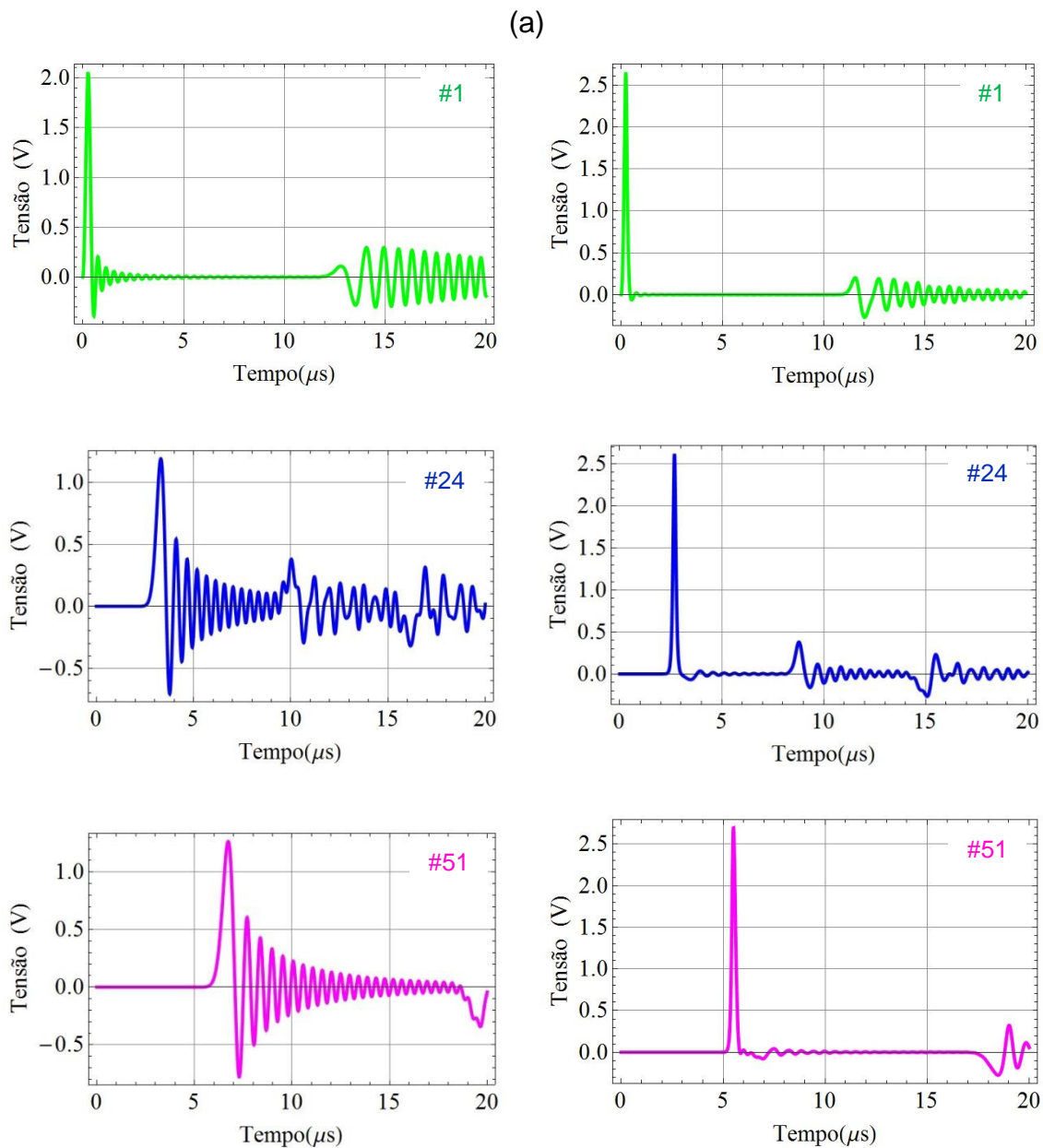


Figura 4.1 – Pulsos em uma linha LC nos nós # 1 (verde), #24 (azul) e #51 (rosa), respectivamente. O capacitor em (a) é linear ( $m = 0$ ), enquanto que (b) é não linear.

Correspondendo ao capacitor linear ( $m = 0$ ), observa-se na Figura 4.1 (a) a ocorrência de oscilações na descida do pulso, desfazendo a sua forma a medida que o pulso se propaga. Em particular, as oscilações para  $t \geq 12,0 \mu\text{s}$  nas curvas verdes são ondas refletidas que se originam da reflexão do pulso incidente no final da linha onde se encontra a carga de  $350 \Omega$ . Em contra partida sob o efeito não linear, Figura 4.1 (b), já aparece nas primeiras seções



uma onda de sóliton que se propaga ao longo da linha sem alteração de forma e intensidade. Em relação ao nó #1 (Figura 4.1(b)), verifica-se que o tempo total de atraso do pulso refletido (curva verde) é  $\sim 11,5 \mu\text{s}$ , dez por cento inferior ao tempo de atraso referente à linha linear (Figura 4.1(a)). Uma sequência de pulsos observados na simulação anterior é mostrada na Figura 4.2, considerando somente o caso de não linearidade.

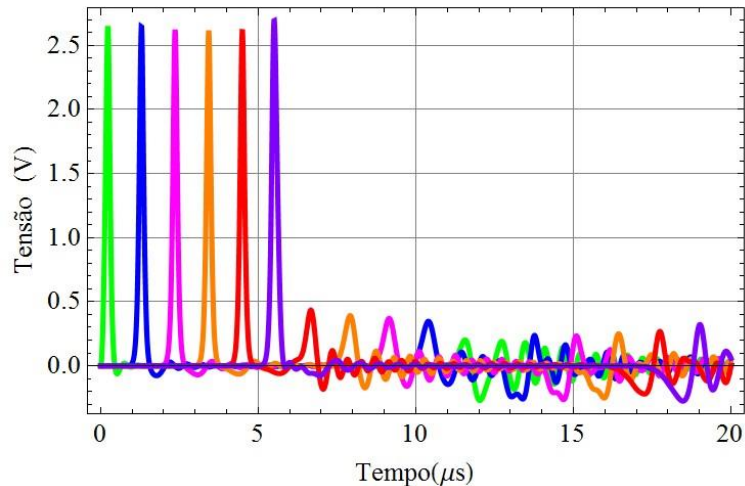


Figura 4.2 – Propagação do pulso em uma linha LC-NL nos nós # 1 (verde), #11 (azul), #21 (rosa), #31 (laranja), #41 (vermelho) e #51 (roxo), respectivamente.

Observa-se que uma sequência de pulsos igualmente separados no tempo, com uma pequena cauda oscilatória na descida de cada pulso, e que estes se propagam ao longo da linha com uma velocidade constante  $\sim 0,1 \mu\text{s}$  por seção. Isto indica a propagação de um sóliton. Além disso, a altura de pico (amplitude) do sóliton aumenta gradualmente entre as seções #1 e #5 e não mais se altera nas seções seguintes. Nas regiões de  $1 < n < 5$ , a largura de um sóliton diminui quando  $n$  aumenta, mas após o processo transitório, torna-se constante para  $n > 5$ . Como resultado, a área do pulso é mantida praticamente constante em todas as seções da linha.

Modelando a linha com um capacitor descrito pela Equação 4.1 há geração de rádio frequência. Mantendo todos os parâmetros da simulação anterior, mas considerando um pulso retangular de maior duração ( $2 \mu\text{s}$ ), analisamos este

caso de geração de RF considerando uma linha LC sem perdas, com 101 seções. As Figuras 4.3 e 4.4 comparam o sinal de entrada com as respostas nos nós # 1, # 50 e #101 tanto nos domínios do tempo e da frequência, considerando os capacitores linear e não linear, respectivamente. Para o caso linear, nota-se na Figura 4.3 que as reflexões (oscilações de baixa amplitude em azul) retornam ao nó #50 decorrido o intervalo de 12,5  $\mu$ s. De fato, sendo o tempo de atraso em cada seção LC ( $L = 22,0 \mu\text{H}$ ,  $C = 724,0 \text{ pF}$ ) é  $\delta = \sqrt{LC} = 0,125 \mu\text{s}$ , o tempo total de atraso que o pulso sofre ao percorrer 100 seções é  $100 \times \delta = 12,5 \mu\text{s}$ .

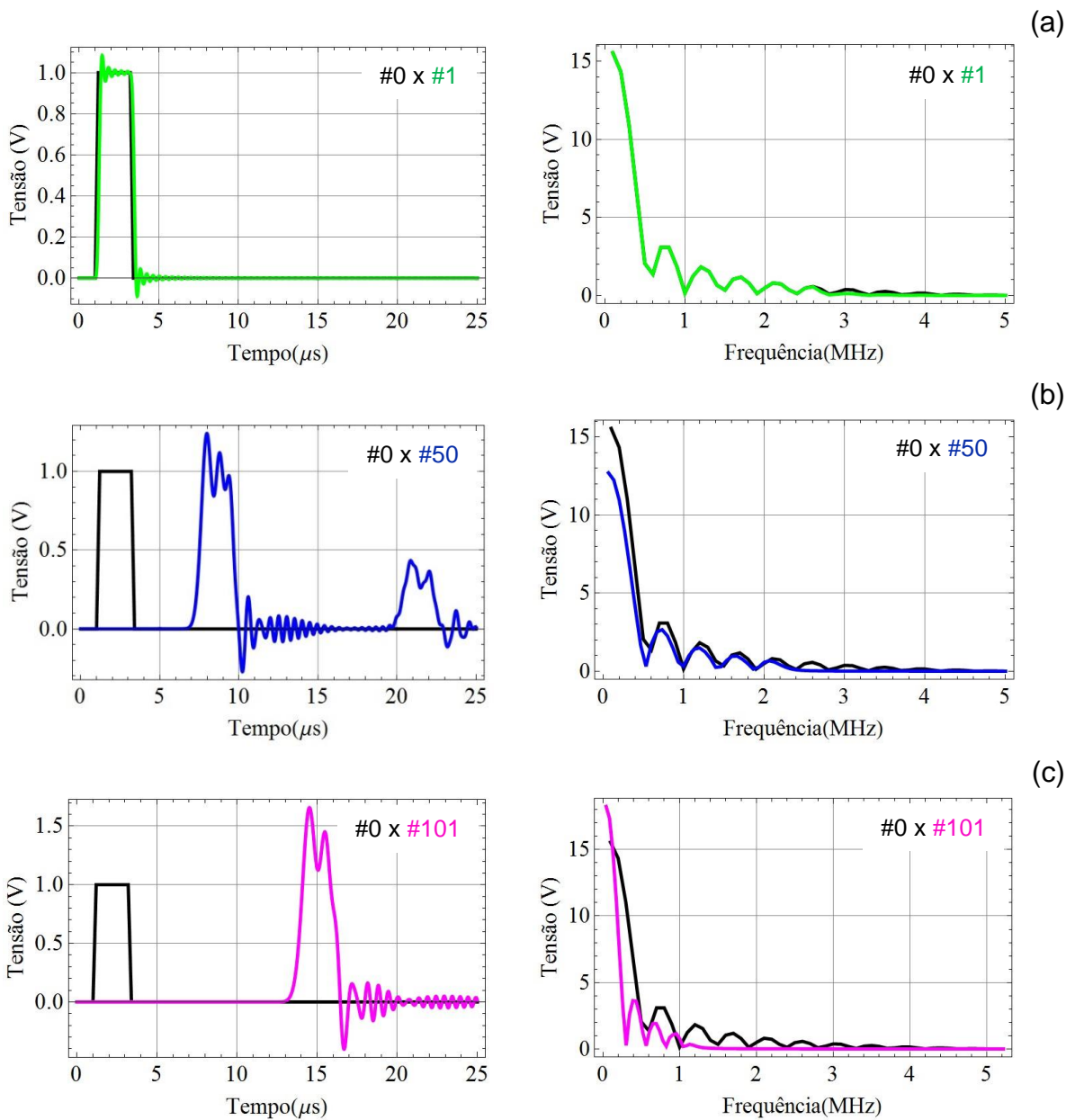


Figura 4.3 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor linear (Equação 4.1, com  $m = 0$ ).

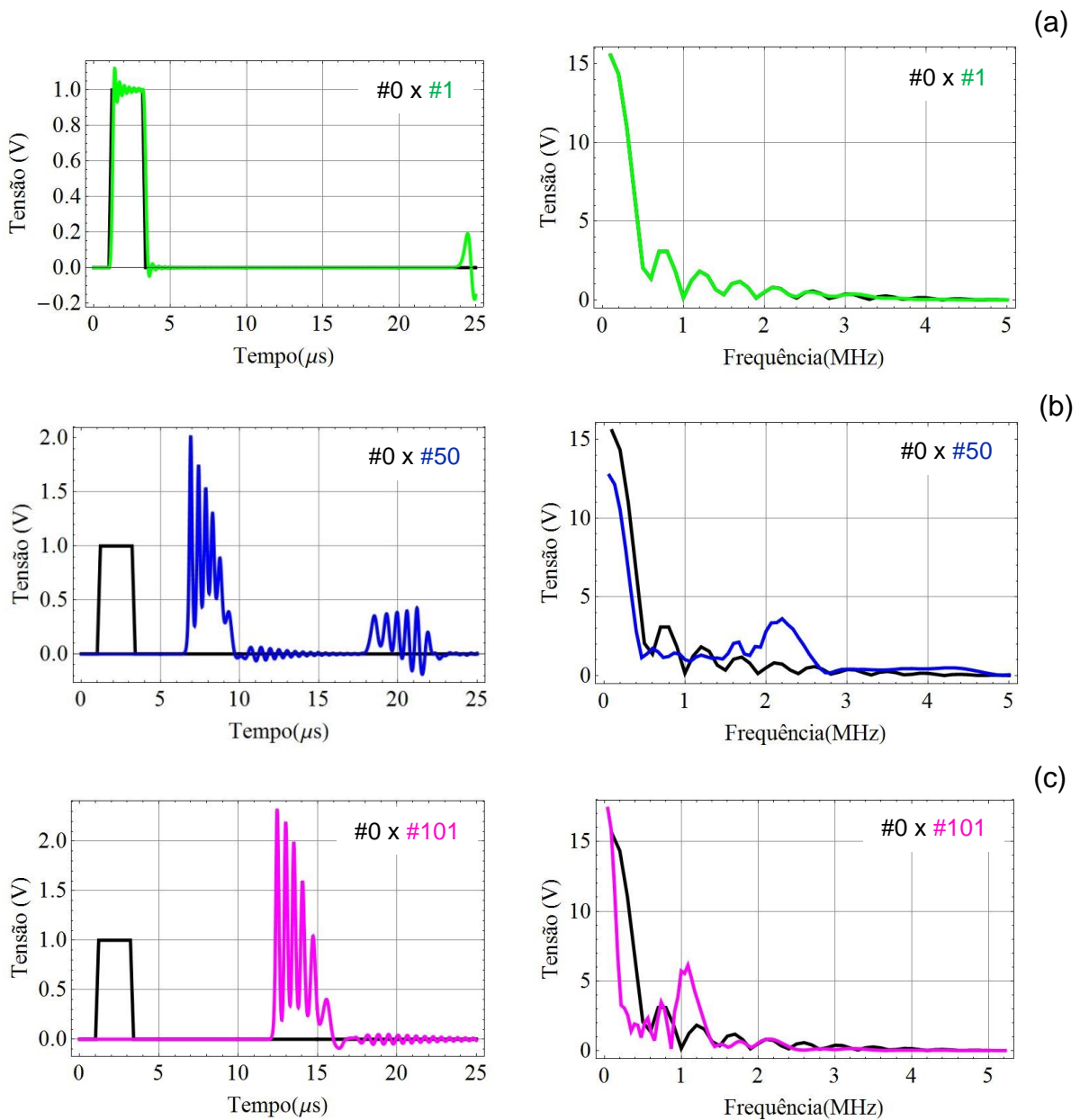


Figura 4.4 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor não linear (Equação 4.1, com  $m = 1$ ).

Analisando a Figura 4.4 (c) percebe-se claramente que o pulso sob efeito não linear se propaga praticamente sem deformação ao longo das seções, decompõe-se em seis sólitons, e gera um sinal de rádio frequência em torno de 1,2 MHz (ver espectro de frequência da Figura 4.4 (c)). Já para a simulação utilizando um capacitor linear fica claro que o pulso se deforma ao longo das seções.

Os efeitos não lineares observados até então foram produzidos por capacitores não lineares descritos pela Equação 4.1, mas estes efeitos também se manifestam em capacitores com outras dependências funcionais de capacitância versus tensão.

Desta forma, para investigar o processo de geração de RF foi considerado outro capacitor não linear, modelo FMMV109, com as seguintes características [12]

$$C(v(t)) = \frac{C_{s0}}{\left(1 + 1 * \frac{v(t)}{x_j}\right)^m} \quad (4.2)$$

onde  $C_{s0} = 61,3$  pF,  $x_j = 0,7$  volt e  $m = 0,5$ .

E considerando inicialmente um pulso trapezoidal de amplitude de 10 V e com duração de 120 ns e tempos de subida e de descida de 20 ns, as primeiras simulações (Figura 4.5 e Figura 4.6), apresentam nos domínios do tempo e da frequência as respostas de uma linha LC sem perdas com 101 seções, considerando os dois casos de capacitores linear e não linear.

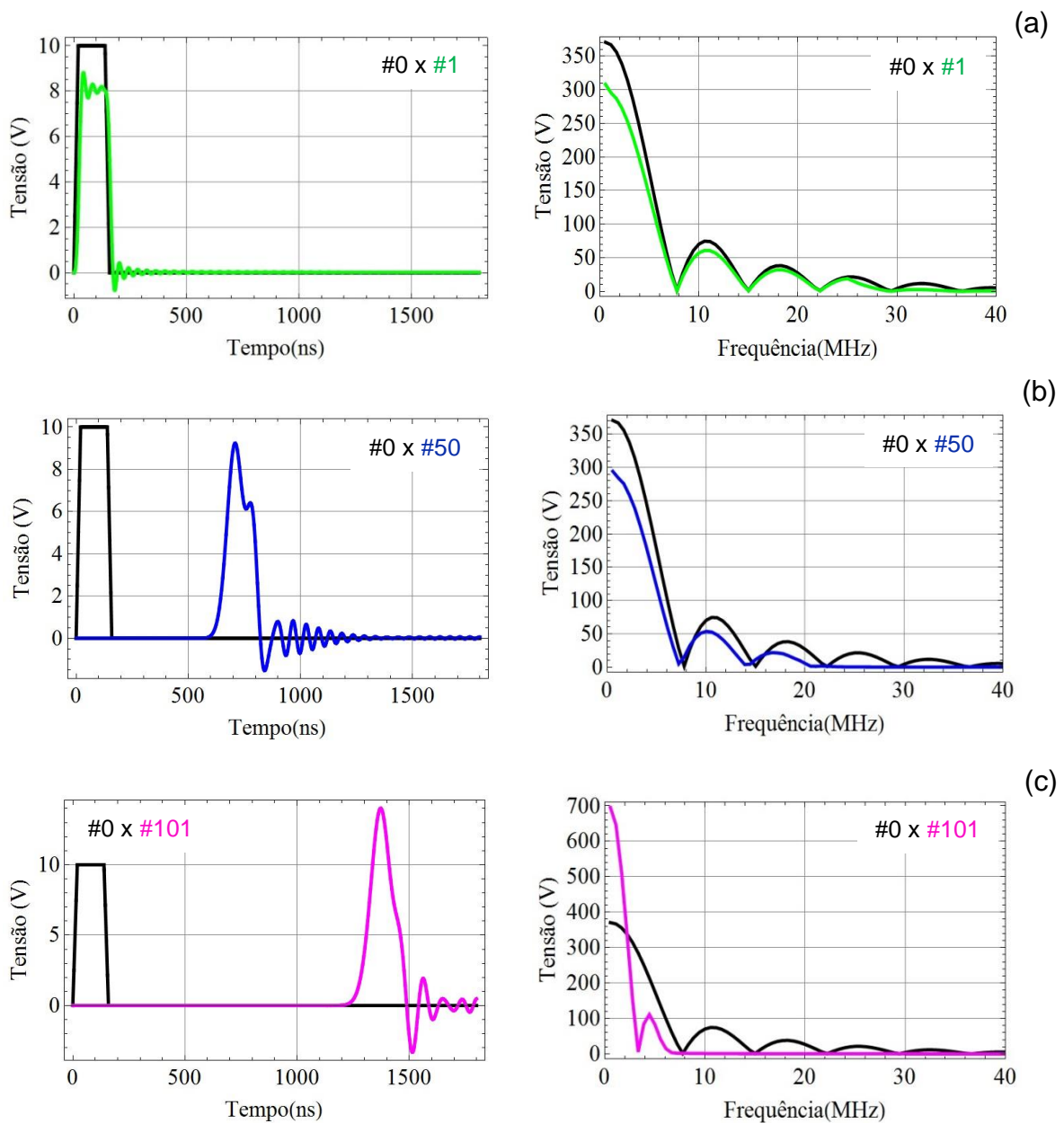


Figura 4.5 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor linear (Equação 4.2, com  $m = 0$ ).

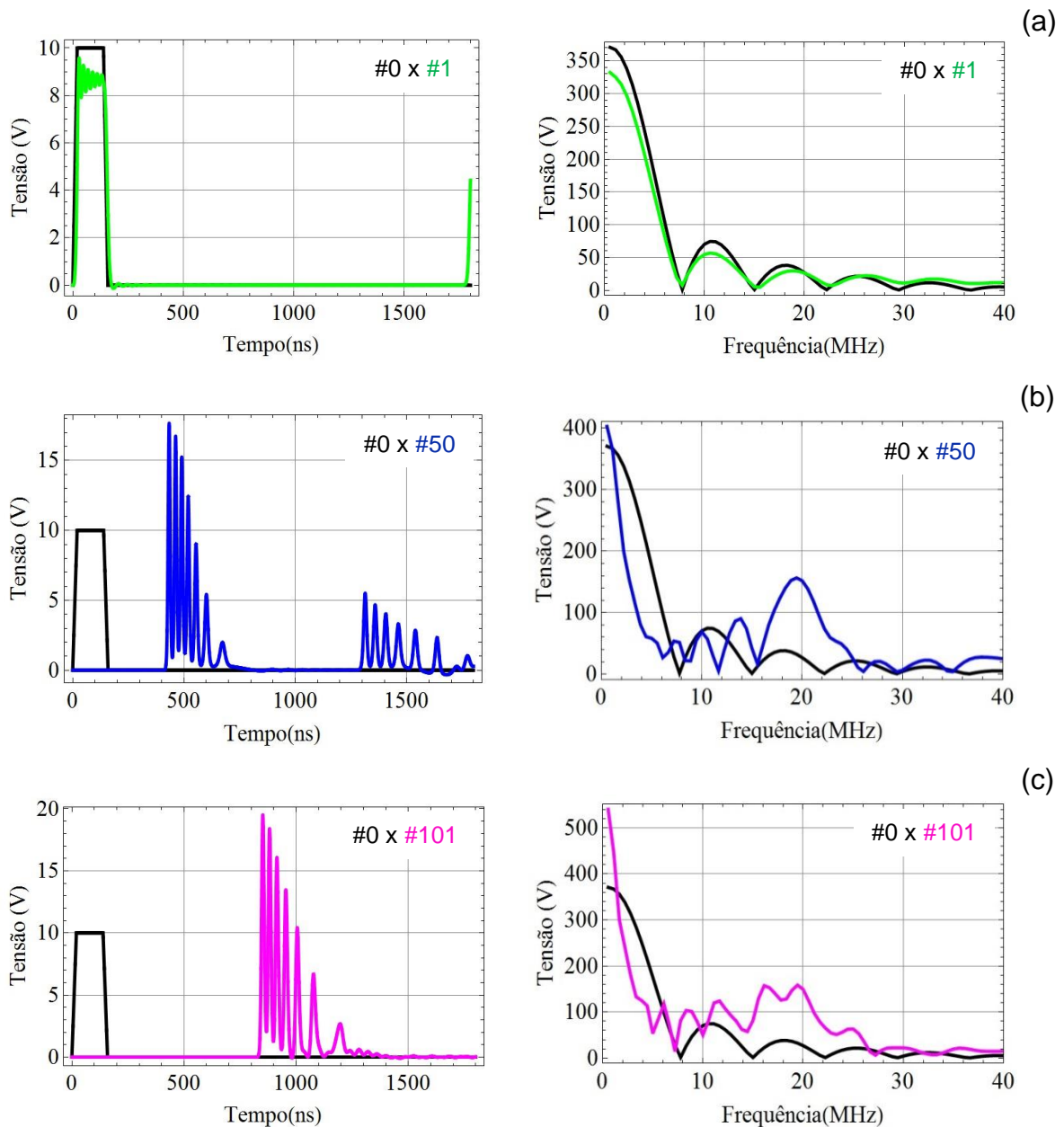


Figura 4.6 – Resposta temporal e espectro dos sinais: (a) nó de entrada (curva preta) e nó # 1 (curva verde), (b) nó de entrada (curva preta) e nó # 50 (curva azul) e (c) nó de entrada (curva preta) e nó # 101 (curva rosa) para uma linha modelada com um capacitor linear (Equação 4.2, com  $m = 0,5$ ).

Analisando as Figuras 4.5 e 4.6, percebe-se claramente que sob o efeito não linear o pulso se propaga praticamente sem distorção, mantendo um trem de sete sólitons, ao longo das seções e também gera um sinal de rádio frequência em torno de 20 MHz (como indicado no espectro de frequência da Figura 4.6 (c)), bem superior em relação à simulação realizada com um capacitor

modelado pela Equação 4.1. Já para a simulação feita utilizando um capacitor linear (ver Figura 4.5) fica evidente, mais uma vez, que o pulso se deforma ao longo das seções.

#### **4.2. Redução dos Tempos de Subida e de Descida**

Um outro fenômeno também associado às linhas de transmissão é a redução do tempo de subida de um pulso. Para examinar tal fenômeno, foi analisado o circuito equivalente ao da Figura 3.1, com indutores lineares  $L = 22,0 \mu\text{H}$ , resistência da fonte ( $R_s$ ) de  $50 \Omega$  e da carga ( $R_{\text{carga}}$ ) de  $1000 \Omega$ . O sistema de equações implementado para análise dos resultados foi escrito na formulação  $\{i(t), v(t)\}$  e resolvido numericamente com auxílio do software *Mathematica*, tendo como condições iniciais  $i(0) = 0$  e  $v(t) = 0$ . Para esta simulação foi utilizado o capacitor não linear descrito pela Equação 4.2, com  $m = 0,5$ , e um pulso trapezoidal de amplitude de  $10 \text{ V}$  e com duração de  $350 \text{ ns}$  e tempos de subida e de descida fixados em  $110 \text{ ns}$ .

As simulações a seguir (ver Figuras 4.7 e 4.8) apresentam as respostas no domínio do tempo para uma linha LC-NL sem perdas, considerando dois casos com 11 e 101 seções.



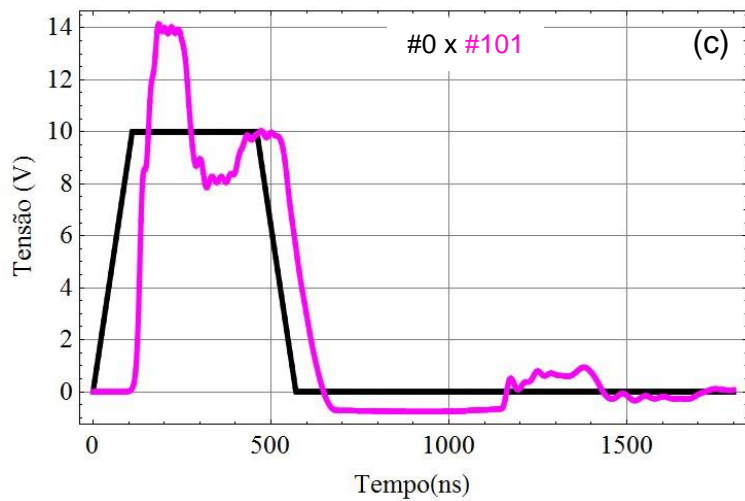
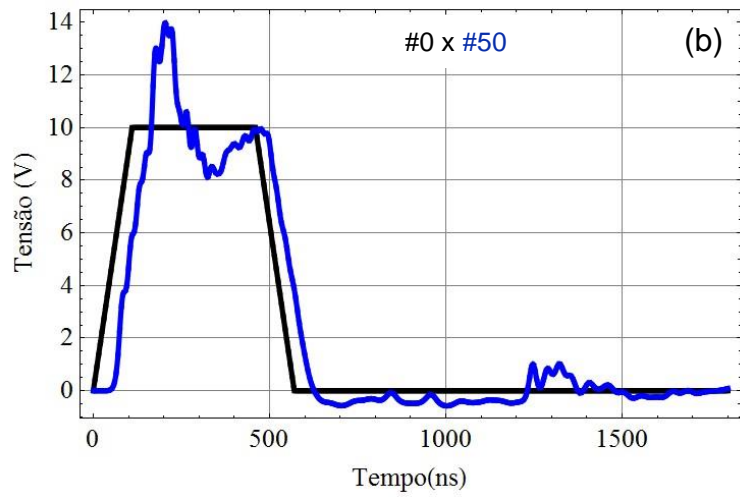
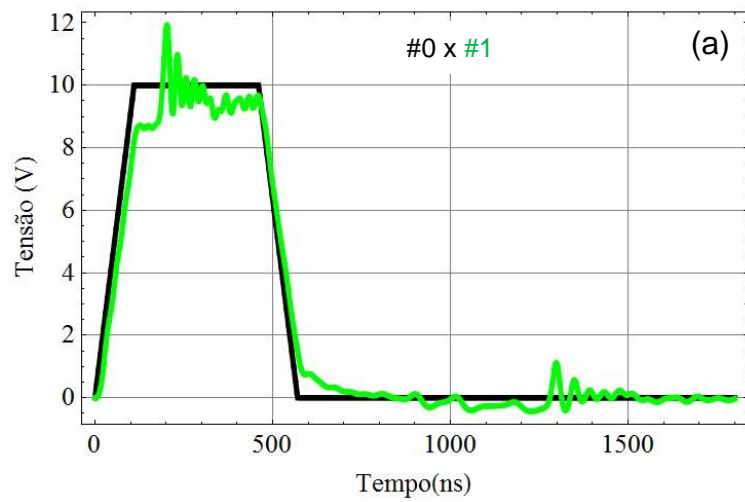


Figura 4.7 – Propagação do pulso em uma linha LC-NL com 11 seções onde (a) nó # 1 (verde), (b) nó # 5 (azul) e (c) nó # 11 (rosa).

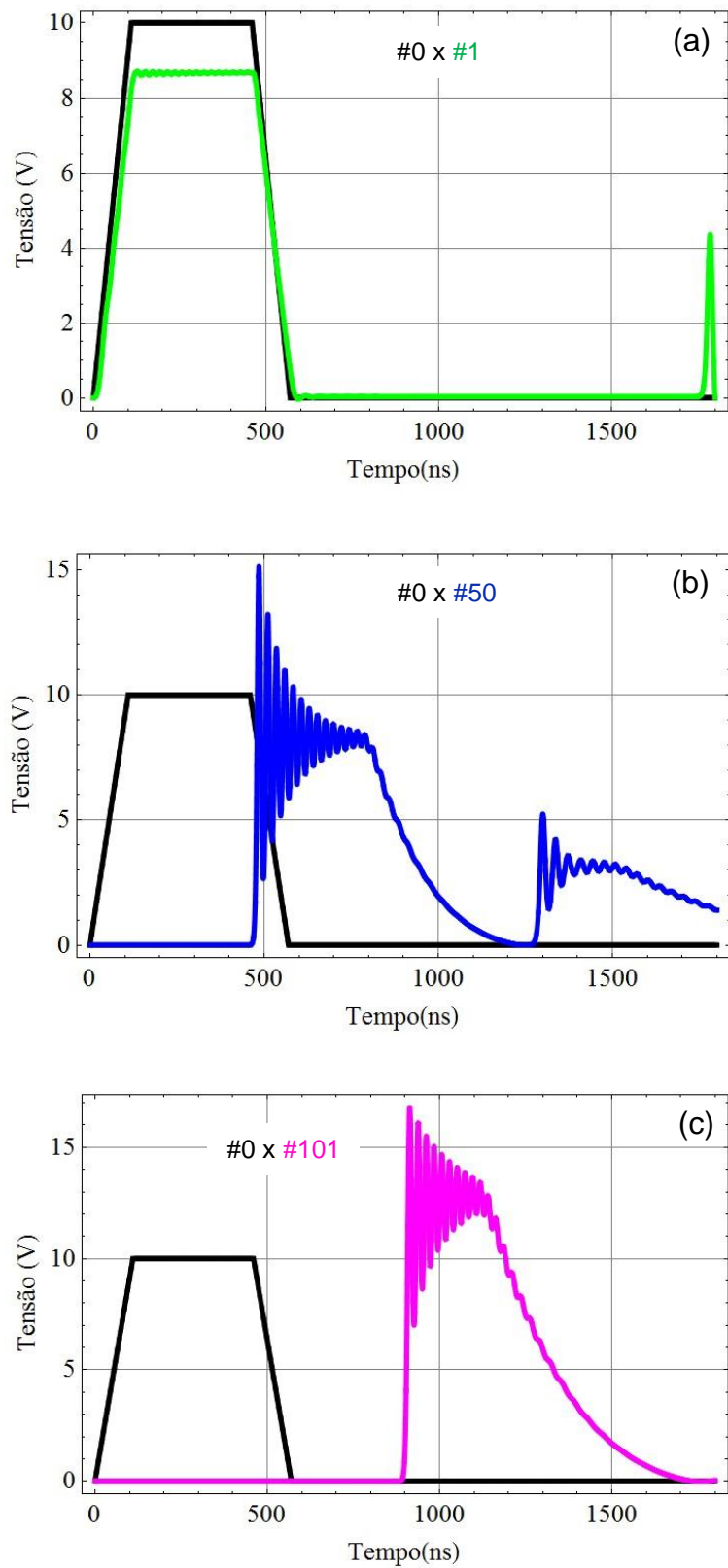


Figura 4.8 – Propagação do pulso em uma linha LC-NL com 101 seções onde (a) nó # 1 (verde), (b) nó # 50 (azul) e (c) nó # 101 (rosa).

Analisando a Figura 4.7, verifica-se que não há formação de um trem de sólitons, o que ocorre é um acúmulo de pulsos refletidos devido à linha ser curta. Observa-se claramente na Figura 4.7(c) a presença de dois pulsos refletidos (rosa) que se superpõem. Por outro lado, a Figura 4.8 demonstra a formação de um trem de sólitons, e que o mesmo não se deforma ao longo da linha. Porém em ambas as simulações, verifica-se que há uma redução no tempo de subida, onde se verifica que nos nós #11 ou #101, a subida do pulso ao atingir 15 V ocorre praticamente na vertical.

### 4.3. Comentários Finais

Neste capítulo foram apresentados resultados de simulação relacionados a alguns fenômenos não lineares associados a linhas de transmissão LC, também conhecidas como linhas RH (*right-handed*), onde os capacitores não lineares encontram-se nos ramos paralelos, enquanto os indutores ficam no ramo série da linha.

Linhas de transmissão são amplamente usadas na conexão de rádio transmissores e receptores com antenas e também na distribuição de sinais entre sistemas de comunicação. Além disso, apresentando a habilidade de manipular e conformar sinas de alta potência com a finalidade de concentrar e liberar pulsos intensos de energia utilizando sistemas compactos e de dimensões reduzidas, linhas de transmissão de potência pulsada constituem uma tecnologia de interesse na área espacial e em defesa.

Foram investigados alguns fenômenos associados à linha LC-NL tais como a geração de RF utilizando um pulso retangular de 2  $\mu$ s de duração e a redução do tempo de subida de um pulso trapezoidal de amplitude de 10 V com duração de 350 ns e tempos de subida e de descida fixados em 110 ns.



## 5 PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS E FENÔMENOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO LINEARES DE TOPOLOGIA CL

Neste capítulo são investigadas as propriedades de linhas de transmissão CL não lineares, que intrinsicamente são dispersivas, pois seguem uma relação de dispersão onde  $\omega$  é proporcional a  $1/\text{sen}(\beta/2)$ .

A não linearidade da linha é implementada com a introdução de um capacitor não linear, em que a capacitância é uma função da voltagem entre os terminais, isto é,  $C = C(v)$ . Funções algébricas e transcendentais das formas  $C(v) = a + bv^2$  e  $C = \text{senh}(cv)$  e  $C = \text{cosh}(cv)$ , com  $a$ ,  $b$  e  $c$  constantes, são utilizadas ao longo do presente estudo.

As propriedades das linhas assim implementadas são analisadas em termos de efeitos dispersivos e das características da não linearidade. Nos domínios do tempo e da frequência, respostas numéricas a sinais harmônicos e pulsados ilustram os processos simultâneos de dispersão de frequência e de não linearidade. A questão pouco explorada da possibilidade de excitação de sólitons em linhas CL não lineares é particularmente investigada.

Unicamente possíveis de serem observados nestas linhas e requerendo a coexistência de não linearidade e dispersão, são demonstrados efeitos novos e interessantes, tais como geração de sub harmônicas e propagação de sólitons escuros. Tais efeitos tornam-se relevantes na potencial realização de novos componentes [5] e [27] de micro-ondas para a conformação de pulsos para a aplicação em sistemas de banda de frequência ultra larga (UWB), em que as taxas de amostragem são diretamente relacionadas à largura do pulso, e em sistemas de radares de alta resolução nos quais pulsos estreitos são requeridos.

### 5.1. Propagação de Sólitons, Compressão de Pulso e Geração de Sub-Harmônicas

A fim de analisar qualitativamente a geração e propagação de sólitons em linhas de transmissão CL não lineares, analisamos um circuito semelhante ao da Figura 3.3, com indutores lineares  $L = 10 \text{ nH}$  e com resistência da fonte ( $R_s$ ) e da carga ( $R_{\text{carga}}$ ) de  $50 \Omega$  cada. O sistema de equações implementado para análise dos resultados foi escrito na formulação  $\{i(t), v(t)\}$  e resolvido numericamente com auxílio do software *Mathematica*, utilizando como condições iniciais  $i(0) = 0$  e  $v(t) = 0$ .

Levando-se em conta o fato de que a linha CL-NL sempre tem dispersão anômala, analisamos os dois possíveis casos para não-linearidade positiva e negativa, significando que  $(\partial C/\partial |v| > 0)$  e  $(\partial C/\partial |v| < 0)$  respectivamente.

No que se segue, a não linearidade positiva foi modelada pela função [47]

$$C(v(t)) = 4pF(\text{Cosh}(\alpha \cdot v(t))) \quad (5.1)$$

enquanto, a não linearidade negativa foi modelada pela função [47]

$$C(v(t)) = 4pF(\text{Sech}(\alpha \cdot v(t))) \quad (5.2)$$

onde  $\alpha$  é uma constante, com valores típicos contidos no intervalo de 0,5/volt a 2,5/volt.

Considerando inicialmente um sinal senoidal de amplitude de 10,0 V e frequência de 3,0 GHz, a primeira simulação (ver Figura 5.1), apresenta a resposta no domínio do tempo de uma linha CL-NL com 400 seções considerando os dois casos de não-linearidade com  $\alpha = 0,5/\text{volt}$ .

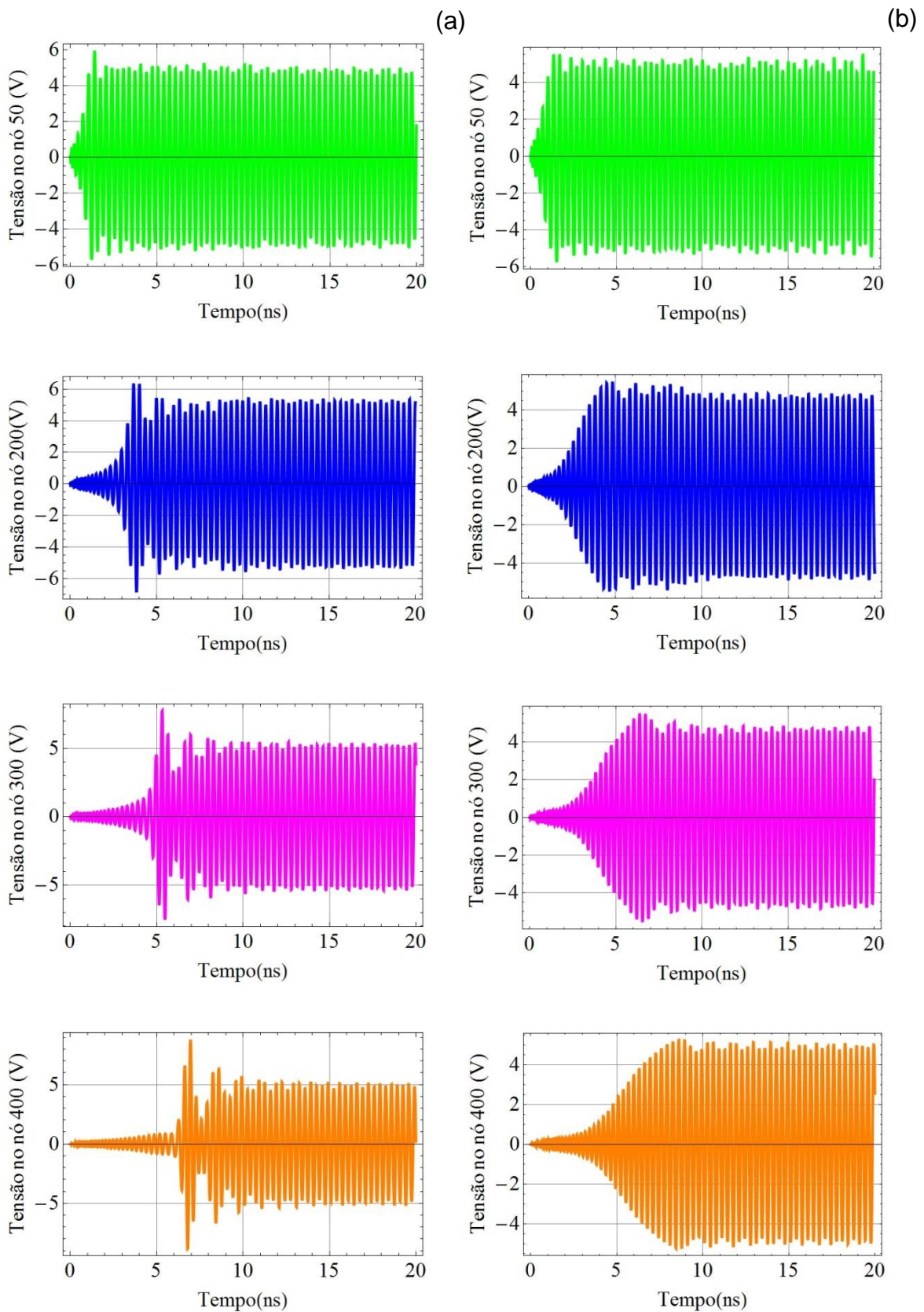


Figura 5.1 – Sinais em uma linha CL-NL nos nós # 50 (verde), #200 (azul), #300 (rosa) e #400 (laranja), respectivamente. A não linearidade em: (a) é positiva e (b) é negativa.

Observa-se na Figura 5.1 (a) a formação de sóliton escuro gerado pela depressão da envoltória, que aprofunda-se progressivamente à medida que o sinal se propaga ao longo da linha. Em contrapartida na Figura 5.1 (b), e devido à não linearidade negativa que compensa a dispersão anômala, não ocorre a formação de sólitons.

Mantendo o mesmo sinal de entrada da simulação anterior, e considerando uma linha CL-NL com 101 seções, porém modelando com um capacitor descrito por uma função cosseno hiperbólico (Equação 5.1) com constante  $\alpha = 2,5/\text{volt}$  e outra por uma função secante hiperbólica (Equação 5.2) com constante  $\alpha = 0,5/\text{volt}$ , é possível realçar a geração de sub-harmônica para o caso de não linearidade positiva. A Figura 5.2, mostra os sinais nos domínios do tempo e da frequência para o nó #100 considerando os dois casos de não linearidade.



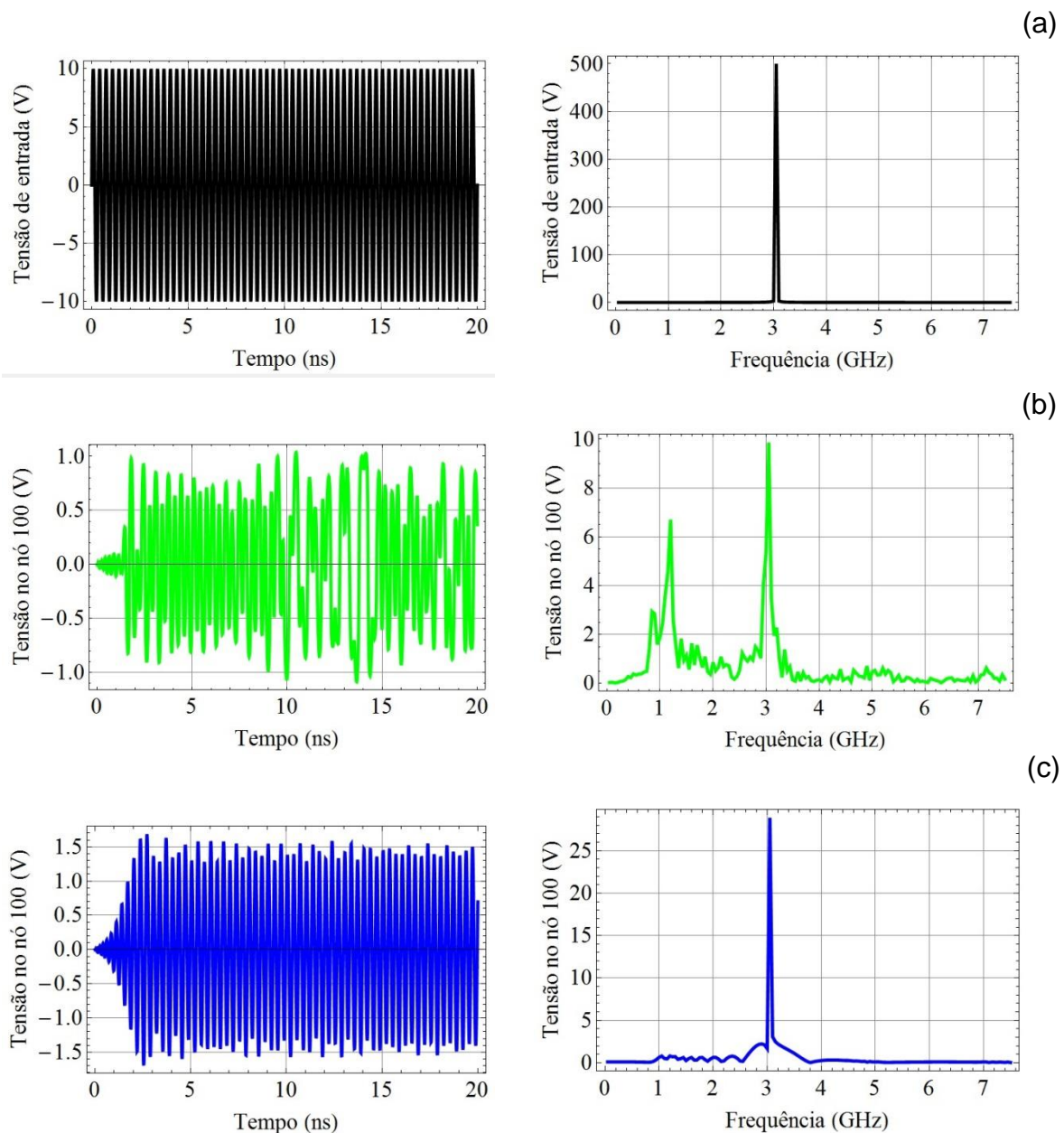


Figura 5.2 – Resposta temporal e espectro dos sinais (a) de entrada (preto), (b) de saída para não linearidade positiva, expressa por  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(2,5 v(t))]$  e (c) de saída para não linearidade negativa, expressa por  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(0,5 v(t))]$ .

De fato, verifica-se na Figura 5.2 (b) a presença de uma forte componente sub-harmônica em 1 GHz, que corresponde a 1/3 da frequência do sinal de entrada (3 GHz). Este efeito de geração de sub harmônica não ocorre em uma linha com capacitores com não linearidade do tipo secante hiperbólica, como indicado na Figura 5.2 (c), que mostra o espectro de frequência no nó #100 da

linha em questão. Vê-se que somente aparece uma componente centrada em 3 GHz, que é a própria frequência do sinal de entrada.

Outro fenômeno que pode ser observado em linhas CL-NL é a auto modulação de fase, que é um fenômeno associado com a dependência da velocidade de propagação do pulso com a sua amplitude [24]. Para analisar tal processo, consideramos inicialmente um pulso gaussiano modulado por uma onda cossenoidal, definida por [47]

$$V_{in} = A_0 \text{Exp} \left[ - \left( \frac{t - \tau_0}{T_0} \right)^2 \right] \text{Cos}[2\pi f t] \quad (5.3)$$

onde  $A_0 = 5 \text{ V}$ ,  $\tau_0 = 8 \text{ ns}$ ,  $T_0 = 1,25 \text{ ns}$ . As Figuras 5.3 e 5.4 comparam a tensão de entrada com a tensão no nó #100 de uma linha CL-NL sem perdas com 101 seções, nos domínios do tempo e da frequência para os dois casos de não linearidade, positiva ( $\partial C / \partial |v| > 0$ ) e negativa ( $\partial C / \partial |v| < 0$ ), respectivamente.

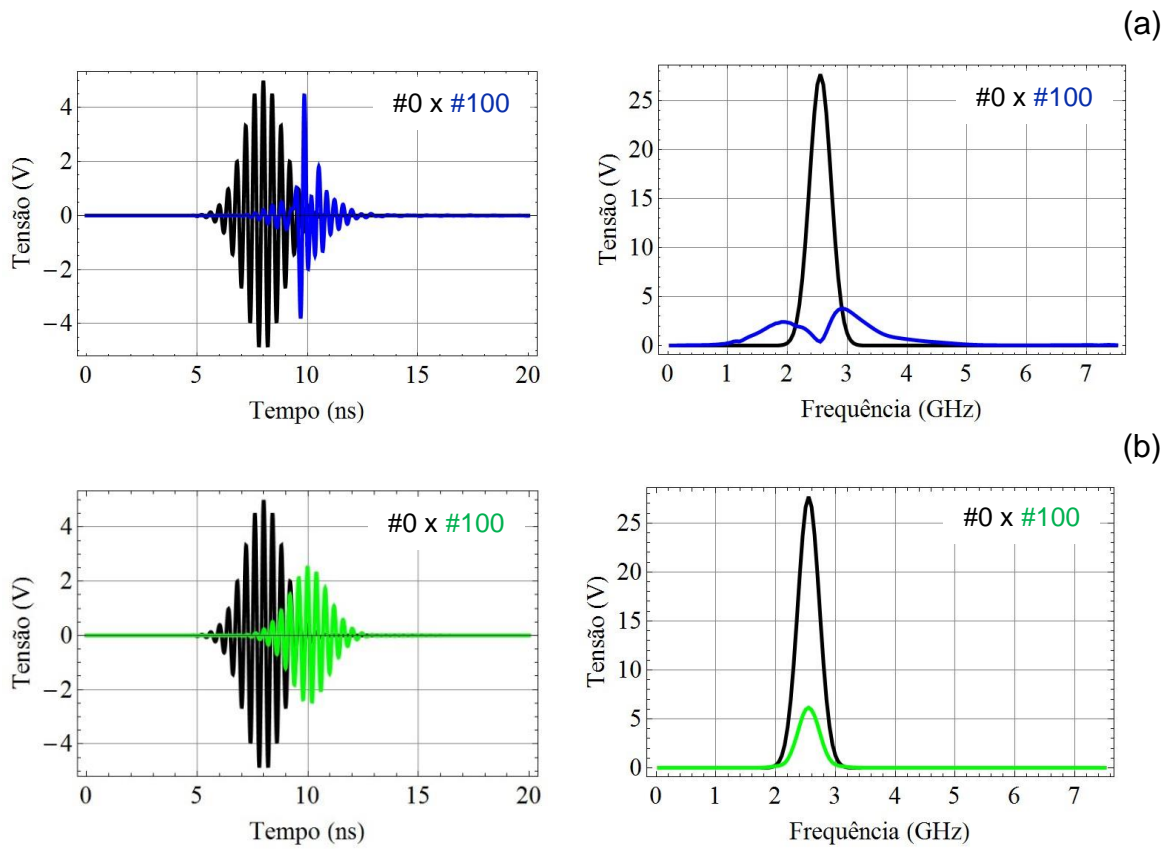


Figura 5.3 – Respostas nos domínios do tempo e da frequência para os sinais de entrada e no nó #100 produzida por um capacitor não linear com  $(\partial C/\partial |v| > 0)$  (a) capacitor não linear com  $(\partial C/\partial |v| > 0)$ :  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(2,5 v(t))]$ , (b)  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(0,5 v(t))]$ . Em ambos os casos a frequência da portadora é  $f = 2,5 \text{ GHz}$ .

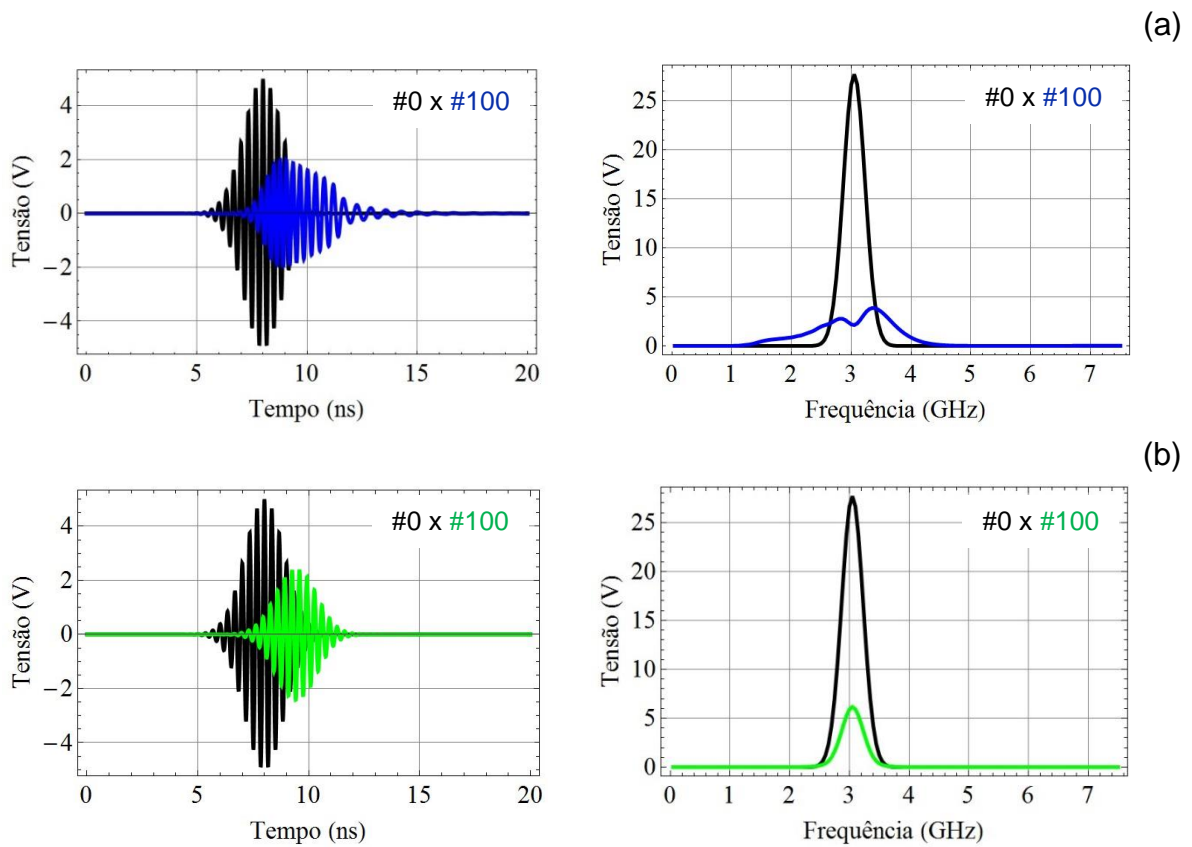


Figura 5.4 – Respostas nos domínios do tempo e da frequência das tensões de entrada e no nó #100 produzida por um capacitor não linear com  $(\partial C/\partial |v| < 0)$  em (a) um capacitor não linear com  $(\partial C/\partial |v| < 0)$ :  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(2,5 v(t))]$ , (b)  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(0,5 v(t))]$ . Em ambos os casos a frequência da portadora é  $f = 3 \text{ GHz}$ .

Para explicar a evolução temporal dos pulsos mostrados na Figura 5.3 e 5.4, consideremos a relação de dispersão de uma linha CL com baixas perdas e fracamente não linear como apresentada no Capítulo 3. Sendo o fator de propagação  $k = \beta/p$ , onde  $\beta$  é o fator de fase e  $p$  o comprimento da célula unitária, tem-se

$$k(\omega, v) = -\frac{1/p}{\omega \sqrt{LC(v)}} \quad (5.4)$$

onde aqui se destaca a dependência do fator de propagação  $k(\omega, v)$  com a tensão nos terminais do capacitor não linear  $C(v)$ . A primeira e a segunda derivadas de  $k$  em relação à frequência  $\omega$  fornecem respectivamente

$$\frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{1}{\omega^2} \frac{1/p}{\sqrt{LC(v)}} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = -\frac{2}{\omega^3} \frac{1/p}{\sqrt{LC(v)}} \quad (5.6)$$

Da Equação 5.5 tem-se que a velocidade de grupo  $v_g = (\partial k / \partial \omega)^{-1}$  é dada por

$$v_g = \omega^2 \sqrt{LC(v)} p \quad (5.7)$$

significando que as componentes de mais alta frequência, uma vez tendo maior velocidade de grupo, e movendo-se mais rápido, apresentam um menor atraso de grupo em relação às componentes de mais baixa frequência do sinal. Na Equação 5.6, a segunda derivada sendo negativa indica que as linhas CL exibem dispersão anômala, associada à dependência da velocidade de grupo com a frequência e que em geral implica em distorção do sinal.

Considerando a representação espaço-temporal da fase  $\phi(t, z) = (\omega_0 t - kz)$  onde  $\omega_0$  é a frequência da onda portadora de um sinal que se propaga na direção  $z$ , e usando a Equação 5.4 obtém-se, na posição  $z = l$ , frequência instantânea de um sinal que se propaga na direção de  $z$ :

$$\begin{aligned} \omega = \frac{\partial \phi}{\partial t} &= \left( \frac{\partial}{\partial t} \omega_0 t + \frac{z/p}{\omega_0 \sqrt{LC(v)}} \right) \Bigg|_{\omega=\omega_0, z=l} = \omega_0 - \frac{l/p}{2\omega_0 \sqrt{L}} \frac{1}{\sqrt{C^3(v)}} \frac{\partial C(v)}{\partial t} \\ &= \omega_0 + \Delta\omega \end{aligned} \quad (5.8)$$

Uma vez que  $\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial t}$  e considerando a capacitância não linear da forma  $C(v) = A(\text{Sech}(\alpha \cdot v))$  (ver Equação 5.2), conclui-se que a variação de frequência acompanha a variação de tensão para a não linearidade negativa ( $\partial C / \partial |v| < 0$ ), ou seja

$$\text{sgn}(\Delta\omega) = \text{sgn}(\partial v / \partial t) \quad (5.9)$$

Nesta condição e conforme ilustra a Figura 5.5 (c), uma não linearidade negativa produz um deslocamento positivo de frequência durante a subida do pulso e um deslocamento negativo durante a segunda metade da duração do pulso, correspondente à fase de descida. Assim, durante a subida do pulso ocorre um aumento em frequência das componentes espectrais do pulso, enquanto o efeito inverso ocorre na fase de descida do pulso.

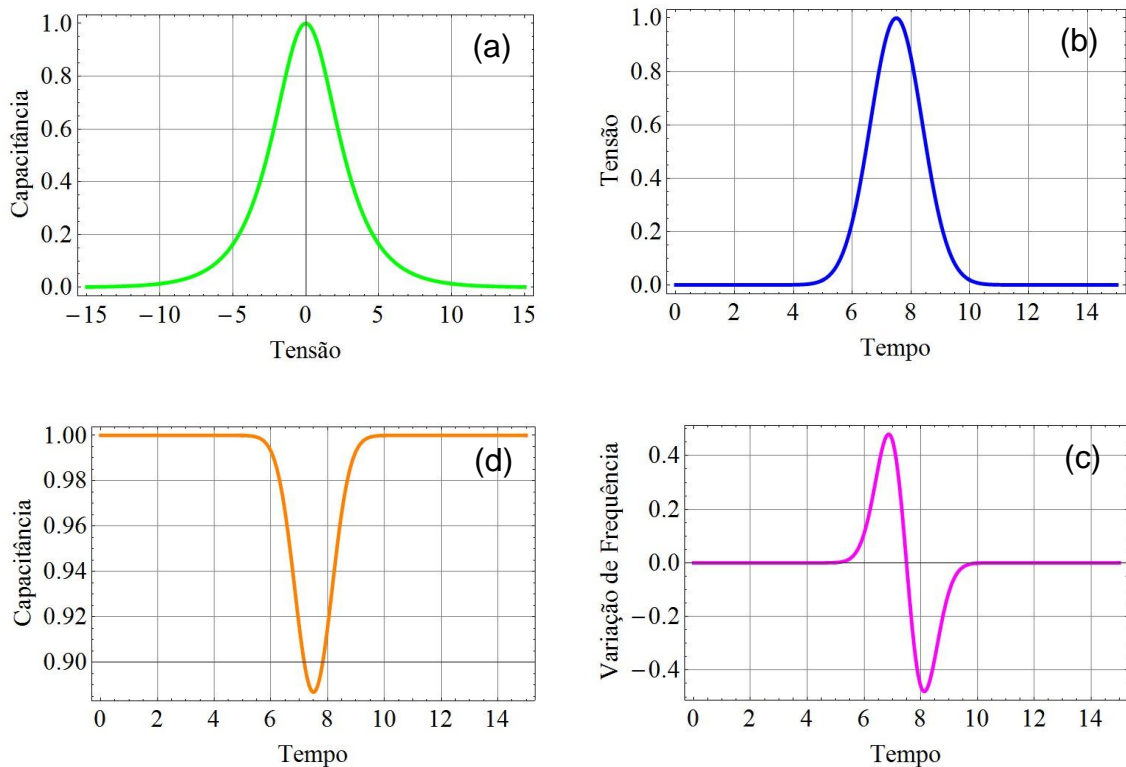


Figura 5.5 – Uma não linearidade negativa ( $\partial C/\partial |v| < 0$ ) (a) produz um deslocamento positivo de frequência (c) durante a fase de subida do pulso (b), enquanto ocorre uma diminuição em frequência dos componentes espectrais do pulso durante a fase de descida do pulso. A correspondente variação da capacitância em função do tempo é mostrada em (d). Note-se que para capacitância do tipo  $A\text{sech}(\alpha v)$ , em (a), as variações temporais da capacitância e da tensão aplicada são opostas, respectivamente em (d) e (b).

Como discutido na Figura 5.5 vê-se portanto que devido ao efeito não linear o espectro do pulso (nó #100) da Figura 5.4(a) aparece separado em duas partes, uma de baixa frequência (com valor máximo em 2,8 GHz) e outra parte de alta frequência (máximo em 3,4 GHz). Similar efeito ocorre para a não linearidade positiva do tipo  $A(\text{Cosh}(\alpha \cdot v))$  como ilustrado na Figura 5.3(a), onde os máximos correspondentes às partes de baixa e alta frequência (respectivamente 2,0 GHz e 3 GHz) encontram-se equidistantes da frequência central de 2,5 GHz da portadora.

Por outro lado quando o coeficiente  $\alpha$  é reduzido de 2,5 para 0,5 [Figuras 5.3(b) e 5.4(b)] o efeito não linear é compensado pelo efeito dispersivo, havendo

portanto um exato equilíbrio entre os processos não linear e dispersivo, e com isso o pulso mantém a sua forma.

Considerando agora uma linha CL-NL sem perdas com 101 seções, porém modelada com dois tipos de capacitor. O primeiro descrito por uma função cosseno hiperbólico (Equação 5.1) com  $\alpha = 2,5/\text{volt}$ , e o segundo capacitor modelado por uma função secante hiperbólica (Equação 5.2) com  $\alpha = 2,0/\text{volt}$ . A linha é excitada por um pulso retangular de RF com amplitude de 1 V, com duração de 5 ns, sendo modulado por um sinal senoidal de frequência de 1 GHz. A Figura 5.6 compara o sinal de entrada com o sinal no nó #100, nos domínios do tempo e da frequência para os dois casos de não linearidade.

Na Figura 5.6 (a), o espectro do pulso (observado no nó #100) fica concentrado no lóbulo principal do pulso de RF de entrada. Já na Figura 5.6 (b), e devido ao forte efeito não linear o espectro do pulso (nó #100) alarga-se, ficando uniformemente distribuído em relação ao espectro inicial do pulso de entrada.



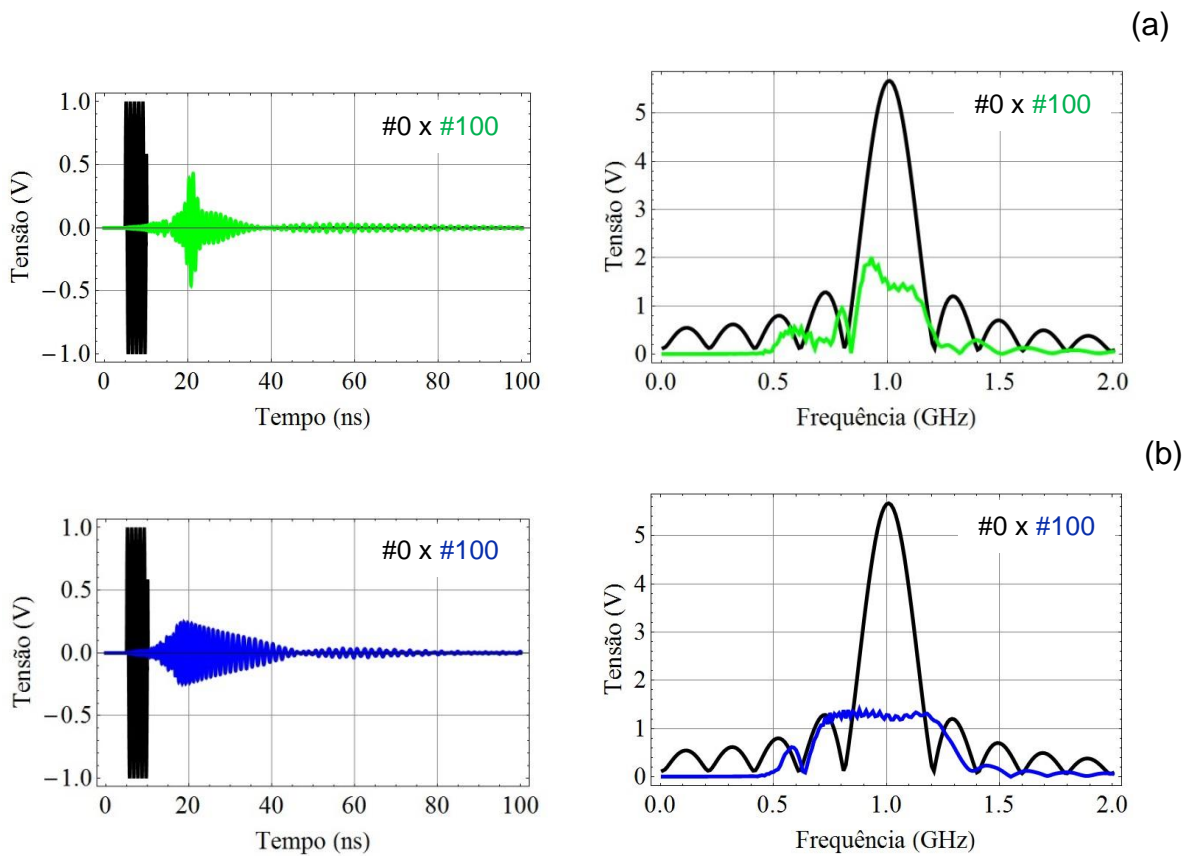


Figura 5.6 – Respostas nos domínios do tempo e da frequência para a tensão de entrada e tensão no nó #100 correspondente: (a) uma não linearidade positiva, expressa por  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Cosh}(2,5 v(t))]$  e (b) por uma não linearidade negativa, expressa por  $C(v(t)) = 4 \text{ pF} [\text{Sech}(2,0 v(t))]$ .

Os efeitos não lineares observados até o momento foram produzidos por capacitores não lineares para as quais a função não linear é descrita por funções hiperbólicas. Mas estes efeitos também podem ser produzidos por capacitâncias descritas por funções algébricas.

Desta forma, investigamos o efeito de compressão de pulso, considerando um capacitor não linear modelado pela função quadrática

$$C(v(t)) = 1\text{pF}(1 + 0,3 \cdot v(t)^2) \quad (5.10)$$

e um pulso de entrada do tipo secante hiperbólico modulado por um sinal cossenoidal:

$$V_{in} = A_0 \operatorname{Sech}\left[\frac{t - \tau_0}{T_0}\right] \cos[2\pi f t] \quad (5.11)$$

onde  $A_0 = 1,5 \text{ V}$ ,  $\tau_0 = 20 \text{ ns}$ ,  $T_0 = 1,0 \text{ ns}$  e  $f = 2,7 \text{ GHz}$ . A Figura 5.7 compara o pulso de entrada com o sinal no nó #100, nos domínios do tempo e da frequência para uma linha CL-NL sem perdas, com 101 seções.

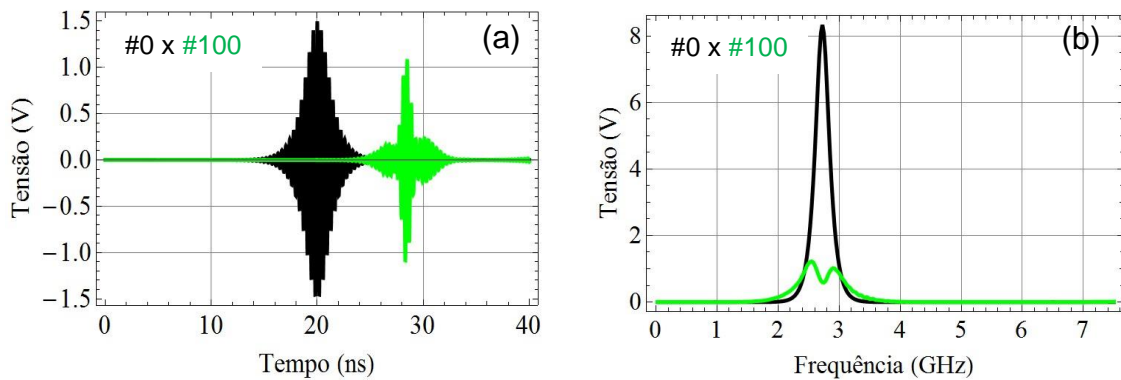


Figura 5.7 – Respostas nos domínios do tempo (a) e da frequência (b) para o sinal de entrada (curva preta) e no nó #100 (curva verde).

Em comparação ao espectro do sinal de entrada, verifica-se na Figura 5.7 (b) que o espectro correspondente ao nó #100 (curva verde), além de apresentar dois máximos, encontra-se mais alargado (ou distribuído) no domínio da frequência, refletindo uma compressão temporal localizada como de fato demonstra o sinal no domínio do tempo (verde) na Figura 5.7 (a).

## 5.2. Geração de Sólitons Claros e Escuros

Outro fenômeno também associado às linhas de transmissão CL é a geração de sólitons claros, caracterizados fisicamente como uma elevação, e escuros, caracterizados como uma depressão.

Para verificar tal fenômeno, foi analisado um circuito semelhante ao da Figura 3.3, com indutores lineares  $L = 2,5 \mu\text{H}$  e com resistência da fonte ( $R_s$ ) e da carga ( $R_{\text{carga}}$ ) de  $50 \Omega$  cada. O sistema de equações implementado para análise dos resultados foi escrito na formulação  $\{i(t), v(t)\}$  e resolvido numericamente com auxílio do software *Mathematica*, utilizando como condições iniciais  $i(0) = 0$  e  $v(t) = 0$ .

### 5.2.1. Sóliton Escuro

Para a geração de sóliton escuro foi considerado um capacitor não linear, com as seguintes características [28]

$$C(v(t)) = 1\text{pF} (1,0 + 3\beta * v(t)^2) \quad (5.12)$$

onde  $\beta = -0,1$  ( $\beta$  negativo produz um sóliton escuro).

Considerando inicialmente uma linha sem perdas e um pulso de entrada definido por [28]:

$$V_{\text{in}} = A_0 \tanh\left(\frac{t - \tau_0}{T_0}\right) \cos(2\pi f t) \quad (5.13)$$

onde  $A_0 = 1,0 \text{ V}$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ ns}$ ,  $T_0 = 0,5 \text{ ns}$  e  $f = 2,0 \text{ GHz}$ , a primeira simulação (ver Figura 5.8), apresenta a propagação de sólitons escuros no domínio do tempo de uma linha CL-NL com 101 seções em três diferentes nós: #10 (cor verde), #50 (cor rosa), #101 (cor azul).

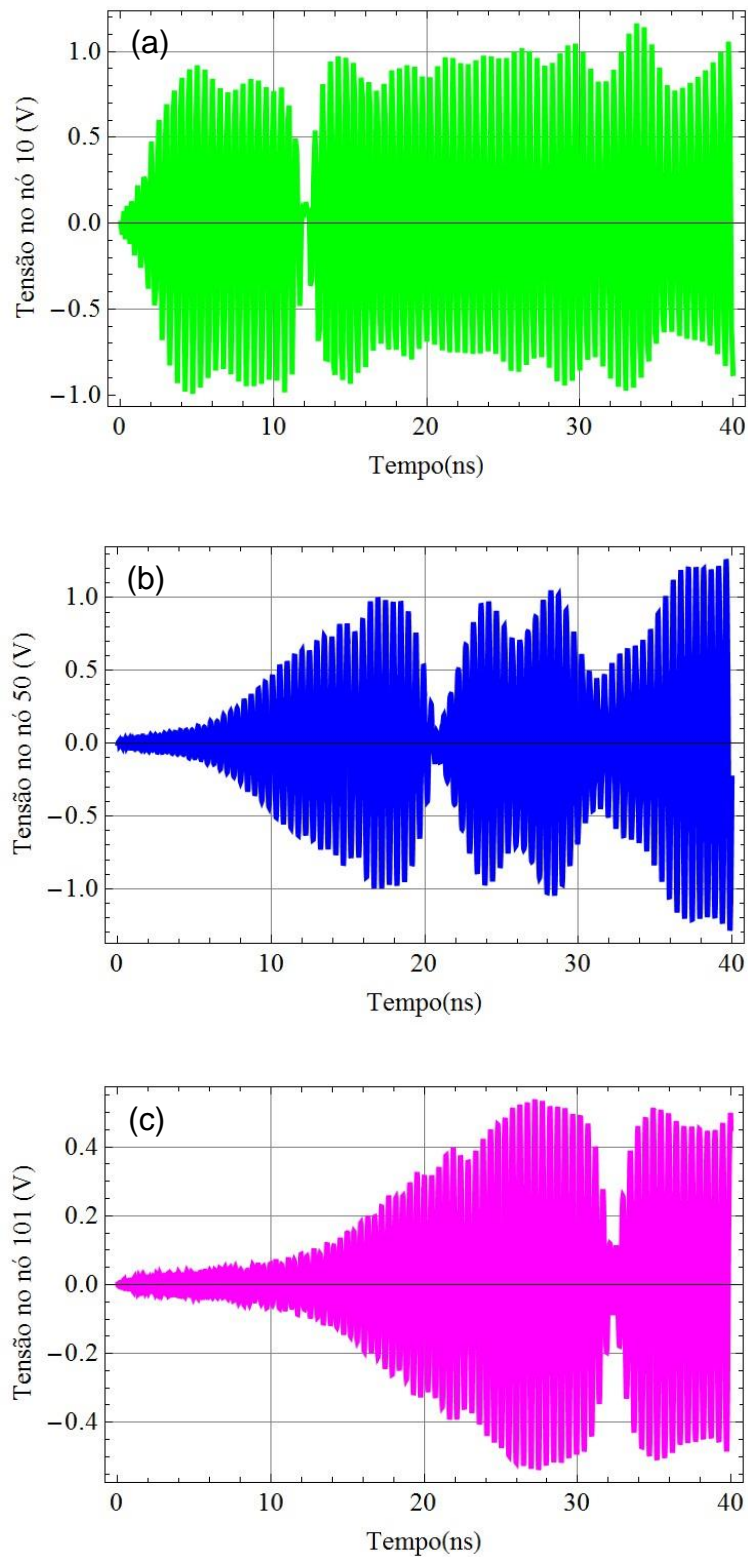


Figura 5.8 – Sóliton escuro em diferentes posições, obtido a partir de simulação da linha CL-NL: (a) #10, (b) #50 e (c) 101. A depressão de envoltória mantém a sua forma à medida que o sóliton se propaga ao longo da linha.

Como pode ser observado na Figura 5.8, o sólito escuro mantém-se preservado, não ocorrendo alargamento da envoltória ao longo da linha de transmissão, ou basicamente não mudando a sua forma durante propagação.

Para verificar se o sólito escuro é de fato causado pela não linearidade do capacitor, foi repetida a simulação com  $\beta = 0$ , o que corresponde a um capacitor linear. Utilizando o mesmo pulso de entrada definido na Equação 5.13, a Figura 5.9 mostra a propagação do pulso ao longo da linha observada em três diferentes nós: #10 (cor verde), #50 (cor rosa), #101 (cor azul).

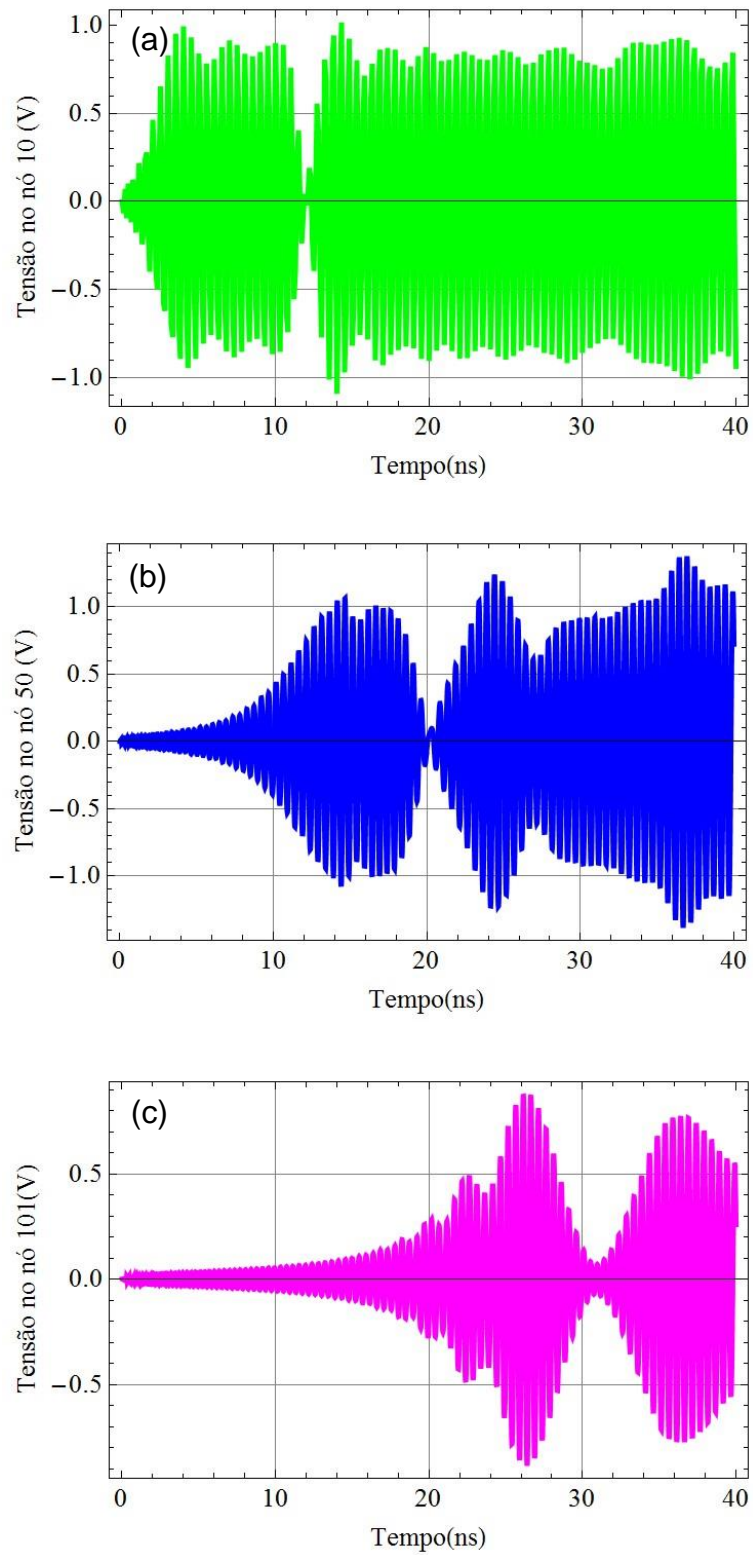


Figura 5.9 – Resposta de uma linha CL linear em diferentes posições: (a) #10, (b) #50 e (c) #101. A depressão de envoltória alarga-se ao longo da linha.

Como esperado, devido ao efeito de dispersão a largura da base da envoltória invertida aumenta ao longo da linha CL mudando sua forma, e sendo linear e inerentemente dispersiva nenhuma onda de sóliton é gerada.

Conforme cálculos analíticos, este circuito com o fator  $\beta$  negativo na expressão da capacitância não linear (ver Equação 5.12) negativa não admite a formação de sólitons claros. Para verificar isto, o circuito é excitado por um pulso modulado por uma função secante hiperbólica (isto é, um sóliton claro) da forma [28]

$$V_{in} = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{t-\tau_0}{T_0}\right) \cos(2\pi ft) \quad (5.14)$$

onde  $A_0 = 1,0 V$ ,  $\tau_0 = 10 ns$ ,  $T_0 = 0,5 ns$  e  $f = 2 GHz$ . A propagação deste pulso ao longo da linha é simulada e os resultados obtidos estão ilustrados na Figura 5.10, para três diferentes nós: #10 (cor verde), #50 (cor rosa), #101 (cor azul).

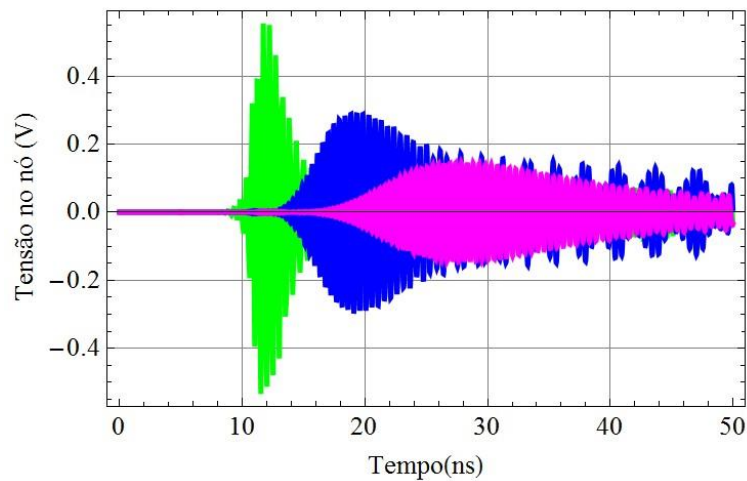


Figura 5.10 – Propagação do pulso da forma secante hiperbólica observada nas posições #10 (cor verde), #50 (cor rosa) e #101 (cor azul), a partir da simulação da linha CL-NL.

De fato, o pulso se alarga enquanto se propaga ao longo da linha de transmissão, e ondas de sólitons não são geradas.

### 5.2.2. Sóliton Claro

Adotando agora um fator,  $\beta = 0,1$  (o sinal positivo de  $\beta$  possibilita a formação de um sóliton claro que se propaga ao longo da linha) para o capacitor não linear descrito na Equação 5.12

$$C(v(t)) = 1pF (1,0 + 3\beta * v(t)^2) \quad (5.15)$$

e considerando um pulso de entrada definido na Equação 5.14

$$V_{in} = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{t - \tau_0}{T_0}\right) \cos(2\pi f t) \quad (5.16)$$

onde,  $A_0 = 1,0 V$ ,  $\tau_0 = 10 ns$ ,  $T_0 = 1,0 ns$  e  $f = 3,0 GHz$ , a primeira simulação (ver Figura 5.11), apresenta a propagação de sólitons claros no domínio do tempo de uma linha CL-NL com 101 seções em três diferentes nós: #10 (cor verde), #50 (cor rosa), #101 (cor azul).

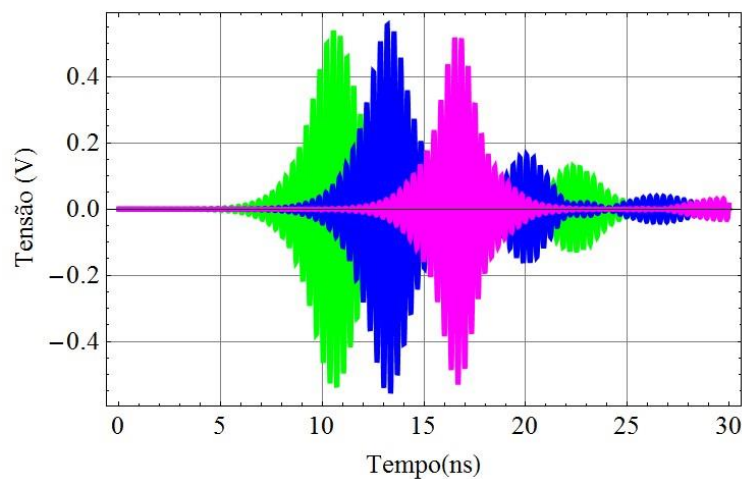


Figura 5.11 – Sóliton claro em diferentes posições, obtida a partir de simulação da linha de transmissão CL-NL: (a) #10, (b) #50 e (c) #101.



Como pode ser observado na Figura 5.11 a forma da envoltória da onda é preservada à medida que o pulso se propaga ao longo da linha.

E para também confirmar que a geração de sólitons claros deve-se à não linearidade da linha CL, a simulação foi repetida com  $\beta = 0$ . Utilizando o mesmo pulso de entrada anteriormente definido, a Figura 5.12 mostra os resultados da simulação em diferentes posições da linha.

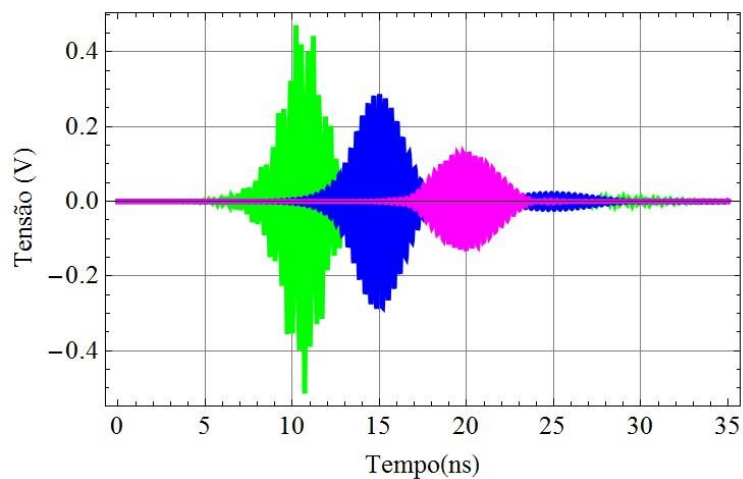


Figura 5.12 – Resposta de uma linha CL observada nas posições #10 (cor verde), #50 (cor rosa) e #101 (cor azul), à excitação de um pulso de RF com envoltória do tipo Sech.

De fato, a envoltória do pulso alarga-se ao longo da linha de transmissão, mudando a sua forma, o que caracteriza não se tratar de sóliton.

### 5.3. Comentários Finais

Neste capítulo foram apresentados resultados de simulação relacionados a alguns fenômenos não lineares associados a linhas de transmissão CL, também conhecidas como linhas (LH, left-handed), onde os capacitores não lineares estão conectados no ramo série da linha, enquanto os indutores encontram-se no ramo paralelo.

Sendo intrinsecamente dispersivo, um pulso estreito rapidamente decai devido ao seu largo espectro de número de onda.

Um pulso estreito pode ser entendido como superposição de trens de ondas senoidais ou harmônicas de diferentes números de ondas, cada qual propagando-se com sua velocidade de fase. À medida que o tempo evolui, as diferentes componentes dispersam-se, tendo-se como resultado que um pulso inicialmente concentrado que espalha-se com o tempo.

Os processos não lineares, por outro lado, podem compensar ou suprimir os efeitos dispersivos, possibilitando a formação de sólitons escuros e únicos (que constituem características únicas das linhas CL) e a ocorrência de uma rica variedade de fenômenos não lineares, tais como geração de sub-harmônicas e compressão de pulsos.

## 6 ANÁLISE AC DE LINHAS LC DUPLAMENTE PERIÓDICAS

Em uma formulação geral descrita por um sistema de equações diferenciais ordinárias no domínio do tempo, o presente capítulo apresenta uma análise AC de linhas de transmissão LC duplamente periódicas. A formulação desenvolvida permite incluir um número arbitrário de seções pares e ímpares que são identificadas por dois conjuntos de elementos reativos  $\{L_2, C_2\}$  e  $\{L_1, C_1\}$ , respectivamente.

Além da análise AC considerando sinais de entrada puramente senoidais, as respostas nos domínios do tempo e da frequência de linhas de 200 seções excitadas com pulsos retangulares são também analisadas e discutidas.

### 6.1. Análise AC em Regime Estacionário para uma Linha LC Linear sem Carga

Na análise de circuito são usadas as leis de Kirchhoff para a tensão e corrente, e em qualquer instante de tempo, as somas algébricas das tensões em cada malha e as correntes em cada nó é igual a zero. Se o interesse é apenas em ondas com forma senoidal, é possível escrever as equações de circuito utilizando o conceito de fasores, o que evita a necessidade de resolver sistemas de equações diferenciais no domínio do tempo mesmo para circuitos simples.

Nesse sentido, será apresentada nesta seção uma modelagem utilizando o conceito de fasores para análise AC de uma linha LC linear periódica e duplamente periódica sem carga.

Inicialmente considera-se uma linha com apenas três seções, conforme ilustrada na Figura 6.1.

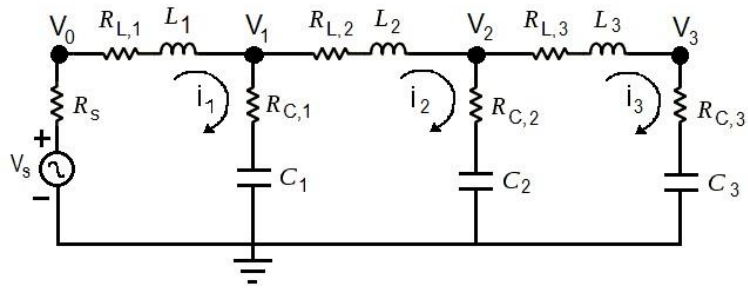


Figura 6.1 – Circuito de uma linha LC linear com três seções.

Sendo  $d/dt = j\omega$ , é possível escrever para cada seção um par de equações lineares algébricas com coeficientes complexos, conforme apresentado a seguir:

**Seção 1:**

$$V_s = (j\omega L_1 + R_s + R_{L,1} + R_{C,1})I_1 - R_{C,1} I_2 + \frac{Q_1 - Q_2}{C_1} \quad (6.1)$$

$$I_1 - j\omega Q_1 = 0$$

**Seção 2:**

$$0 = -R_{C,1} I_1 + (j\omega L_2 + R_{L,2} + R_{C,1} + R_{C,2})I_2 - R_{C,2} I_3 + \frac{(-Q_1 + Q_2)}{C_1} + \frac{(Q_2 - Q_3)}{C_2} \quad (6.2)$$

$$I_2 - j\omega Q_2 = 0$$

**Seção 3:**

$$0 = -R_{C,2} I_2 + (j\omega L_3 + R_{L,3} + R_{C,2} + R_{C,3})I_3 + \frac{(-Q_2 + Q_3)}{C_2} + \frac{(Q_3)}{C_3} \quad (6.3)$$

$$I_3 - j\omega Q_3 = 0$$

A corrente  $I_k$  que circula em cada malha e a correspondente carga  $Q_k$  armazenada no capacitor, com  $k = 1, 2$  e  $3$ , são determinadas pela resolução da seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} R_s + j\omega L[1] + Rl[1] + Rc[1] & -Rc[1] & 0 & \frac{1}{C[1]} & -\frac{1}{C[1]} & 0 \\ -Rc[1] & j\omega L[2] + Rl[2] + Rc[1] + Rc[2] & -Rc[2] & -\frac{1}{C[1]} & \left(\frac{1}{C[1]} + \frac{1}{C[2]}\right) & -\frac{1}{C[2]} \\ 0 & -Rc[2] & j\omega L[3] + Rl[3] + Rc[2] + Rc[3] & 0 & -\frac{1}{C[2]} & \left(\frac{1}{C[2]} + \frac{1}{C[3]}\right) \\ 1 & 0 & 0 & -j\omega & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -j\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -j\omega \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} I[1] \\ I[2] \\ I[3] \\ Q[1] \\ Q[2] \\ Q[3] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

E generalizando a matriz para  $N$  seções, tem-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} j\omega L[1] + Rl[1] + \\ Rc[1] + R_s \end{matrix} & -Rc[1] & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C[1]} & -\frac{1}{C[1]} & 0 & 0 & 0 \\ -Rc[1] & j\omega L[2] + Rl[2] + \\ Rc[1] + Rc[2] & -Rc[2] & 0 & 0 & -\frac{1}{C[1]} & \frac{1}{C[1]} + \frac{1}{C[2]} & -\frac{1}{C[2]} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -Rc[N-2] & j\omega L[N-1] + Rl[N-1] + \\ Rc[N-2] + Rc[N-1] & -Rc[N-1] & 0 & 0 & -\frac{1}{C[N-2]} & \frac{1}{C[N-2]} + \frac{1}{C[N-1]} & -\frac{1}{C[N-1]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Rc[N-1] & j\omega L[N] + Rl[N] + \\ Rc[N-1] + Rc[N] & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C[N-1]} & \frac{1}{C[N-1]} + \frac{1}{C[N]} & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & -j\omega & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & -j\omega & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & -j\omega & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -j\omega \end{matrix} \end{bmatrix}$$

Bloco 1 Bloco 2

Bloco 3 Bloco 4

$$\cdot \begin{bmatrix} I[1] \\ I[2] \\ \dots \\ I[N-1] \\ I[N] \\ Q[1] \\ Q[2] \\ \dots \\ Q[N-1] \\ Q[N] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Na equação 6.2, o primeiro termo da diagonal principal da primeira sub-matriz (Bloco 1) contém a soma da reatância do indutor e das resistências do indutor, do capacitor e do gerador da seção 1, ou seja,  $j\omega L_1 + R_{L,1} + R_{C,1} + R_s$ . Analogamente, o k-ésimo elemento se refere ao indutor e aos elementos resistivos da seção n, incluindo a resistência  $R_{C,k-1}$ . As diagonais paralelas à principal representam os elementos resistivos da capacitância das seções k-1 e de k. Na segunda sub-matriz (Bloco 2) estão representadas na diagonal principal as somas dos inversos dos capacitores das seções k-1 e k, ou seja,  $1/C_{k-1} + 1/C_k$ . Nas diagonais paralelas à principal estão representadas os inversos dos capacitores das seções k-1 e k. Na terceira (Bloco 3) e quarta (Bloco 4) sub-matrizes, estão indicados respectivamente, as correntes que circulam em cada seção k e as respectivas cargas armazenadas nos capacitores de cada seção k, por cada componente. Para uma linha de N seções, a matriz principal é de ordem  $2N \times 2N$ , sendo composta por quatro blocos N por N.

## 6.2. Análise AC em Regime Estacionário para uma Linha LC Linear com Carga

Analogamente à seção anterior, a seguir é apresentada a análise AC de uma linha LC periódica e duplamente periódica com carga.

Inicialmente considera-se uma linha com três seções, terminando em uma quarta denominada de seção da carga  $R_{carga}$ , conforme ilustrada na Figura 6.2.

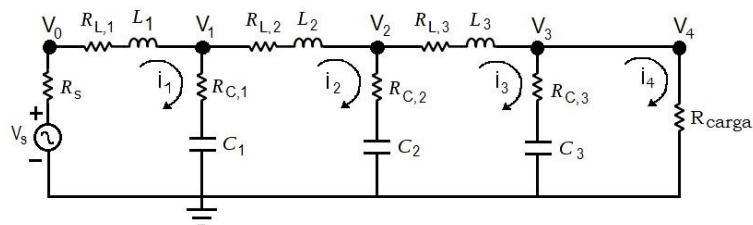


Figura 6.2 – Circuito de uma linha LC composta por três seções mais carga.

Sendo  $d/dt = j\omega$ , é possível escrever para cada seção um par de equações lineares algébricas com coeficientes complexos, semelhante ao descrito para a linha LC sem carga. A diferença para esta modelagem está na terceira e quarta seção (seção da carga), conforme apresentado a seguir:

**Seção 3:**

$$0 = -R_{c,2} I_2 + (j\omega L_3 + R_{L,3} + R_{c,2} + R_{c,3}) I_3 - R_{c,3} I_3 + \frac{(-Q_2 + Q_3)}{C_2} + \frac{(Q_3 - Q_4)}{C_3} \quad (6.3)$$

$$I_3 - j\omega Q_3 = 0$$

**Seção 4:**

$$0 = -R_{c,3} I_3 + (R_{c,3} - R_{carga}) I_4 + \frac{(-Q_3 + Q_4)}{C_3} \quad (6.4)$$

$$I_4 - j\omega Q_4 = 0$$

A corrente  $I_k$  e a correspondente carga  $Q_k$  armazenada no capacitor, com  $k = 1, 2, 3$  e  $4$ , são determinadas pela resolução da seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix}
 \mathbf{R}s + j\omega\mathbf{L}[1] + \mathbf{Rl}[1] + \mathbf{Rc}[1] & -\mathbf{Rc}[1] & 0 & 0 & \frac{1}{\mathbf{C}[1]} & -\frac{1}{\mathbf{C}[1]} & 0 & 0 \\
 -\mathbf{Rc}[1] & j\omega\mathbf{L}[2] + \mathbf{Rl}[2] + \mathbf{Rc}[1] + \mathbf{Rc}[2] & -\mathbf{Rc}[2] & 0 & -\frac{1}{\mathbf{C}[1]} & \left(\frac{1}{\mathbf{C}[1]} + \frac{1}{\mathbf{C}[2]}\right) & -\frac{1}{\mathbf{C}[2]} & 0 \\
 0 & -\mathbf{Rc}[2] & j\omega\mathbf{L}[3] + \mathbf{Rl}[3] + \mathbf{Rc}[2] + \mathbf{Rc}[3] & -\mathbf{Rc}[3] & 0 & -\frac{1}{\mathbf{C}[2]} & \left(\frac{1}{\mathbf{C}[2]} + \frac{1}{\mathbf{C}[3]}\right) & -\frac{1}{\mathbf{C}[3]} \\
 0 & 0 & -\mathbf{Rc}[3] & \mathbf{Rc}[3] + R_{carga} & 0 & 0 & -\frac{1}{\mathbf{C}[3]} & \frac{1}{\mathbf{C}[3]} \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -j\omega & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -j\omega & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -j\omega & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -j\omega
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I[1] \\ I[2] \\ I[3] \\ I[4] \\ Q[1] \\ Q[2] \\ Q[3] \\ Q[4] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

E generalizando a matriz para N seções, tem-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix}
 \begin{matrix} \mathbf{j}\omega\mathbf{L}[1] + \mathbf{Rl}[1] + \mathbf{Rc}[1] + \mathbf{R}s \\ -\mathbf{Rc}[1] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} -\mathbf{Rc}[1] \\ \mathbf{j}\omega\mathbf{L}[2] + \mathbf{Rl}[2] + \mathbf{Rc}[1] + \mathbf{Rc}[2] \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ -\mathbf{Rc}[2] \\ \dots \\ -\mathbf{Rc}[N-2] \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \mathbf{j}\omega\mathbf{L}[N-1] + \mathbf{Rl}[N-1] + \mathbf{Rc}[N-2] + \mathbf{Rc}[N-1] \\ -\mathbf{Rc}[N-1] \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ -\mathbf{Rc}[N-1] \\ \mathbf{Rc}[N-1] + R_{carga} \end{matrix} & \begin{matrix} \mathbf{Bloco 1} \\ \mathbf{Bloco 2} \\ \mathbf{Bloco 3} \\ \mathbf{Bloco 4} \end{matrix} & \begin{matrix} \frac{1}{\mathbf{C}[1]} & -\frac{1}{\mathbf{C}[1]} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\mathbf{C}[1]} & \frac{1}{\mathbf{C}[1]} + \frac{1}{\mathbf{C}[2]} & -\frac{1}{\mathbf{C}[2]} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\mathbf{C}[N-2]} & \frac{1}{\mathbf{C}[N-2]} + \frac{1}{\mathbf{C}[N-1]} & -\frac{1}{\mathbf{C}[N-1]} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mathbf{C}[N-1]} & \frac{1}{\mathbf{C}[N]} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ -j\omega \\ -j\omega \\ \dots \\ -j\omega \\ -j\omega \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{matrix}
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I[1] \\ I[2] \\ \dots \\ I[N-1] \\ I[N] \\ Q[1] \\ Q[2] \\ \dots \\ Q[N-1] \\ Q[N] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$



Analisando a Equação 6.6, as diferenças para a modelagem com carga estão na diagonal principal da primeira sub matriz (Bloco 1), onde o último elemento inclui a carga e a resistência da penúltima seção, ou seja,  $R_{\text{carga}} + R_{C,N-1}$  e na diagonal principal da sub-matriz do bloco 2 com o último termo sendo dado apenas por  $1/C(N)$  em vez da soma  $1/C(N-1) + 1/C(N)$ . Para uma linha de N seções com carga, a matriz principal é de ordem  $2(N+1) \times 2(N+1)$ , sendo composta por quatro blocos  $N+1$  por  $N+1$ ,

Sendo especificados os componentes  $R_k$ ,  $L_k$  e  $C_k$  de uma linha de N seções e a faixa de frequências de interesse, a resolução das equações matriciais fornece as correntes  $I_k$  e as correspondentes cargas  $Q_k$ , e por sua vez as tensões em cada nó são determinadas em termos de  $I_k$  e  $Q_k$  como

$$V_k = R_{c,k}(I_k - I_{k+1}) + \frac{Q_k - Q_{k+1}}{C_k} \quad (6.7)$$

### 6.3. Resultados de Simulação

Para examinar a resposta em frequência e as características de filtragem, consideram-se inicialmente linhas LC de baixas perdas ( $R_L = R_C = 0,001 \Omega$ ,  $R_s = 0,1 \Omega$ ) com 10 seções sendo excitadas por sinais puramente senoidais com 1V de amplitude. A linha periódica simples (convencional) possui  $L = 1 \mu\text{H}$  e  $C = 1 \mu\text{F}$  e as duplamente periódicas são especificadas em dois casos: a)  $\{L_2 = 2 \mu\text{H}; C_2 = 0,5 \mu\text{F}\}$  e b)  $\{L_2 = 2 \mu\text{H}; C_2 = 2 \mu\text{F}\}$  nas seções pares e  $\{L_1 = 1 \mu\text{H}; C_1 = 1 \mu\text{F}\}$  nas seções ímpares.

A resposta em frequência da linha LC simples é ilustrada na Figura 6.3(a), onde se nota claramente que a linha, como esperado, comporta-se como um filtro passa baixa, em que a frequência de corte  $\sim 320 \text{ kHz}$  é determinada por  $f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{L_1 C_1}}$  ( $= 318,3 \text{ kHz}$ ). A curva de resposta evidencia claramente o caráter discreto (ou descontínuo) da linha de 10 seções, destacando-se os dez picos ressonantes, sendo que os picos se comprimem e se estreitam à medida que a

frequência tende a  $f_c$ . No extremo à esquerda da faixa de frequência ( $f < 50,0$  kHz), as ondulações tornam-se suaves indicando que a rede periódica comporta-se como uma linha homogênea.

Analisando as Figuras 6.3(b)-6.3(e), constata-se que a resposta das linhas duplamente periódicas difere da resposta encontrada para a linha simples. Verifica-se uma faixa proibida, separando cinco picos à direita e cinco à esquerda. No caso em que  $L_1C_1 = L_2C_2$  [ver Figuras 6.3(b) e 6.3(d)], surge uma nova frequência crítica em  $\frac{1}{\pi\sqrt{L_2C_1}}$  (~200,0 kHz) no final da primeira banda de passagem, com a segunda faixa estendendo-se até ~300,0 kHz. No segundo caso [ver Figuras 6.3(c) e 6.3(e)], em que  $L_1/C_1 = L_2/C_2$ , a frequência central na banda proibida é identificada por  $\frac{1}{\pi\sqrt{L_2C_2}}$  (~160,0 kHz).

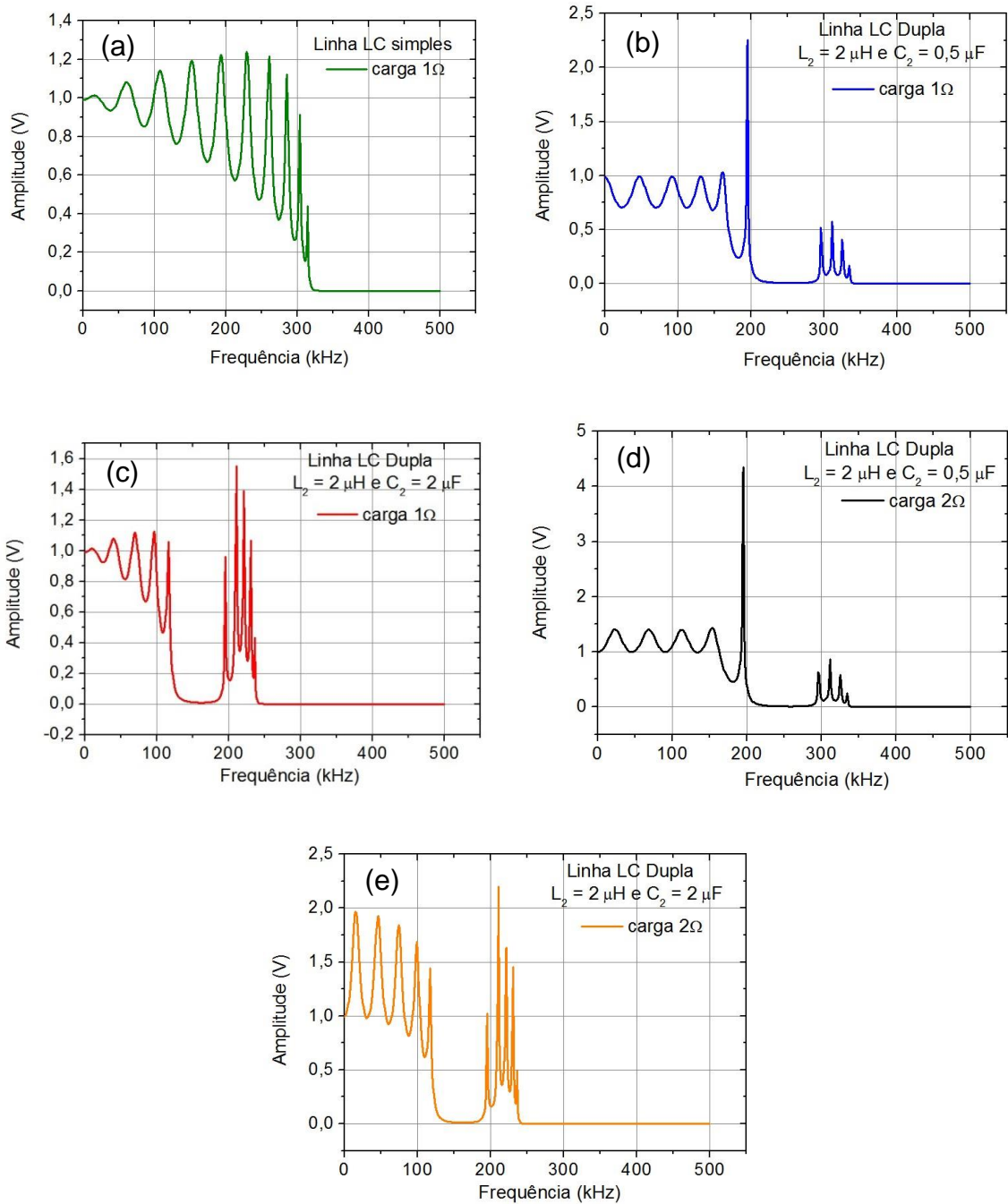


Figura 6.3 – Espectros dos sinais no nó #10 de uma linha LC (a) simples com  $L = 1\mu\text{H}$ ,  $C = 1\text{nF}$  e  $R_{\text{carga}} = 1\Omega$ ; (b) duplamente periódica com  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 0,5\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1\Omega$ ; (c) duplamente periódica com  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1\Omega$ ; (d) duplamente periódica com  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 0,5\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 2\Omega$ ; (e) duplamente periódica com  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 2\Omega$ .

Foram examinadas também as características de propagação e de reflexão de um pulso retangular de 40  $\mu\text{s}$  de largura que se propaga em linhas com 200 seções de baixas perdas ( $R_L = R_C = 0,001 \Omega$ ,  $R_s = 0,1 \Omega$ ). Inicialmente, para a linha simples e sem carga na terminação final, o tempo de trânsito em cada seção é  $\sqrt{L_1 C_1} = 1,0 \mu\text{s}$ . Observa-se na Figura 6.4(a) que o pulso refletido retorna ao nó #2 (entrada da linha) decorridos 400  $\mu\text{s}$ , correspondendo a um percurso de ida e volta (200 seções  $\times$  2  $\times$  1,0  $\mu\text{s}$ ). O pulso distorcido deve-se ao fato da linha não estar casada, o que ocasiona certo grau de distorção no espectro correspondente mostrado na Figura 6.4(b).

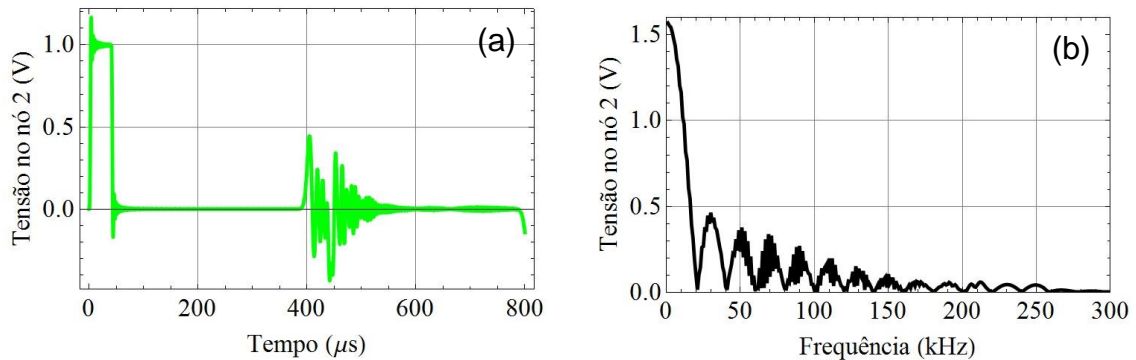


Figura 6.4 – Sinal no nó #2 de uma linha LC periódica simples com  $L=1 \mu\text{H}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$  e sem carga na seção final. (a) Análise transiente e (b) Análise de Fourier.

As Figuras 6.5 (a) e 6.5 (b) mostram pulsos progressivos e regressivos nos nós #100 e #200, respectivamente, onde os pulsos refletidos na terminação da linha preservam a forma do pulso incidente, enquanto na entrada da linha os pulsos sofreram reflexão negativa [terceiro pulso na Figura 6.5 (a) e segundo pulso na Figura 6.5 (b)]. Neste exemplo sem carga resistiva e sendo a terminação da linha puramente reativa, o coeficiente de reflexão é de módulo unitário. Uma vez que a dissipação de energia é desprezível, pois a linha é de baixa perda, o pulso é completamente refletido com a mesma magnitude inicial, havendo, um deslocamento de fase.

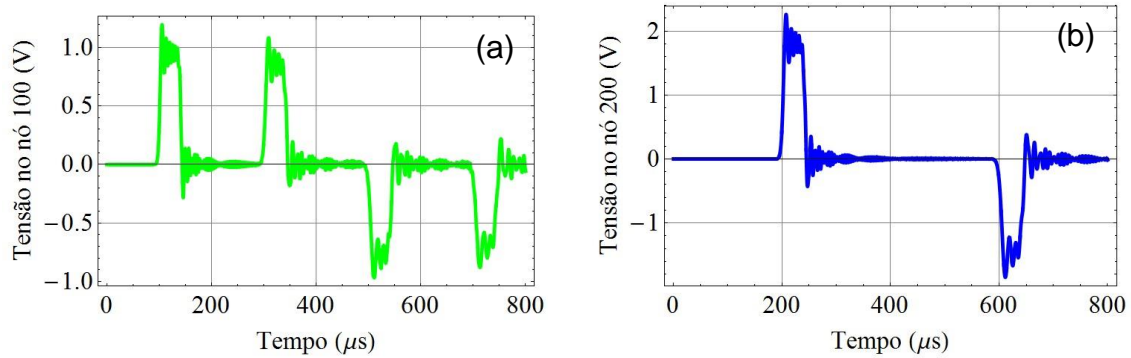


Figura 6.5 – Forma de onda de uma linha LC periódica com  $L = 1 \mu H$  e  $C = 1 \mu F$ , sem carga resistiva no nó (a) #100 e (b) #200.

Introduzindo uma carga de  $1 \Omega$ , de valor próximo ao valor da impedância da linha, nota-se nas Figuras 6.6 (a) e 6.6 (b) que as reflexões são essencialmente eliminadas na linha periódica simples.

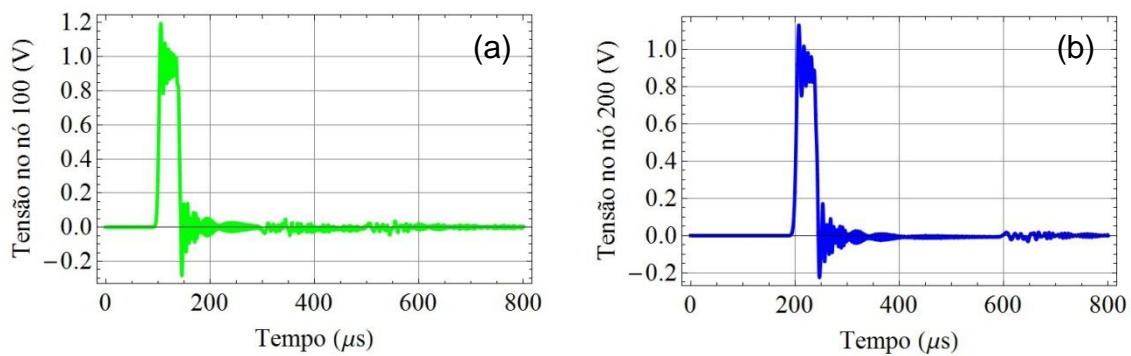


Figura 6.6 – Forma de onda de uma linha LC periódica com  $L = 1 \mu H$  e  $C = 1 \mu F$  e  $R_{carga} = 1 \Omega$  no nó (a) #100 e (b) #200.

As Figuras 6.7 (a) e 6.7 (b) ilustram que a presença de uma carga de  $2 \Omega$  produz um certo grau de reflexão nos pulsos.

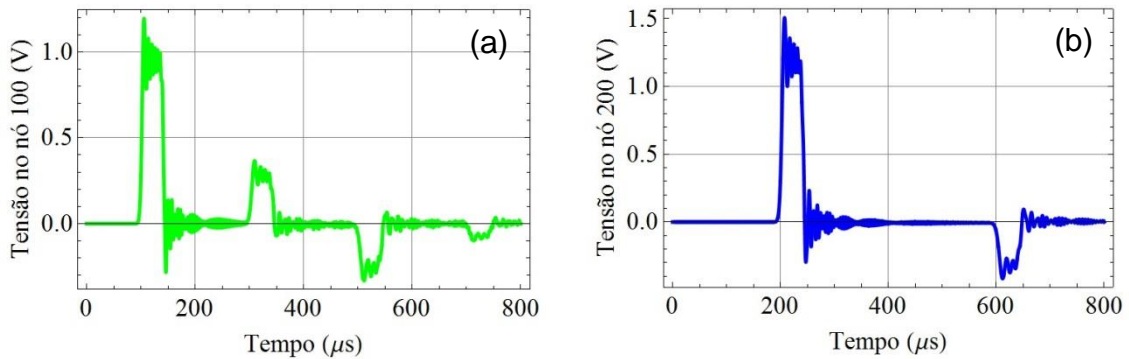


Figura 6.7 – Forma de onda de uma linha LC periódica com  $L = 1 \mu\text{H}$  e  $C = 1 \mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 2 \Omega$  no nó (a) #100 e (b) #200.

Investigando-se no que segue a propagação do pulso retangular de  $40 \mu\text{s}$  de largura em linhas duplamente periódicas em que  $L_1C_1 = L_2C_2$ , verifica-se na Figura 6.8(a) que uma carga resistiva de  $1 \Omega$ , cujo valor é próximo da impedância característica da linha simples, acarreta reflexão de pulsos. Na Figura 6.9(a), em que a carga é de  $2 \Omega$ , nota-se que os pulsos refletidos têm polaridade inversa aos pulsos da Figura 6.8(a). Mas ambos os casos, uma vez que  $L_1C_1 = L_2C_2$ , o tempo de trânsito até o nó #200 [ver Figuras 6.8(b) e 6.9(b)] é aproximadamente  $200,0 \mu\text{s}$ .

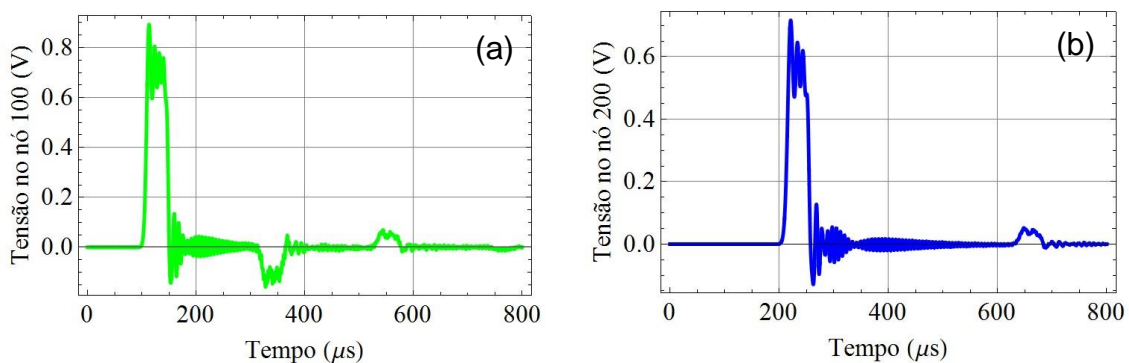


Figura 6.8 – Sinal de uma linha LC duplamente periódica com  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 2 \mu\text{H}$ ,  $C_2 = 0,5 \mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$ . (a) Forma de onda no nó #100, (b) Forma de onda no nó #200.

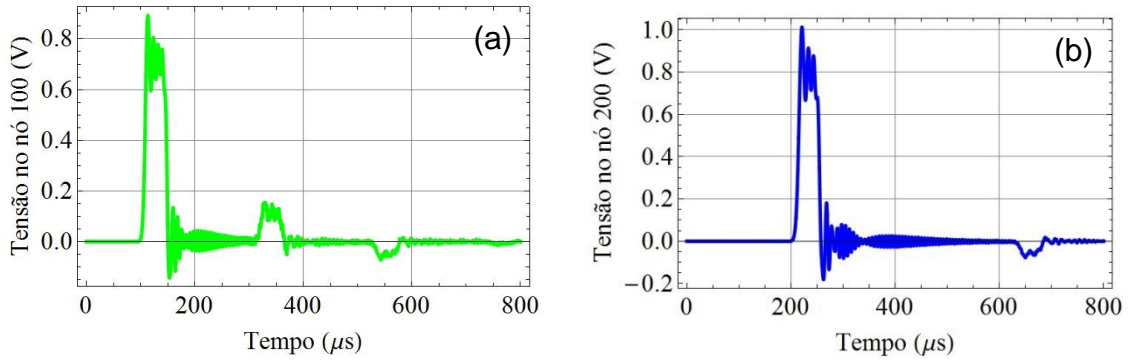


Figura 6.9 – Sinal de uma linha LC duplamente periódica com  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 2 \mu\text{H}$ ,  $C_2 = 0,5 \mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 2 \Omega$  (a) Forma de onda no nó #100, (b) Forma de onda no nó #200.

Na condição em que  $L_1/C_1 = L_2/C_2$  [ver Figura 6.10(a)] a presença de uma carga de  $1 \Omega$  elimina essencialmente os efeitos de reflexão, mas neste exemplo o tempo de trânsito torna-se mais longo, sendo da ordem de  $282 \mu\text{s}$  para o nó #200, por exemplo [ver Figura 6.10(b)].

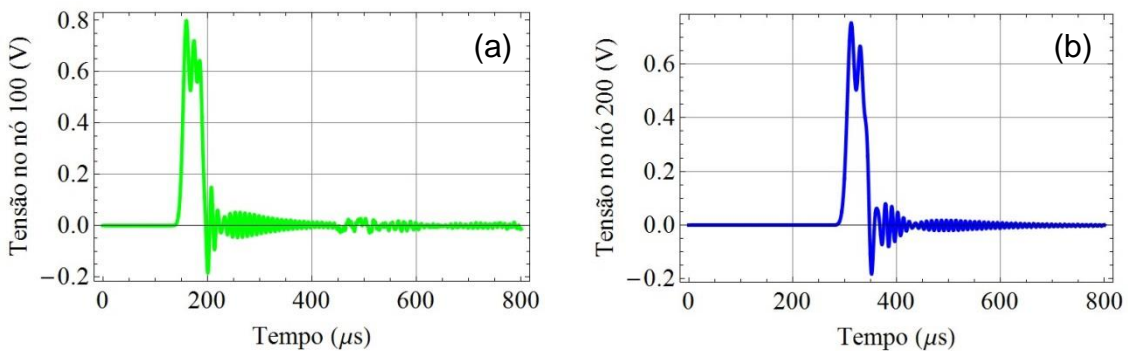


Figura 6.10 – Sinal de uma linha LC duplamente periódica com  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 2 \mu\text{H}$ ,  $C_2 = 2 \mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1 \Omega$  (a) Forma de onda no nó #100, (b) Forma de onda no nó #200.

Para investigar as propriedades de filtragem da linha duplamente periódica considera-se agora na entrada da linha um pulso retangular estreito, de  $5 \mu\text{s}$  de largura, cujo espectro de frequência apresenta uma série de lóbulos de  $200 \text{ kHz}$  de largura como ilustrado pela curva em preto (ver Figura 6.14(a)). Nota-se então na sequência de espectros que o sinal em cada nó da linha ( $L_1 C_1 = L_2 C_2$ ) apresenta uma determinada característica. Vê-se, por exemplo, nas Figuras

6.14 (a) à 6.14(c) os espectros de frequência, correspondentes aos nós #10 e #100, uma faixa isolada de frequência compreendida entre 280 e 350 kHz comprimida no segundo lóbulo (ver curvas em vermelho). A amplitude do sinal associada à faixa de frequência decresce progressivamente com a ordem do nó, sendo extinta na posição #200 [ver Figura 6.14(d)]. Interpreta-se tal fenômeno como um efeito local em cada nó, podendo ser identificado como um processo espacial de controle e filtragem de frequência.

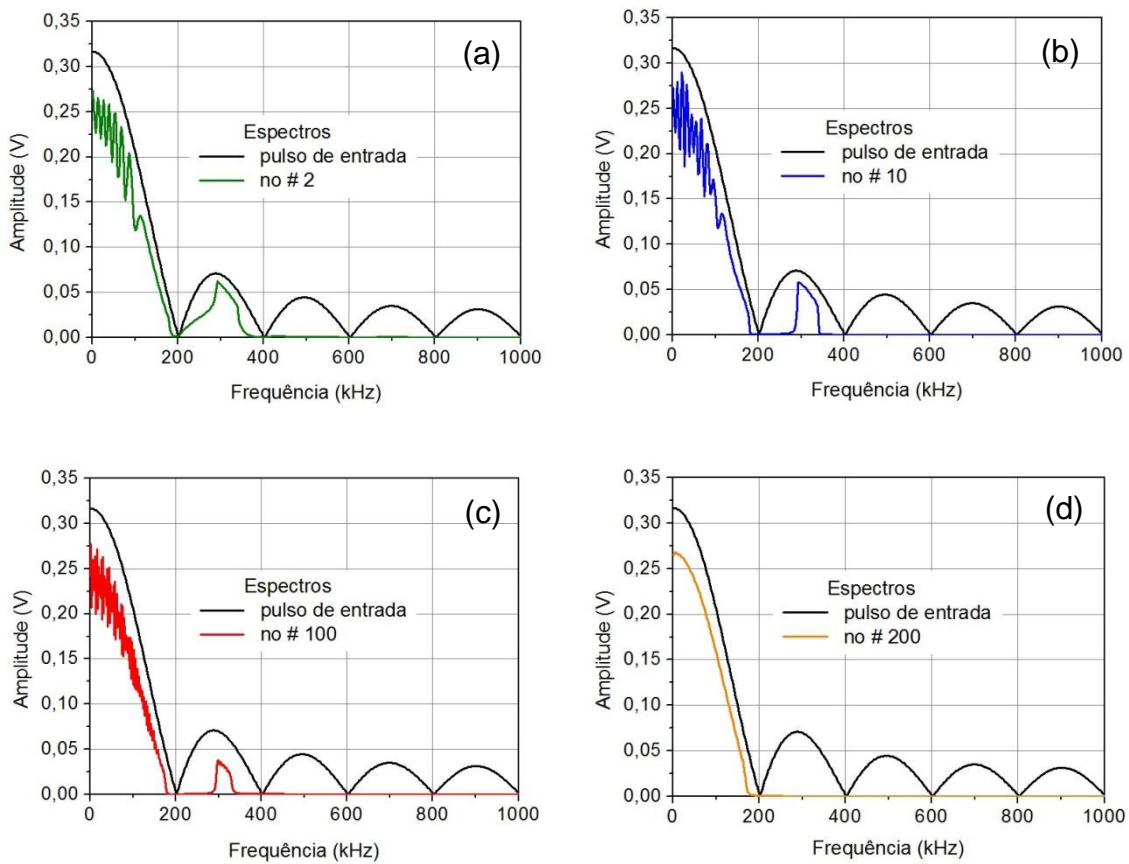


Figura 6.11 – Filtragem espacial de uma linha LC duplamente periódica com  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 0,5\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1\Omega$  (a) nó #2, (b) nó #10, (c) nó #100 e (d) nó #200.

Tal mecanismo também se manifesta no espectro de frequência da linha duplamente periódica com  $L_1/C_1 = L_2/C_2$  (ver Figura 6.15(a)), mas neste caso o primeiro lóbulo principal referente ao intervalo 0 – 200 kHz [ver Figuras 6.15(b)-



(d)] fica bruscamente interrompido em 160 kHz, o que corresponde à frequência de  $\frac{1}{\pi\sqrt{L_2C_2}}$ .

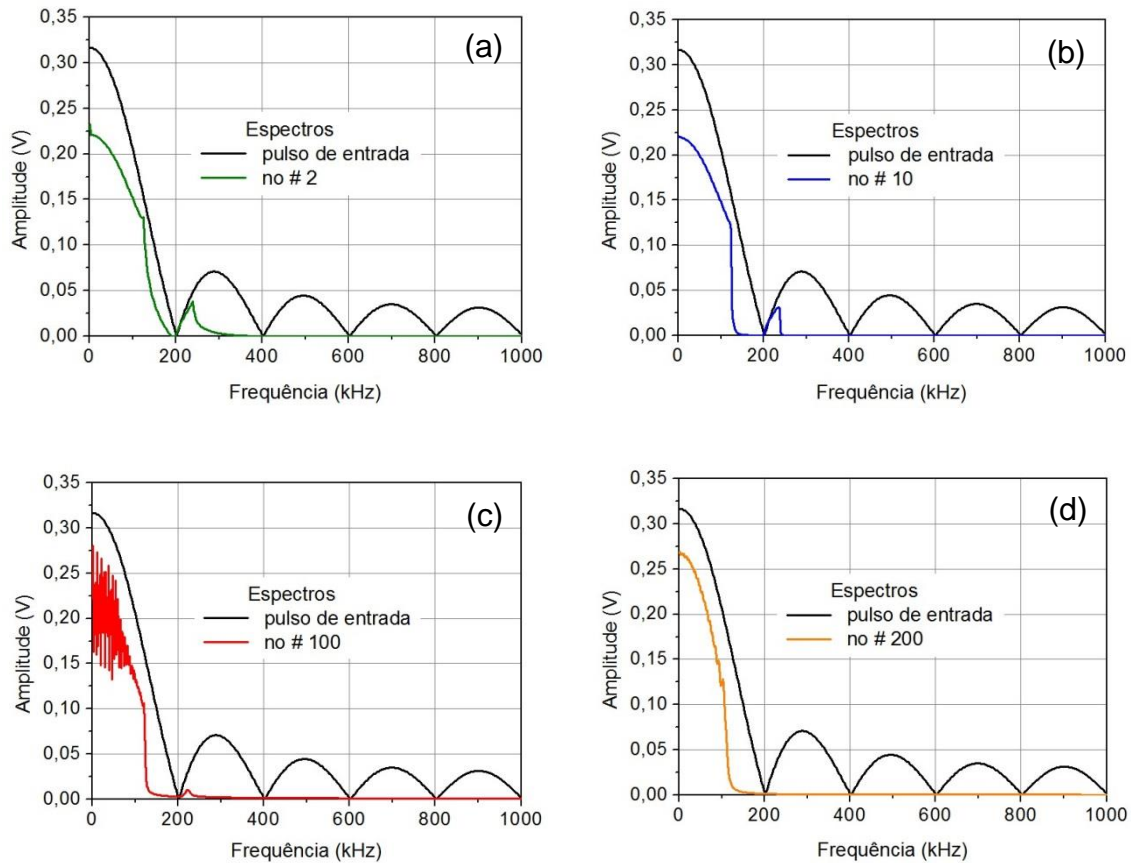


Figura 6.12 – Filtragem espacial de uma linha LC duplamente periódica com  $L_1 = 1 \mu\text{H}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 2\mu\text{H}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$  e  $R_{\text{carga}} = 1\Omega$  (a) nó #2, (b) nó #10, (c) nó #100 e (d) nó #200.

#### 6.4. Comentários Finais

Neste capítulo foram investigados fenômenos de propagação em linhas de transmissão constituídas de células LC periódicas e LC duplamente periódicas. Usando a corrente no indutor e a carga armazenada no capacitor como variáveis de estado, uma modelagem utilizando o conceito de fasores foi desenvolvida e implementada através de um sistema matricial no Software *Mathematica* para análise AC de uma linha LC linear periódica e duplamente periódica com e sem carga resistiva. A formulação das equações diferenciais

permitiu que a cada elemento discreto em uma seção particular  $k$ , pudessem ser atribuídos valores arbitrários  $L_k$  e  $C_k$ .

A resposta em frequência da linha LC simples de 10 seções mostrou que a linha comporta-se como um filtro passa baixa. Em contrapartida, na linha duplamente periódica, verificou-se uma faixa proibida, separando cinco picos à direita e cinco à esquerda.

Ao examinar as características de propagação e de reflexão de um pulso retangular de  $40\mu\text{s}$  de largura que se propaga em linhas periódicas com 200 seções de baixas perdas, verificou-se que sem carga resistiva, o pulso é completamente refletido com a mesma magnitude inicial, havendo, contudo um deslocamento de fase por causa da carga reativa. Em seguida, introduzindo uma carga resistiva de  $1\ \Omega$ , cujo valor é próximo da impedância da linha, notou-se que as reflexões são essencialmente eliminadas na linha periódica simples.

Em linhas duplamente periódicas em que  $L_1/C_1 = L_2/C_2$ , verificaram-se reflexão de pulsos, para uma carga resistiva de  $1\ \Omega$  e para uma carga de  $2\ \Omega$ . Notou-se que os pulsos refletidos na carga  $2\ \Omega$  têm polaridade inversa aos pulsos encontrados para a carga de  $1\ \Omega$ .

Em linhas duplamente periódicas excitadas por um pulso retangular, constatou-se que o espectro de frequência da amplitude do sinal decresce progressivamente com a ordem do nó, sendo extinta na posição #200 (último nó). Tal fenômeno pode ser caracterizado como um processo espacial de controle e filtragem de frequência.

Verificou-se também que a linha de transmissão duplamente periódica apresenta importantes características, sobretudo em relação aos aspectos de filtragem de frequência em que se manifesta uma propriedade de filtragem espacial.

## 7 CONCLUSÕES

Foram investigados fenômenos de propagação em linhas de transmissão constituídas de células LC e CL no domínio do tempo. Para sistemas de potência, tal tipo de análise no domínio do tempo é importante para a avaliação de processos transitórios, sejam excitados por campos eletromagnéticos externos, por emissão proveniente de radares de alta potência ou por descargas elétricas.

Para tanto, usando duas formulações distintas, a primeira considerando como variáveis de estado a corrente de malha  $i_L$  que circula na seção  $k$ , e a correspondente carga  $q$  armazenada no capacitor da seção  $k$ , e a segunda considerando a corrente  $i_L$  no indutor da seção  $k$  e a correspondente tensão  $v_k$  no capacitor da seção  $k$ , como variáveis de estado, um sistema de equações de primeira ordem foi deduzido para cada topologia de linha (LC e CL) e resolvido numericamente, com determinadas condições iniciais, com auxílio do aplicativo *Mathematica* (*Mathematica*, v.5).

Considerando inicialmente linhas periódicas lineares, com ou sem perdas, em que indutores e capacitores idênticos repetem-se periodicamente em cada seção, foram examinados os processos transitórios e de saturação que ocorrem nos sinais quando excitados por uma fonte senoidal, ficando claramente demonstrado o avanço de fase para sinais que se propagam na linha CL. Discutiu-se que esta topologia satisfaz as condições para excitação de ondas regressivas, como acontece em BWOs (“backward wave oscillators”). Ressalte-se que todos os circuitos periódicos possuem um número igual de harmônicas espaciais regressivas e progressivas, mas na linha CL é o modo fundamental que apresenta velocidade de fase negativa que é associada a uma onda regressiva. Para a topologia dual (ou complementar) LC foram discutidos exemplos que ilustram o significado de uma velocidade de fase positiva.

Considerando também linhas de transmissão não lineares, com ou sem perdas, onde a não linearidade foi introduzida por um capacitor não linear, foram

examinados alguns fenômenos associados a cada linha. No caso de linhas de transmissão LC não lineares constatou-se a geração de RF e o estreitamento de pulsos pela redução dos tempos de subida e descida, considerando pulsos retangulares e trapezoidais. Em linhas de transmissão CL não lineares constataram-se efeitos novos e interessantes, tais como geração de sub harmônicas e propagação de sólitons escuros. Tais efeitos tornam-se relevantes na potencial realização de novos componentes de micro-ondas para a conformação de pulsos para a aplicação em sistemas de banda de frequência ultra larga (UWB).

Além disso, foram ainda investigados os processos de transmissão e filtragem em linhas de transmissão LC duplamente periódicas. A formulação inicialmente desenvolvida permitiu incluir um número arbitrário de seções pares e ímpares que foram identificadas por dois conjuntos de elementos reativos  $\{L_2, C_2\}$  e  $\{L_1, C_1\}$ , respectivamente. As linhas assim sintetizadas com elementos concentrados exibiram forte dispersão espacial em que cada nó da linha apresenta um espectro distinto de frequência. Tal fenômeno pode ser caracterizado como um processo espacial de controle e filtragem de frequência.

Finalmente, ressaltamos que em certas aplicações de linhas de transmissão, o uso de simuladores de circuito torna-se impraticável quando há necessidade de um grande número de seções. Essa circunstância ocorre, por exemplo, no estudo da excitação de sólitons em linhas de transmissão não lineares, e que requer tipicamente linhas com 200 seções. Por outro lado, um número arbitrariamente grande de seções e suas variações de topologia são facilmente tratadas com uma formulação matemática que é efetivada em um sistema de equações diferenciais mutuamente acopladas no domínio do tempo. E tal formulação juntamente com a sua implementação numérica constituem uma das principais contribuições da presente dissertação.

## 7.1. Sugestões para Trabalhos Futuros

Temas a serem investigados farão uso intensivo dos programas numéricos implementados para as duas configurações de linhas de transmissão não lineares. Em relação à configuração CL, uma questão importante refere-se a uma análise quantitativa de como os parâmetros da linha juntamente com o sinal da fonte excitadora estabelecem e qual dos dois efeitos (não linear ou dispersivo) torna-se predominante. Por exemplo, a predominância de efeitos não lineares (automodulação de fase) acarreta a compressão do pulso, enquanto na condição de exato equilíbrio ou compensação dos dois efeitos, o pulso se propaga sem deformação. O conhecimento do controle preciso dos parâmetros da linha é crucial para o processo de geração dos sólitons de Schrödinger (claro e escuro), que encontram importantes aplicações em sistemas de comunicação de longa distância com alta taxa de bits e em tecnologia de computação.

No contexto da configuração LC, resultados experimentais têm mostrado que a geração de RF utilizando capacitores não lineares limita-se a 100 MHz. Nesses experimentos em alta potência com linhas dielétricas LC não lineares, a operação da linha tem sido efetuada exclusivamente com base em dielétricos ferroelétricos, tais como cerâmicas de titanato de bário ou estrôncio, que exibem uma permissividade elétrica relativa em torno de 5000 no regime fortemente não linear. No entanto, a alta permissividade é o que restringe a frequência gerada a ser inferior a 100 MHz e, portanto, o uso de cerâmicas dielétricas com permissividades mais baixas seria mais vantajoso, desde que o necessário comportamento não linear em função da tensão aplicada fosse preservado. Nestes termos, a investigação de um dielétrico artificial com as propriedades requeridas para possibilitar a geração de RF na faixa de sub GHz poderá ser realizada com a utilização dos programas numéricos desenvolvidos.

Tais programas também irão possibilitar um exame realista e acurado de como as formas de onda de tensão e corrente propagam-se ao longo da linha, e também dos processos de reflexão na terminação da rede para elucidar o

mecanismo de acoplamento do pulso de RF com a carga resistiva que se encontra no final da linha.

Outra categoria de linha não linear LC que poderá ser investigada é a linha híbrida, composta de capacitores e indutores não lineares em que a indutância é uma função não linear da corrente. Estas linhas possibilitam maior compressão de energia por estágio e também a geração de RF em frequências mais altas do que uma linha constituída individualmente por elementos não lineares  $C(V)$  ou  $L(I)$ .

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] DHAENE, T.; ZUTTER, D. Selection of lumped element models for coupled lossy transmission lines. **IEEE Transactions on Computer-Aided Design**, v. 11, n. 7, p. 805-8015, July 1992.
- [2] JONG, J. M.; JANKO, B.; TRIPATHI, V. Equivalent circuit modeling of interconnects from time-domain measurements. **IEEE Transactions on Components, Hybrids and Manufacturing Technology**, v. 16, n. 1, p. 119-126, February 1993.
- [3] JOHNSON, W. C. **Transmission lines and network**. Tokyo: Mc Graw Hill Kogaknsha, 1950.
- [4] CALOZ, C. Perspectives on EM metamaterials. **Materials Today**, v. 12, p. 12-20, March 2009.
- [5] CALOZ, C.; LIN, I. – H.; ITOH, T. Characteristics and potential applications of nonlinear left-handed transmission lines. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 40, n. 6, p. 471-473, March 2004.
- [6] KOZYREV, A. B.; VAN DER WEIDE, D.W. Nonlinear left-handed transmission line metamaterials. **Journal of Physics D: Applied Physics**, v. 41, Article 173001, 2008.
- [7] HUANG, J.; DONG, J.; YANG, H.; ZHANG, H.; TIAN, C.; GUO, T. Design and fabrication of frequency multiplier based on composite Right/Left-Handed Nonlinear transmission lines. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 59, n. 10, p. 2486-2493, October 2011.
- [8] JIN, C.; ALPHONES, A.; TSUTSUMI, M. Double periodic composite right-left handed transmission line and its applications to compact leaky-wave antennas. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 59, n. 10, p. 3679-3686, October 2011.
- [9] JIN, C.; ALPHONES, A.; TSUTSUMI, M. Leaky-wave radiation behavior from a double periodic composite right/left-handed substrate integrated waveguide. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 60, n. 4, p. 1727-1735, April 2012.
- [10] MARKSTEINER, Q.R.; CARLSTEN, B.; RUSSEL, S. Efficient generation of RF using a biased soliton generating nonlinear transmission line with a bipolar input. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 52, n. 6, p. 1411-1413, June 2010.
- [11] ROSSI, J.O.; RIZZO, P.N. Study of hybrid nonlinear lines for high power RF generation. In: INT. PULSED POWER CONF., 17, 2009, Washington DC. **Proceedings...** Washington: IEEE, 2009, p. 46-50.
- [12] YAMASAKI, F.S.; ROSSI, J.O.; BARROSO, J.J. Estudos de linhas de transmissão não lineares para geração de sinais de rádio frequência. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE MICRO-ONDAS E OPTOELETRÔNICA, 15. (SBMO) E CONGRESSO

BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO, 10. (CBMAG) - (MONAG), 2012, João Pessoa PB. **Anais...** João Pessoa: 2012. ISBN 978-85-63406-23-1.

[13] KOZYREV, A. B.; VAN DER WEIDE, D.W. Nonlinear wave propagation phenomena in left-handed transmission line media. **IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques**, v. 53, n. 1, p. 238-245, January 2005.

[14] MARTIN, F.; ORIOLS, X. Effects of line parameters on soliton-like propagation in nonlinear transmission lines: application to the optimization of frequency triplers. **International Journal of Infrared and Millimeter Waves**, v. 22, p. 225-235, February 2001.

[15] CHATTOPADHYAY, G. Technology, capabilities and performance of low power terahertz sources. **IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology**, v. 1, n. 1, p. 33-53, September 2011.

[16] POWELL, D. A.; SHADRIVOV, I.V.; KIVSHAR, Y.S. Asymmetric parametric amplification in nonlinear left-handed transmission lines. **Applied Physics Letters**, v. 94, Article 084105, 2009.

[17] MARTIN, F.; ORIOLS, X. Simple model to study soliton wave propagation in periodic-loaded nonlinear transmission lines. **Applied Physics Letters**, v. 78, n. 18, p. 2802-2804, April 2001.

[18] ANTONIADES, M. A.; ELEFThERIADES, G.V. Compact linear lead/lag metamaterial phase shifters for broadband applications. **IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters**, v. 2, p. 103-106, 2003.

[19] KIM, H.; KOZYREV, A.B.; KARBASSI, A.; VAN DER WEIDE, D.W. Linear tunable phase shifter using a left-handed transmission line. **IEEE Microwave and Wireless Component Letters**, v. 15, n. 5, p. 366-368, May 2005.

[20] HORRI, Y.; CALOZ, C.; ITOH, T. Super-compact left-handed transmission line and diplexer application. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 53, n. 4, p. 1527-1533, April 2005.

[21] CALOZ, C.; ITOH T. Novel microwave devices and structures based on the transmission line approach of meta-materials. In: INT. SYMPOSIUM DIGEST, 2003, Philadelphia PA. **Proceedings...** Philadelphia: IEEE, 2003, p. 195-198.

[22] SIMOVSKI, C. R.; BELOV, P.A.; SAILING, H. Backward wave region and negative material parameters of a structure formed by lattices of wires and split-ring resonators. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 51, p. 2582-2591, October 2003.

[23] CALOZ, C.; OKABE, H.; IWAI, T.; ITOH, T. Transmission line approach of left-handed (LH) materials. In: INT. SYMPOSIUM USNC/URSI NATIONAL RADIO SCIENCE MEETING, 2002, San Antonio TX. **Proceedings...** San Antonio: IEEE, 2002, v. 1, p. 39.



- [24] CALOZ, C.; ITOH, T. **Electromagnetic metamaterials: transmission line theory and microwave applications**. New York: Wiley, 2004.
- [25] ELEFThERIADES, G. V.; IYER, A. K.; KREMER, P. C. Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 50, p. 2702–2712, December 2002.
- [26] TSubOI, T.; TOYAMA, F. M. Computer experiments on solitons in nonlinear transmission lines. I. Formation of stable solitons. **Physical Review A**, v. 44. n. 4, p. 2686-2690, 1991.
- [27] WANG, Z.; FENG, Y.; ZHU, B.; ZHAO, J.; JIANG, T. Dark Schrodinger soliton and harmonic generation in left-handed nonlinear transmission line. **Journal of Applied Physics**, v. 107, Article 094907, 2010.
- [28] GHARAKHILI, F. G.; SHAHABADI, M.; HAKKAK, M. Bright and dark soliton generator in a left-handed nonlinear transmission line with series nonlinear capacitor. **Progress in Electromagnetics Research – PIER**, v. 96, p. 237-249, 2009.
- [29] ENGLISH, L. Q.; WHEELER, S. G.; SHEN, Y.; VELDES, G. P., N. WHITAKER, P. G.; KEVREKIDIS.; FRANTZESKASIS, D. J. Backward-wave propagation and discrete solitons in a left-handed electrical lattice. **Physics Letters A**, v. 375, p. 1242-1248, 2011.
- [30] MARKSTEINER, Q.R.; CARLSTEN, B.; RUSSEL, S. Numerical calculations of RF efficiency from a soliton generating nonlinear transmission line. **Journal of Applied Physics**, v. 106, Article 113306, 2009.
- [31] FERNANDEZ, M.; MARTIN, F.; STEENSON, P.; MÉLIQUE, X.; OISTEIN, A.; ORIOLS, X.; VANBÉSIEN, O.; GARCIA-GARCIA, J.; MILES, R.; LIPPENS, D. A comparison of different approaches for the simulation of nonlinear transmission lines. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 33. n. 2, p. 134-136, April 2002.
- [32] REMOISSENET, M. **Waves called solitons: concepts and experiments**. Berlin: Springer, 1999.
- [33] JAFFE, P.; McSPADDEN, J. Energy conversion and transmission modules for space solar power. **Proceedings of the IEEE**, v. 101, n. 6, pp. 1424-1437, June 2013.
- [34] BROWN, W.C.; EVES, E.E. Beamed microwave power transmission and its application to space. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 40, n. 6, p. 1239-1250, June 1992.
- [35] AFSHARI, E.; HAJIMIRI, A. Nonlinear transmission lines for pulse shaping in silicon. **IEEE Journal of Solid-State Circuits**, v. 40, n. 3, p. 744-752, March 2005.
- [36] LYON, K. G.; YU, F.; KAN, E. C. A UWB-IR transmitter using frequency conversion in nonlinear transmission lines with 16 pJ/pulse energy consumption. **IEEE**

**Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 58, n. 12, p. 3617-3625, December 2010.

[37] RAMO, S.; WHINNERY, J. R.; VAN DUZER, T. **Fields and waves in communication electronics**. Wiley, New York, 1965, p. 45.

[38] YOON, H.; YEUNG, K. Y. M.; UMANSKY, V.; HM, D. A Newtonian approach to extraordinarily strong negative refraction. **Nature**, v. 488, 2012, p.65-69. Inssue 7409.

[39] SCOTT, A. C.; CHU, F.Y.F; McLAUGHLIN, D.W., "The soliton: a new concept in applied science". **Proceedings of the IEEE**, v. 61, No 10, pp.1443-1483, October 1973.

[40] LONNGREN, K.; SCOTT, A.; editors. **Soliton in action**. Academic Press, New York 1978.

[41] AIELLO, G.R.; ROGERSON, G.D. Ultra-wide band wireless systems. **IEEE Microwave Magazine**, v. 4, n. 2, p. 36-47, June 2003.

[42] LEE, W.; ADMAN, M.; MOMENI, O.; AFSHARI, E. A nonlinear lattice for high-amplitude picosecond pulse generation in CMOS. **IEEE Transactions on Theory and Techniques**, v. 60, n. 2, p. 370-380, February 2012.

[43] RODWELL, M.J.W.; KAMEGAWA, R.Y.; CASE, M.; GIBONEY, K.S. GaAs nonlinear transmission lines for picosecond pulse generation and millimeter-wave sampling. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 39, n. 7, p. 1194-1204, July 1991.

[44] KUEK, N.S.; LIEW, A.C.; SCHAMILOGLU.; ROSSI, J.O. Circuit modeling of nonlinear lumped element transmission lines including hybrid lines. **IEEE Transactions on Plasma Science**, v. 40, n. 10, p. 2523-2534, October 2012.

[45] SEDDON, N.; SPIKINGS, C.R.; DOLAN, J.E. RF pulse formation in NLTLs. In: INT. PULSED POWER CONF., 16, 2007, Albuquerque. **Proceedings...** Albuquerque: IEEE, 2007, p. 678-681.

[46] BROWN, P.M.; SMITH, P.W. Hight power, pulsed soliton generation at radio and microwave frequencies. In: INT. PULSED POWER CONF., 11, 1997, Baltimore MA. **Proceedings...** Baltimore: IEEE, 2007, p. 346-354.

[47] KAFARATZIS, A.; HU, Z.R. Soliton propagation in left-handed nonlinear transmission lines. In: LET SEMINAR ON METAMATERIALS FOR MICROWAVE AND (SUB) MILLIMETER WAVE APPLICATIONS, 2006, London UK. **Proceedings...** London: 2006, p. 121-124.

## ANEXO A: TRABALHOS PUBLICADOS E APRESENTADOS EM CONFERÊNCIAS



### 3º Workshop em Engenharia e Tecnologias Espaciais – WETE – 2012:

GRECO, A.F.G.; BARROSO, J.J.; ROSSI, J.O. Modelagem e simulação de linhas de transmissão periódicas. In: WORKSHOP EM ENGENHARIA E TECNOLOGIAS ESPACIAIS, 3. (WETE), 2012, São José dos Campos SP. **Anais...** São José dos Campos: INPE, 2012. ISBN 978-85-63406-23-1.



### 15º SBMO – Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e o 10º CBMag – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – MOMAG – 2012:

GRECO, A.F.G.; BARROSO, J.J.; ROSSI, J.O. Fenômenos de propagação em linhas de transmissão carregadas com células LC e CL. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE MICRO-ONDAS E OPTOELETRÔNICA, 15. (SBMO) E CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO, 10. (CBMAG) - (MONAG), 2012, João Pessoa PB. **Anais...** João Pessoa: 2012. ISBN 978-85-63406-23-1.



### 14º Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa – SIGE – 2012:

GRECO, A.F.G.; BARROSO, J.J.; ROSSI, J.O. Propriedades de Transmissão de linhas LC duplamente periódicas. In: SIMPÓSIO DE APLICAÇÕES OPERACIONAIS EM ÁREAS DE DEFESA, 14. (SIGE), 2012, São José dos Campos SP. **Anais...** São José dos Campos: ITA, 2012. ISBN 1983-7402.



### **10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications – INDUSCON – 2012**

GRECO, A.F.G.; BARROSO, J.J.; ROSSI, J.O. Modeling and Simulation of Ladder-Network Transmission Lines. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS, 10. (INDUSCON), 2012, Fortaleza CE. **Proceedings...** Fortaleza: IEEE/IAS, 2012. ISBN 978-1-4673-2414-0



### **Journal of Electromagnetic Analysis and Applications**

GRECO, A.F.G.; BARROSO, J.J.; ROSSI, J.O. Modeling and Simulation of Ladder-Network Transmission Lines with Capacitive and Inductive Lumped Elements. **Journal of Electromagnetic Analysis and Applications**, v. 5, n. 5, p. 213-218, 2013. ISSN Print: 1942-0730, ISSN Online: 1942-0749.



### **4º Workshop em Engenharia e Tecnologias Espaciais – WETE – 2013:**

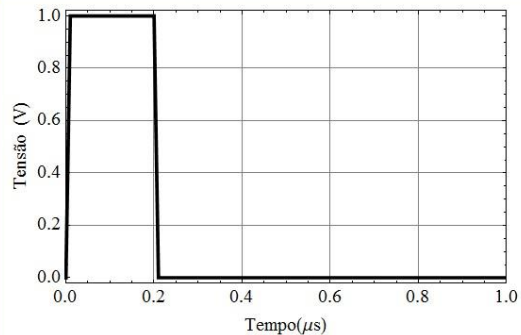
GRECO, A.F.G.; BARROSO, J.J.; ROSSI, J.O. Transmission Properties of Doubly Periodic LC Ladder Networks. In: WORKSHOP EM ENGENHARIA E TECNOLOGIAS ESPACIAIS, 4. (WETE), 2013, São José dos Campos SP. **Anais...** São José dos Campos: INPE, 2013.

## ANEXO B: DESCRIÇÃO DOS CÓDIGOS IMPLEMENTADOS NO MATHEMATICA

### B.1. Formulação $\{i(t), v(t)\}$

<b>Formulação <math>\{i(t), v(t)\}</math></b>	
<code>Clear["Global`*"];</code>	
Número de Seções	
<code>NN = 51;</code>	
Tempo	
<code>tmax = 20.0; (* time in ns *)</code>	
Definição dos Principais Parâmetros da Linha	
<code>FN = 1.0; (* Normalization factor *)</code> <code>Rs = 0.00001;</code> <code>Resc_impar = Table[Rc[k] = 0.00001, {k, 1, NN, 2}]; (* resistance in <math>\Omega</math> *)</code> <code>Resc_par = Table[Rc[k] = 0.00001, {k, 2, NN, 2}]; (* resistance in <math>\Omega</math> *)</code> <code>Rc[NN] = 350.0;</code> <code>Resl_impar = Table[Rl[k] = 0.00001, {k, 1, NN, 2}]; (* resistance in <math>\Omega</math> *)</code> <code>Resl_par = Table[Rl[k] = 0.00001, {k, 2, NN, 2}]; (* resistance in <math>\Omega</math> *)</code> <code>Indodd = Table[Ls[k] = 22.0, {k, 1, NN, 2}]; (* inductance in <math>\mu\text{H}</math> *)</code> <code>Indeven = Table[Ls[k] = 22.0, {k, 2, NN, 2}]; (* inductance in <math>\mu\text{H}</math> *)</code>	
Tensão de Entrada	
<code>t0 = 0.; ts = 0.0; tflat = 0.2; tc = ts + tflat; td = ts + tc; amp = 1.0;</code>	
$Vs1[t_] := \text{Which}\left[ t \leq 0, 0, t > t0 \ \&\& \ t \leq ts, \frac{t}{ts}, \right.$ $\left. t \geq ts \ \&\& \ t \leq tc, 1, t > tc \ \&\& \ t \leq td, \frac{-t + td}{ts}, t > td, 0 \right]$	
<code>Vs[t_] := amp * Vs1[t]</code>	
<code>TabVs = Table[{t, Vs[t]}, {t, 0, tmax, 0.01}];</code>	

```
voltVs = ListPlot[TabVs, PlotRange -> {{0, 1}, All},
  PlotStyle -> {AbsoluteThickness[1.8], RGBColor[0, 0, 0], Thickness[0.008]},
  FrameLabel -> {"Tempo (μs)", "Tensão (V)"}, PlotJoined -> True,
  GridLines -> {Automatic, Automatic}, FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True,
  LabelStyle -> Directive[Black, 13]]
```



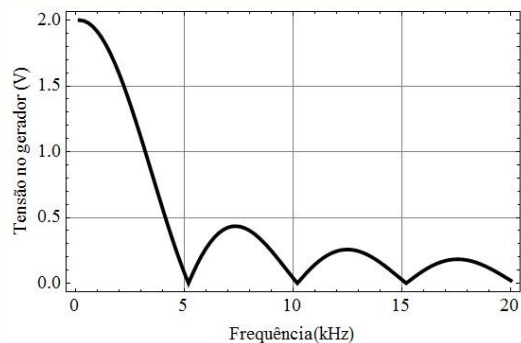
### Análise de Fourier - Tensão de Entrada

```
np = 500;
```

```
dataiVs = Table[Vs[t], {t, 0, 5, 1/np}];
```

```
datafVs = Table[{f/5, Abs[Fourier[dataiVs]][[f]]], {f, 1, 100, 1}};
```

```
pVs = ListPlot[datafVs, PlotJoined -> True, PlotRange -> {All, All},
  PlotStyle -> {AbsoluteThickness[1.8], RGBColor[0, 0, 0], Thickness[0.008]},
  FrameLabel -> {"Frequência(kHz)", "Tensão no gerador (V)"}, GridLines -> {Automatic, Automatic},
  FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True, LabelStyle -> Directive[Black, 13]]
```



### Tensão no Capacitor

```
m = 0.1947 * 1;
```

```
(* nonlinear capacitor *)
Cv[k_][t_] := (725.4 * 10^-m * v[k][t]) * 10^-6;
```

```
Cv[NN][t] := 10000000.0;
```

### Equação para a 1ª Seção

```
eq1 = Table[{i[k]'[t] ==  $\frac{Vs[t]}{Ls[k]} - \frac{Rs}{Ls[k]} * i[k][t] - \frac{Rc[k]}{Ls[k]} * (i[k][t] - i[k+1][t]) - \frac{(v[k][t])}{Ls[k]} - \frac{Rl[k]}{Ls[k]} * i[k][t],$ 
  v[k]'[t] ==  $\frac{i[k][t] - i[k+1][t]}{Cv[k][t]}$ }, {k, 1, 1}];
```

### Equação para as Seções Intermediárias

```
eqs =
Table[
{

$$i^{[k]}'[t] = \frac{Rc^{[k-1]}}{Ls^{[k]}} * (i^{[k-1]}[t] - i^{[k]}[t]) + \frac{(v^{[k-1]}[t])}{Ls^{[k]}} - \frac{Rc^{[k]}}{Ls^{[k]}} * (i^{[k]}[t] - i^{[k+1]}[t]) - \frac{(v^{[k]}[t])}{Ls^{[k]}} - \frac{Rl^{[k]}}{Ls^{[k]}} * i^{[k]}[t], v^{[k]}'[t] = \frac{i^{[k]}[t] - i^{[k+1]}[t]}{Cv^{[k]}[t]}$$

}, {k, 2, NN - 1}];
```

### Equação para a Última Seção

```
eqf =
Table[
{

$$i^{[k]}'[t] = \frac{Rc^{[k-1]}}{Ls^{[k]}} * (i^{[k-1]}[t] - i^{[k]}[t]) + \frac{(v^{[k-1]}[t])}{Ls^{[k]}} - \frac{Rc^{[k]}}{Ls^{[k]}} * (i^{[k]}[t]) - \frac{(v^{[k]}[t])}{Ls^{[k]}} - \frac{Rl^{[k]}}{Ls^{[k]}} * i^{[k]}[t], v^{[k]}'[t] = \frac{i^{[k]}[t]}{Cv^{[k]}[t]}$$

}, {k, NN, NN}];
```

```
eqparcial = Join[eqi, eqs, eqf];
```

```
eqfinal = Flatten[eqparcial];
```

I

### Condição Inicial e Solução das Equações

```
initiall = Flatten[Table[{i^{[k]}[0] = 0., v^{[k]}[0] = 0.}, {k, 1, NN}]];
```

```
vlist = Flatten[Table[{v^{[k]}[t], i^{[k]}[t]}, {k, 1, NN}]];
```

```
sol = NDSolve[Join[eqfinal, initiall], vlist, {t, 0., tmax}, MaxSteps -> Infinity];
```

```
soll = Flatten[sol];
```

```
inputiv = Table[{i^{[k]}[t_] = i^{[k]}[t] //. soll, v^{[k]}[t_] = v^{[k]}[t] //. soll}, {k, 1, NN}];
```

```
outiv = Flatten[inputiv];
```

```
V[0][t_] := Vs[t] - Rs i[1][t]
```

```
vfp = Table[v^{[k]}[t_] = Rc^{[k]} * (i^{[k]}[t] - i^{[k+1]}[t]) + v^{[k]}[t], {k, 1, NN - 1}];
```

```
V[NN][t_] := Rc[NN] * (i[NN][t]) + v[NN][t]
```

```
Pload[t_] := V[NN][t] i[NN][t]
```

```
Pin[t_] := Vs[t] i[1][t]
```

## B.2 Formulação $\{i(t), q(t)\}$

### Formulação $\{i(t), q(t)\}$

---

Número de Seções

---

```

NN = 201;
    
```

Tempo

---

```

tmax = 800.0; (* time in ns *)
    
```

Definição dos Principais Parâmetros da Linha

---

```

fN = 1.0 × 10-6; (* Normalization factor *)

Rs = 0.001;

Load = 1.0;

Resc_impar = Table[Rc[k] = 0.001, {k, 1, NN, 2}]; (* resistance in Ω *)
Resc_par = Table[Rc[k] = 0.001, {k, 2, NN, 2}]; (* resistance in Ω *)

Resl_impar = Table[Rl[k] = 0.001, {k, 1, NN, 2}]; (* resistance in Ω *)
Resl_par = Table[Rl[k] = 0.001, {k, 2, NN, 2}]; (* resistance in Ω *)

Capodd = Table[Cs[k] = 1.0, {k, 1, NN, 2}]; (* inductance in μF *)
Capeven = Table[Cs[k] = 1.0, {k, 2, NN, 2}]; (* inductance in μF *)

Indodd = Table[Ls[k] = 1.0, {k, 1, NN, 2}]; (* inductance in μH *)
Indeven = Table[Ls[k] = 1.0, {k, 2, NN, 2}]; (* inductance in μH *)
    
```

Tensão de Entrada

---

```

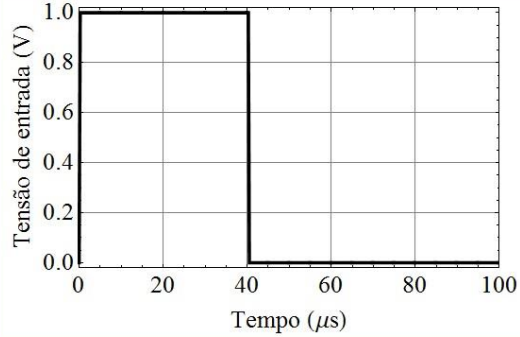
t0 = 0.0; ts = 0.25 + t0; tflat = 40.0; tc = ts + tflat; td = ts + tc - t0; a0 = 1.0;

Vs[t_] := Which[t ≤ t0, 0, t > t0 && t ≤ ts, a0  $\frac{t - t_0}{ts - t_0}$ ,
    t > ts && t ≤ tc, a0, t > tc && t ≤ td, a0  $\frac{-t + td}{ts - t_0}$ , t > td, 0]

TabVs = Table[{t, Vs[t]}, {t, 0, tmax, 0.01}];
    
```



```
voltVs = ListPlot[TabVs, PlotRange -> {{0, 100}, All},
PlotStyle -> {AbsoluteThickness[1.4], RGBColor[0, 0, 0], Thickness[0.008]},
FrameLabel -> {"Tempo (μs)", "Tensão de entrada (V)"}, PlotJoined -> True,
GridLines -> {Automatic, Automatic}, FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True,
LabelStyle -> Directive[Black, 17]]
```



### Equação para 1ª seção

```
eqi =
Table[
{
i[k]'[t] =  $\frac{Vs[t]}{Ls[k]} - \frac{Rs}{Ls[k]} * i[k][t] - \frac{Rc[k]}{Ls[k]} * (i[k][t] - i[k+1][t]) - fN * \frac{(q[k][t] - q[k+1][t])}{Ls[k] * Cs[k]} -$   

 $\frac{Rl[k]}{Ls[k]} * i[k][t], q[k]'[t] = \frac{i[k][t]}{fN}$ 
}, {k, 1, 1};
```

### Equação para as seções intermediárias

```
eqs =
Table[
{
i[k]'[t] =  $\frac{Rc[k-1]}{Ls[k]} * (i[k-1][t] - i[k][t]) + fN * \frac{(q[k-1][t] - q[k][t])}{Ls[k] * Cs[k-1]} - \frac{Rc[k]}{Ls[k]} * (i[k][t] - i[k+1][t]) -$   

 $fN * \frac{(q[k][t] - q[k+1][t])}{Ls[k] * Cs[k]} - \frac{Rl[k]}{Ls[k]} * i[k][t], q[k]'[t] = \frac{i[k][t]}{fN}$ 
}, {k, 2, NN-2};
```

### Equação para a penúltima seção

```
eqf =
Table[
{
i[k]'[t] =  $\frac{Rc[k-1]}{Ls[k]} * (i[k-1][t] - i[k][t]) + fN * \frac{(q[k-1][t] - q[k][t])}{Ls[k] * Cs[k-1]} - \frac{Rc[k]}{Ls[k]} * (i[k][t] - i[k+1][t]) -$   

 $fN * \frac{(q[k][t] - q[k+1][t])}{Ls[k] * Cs[k]} - \frac{Rl[k]}{Ls[k]} * i[k][t], q[k]'[t] = \frac{i[k][t]}{fN}$ 
}, {k, NN-1, NN-1};
```

### Equação para a última seção

```
eqload =
Table[
{
i[k]'[t] =  $\frac{Rc[k-1]}{Load + Rc[k-1]} * \left( \frac{Rc[k-2]}{Ls[k-1]} * (i[k-2][t] - i[k-1][t]) + fN * \frac{(q[k-2][t] - q[k-1][t])}{Ls[k-1] * Cs[k-2]} - \right.$   

 $\left. \frac{Rc[k-1]}{Ls[k-1]} * (i[k-1][t] - i[k][t]) - fN * \frac{(q[k-1][t] - q[k][t])}{Ls[k-1] * Cs[k-1]} - \frac{Rl[k-1]}{Ls[k-1]} * i[k-1][t] \right) +$   

 $\frac{i[k-1][t] - i[k][t]}{(Load + Rc[k-1]) * Cs[k-1]}, q[k]'[t] = \frac{i[k][t]}{fN}$ 
}, {k, NN, NN};
```

```
equ = Join[eqi, eqs, eqf, eqload];
```

```
eqp = Flatten[equ];
```

### Condição Inicial e Solução das Equações

```
initial1 = Flatten[Table[{i[k][0] = 0., q[k][0] = 0.}, {k, 1, NN}]];
```

```
vlist = Flatten[Table[{q[k][t], i[k][t]}, {k, NN}]];
```

```
sol = NDSolve[Join[eqp, initial1], vlist, {t, 0., tmax, 0.1}, MaxSteps -> Infinity];
```

```
soll = Flatten[sol];
```

```
inputiq = Table[{i[k][t_] = i[k][t] /. soll, q[k][t_] = q[k][t] /. soll}, {k, 1, NN}];
```

```
outiq = Flatten[inputiq];
```

```
v[0][t_] := Vs[t] - Rs*i[1][t]
```

```
vfp = Table[v[k][t_] = Rc[k]*(i[k][t] - i[k+1][t]) + fN* $\frac{(q[k][t] - q[k+1][t])}{Cs[k]}$ , {k, 1, NN-1}];
```

```
v[NN][t_] := Load*(i[NN][t])
```

### B.3. Formulação Desenvolvida para Análise AC

#### Análise AC - Linha sem Carga Resistiva

```
Clear["Global`*"];
```

#### Tamanho da Matriz

```
NN = 20;
```

#### Definição dos Principais Parâmetros da Linha

```
Rs = 1.0;
```

```
Resc_impar = Table[Rc[k] = 0.001, {k, 1, NN, 2}]; (* resistance in  $\Omega$  *)
```

```
Resc_par = Table[Rc[k] = 0.001, {k, 2, NN, 2}]; (* resistance in  $\Omega$  *)
```

```
Resl_impar = Table[Rl[k] = 0.001, {k, 1, NN, 2}]; (* resistance in  $\Omega$  *)
```

```
Resl_par = Table[Rl[k] = 0.001, {k, 2, NN, 2}]; (* resistance in  $\Omega$  *)
```

```
Ind_impar = Table[Ls[k] = 1.0, {k, 1, NN, 2}]; (* inductance in  $\mu\text{H}$  *)
```

```
Ind_par = Table[Ls[k] = 1.0, {k, 2, NN, 2}]; (* inductance in  $\mu\text{H}$  *)
```

```
Cap_impar = Table-Cs[k] = 1.0, {k, 1, NN, 2}]; (* capacitance in  $\mu\text{F}$ *)
```

```
Cap_par = Table-Cs[k] = 1.0, {k, 2, NN, 2}]; (* capacitance in  $\mu\text{F}$ *)
```

#### Matriz 1

```
(*Declarando 1ª Linha*)
```

```
ai[i_, j_] := Which [j - i == 0, i  $\omega$  Ls[i] + Rl[i] + Rc[i] + Rs, j - i == 1, -Rc[i], Abs[j - i] >= 2, 0]
```

```
AA = Table [ai[i, j], {i, 1, 1}, {j, 1,  $\frac{NN}{2}$ }];
```

```
(*Declarando Linhas Intermediárias*)
```

```
bi[i_, j_] := Which [j - i == 0, i  $\omega$  Ls[i] + Rl[i] + Rc[i-1] + Rc[i], j - i == 1, -Rc[i], j - i == -1, -Rc[i-1], Abs[j - i] >= 2, 0]
```

```
BB = Table [bi[i, j], {i, 2, ( $\frac{NN}{2} - 1$ )}, {j, 1,  $\frac{NN}{2}$ }];
```

```
(*Declarando Última Linha*)
```

```
ci[i_, j_] := Which [j - i == 0, i  $\omega$  Ls[i] + Rl[i] + Rc[i-1] + Rc[i], j - i == -1, -Rc[i-1], Abs[j - i] >= 2, 0]
```

```
CC = Table [ci[i, j], {i,  $\frac{NN}{2}$ ,  $\frac{NN}{2}$ }, {j, 1,  $\frac{NN}{2}$ }];
```

```
(*Formatando a Matriz 1*)
```

```
M1 = Join[AA, BB, CC];
```

```
MatrixForm[M1];
```

## Matriz 2

(\*Declarando 1ª Linha\*)

$di[i_, j_] := \text{Which} \left[ j - i = \frac{NN}{2}, \frac{1}{Cs[i]}, j - i = \frac{NN}{2} + 1, \frac{-1}{Cs[i]}, \text{Abs}[j - i] >= \frac{NN}{2} + 2, 0 \right]$

$DD = \text{Table} \left[ di[i, j], \{i, 1, 1\}, \left\{j, \left(\frac{NN}{2} + 1\right), NN\right\}; \right]$

(\*Declarando Linhas Intermediárias\*)

$ei[i_, j_] := \text{Which} \left[ j - i = \frac{NN}{2}, \frac{1}{Cs[i-1]} + \frac{1}{Cs[i]}, j - i = \frac{NN}{2} - 1, \frac{-1}{Cs[i-1]}, j - i = \frac{NN}{2} + 1, \frac{-1}{Cs[i]}, \text{Abs}[j - i] >= 2, 0 \right]$

$EE = \text{Table} \left[ ei[i, j], \{i, 2, \left(\frac{NN}{2} - 1\right)\}, \left\{j, \left(\frac{NN}{2} + 1\right), NN\right\}; \right]$

(\*Declarando Última Linha\*)

$fi[i_, j_] := \text{Which} \left[ j - i = \frac{NN}{2}, \frac{1}{Cs[i-1]} + \frac{1}{Cs[i]}, j - i = \frac{NN}{2} - 1, \frac{-1}{Cs[i-1]}, \text{Abs}[j - i] \leq \frac{NN}{2} - 2, 0 \right]$

$FF = \text{Table} \left[ fi[i, j], \{i, \frac{NN}{2}, \frac{NN}{2}\}, \left\{j, \left(\frac{NN}{2} + 1\right), NN\right\}; \right]$

(\*Formatando a Matriz 2\*)

$M2 = \text{Join}[DD, EE, FF];$

$\text{MatrixForm}[M2];$

## Matriz 3

(\*Declarando Linhas\*)

$gi[i_, j_] := \text{Which} \left[ \text{Abs}[j - i] = \frac{NN}{2}, 1, \text{Abs}[j - i] \neq \frac{NN}{2}, 0 \right]$

$GG = \text{Table} \left[ gi[i, j], \{i, \left(\frac{NN}{2} + 1\right), NN\}, \left\{j, 1, \frac{NN}{2}\right\}; \right]$

(\*Formatando a Matriz 3\*)

$M3 = GG;$

$\text{MatrixForm}[M3];$

#### Matriz 4

(\*Declarando Linhas\*)

```
hi[i_, j_] := Which [j - i = 0, -i ω, j - i ≠ 0, 0]
```

```
HH = Table [hi[i, j], {i, ( $\frac{NN}{2} + 1$ ), NN}, {j, ( $\frac{NN}{2} + 1$ ), NN}];
```

(\*Formatando a Matriz 4\*)

```
M4 = HH;
```

```
MatrixForm [M4];
```

#### Matriz Final

```
A13 = Join[M1, M3];
```

```
MatrixForm[A13];
```

```
A24 = Join [M2, M4];
```

```
MatrixForm[A24];
```

(\*Formatando Matriz Final\*)

```
Mf = Join[A13, A24, 2];
```

```
MatrixForm [Mf];
```

#### Condição Inicial e Solução do Sistema Matricial

(\*Declarando Matriz dos Resultados\*)

```
ii[i_, j_] := Which [j - i = 0, 1, j - i ≤ NN - 1, 0]
```

```
II = Table [ii[i, j], {i, 1, NN}, {j, 1, 1}];
```

```
Mr = II;
```

```
MatrixForm [Mr];
```

(\*Encontrando Solução para correntes i e para as cargas q \*)

```
sol = LinearSolve [Mf, Mr];
```

(\*Encontrando variáveis \*)

```
i1 = sol[[1]]; i2 = sol[[2]]; i3 = sol[[3]]; i4 = sol[[4]]; i5 = sol[[5]];
```

```
i6 = sol[[6]]; i7 = sol[[7]]; i8 = sol[[8]]; i9 = sol[[9]];
```

```
i10 = sol[[10]];
```

```
q1 = sol [[11]]; q2 = sol [[12]]; q3 = sol[[13]]; q4 = sol[[14]]; q5 = sol[[15]];
```

```
q6 = sol [[16]]; q7 = sol [[17]]; q8 = sol[[18]]; q9 = sol[[19]];
```

```
q10 = sol[[20]];
```

## Resultados

(\*Encontrando Solução para as tensões \*)

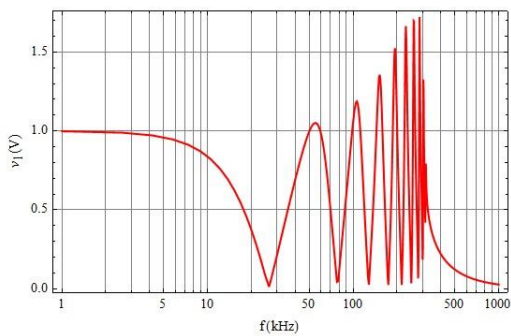
(\* Tensão no nó #1 \*)

$$V1[\omega] := \text{Rc}[1] * (i1[[1]] - i2[[1]]) + \frac{q1[[1]] - q2[[1]]}{Cs[1]}$$

(\* Parte Absoluta \*)

```
TabAbsV1 = Table [{"1000 * \omega", Abs[V1[\omega]]}, {"\omega", \frac{2 \pi}{1000}, 2 \pi, 0.01}];
```

```
VIabs = ListLogLinearPlot[TabAbsV1, PlotRange -> All, Joined -> True,
  PlotStyle -> {AbsoluteThickness[1.4], RGBColor[1, 0, 0]}, FrameLabel -> {"f(kHz)", "v1(V)"},
  GridLines -> {Automatic, Automatic}, FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True]
```



```
I1[\omega] := sol[[1]][[1]];
```

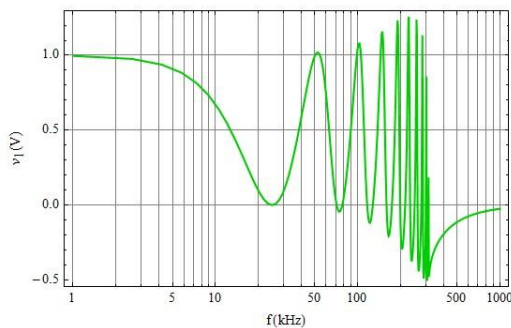
(\* Parte Absoluta \*)

```
TabAbsI1 = Table [{"1000 * \omega", Abs[I1[\omega]]}, {"\omega", \frac{2 \pi}{1000}, 2 \pi, 0.01}];
```

(\* Parte Real \*)

```
TabReV1 = Table [{"1000 * \omega", Re[V1[\omega]]}, {"\omega", \frac{2 \pi}{1000}, 2 \pi, 0.01}];
```

```
VIre = ListLogLinearPlot[TabReV1, PlotRange -> All, Joined -> True,
  PlotStyle -> {AbsoluteThickness[1.4], RGBColor[0, 0.8, 0]}, FrameLabel -> {"f(kHz)", "v1(V)"},
  GridLines -> {Automatic, Automatic}, FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True]
```



```
TabImV1 = Table[{ $\frac{1000 * \omega}{2 \pi}$ , Im[V1[\omega]]}, { $\omega$ ,  $\frac{2 \pi}{1000}$ , 2  $\pi$ , 0.01}];
```

```
(* Parte Imaginária *)
```

```
V1Im = ListLogLinearPlot[TabImV1, PlotRange -> All, Joined -> True,  
PlotStyle -> {AbsoluteThickness[1.4], RGBColor[0, 0, 0.8]}, FrameLabel -> {"f (kHz)", "v1 (V)"},  
GridLines -> {Automatic, Automatic}, FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True]
```

